



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
IFCE *CAMPUS* FORTALEZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA

**OS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS PRESENTES NA EXPLORAÇÃO PRÁTICA DA
MEDIÇÃO DE COMPRIMENTO COM O BÁCULO DE PETRUS RAMUS
ARTICULADOS A FORMAÇÃO DOCENTE**

FORTALEZA
2024

FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA

OS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS PRESENTES NA EXPLORAÇÃO PRÁTICA DA
MEDIÇÃO DE COMPRIMENTO COM O BÁCULO DE PETRUS RAMUS
ARTICULADOS A FORMAÇÃO DOCENTE

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – *Campus* Fortaleza, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira.

FORTALEZA
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal do Ceará – IFCE
Sistema de Bibliotecas – SIBI
Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586e Silva, Francisco Hemerson Brito da.
 Os elementos geométricos presentes na exploração prática da medição de comprimento com o Báculo de Petrus Ramus articulados a formação docente / Francisco Hemerson Brito da Silva. - 2024.
 200 f. : il. color.

 Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2024.
 Orientação: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira.

 1. Pensamento Geométrico. 2. Interface Entre História e Ensino de Matemática. 3. Formação Inicial do Professor de Matemática. I. Título.

CDD 510.07

FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA

**OS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS PRESENTES NA EXPLORAÇÃO PRÁTICA DA
MEDIÇÃO DE COMPRIMENTO COM O BÁCULO DE PETRUS RAMUS
ARTICULADOS A FORMAÇÃO DOCENTE**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – *Campus* Fortaleza, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovado em: 29 de abril de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira (Orientadora)
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Profa. Dra. Joelma Nogueira dos Santos (Avaliadora Interna)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Profa. Dra. Antonia Naiara de Sousa Batista (Avaliadora Externa)
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Profa. Dra. Isabelle Coelho da Silva (Avaliadora Externa)
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

A DEUS.

A minha mãe Maria Marta N. de Brito.

A minha família.

Aos meus amigos.

A mim.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, por ter me dado forças nesse processo em que precisei me reinventar várias vezes. Se consegui chegar até aqui foi porque não me desamparastes.

A minha mãezinha, Maria Marta Nascimento de Brito, que sempre esteve ao meu lado e se mostrou disposta a me ajudar em tudo o que precisei até o momento. É uma das mulheres formidáveis que tenho na vida e que me inspira a seguir em frente, mesmo com todas as dificuldades.

A minha vovó...zona, Maria Lucimar Costa da Silva, pelo carinho que tens por mim e por ter me guiado no caminho certo desde pequeno. Uma mulher guerreira que não se acomoda e luta pelo que quer. Obrigado por ter me mostrado esse ser humano que você é, uma figura potente e de grande moral.

Aos membros da minha família por toda a torcida, o apoio necessário e as boas energias. Grato pela compreensão dos momentos que precisei estar ausente com o foco na minha dissertação. É um trabalho que dedico a vocês também.

A minha irmã de orientação, Jeniffer Pires de Almeida, que ingressou comigo nessa jornada embora estivesse em um Programa de Pós-graduação diferente do meu. Saiba que o seu cuidado me motivou a continuar, obrigado por todas as vezes em que veio saber de mim e dar uns puxões de orelha, você é um ser humano incrível.

A minha melhor amiga do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECEM/IFCE), Ana Clara Souza Araújo, que com seu humor pitoresco me tirava várias gargalhas nas aulas presenciais e passou a ser uma pessoa muito agradável de se conviver, não deixando que a ninguém a calasse. Obrigado por tanto, tenho muito apreço por ti, Clarita.

Aos colegas da minha turma que ingressaram junto comigo, em que compartilhamos momentos muitos bons, mas também situações que nos deixaram aflitos. Foi uma experiência boa e vocês colaboraram para isso.

À Prefeitura Municipal de Horizonte, que colaborou mais uma vez com essa etapa da minha vida ao ceder o ônibus universitário durante o ano que precisei para frequentar as aulas do mestrado.

A minha amiga Sabrina Santos Ribeiro, por todo o entusiasmo que consegue repassar e a alegria de ser uma pessoa extrovertida, me fazendo ver o lado positivos das coisas. Obrigado pela torcida e pelo carinho que tens por mim. Eu adoro você.

À minha orientadora, a excêntrica Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, por não ter desistido de mim. Grato pelas ótimas experiências que me proporcionou no mundo da pesquisa,

sempre me coagindo a fazer o melhor nas condições em que me encontrava. Sou grato pelas flexibilidades e por ser tão compreensiva (muita paciência), obrigado por tudo.

Às docentes Profa. Dra. Caroline de Goes Sampaio e Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso, que enquanto membros da coordenação do curso, me ajudaram muito em alguns processos durante o curso. Sou grato também pelas experiências de aulas que tivemos foram bem significativas para a minha formação continuada.

A todos os professores do PGECM/IFCE que contribuíram para a minha formação continuada, me mostrando várias possibilidades e alternativas para um Ensino de Matemática mais diversificado.

À membra da banca, Profa. Dra. Antonia Naiara de Sousa Batista, que tive o prazer de conhecer na minha graduação, me dando muitas dicas e conselho ao longo desse mestrado, me incentivando muito e não deixando que deixasse de acreditar. Para mim é um orgulho lhe ter novamente como avaliadora na continuação desse trabalho, gratidão eterna a você.

À membra da banca, Profa. Dra. Isabelle Coelho da Silva, que eu tenho acompanhado de longe a trajetória e tenho certeza de que trará críticas construtivas a minha pesquisa. Desde já agradeço a disponibilidade e compromisso na leitura da minha dissertação.

À membra da banca, Profa. Dra. Joelma Nogueira dos Santos, pelas contribuições dadas a este trabalho desde o exame de qualificação, sendo muito cirúrgica, objetiva e sensata em suas colocações, uma excelente profissional que ganhou o meu respeito. Obrigado por ter sido tão acolhedora nos momentos de correção e leitura de minha pesquisa.

Ao Prof. Dr. Fumikazu Saito, pelas colaborações com o trabalho e as sugestões de leitura que fizeram com o que eu ultrapasse as barreiras da língua portuguesa e tivesse contato com outros idiomas, se mostrando muito sábio e metódico em suas colocações. Fico grato pela experiência e o contado que tivemos no exame de qualificação.

Ao Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE), pelas experiências valorosas que colaboraram para a minha formação, é um prazer fazer parte dessa família. Sou grato também aos bolsistas da graduação que fazem parte do grupo e se mostram muitos prestativos. A todos vocês, minha gratidão.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) e à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Tecnológico (FUNCAP), que me acolheram como aluno e me deram a oportunidade de ser bolsista por um ano, permitindo que eu expandisse as minhas concepções e aprimorasse a minha escrita acadêmica.

Aos meus companheiros de trabalho, Rita de Cássia Vasconcelos de Matos, Jullyana Nascimento de Oliveira, Letícia Maria Alves Braz, Tamara Xavier Rodrigues, Kassiano

Ferreira Gomes, Francisco Juciler Marques Queiros Lima, Mateus Oliveira Lima, Breno de Assis Silva Araújo, Helder Ribeiro de Menezes e aos demais professores, pela força, o conforto e o incentivo nas horas vagas. A rotina e as situações pesadas de nossa escola ficam mais leves com a presença de vocês. Obrigado por tudo.

Aos meus alunos e alunas da EMTI José Aroldo Cavalcante Mota pela experiência e o acolhimento que recebi de vocês. Sou grato pelas demasiadas situações e os laços que conseguimos construir, como também as inspirações para trazer algo diferente em nossas aulas. Um pouco desse afeto colaborou para a construção desse trabalho.

A minha excelentíssima gestora Valéria de Lima Silva e a maravilhosa coordenadora pedagógica Francisca Socorro Araújo pela compreensão que tiveram nos momentos em que precisei me ausentar da escola para cumprir com algumas obrigações do mestrado. Grato pela flexibilidade e a torcida de vocês, pois me fizeram mais forte e reagir a tudo o que estava acontecendo. Obrigado por tanto.

Aos amigos e amigas que não foram citados aqui por conta do limite de linhas, sou grato a vocês também. Obrigado pelas palavras de incentivo. Não esquecerei jamais sobre o tudo o que foi vivido.

Por fim, sou grato a mim mesmo por ter encarado esse desafio e ver que conseguir mais uma vez, cumprir com a meta que eu tinha traçado, mesmo trabalhando 40 horas semanais. Foi exaustivo e só Deus sabe o quanto lutei para conseguir chegar até aqui. Considero uma honra ter trilhado essa etapa linda da minha vida e que venha o Doutorado!

“A matemática é o alfabeto no qual Deus
escreveu o universo”

Galileu Galilei (1564 – 1642).

RESUMO

O estudo de objetos históricos orientado para um fazer matemático tem recebido diversas abordagens que mobilizam conceitos fundamentais em relação a prática de ensino, como também a formação docente a partir de um tratamento didático elaborado. Sobre esse respeito, alguns recursos provenientes da história da matemática são escolhidos para solidificar propostas didáticas que procurem dialogar com os saberes do passado, a fim de fomentar mecanismos fundantes de questões matemáticas que têm potencial de serem inseridas em um contexto atual com as especificidades da sala de aula. Entre esses elementos que podem ser tomados como base, encontramos o tratado *The Way to Geometry* de Petrus Ramus (1515-1572), versão traduzida e editada para a língua inglesa, publicada no ano de 1636 por William Bedwell (1561-1632) em Londres. Tal documento histórico incorpora um tipo de báculo geométrico usado para medir distâncias como comprimento, altura e largura, alinhado a condições práticas. Nesse contexto, com a intenção da construção de uma abordagem didática que relacione a história ao ensino de matemática, nossa investigação tem como objetivo conhecer as possibilidades de articulação entre o pensamento geométrico e o manuseio do báculo de Petrus Ramus frente às concepções de licenciandos em Matemática advindas de uma vivência prática. Para tanto, apoiados em uma historiografia atualizada, nosso estudo se caracteriza como uma abordagem qualitativa de cunho bibliográfico e descritivo, sendo desenvolvido em três momentos: a construção do quadro contextual, histórico e epistemológico do objeto de pesquisa; leituras dos textos de fundamentação teórica e o tratamento didático do recurso histórico; planejamento, aplicação e organização dos dados empíricos. Diante dessas ações e das potencialidades didáticas que estão incorporadas no antigo instrumento matemático, utilizamos como recurso metodológico de execução algumas ações pautadas nos conceitos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) que, por meio da Análise de Conteúdo, nos mostrou os significados e processos matemáticos que emergiram da medição de comprimento com o báculo de Petrus Ramus, de maneira a fazer uma relação entre os conceitos que foram ensinados e o que foram aprendidos. Dessa forma, com a consciência de que o báculo de Petrus Ramus pode colaborar com o meio formativo de professores, a nossa proposta se delineou a partir de uma síntese com os elementos de ordem teórico-prática, matemática e didática que ao serem tratadas em conjunto podem se consolidar como futuras práticas na sala de aula da Educação Básica.

Palavras-chave: Pensamento Geométrico. Interface entre História e Ensino de Matemática. Formação Inicial do Professor de Matemática.

ABSTRACT

The study of historical objects oriented to a mathematical practice has received several approaches that mobilize fundamental concepts in relation to teaching practice, as well as teacher training from an elaborate didactic treatment. In this regard, some resources from the history of mathematics are chosen to solidify didactic proposals that seek to dialogue with the knowledge of the past, to foster founding mechanisms of mathematical questions that have the potential to be inserted in a current context with the specificities of the classroom. Among these elements that can be taken as a basis, we find the treatise *The Way to Geometry* by Petrus Ramus (1515-1572), a translated and edited version for the English language, published in 1636 by William Bedwell (1561-1632) in London. Such a historical document incorporates a type of geometric crozier used to measure distances such as length, height, and width, aligned with practical conditions. In this context, with the intention of building a didactic approach that relates history to the teaching of mathematics, our investigation aims to know the possibilities of articulation between geometric thinking and the handling of Petrus Ramus' staff in the face of the conceptions of Mathematics licentiate students arising from a practical experience. To this end, supported by an updated historiography, our study is characterized as a qualitative approach of bibliographic and descriptive nature, being developed in three moments: the construction of the contextual, historical and epistemological framework of the research object; readings of texts with theoretical foundations and the didactic treatment of the historical resource; planning, application and organization of empirical data. In view of these actions and the didactic potentialities that are incorporated in the old mathematical instrument, we used as a methodological resource for execution some actions based on the concepts of the Teaching Guiding Activity (AOE) which, through Content Analysis, showed us the meanings and mathematical processes that emerged from the measurement of length with the staff of Petrus Ramus, in order to make a relationship between the concepts that were taught and what were learned. Thus, with the awareness that Petrus Ramus' crozier can collaborate with the training environment of teachers, our proposal was outlined from a synthesis with the elements of theoretical-practical, mathematical and didactic order that, when treated together, can be consolidated as future practices in the classroom of Basic Education.

Keywords: Mathematical Thinking. Interface Between History and Mathematics Teaching. Initial Mathematics Teacher Training.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 — O <i>radius astronomicus</i> de Regiomontanus-----	42
Figura 2 — O báculo de Leonard Digges-----	43
Figura 3 — A medição com a balhestilha-----	44
Figura 4 — Frontispício do tratado <i>The Way to Geometry</i> (1636)-----	47
Figura 5 — As principais hastes do báculo: o Indicador e a Transversal-----	57
Figura 6 — O cursor e os tubos-----	60
Figura 7 — A disposição dos tubos de bocas alternadas-----	61
Figura 8 — O báculo de Petrus Ramus e suas peças reconstituídas-----	63
Figura 9 — Ilustração da teoria do cone visual de Euclides-----	65
Figura 10 — Esquema de sustentação do báculo de Petrus Ramus-----	67
Figura 11 — Esquematização do báculo sustentado pelo Indicador-----	69
Figura 12 — Esquematização do báculo sustentado pela Transversal-----	71
Figura 13 — Algumas situações de medição com o báculo-----	75
Figura 14 — Esquematização da primeira forma de medir comprimento-----	83
Figura 15 — Esquema matemático da medição de comprimento-----	85
Figura 16 — Os triângulos encontrados-----	86
Figura 17 — Outras situações de uso do báculo-----	88
Figura 18 — Estrutura de elementos da AOE-----	105
Figura 19 — Instrumentais de organização para práticas de aulas-----	120
Figura 20 — Síntese das etapas da Análise de Conteúdo-----	125
Figura 21 — Quadro de informações da primeira equipe-----	132
Figura 22 — Quadro de informações da segunda equipe-----	134
Figura 23 — A medição realizada pela Equipe 1-----	139
Figura 24 — Esquema matemático da situação pela Equipe 1-----	140
Figura 25 — Cálculo desenvolvido pela Equipe 1-----	141
Figura 26 — A medição realizada pela Equipe 2-----	143
Figura 27 — Esquema matemático da situação pela Equipe 2-----	144
Figura 28 — Desenvolvimento do cálculo realizado pela Equipe 2-----	145

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	— Síntese do conteúdo visto em <i>The Way to Geometry</i> (1636)-----	49
Quadro 2	— Sumarização do conteúdo encontrado no IX Livro de Geometria-----	54
Quadro 3	— Síntese das competências selecionadas-----	91
Quadro 4	— Síntese das habilidades selecionadas-----	95
Quadro 5	— Aspectos norteadores da Ação I-----	108
Quadro 6	— Aspectos norteadores da Ação II-----	110
Quadro 7	— Aspectos norteadores da Ação III-----	112
Quadro 8	— Síntese dos encontros ministrados-----	118
Quadro 9	— Resumo das ações para a Análise de Conteúdo-----	126
Quadro 10	— Questionamentos envolvendo a medição com o báculo de Petrus Ramus--	130
Quadro 11	— A matematização desenvolvida pelas duas equipes-----	136
Quadro 12	— Explanação de fala das equipes sobre o aspecto 1-----	147
Quadro 13	— Explanação de fala das equipes sobre o aspecto 2-----	149

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	INDÍCIOS HISTÓRICOS ASSOCIADOS A GEOMETRIA PRÁTICA E O FOCO CONTEXTUAL FRENTE AO TRATADO <i>THE WAY TO GEOMETRY</i> (1636)	29
2.1	Um panorama sobre a disseminação e a utilização de antigos tratados frente a valorização da geometria prática durante o início da Era Moderna	29
2.2	O saber geométrico alinhado ao uso de instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII	35
2.3	A relação da geometria prática com algumas variantes de báculos ao longo da história	40
2.4	Petrus Ramus e sua obra “O caminho para a Geometria”	45
3	CARACTERIZAÇÃO DO BÁCULO DE PETRUS RAMUS E SUA FUNÇÃO PARA MEDIR DE DISTÂNCIAS DURANTE OS SÉCULOS XVI E XVII	52
3.1	Perspectivas iniciais sobre o báculo diante das considerações na obra <i>The Way to Geometry</i>	52
3.2	O báculo de Petrus Ramus e as suas peças	56
3.3	Orientações gerais de manuseio do báculo de Petrus Ramus	64
3.4	Particularizações relativas ao uso do báculo para medir distâncias	73
4	AS POTENCIALIDADES DIDÁTICAS DO BÁCULO DE PETRUS RAMUS PARA A EXPLORAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS	78
4.1	Aspectos fundamentais para a construção de interfaces entre história e o ensino de Matemática	78
4.2	Um estudo da maneira de mensurar comprimento a partir dos condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus	82
4.3	Os elementos potencialmente didáticos que emergiram do estudo da situação de medição frente as competências e habilidades da BNCC	89
4.3.1	Sobre as competências específicas que foram observadas	90
4.3.2	Sobre as habilidades que foram observadas	93

5	A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO COMO BASE METODOLÓGICA DIANTE DA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA ----	100
5.1	As ações que podem ser contempladas durante a elaboração e a aplicação de atividades por intermédio da Interface -----	100
5.2	Os pressupostos teóricos e metodológicos que direcionam a construção de Atividades Orientadoras de Ensino para finalidades pedagógicas -----	103
5.3	Sobre a AOE que foi produzida a partir da medição de comprimento com o báculo de Petrus Ramus -----	106
5.3.1	<i>Ação I: Estudo do contexto histórico envolvendo a problemática proposta e a relação com o tratado The Way to Geometry -----</i>	<i>108</i>
5.3.2	<i>Ação II: Apropriação da fabricação e dos condicionantes manipulativos direcionados ao báculo de Petrus Ramus -----</i>	<i>109</i>
5.3.3	<i>Ação III: A medição de comprimento com o báculo de Petrus Ramus contextualizada em uma situação real -----</i>	<i>111</i>
5.4	A caracterização geral de aplicação da AOE -----	114
5.4.1	O lócus da pesquisa e os sujeitos participantes -----	115
5.4.2	A estrutura de execução da prática universitária e a coleta de dados -----	118
6	ASPECTOS MANUAIS, CONTEXTUAIS E MATEMÁTICOS DA GEOMETRIA QUE EMERGIU DA MEDIÇÃO COM O BÁCULO DE PETRUS RAMUS -----	123
6.1	A construção de critérios estratégicos para a Análise de Conteúdo -----	123
6.2	O movimento do pensamento e o saber contextualizado durante a prática de medição com o báculo de Petrus Ramus -----	127
6.2.1	<i>A circunstância de exploração e a descrição da atividade utilizada para a análise dos dados escolhidos -----</i>	<i>128</i>
6.2.2	<i>Generalização do problema e a sua matematização: CRITÉRIO I -----</i>	<i>131</i>
6.2.3	<i>Relações matemáticas e operações estabelecidas diante da resolução do problema: CRITÉRIO II -----</i>	<i>138</i>
6.2.4	<i>As construções de significados que emergiram ao longo procedimento de medição: CRITÉRIO III -----</i>	<i>147</i>

6.3	Reflexões sobre as contribuições que integraram a prática e a formação docente dos futuros professores de Matemática -----	150
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS-----	153
8	REFERÊNCIAS -----	159
	APÊNDICE A – CARTÃO DE ATIVIDADE 1 -----	166
	APÊNDICE B – CARTÃO DE RECURSO 1-----	168
	APÊNDICE C – CARTÃO DE ATIVIDADE 2 -----	171
	APÊNDICE D – CARTÃO DE ATIVIDADE 3 -----	173
	APÊNDICE E – CARTÃO DE RECURSO 2-----	175
	APÊNDICE F – CARTÃO DE ATIVIDADE 4 -----	177
	APÊNDICE G – CARTÃO DE RECURSO 3 -----	179
	APÊNDICE H – CARTÃO DE ATIVIDADE 5-----	180
	APÊNDICE I – CARTÃO DE ATIVIDADE 6 -----	182
	APÊNDICE J – QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM FORMATIVA -----	185
	APÊNDICE L – TERMO DE CONSENTIMENTO -----	187
	ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO PELO CEP DO IFCE-----	191
	ANEXO B – PARECER CONSUBSTANCIADO PELO CEP DA UECE-----	197

1 INTRODUÇÃO

A busca por um ensino mais direcionado em todas as etapas da educação tem sido enfatizado ao magistério, em vista das exigências do sistema educacional nas esferas municipais, estaduais e federais. Nesse sentido, as universidades e os institutos federais de educação possuem um papel crucial e importante, ao oferecer oportunidades e recursos aos seus licenciandos, implicando positivamente em sua formação inicial.

Dessa forma, com as vivências adquiridas ao longo da graduação a partir de atividades práticas e os núcleos formativos, o professor precisa estar ciente e preparado para exercer sua função, fazendo com que as suas aulas promovam a interação entre o saber e o aluno. Essa questão está atrelada ao fato do educador poder desenvolver variadas habilidades nos seus estudantes, resultando em um ensino para uma aprendizagem mais significativa e humana, ao explorar recursos alternativos (Crescenti, 2008; Andrade; Nacarato, 2004).

Assim, a Educação Matemática tem se mostrado como um campo de pesquisa que estuda “todos os fatores que influem, direta ou indiretamente, sobre todos os processos de ensino-aprendizagem em Matemática e a atuação sobre estes fatores” (Monteiro; Pretto, 2012, p. 3). Dessa forma, dialogando com o trabalho docente em um âmbito específico, ela pode fornecer metodologias alternativas e alguns recursos didáticos que auxiliam nas atividades didáticas (Alves; Batista, 2016). Com isso, percebemos que outros componentes podem explorados, como as tendências da própria área e outros campos de investigação, que são estudados para garantir novas perspectivas de ensino ao educador (Garcia, 2009).

Sabendo disso, as propostas de aulas que rodeiam o ensino de matemática até meados da segunda década do século XXI tem buscado cada vez mais alinhar as concepções teóricas e práticas do conhecimento no contexto escolar brasileiro, visando elucidar aos alunos sobre como esses saberes matemáticos podem ser aplicados em situações presentes no cotidiano humano. Diante disso, o professor tem um papel fundamental no ensino dos conteúdos, de maneira que em algumas ocasiões possa construir saberes utilizando recursos didáticos que complementam a abordagem tradicional de ensino.

Em particular, dentro desse cenário, o ensino de geometria tem explorado as formas, figuras planas e objetos espaciais, que possuem suas próprias configurações, valendo-se dos cálculos matemáticos para a aplicabilidade em outras áreas do conhecimento, indo do mais simples como nas atividades relacionadas ao cotidiano, ao mais complexo, como nas engenharias. No entanto, segundo Crescenti (2008), uma parte da geometria possui conceitos abstratos e por conta disso, necessita de abordagens que promovam a visualização e

entendimento desses conhecimentos na prática por parte dos alunos.

Essa concepção passou a ser empregada a partir das modificações em metodologias de ensino ao longo dos anos no Brasil a partir do Movimento da Matemática Moderna¹, pois anteriormente a geometria era pautada por meio de uma exposição inerente nos centros de ensino (Andrade; Nacarato, 2004). Nesse sentido, entre as décadas de 60 e 80 do século XX, era-se dado ênfase aos aspectos axiomáticos, seguindo diretamente as orientações contidas na obra de Euclides, denominada *Os elementos*, que ainda é matriz de referência no estudo da geometria (Euclides, 2009).

Com isso, a geometria era apresentada com tal linha de raciocínio descrita no documento citado até a últimas décadas do século XX, em que se era enfatizado a parte conceitual, complementada apenas com o material de apoio contido nas cartilhas de atividade, sem a exploração direta do saber concreto, quando colocada na programação de ensino (Caldatto; Pavanello, 2015). Tal fator estava ligado diretamente com a apropriação do conteúdo geométrico, implicante da formação de professores, de modo que a geometria para ser contemplada, dependia dos que tinham o seu domínio.

Contudo, nos últimos anos, o currículo de geometria foi reestruturado mediante as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), dividindo-as em assuntos a partir de habilidades e competências, dando destaque aos conhecimentos teóricos e suas aplicações práticas, sendo mais precisa em sua organização. Ela foi responsável por direcionar o professor de matemática para o que deve ser ensinado, em termos de organização conteudista da geometria e de outros componentes matemáticos, expandindo as limitações da base teórica e do livro didático.

Nessa perspectiva, observando o contexto da sala de aula na contemporaneidade, há uma variedade de abordagens constituídas a partir de outras tendências em Educação Matemática como a Etnomatemática, Modelagem Matemática, que buscam mostrar a outra face da geometria que não é explorada pelos professores (Batista, 2018). Ademais, também se é explorado a história da matemática como um direcionamento para antigas contribuições do teor matemático, utilizando-se de uma perspectiva historiográfica tradicional que considera a evolução dos conceitos a nível cronológico, destacando fatos sem considerar as ações locais pertencentes a uma época.

Com isso, apesar de terem surgido algumas propostas que abrangessem uma forma diferente para ensinar matemática, Gomes e Araman (2016) afirmam que muitas delas não

¹ Movimento internacional que impulsionou a modificação do currículo no ensino de matemática, entre os anos de 1960 e 1980, tendo implicações até os dias de hoje (Santos, 2020).

abordam a história da matemática como área de conhecimento que provém de recursos didáticos para afazeres pedagógicos, utilizando-a apenas como um repositório de informações históricas, de maneira que forneça datas, acontecimentos e algumas curiosidades.

Contudo, reitera-se que além de ceder essas referências, ela pode ainda ser articulada ao ensino de matemática por meio de alguma fonte histórica sob algum tratamento didático apropriado, conforme propõe as orientações de Saito e Dias (2013). Nesse processo, a história da matemática é contextualizada em seus momentos históricos utilizando a abordagem da historiografia atualizada que considera os fatores externos e internos de determinados acontecimentos para a sua formalização, buscando “partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente e não o contrário” (Saito, 2015, p 27).

Com isso, tal interface pode ser definida como “um conjunto de ações e de produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático com vistas a elaborar outras tantas ações (didáticas e/ou pedagógicas)” (Saito, 2016, p. 6). Dessa relação, se pode extrair subsídios que dão suporte para as práticas de aulas e a formação docente, dando mais clareza e sentido a aplicação dos conhecimentos matemáticos, sob o diálogo entre os saberes passados e atuais.

Diante da problemática apresentada, em vista da possibilidade de construção da articulação mencionada anteriormente, passamos a ter uma visão de que a história da matemática pode se tornar uma alternativa a Educação Matemática, posto que ela possui incrementos positivos que implementam o processo educacional ao dispor de subsídios que direcionam para a construções de materiais para a construção e mobilização do conhecimento matemático. Um deles, é apresentado por Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 166), no qual eles destacam que “a História fornece subsídios para articular diferentes domínios da Matemática, assim como expor inter-relações entre a Matemática e outras disciplinas, a Física, por exemplo”.

Nessa perspectiva, a interface entre história e ensino de matemática, permite trazer contribuições a comunidade escolar, desencadeando novas estratégias em sala de aula, com o uso de documentos históricos. Ademais, Saito e Dias (2013, p. 93) afirmam que a “articulação entre história e ensino [...] visa não só uma compreensão mais contextualizada dos objetos matemáticos, mas, também, uma metodologia de abordagem que viabilize uma proposta didático-pedagógica”.

A partir disso, é feito um tratamento didático em textos antigos, de modo que seja considerado uma historiografia mais atualizada, permitindo a associação “a tendências didático-pedagógicas da Educação Matemática” para a condução de uma articulação entre história e

ensino de matemática, possibilitando “um novo olhar do historiador para o ensino” com base em critérios envolvendo o documento escolhido, a intencionalidade do professor e o conteúdo matemático (Saito; Dias, 2013, p. 101).

Com isso, conseguimos a direção para a elaboração de atividades, dando um suporte ao professor na exploração de alguns conceitos matemáticos. Logo, a relação entre os dois campos de conhecimento, permite a abertura de possibilidades para o ensino de Matemática, promovendo o diálogo entre o historiador e o educador matemático (Pereira; Saito, 2019).

Desse modo, ao inserir alguns recursos históricos com a abordagem delimitada por tal interface, o professor pode proporcionar ao aluno ricas experiências, tornando-o um ser ativo na construção do conhecimento matemático. A esse respeito Alves e Batista (2016, p. 50) reforçam que o uso desses materiais permite mostrar que “a matemática não nasceu pronta e acabada, mas é fruto de um processo histórico juntamente com o desenvolvimento do trabalho humano, que se constituiu no decorrer de milhares de séculos”.

Consequentemente, na medida em que a história da matemática oferece ao professor, recursos didáticos e metodológicos para serem utilizados em sala de aula, ela ainda amplia e aprimora seu currículo, fazendo que o docente diversifique suas práticas de ensino (Baroni; Teixeira; Nobre, 2004). Além disso, enriquece a fundamentação teórica do professor, fazendo com que ele solidifique as suas concepções, enriquecendo a formação profissional desse professor.

Assim, a partir dos recursos que são disponibilizados pela história, com as orientações direcionadas, o professor pode visualizar aspectos potencialmente didáticos, de modo a fazer adaptações e colocações para situações cotidianas em sala de aula (Silva, 2021). Diante disso, foi visualizado uma possibilidade de contribuir para a forma de abordagem didática nas aulas, tendo em vista que na história podemos encontrar artifícios a serem explorados pelo professor de matemática.

A esse respeito, entre os objetos de exploração que a história da matemática dispõe, encontram-se alguns documentos históricos, junto a instrumentos matemáticos, que tiveram circulação entre os séculos XVI e XVII, com características, formas, uso, mecanismos e conhecimentos diferentes (Batista, 2018). Assim, ao propor o uso de instrumentos antigos como ferramenta didática para o ensino, é indicado que sejam feitas adaptações propícias e exequíveis com eles, sob uma historiografia atualizada.

Sabendo dessa finalidade, um dos aparatos escolhidos para a nossa proposta é o báculo geométrico que está contido no tratado *The Way to Geometry*, que tem por autor Petrus Ramus (1515-1572), com a versão de 1636, traduzida e publicada por William Bedwell (1561-1632).

Segundo Silva e Pereira (2020a), o objeto foi responsável por auxiliar as medições de grandezas como comprimento, altura e largura em contextos particulares, permitindo a quantificação de elementos que não poderiam ser medidos a mão livre, por conta de sua extensão.

Assim sendo, movimentos iniciais com a pesquisa foram desenvolvidos a partir do ano de 2018 com um estudo do estágio pós-doutoral da Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira em que foi explorado de maneira breve questões relativas ao caráter contextual, histórico e epistemológico que operavam sobre o documento destacado, como se observa nos escritos de Pereira e Saito (2018; 2019). Diante da necessidade de aprofundamento dos elementos não contemplados na referida investigação, um projeto foi criado para ser continuado a nível de Iniciação Científica na graduação, mantendo as orientações de base sob o novo olhar.

Posteriormente, em agosto de 2019 a investigação foi retomada com atividades de pesquisa por meio de uma bolsa de iniciação científica, perpassando pelos aspectos que já haviam sido desenvolvidos, de maneira que houve a solidificação de algumas informações fundantes sobre o tratado e o instrumento matemático para que fosse possível dar continuidade a um trabalho coeso. Assim, sob a posse de uma nova abordagem foi dada uma releitura do processo de construção do báculo de Petrus Ramus com o estudo de uma das situações de medições que o instrumento engloba, devidamente destacado por Silva e Pereira (2020a).

Como frutos desse processo, tivemos a construção de novas produções científicas a partir do movimento continuado, participação de eventos e apresentações de trabalhos, como a aplicação do primeiro curso de extensão com o instrumento em 2020, entre outras ações formativas e educativas. Destacamos que essa ação de pesquisa também culminou na construção de uma monografia de conclusão do curso de graduação pelo pesquisador, que explorou o processo de reconstrução do báculo de Petrus Ramus, como pode ser verificado ao que foi desenvolvido por Silva (2021).

Diante dos resultados que foram observadas no momento anterior da investigação e dos elementos que não foram explorados, houve o incentivo para a exploração das lacunas que ficaram em alguns elementos da pesquisa no contexto da pós-graduação. Assim, procurou-se dar continuidade a interface construída pelo instrumento matemático, mantendo as orientações iniciais, mas tomando outras metodologias didáticas como complemento (destacadas ao longo do corpo do texto), a fim de refinar nossa proposta.

Visando este novo momento no mestrado, nossa pesquisa se deteve em estudar as especificações do báculo de Petrus Ramus (1515–1572), com um enfoque em seu manuseio e os procedimentos de medição de comprimento, a fim de remodelá-los para serem incorporados ao ensino de matemática, bem como a formação inicial de professores. Segundo Silva e Pereira

(2020a), tais situações de medição foram bastante úteis aos profissionais dos séculos XVI e XVII, posto que auxiliavam tanto em construções arquitetônicas quanto em combates de guerrilha, concedendo a medida de grandezas como comprimento, altura e largura.

Para realizar esse movimento de uso, Ramus (1636) afirma que para medir algo com o instrumento é preciso manter uma postura adequada em relação ao que se medir, bem como pôr o objeto de maneira firme e posicionado. Tais condições se utilizam de artifícios matemáticos para serem mobilizados, junto a uma formalização e rigorosidade manual construída dentro do contexto histórico, que permitem dialogar com a matemática do presente (Batista, 2018; Pereira; Saito, 2019). É sob essa orientação que se pretende direcionar as abordagens para o ensino de matemática a partir de um tratamento didático pautado nas orientações da interface.

Nesse sentido, consideramos o báculo de Petrus Ramus como um objeto mobilizador de conhecimento matemático dentro da interface entre história e ensino de Matemática, uma vez que ele tem potencial para exploração de muitos conceitos matemáticos emergentes da sua construção e uso, que podem ser direcionados para algumas práticas de aulas. Com isso, a utilização do instrumento para ensino de Matemática, pode possibilitar meios alternativos de mobilização para a comunidade acadêmica, bem como ao magistério.

Com vistas a tecer um referencial teórico que contemplasse a temática abordada para o nosso estudo, foi realizada entre os meses de abril e setembro de 2022, uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações² da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)³, visando mapear pesquisas comuns e ações de pesquisa já desenvolvidas no cenário universitário. Essa procura foi fundada a partir do uso dos seguintes descritores, com o auxílio das aspas: “pensamento geométrico”, “interface entre história e ensino de Matemática” e “formação inicial do professor de matemática”.

Pensando nisso, selecionamos alguns escritos para dialogar com o tema da pesquisa vigente por meio dos critérios de inclusão, sendo eles a considerar: o ano de publicação da produção; A proximidade de termos contido nos títulos, palavras-chave junto ao resumo das pesquisas com a identidade conteudista da nossa investigação; A área de concentração em Ensino de Matemática e/ou Educação Matemática.

Diante desse processo, ao preencher o campo de busca na plataforma com “pensamento geométrico”, percebemos que foram encontradas somente dissertações de mestrado, sem nenhuma tese de doutorado, totalizando cinco pesquisas. Destas, apenas uma foi escolhida para

² Para mais informações, acesse: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

³ Para mais informações, acesse: <https://bdtb.ibict.br/vufind/>.

complementar a nossa abordagem, uma vez que tomamos como fato determinante, a ação da pesquisa de Pinheiro (2008) na medição docente para a abordagem de construção de raciocínios sobre conceitos geométricos com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática.

Nessa perspectiva, reiteramos que a autora procurou entender o raciocínio geométrico construído pelos sujeitos do Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará (CEFET) no que se refere ao uso de ferramentas tradicionais como régua e compasso para a construção de figuras. Tal pesquisa teve como objetivo de “analisar a mediação realizada em sala de aula para a construção do raciocínio geométrico dos alunos da disciplina Desenho Geométrico” (Pinheiro, 2008, p. 18). Como resultado, foi concluído que os participantes já traziam dificuldades quanto a compreensão dos conceitos geométricos, associados a vida escolar na Educação Básica, de forma que as interações e a medição desenvolvida permitiram a elevação do nível de abstração dos alunos.

Apesar da pesquisa de Pinheiro (2008) não trabalhar diretamente com um recurso histórico, a questão motivadora de inseri-la em nosso aporte teórico, reside no fato da autora ter aplicado ter a medição de uma prática didática para a formação inicial de professores de Matemática, contribuindo para a compreensão de elementos geométricos para algum fazer prático. Ademais, tal abordagem pode contribuir para nossa pesquisa a respeito da metodologia de execução que será utilizada no momento de vivências em nossa experiência.

A partir de uma nova busca, ao digitar no campo de pesquisa “formação inicial do professor de Matemática”, tivemos o retorno de um quantitativo de doze dissertações, como também nove teses, totalizando vinte e uma publicações encontradas acerca da temática procurada. No entanto, fizemos a escolha de dois estudos baseados no desenvolvimento de experiências com a formação docente, envolvendo tanto uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e o tratamento para a geometria, amparada na proposta da tese de Santos Júnior (2020) para a delimitação e suporte a nossa prática de aula.

Dessa forma, o autor citado anteriormente trabalhou com duas abordagens distintas da geometria, sendo uma denominada como a euclidiana e a outra não-euclidiana, de maneira que foram contrapostos alguns elementos de ambas para serem incorporados em um itinerário formativo com alunos de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Bahia (UEBA). Nesse sentido, Santos Júnior (2020, p. 7) tinha como objetivo de “analisar o contexto do ensino e do estudo das Geometrias não Euclidianas no Brasil e a produção de significados de futuros professores de Matemática sobre esse tema”. Com o que foi proposto, os participantes conseguiram atribuir novos significados dos conceitos de reta, paralelismo e a soma de ângulos internos em um triângulo, ampliando as perspectivas e posicionando tais

elementos dentro do modelo não-euclidiano abordado.

Embora o estudo do pesquisador também não mobilize recursos históricos para o ensino, convém destacar que o autor fez o uso de elementos metodológicos e didáticos para a formação inicial do professor de matemática que chamou a nossa atenção para uma possível implementação na proposta delimitada deste estudo por meio das orientações de ambos. Com isso, temos a certeza de que os objetos extraídos dessas pesquisas irão refletir na elaboração de atividades, sua aplicação e no tratamento de dados.

Posteriormente, ao procurar por “interface entre história e ensino de matemática”, foram encontradas disponíveis apenas cinco dissertações de mestrado, de modo que esse valor foi tomado como saldo nesse momento de pesquisa na plataforma. Contudo, mediante as abordagens consultadas, escolhemos as pesquisas de Alves (2019) e Silva (2019) por ambas utilizarem uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) alinhado com algum instrumento matemático em um contexto formativo, tomando como intuito a construção de interfaces entre história e ensino de matemática.

Nesse contexto, a primeira pesquisa teve como objeto de estudo o objeto denominado de Círculos de Proporção, que se encontra incorporado no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*, sendo publicado ano de 1633 por William Oughtred (1574–1660). Tal investigação buscou “conhecer como os conhecimentos matemáticos, incorporados nos círculos de proporção, são mobilizados no estudo de seu manuseio, em uma interface entre história e ensino de matemática” (Alves, 2019, p. 7). Com a proposta desenvolvida para professores em formação continuada, a pesquisadora pôde constatar que durante o processo da experiência prática, emergiram alguns conceitos matemáticos, levando a acreditar na criação de futuras abordagens para a sala de aula com a ressignificação desses conhecimentos.

Dialogando com a proposta anterior, tem-se o estudo desenvolvido por Silva (2019, p. 8) que visou “investigar o movimento de conceitos na aprendizagem da matemática, a partir de uma atividade didática elaborada com base no contexto histórico do instrumento de medida Quadrante Geométrico e no tratado *Del modo di misurare*, de Cosimo Bartoli”. A ação para a validação do objetivo da autora foi realizada uma intervenção com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental para explorar os conhecimentos geométricos incorporados ao instrumento matemático. A partir disso, Silva (2019) concluiu que os estudantes conseguiram identificar e fazer uma articulação do instrumento com conceitos de razão e proporção, como também de semelhança de triângulos, de forma que foi possível visualizar como o saber empírico e o saber teórico estavam relacionados.

Conforme foi percebido, tem-se que as investigações desenvolvidas pelas autoras estão

pautadas em uma historiografia atualizada no que se refere a utilização de objetos históricos orientados para alguma finalidade didática em sala, tendo aplicações em públicos diferentes com níveis de conhecimento matemático. Além disso, conseguimos visualizar que as pesquisas partiram dos conceitos matemáticos incorporados nos instrumentos para a criação e aplicação de atividades, de maneira a obter algum retorno, possuindo um viés de que se aproxima bastante da proposta que pretendemos organizar.

Dessa forma, com o referencial que foi trazido, observamos que algumas pesquisas trazem uma abordagem direcionada aos elementos geométricos de nosso interesse, de modo que as metodologias de aplicação e tratamento dos recursos podem complementar a nossa abordagem didática. Contudo, em nenhuma delas foi observado algo relacionado com as situações de medição propostas por Ramus (1636), aplicáveis por meio de seu báculo, muito menos com algo orientado para a formação inicial do professor de matemática sob as orientações de construção de uma interface entre história e ensino de matemática. Em decorrência disso, há a pretensão de tomar como base as considerações que foram apresentadas nas pesquisas, com a consciência de que posteriormente, serão incluídas outras leituras.

Nesse sentido, observamos no báculo de Petrus Ramus, a possibilidade de inserir tais materiais didáticos na formação do licenciando em matemática, de modo a contribuir com as experiências desse futuro docente em suas práticas de ensino ao término deste percurso, como também na construção e mobilização do pensamento geométrico a partir de um contexto prático. À vista disso, nessa investigação, nos questionamos em relação a seguinte inquietação: como o pensamento geométrico pode ser mobilizado para a resolver problemas com o manuseio do báculo de Petrus Ramus por professores em formação inicial?

A fim de delimitar uma proposta que contemplasse tal questão, juntamente com a intenção da construção de uma abordagem didática que relacione a história ao ensino de matemática, nossa investigação tem como objetivo geral, conhecer as possibilidades de articulação entre o pensamento geométrico e o manuseio do báculo de Petrus Ramus frente às concepções de licenciandos em Matemática advindas de uma vivência prática. Ademais, tivemos uma delimitação na investigação do manuseio do instrumento matemático como recurso didático para o ensino de matemática, em um contexto formativo que favoreça o processo de formação docente.

Para tanto, traçamos algumas metas, com o intuito de concretizar o objetivo geral, de forma a nos situar em cada fase estabelecida da pesquisa, tendo uma delimitação do caminho metodológico a ser seguido e sua caracterização científica. Assim, delimitamos quatro objetivos específicos para guiar a nossa pesquisa, sendo estes:

- Relacionar uma parte do contexto histórico dos séculos XVI e XVII com o tratado e as situações de medição estão alocados, situando os saberes matemáticos presentes em sua própria linha do tempo para a compreensão e formalização de tais conceitos;
- Explorar os conhecimentos matemáticos que são inseridos no processo de manuseio do instrumento a partir das situações de medição e as orientações descritas no documento *The Way to Geometry* (1636);
- Elaborar uma proposta didática orientada para a formação docente diante dos saberes matemáticos incorporados nas situações de medição com o báculo de Petrus Ramus;
- Aplicar atividades pautadas em algumas orientações metodológicas e didáticas para a formação de professores de forma a mobilizar os conhecimentos geométricos que emergem do processo de manipulação do báculo de Petrus Ramus com vistas a construção do conhecimento matemático.

Visando executar isso, optamos por dividir o trajeto da investigação em quatro momentos, de acordo com os objetos de exploração definidos e alinhados, que foram organizados sequencialmente, a fim de que ambos se conectassem, sendo apresentados adiante. Nesse sentido, em uma visão mais científica da abordagem metodológica, a pesquisa a ser desenvolvida terá um caráter quanto à sua natureza de pesquisa básica, posto que “objetiva gerar conhecimentos novos úteis para o avanço da ciência” visando confrontar o problema explicitado (Prodanov; Freitas, 2013, p. 51).

Em relação a abordagem da investigação, recorreremos as características de uma abordagem qualitativa, de modo que ela nos permita ter um contato direto nosso com o objeto de pesquisa. A esse respeito, Prodanov e Freitas (2013, p. 70) afirmam que a “interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa”, uma vez que por esses instrumentos metodológicos, podemos direcionar uma discussão sobre os dados recolhidos do estudo e a organização das seções de nossa investigação.

Diante disso, inicialmente estudamos um excerto do tratado *The Way to Geometry* (1636) e a visão de seus aspectos contextuais, históricos e matemáticos, pleiteando entender em qual cenário o documento se encontra e as influências que exerce sobre o báculo de Petrus Ramus, indo ao encontro do nosso primeiro objetivo específico. Para realizar tal ação, realizamos uma pesquisa bibliográfica e documental com base em materiais já publicados como artigos, livros, trabalhos de conclusão de curso, monografias de especialização, dissertações e teses (Prodanov; Freitas, 2013).

Posterior a isso, o segundo objetivo específico se encaminhou para uma atenção maior as noções de uso do báculo de Petrus Ramus, bem como as situações de medição com o instrumento, juntos aos saberes para a formalização dos conceitos observados. Nessa etapa foi feito também o uso das considerações da pesquisa bibliográfica, de modo a ambientar a formalização histórica e matemática dada as situações de medição na Idade Moderna.

Em seguida, detemos o foco na construção de atividades a partir dos conhecimentos matemáticos inseridos nas situações de medição, com um aprofundamento em algumas, pois a quantidade que se é descrita no tratado histórico são exorbitantes e assim, não foi possível explorar todas. Diante disso, optamos por utilizar as orientações da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como base de integração metodológica, conforme foi destacado no terceiro objetivo específico.

Por fim, o quarto objetivo específico teve como empenho a realização de um curso de extensão para a aplicação da AOE construída. Nessa prática foi executada uma sequência de atividades que foi ambientada no contexto histórico do báculo de Petrus Ramus nas dependências da Universidade Estadual do Ceará (UECE) para a mobilização dos conceitos que foram mediados com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, dentro da disciplina de História da Matemática sob a supervisão e auxílio do docente que a ministra.

Dessa forma, o percurso trazido guiou nossa investigação que foi distribuída em sete capítulos, cujo primeiro capítulo trouxe esta introdução, que procurou expandir o problema da pesquisa, como a problemática envolta dela e a justificativa de realizá-la. Também foi dado um enfoque para o aporte teórico construído, com a pergunta diretriz e os objetivos alinhados a ela, junto da finalização da descrição metodológica articulada a descrição dos capítulos com os objetos de exploração de cada momento.

A respeito do conteúdo do capítulo dois, foi se dado um aspecto inicial sobre o báculo de Petrus Ramus, em virtude de ele ser uma variante de instrumentos em formato de cruz que foram disseminados pelo mundo, possuindo elementos comuns e particulares de sua estrutura (Pereira; Saito, 2020). Diante disso, conseguimos sintetizar resultados para esse constructo, no qual foi dado um caráter mais contextual e histórico organizando informações ponderadas sobre o báculo de Petrus Ramus e sua construção.

A partir dos aspectos anteriores, demos enfoque em um caráter epistemológico, na construção do capítulo três que versa sobre a descrição do tratado *The Way to Geometry*, sob o destaque das orientações de construção do báculo de Petrus Ramus e uma amplitude sobre como as situações de medição foram organizadas em seu documento. Diante disso, é possível visualizar as particularidades e os conhecimentos matemáticos da própria fabricação, como as

condições particulares para as formas de medir e sua utilização na resolução de problemas, fazendo-nos escolher algumas para a criação de nossa proposta de didática.

Diante dos conhecimentos matemáticos que podem ser incorporados ao instrumento matemático, temos a pretensão de levantar subsídios para a construção do capítulo quatro em que discutiremos acerca das potencialidades didáticas do instrumento a partir das visões que pautadas pela interface entre história e ensino de matemática, de maneira a dialogar com os conceitos geométricos para a elaboração de atividades com o báculo de Petrus Ramus e a sua formalização com questões pedagógicas para aplicação, tomando como base as competências e habilidades da BNCC.

Seguindo esse raciocínio, também foi feito uma mobilização para os aspectos metodológicos de aplicação que foram descritos no capítulo cinco. Nessa fase, fizemos um paralelo da interface entre história e ensino de matemática alinhada com as considerações da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) para a elaboração dos recursos a serem utilizados na prática pedagógica. Além disso, foi descrito a gênese de organização das etapas de aplicação delimitadas e seus objetivos específicos.

Para o capítulo seis, enfatizamos o recolhimento dados advindos da prática didática que serão discutidos com base na análise de conteúdo, a fim de delimitar os critérios e as estratégias de tratamento desse material, como também analisar o que foi concluído pelos estudantes participantes da experiência. Ademais, foi dado enfoque ao movimento do pensamento dos praticantes junto do saber geométrico contextualizado para entender como se deu a articulação entre a teoria e a prática.

Em vista dessa construção, a última parte foi pontuada no capítulo sete as observações, conclusões e as notas finais acerca de tudo o que foi constituído nos dois anos de pesquisa para a construção desta dissertação de modo a expandir e dar o destaque devido as principais vivência, lições, entre outros aspectos fundantes para a prática e formação docente. Também foi retomado as questões fundantes e sua apropriação na experiência desenvolvida, confrontando o que deu certo e o que precisa melhorar.

Dessa forma, consideramos que a articulação entre história e ensino de matemática pode trazer contribuições com orientações de como a história pode ser inserida em sala de aula, contemplando uma visão humanitária da matemática, mostrando que ela não está pronta e acabada (Alves; Batista, 2016). Sobre esse instrumento matemático, no capítulo a seguir serão delimitadas algumas questões iniciais sobre o período de uso na história, mostrando outras versões, como a particularização dada por Petrus Ramus.

2 INDÍCIOS HISTÓRICOS ASSOCIADOS A GEOMETRIA PRÁTICA E O FOCO CONTEXTUAL FRENTE AO TRATADO *THE WAY TO GEOMETRY* (1636)

Durante o início da era moderna, houve a difusão de algumas ideias que mobilizavam as áreas de conhecimento do período para atividades comuns, mediada pelos interesses humanos, a fim de investigar diversos aspectos relacionados a fenômenos naturais, como também a resolução de problemas de cunho prático. Entre esses, percebemos que a geometria considerada especulativa, vinha recebendo um tratamento mais experimental em relação a suas definições, que integrava o processo de sua valorização com a produção de obras manuscritas e impressas, organizando o saber, de forma a ressignificar tais conceitos para a construção de uma geometria prática. Diante disso, encontramos o documento histórico intitulado por *The Way to Geometry*, versão traduzida para a língua inglesa no ano de 1636 por William Bedwell, sob a autoria de Petrus Ramus, que contém uma organização sistemática da geometria da época, associado a algumas aplicações.

Sabendo disso, tal abordagem geométrica envolveu a contextualização de situações que eram determinadas pelo trabalho de variados profissionais, alinhados com o uso de questões específicas de seu ofício para a concretização de uma ação final. Assim, neste capítulo, foi feita uma síntese acerca dos aspectos históricos e contextuais, orientados para a incorporação da geometria prática em antigos tratados do início da era moderna, vinculando o seu uso a arquitetura e manuseio de alguns instrumentos matemáticos do período. Ademais, também haverá um destaque para as variantes dos báculos ao longo da história, de modo que serão diferenciados os mecanismos, como os elementos comuns, associados a geometria prática do período. Posto isso, ao final, fizemos uma descrição do escopo do *The Way to Geometry*, contemplando a estruturação do tratado e os indícios da presença de elementos da geometria.

2.1 Um panorama sobre a disseminação e a utilização de antigos tratados frente a valorização da geometria prática durante o início da Era Moderna

A utilização de ferramentas para investigar os fenômenos naturais passou a ser proeminente no começo da Era Moderna, diante do surgimento de novos métodos experimentais que visavam a resolução de problemas matemáticos e observacionais, sendo uma forma de “[...] mapear a vasta e nova natureza produzida artificialmente” (Saito, 2013, p. 103). Entre esses, destacamos, os instrumentos matemáticos, que eram designados para encontrar a medição do que era concebido por Aristóteles como ‘quantidades’, especificadamente as distâncias e ângulos que eram requisitados em alguns contextos particulares (Saito, 2014b; 2015).

A partir disso, esses objetos já eram confeccionados em meados do século XIII, passando a ser construídos em larga escala em um momento posterior, devido ao reconhecimento que os saberes matemáticos passaram a receber diante do seu potencial para o uso em situações cotidianas. A disseminação desses instrumentos permitiu uma visibilidade e revitalização para as atividades diárias, de modo que direcionou os praticantes de matemáticas⁴ para a produção de outros artefatos, diante de algum patrocínio, pois

Um dos fatores que levou os praticantes de matemáticas, artesãos e estudiosos da natureza, geralmente patrocinados por príncipes, comerciantes, banqueiros e outros, a investirem na produção desses instrumentos está relacionada ao próprio contexto de época. As transações comerciais, a pequena indústria em pleno desenvolvimento, as operações bancárias, as questões militares, o aumento dos valores das terras, entre outros aspectos, impulsionaram o desenvolvimento de novas ferramentas pra lidar com a nova ordem econômica e social [...]. Foi nessas circunstâncias que floresceram muitas oficinas dedicadas à fabricação de instrumentos matemáticos em várias regiões da Europa, notadamente, Louvain, Nuremberg, Florença, Londres, entre outras (Saito, 2013, p. 103-104).

Nesse sentido, a partir do incentivo que era posto, esses profissionais usavam seus métodos empiristas e suas técnicas matemáticas para desenvolverem aplicações no mundo real. Sobre esse público, também é dito que a maioria não tinha uma formação universitária, sendo trabalhadores que exerciam o labor em oficinas que fabricavam objetos. Ademais, Saito (2013, p. 106) enfatiza que “[...] era muito comum que esse ‘profissional’ desenvolvesse seu próprio instrumento e comunicasse a respeito de sua construção e uso apenas àqueles que procurassem a sua instrução em sua oficina ou numa escola de ábaco”.

Conforme esses conhecimentos iam se difundindo em meio às profissões do período, o financiamento da classe burguesa, junto da necessidade de sistematizá-los em um corpo mais organizado, houve um aumento no quantitativo de tratados. Assim, a imprensa contribuiu para essa questão, posto que com seu surgimento, houve uma aceleração do “[...] processos de disseminação e difusão de conhecimentos novos e antigos. Estudos ligados à astronomia e à música, bem como à geometria e à aritmética, foram impressos e divulgados entre muitos estudiosos de diferentes regiões da Europa” (Saito, 2015, p. 164).

Com isso, muitos segmentos do saber passaram a ter uma crescente valorização, no que se refere aos procedimentos práticos, de modo que despertou interesses em outros ofícios do período, como a arquitetura, a pintura, a escultura, a agrimensura, a navegação, a astronomia, levando os trabalhadores de tais segmentos a terem uma motivação para escrever e publicarem escritos sobre as atividades que eram desenvolvidas em seus campos de trabalho (Silva; Pereira,

⁴ Uma denominação utilizada para corresponder a “[...] a um grupo de estudiosos (artesãos e eruditos) que se interessaram por questões mais práticas da matemática” (Dias; Saito, 2014, p. 1229).

2020c). Além disso, essa forma de veiculação dos materiais construídos se qualificava também como uma maneira de transmissão dos conhecimentos adquiridos para outras gerações, enaltecendo a arte que era produzida por tais sujeitos.

Dessa forma, os artesãos e os praticantes de matemáticas foram considerados emergentes da escrita e publicação de tratados na Europa do século XVI, de forma que os documentos produzidos continham técnicas e instrumentos que incorporavam conhecimentos matemáticos, visando a resolução de problemas de ordem prática. Posteriormente, elementos mais teóricos foram acrescentados a essas obras, de modo a dar rigor e precisão aos objetos pragmáticos por meio de demonstrações expressivas.

Assim, consideramos que essas questões tiveram influência no surgimento de novos tratados que passaram a incluir a descrição dos instrumentos matemáticos para algum fazer prático, destacando a maneira de construção, como também o seu manuseio, visando dar instruções e auxílio a outros trabalhadores que necessitassem usufruir do material produzido. Ademais, esses escritos tiveram um crescimento considerável no que se refere a sua disseminação, passando a constituir uma rica literatura que enaltecia um viés mais prático.

Diante desse contexto, ao tomar os tratados que se relacionam com a geometria nesse período, também percebemos que houve um aumento considerável em tais produções, principalmente naquelas que incorporavam instrumentos matemáticos para realizarem a medição de distâncias. Sobre esse aspecto, Saito (2013, p. 107) comenta que uma das razões para tal ascensão, se devia ao fato do descobrimento de outros territórios a serem exploradas, posto que no século XVI, “[...] o sistema de cultivo da terra, a posse de novas terras e o aumento significativo de seu valor, conduziu muitos proprietários a buscar novas regras para determinar a quantidade de terra, seus limites e localização, reorganizando, dessa maneira, o espaço”.

Com isso, percebemos que essa necessidade, direcionou muitas obras a destacarem instrumentos para medir grandezas terrestres como comprimento, altura e largura, sendo reforçados pela agrimensura, visando dar orientações aos trabalhadores em diferentes contextos, de modo a evidenciar a prática na utilidade dos saberes inerentes a alguma atividade. A respeito dessas questões é mencionado que

[...] os primeiros tratados de instrumentos utilizados para medir distâncias (comprimento, largura e profundidade) geralmente traziam instruções para os administradores e superintendentes de terras (RICHENSON, 1966 *apud* SAITO, 2013, p. 107). Mas, na medida em que avançamos do século XVI em direção ao XVIII, o número de tratados que buscavam instruir sobre técnicas de medida e de mapeamento de terras aumentara significativamente. Esses tratados geralmente apresentavam diferentes técnicas de medidas para diferentes situações (Saito, 2013, p. 107).

Nesse sentido, percebe-se que os tratados passaram a ter a incorporação de outros elementos, de modo que era dado um complemento ao conteúdo que era colocado nos escritos. Entre esses adicionais, alguns possuíam situações de medição particulares acompanhadas de instruções referentes à construção e uso de instrumentos vinculados a tal atividade. É dito também que outras obras continham uma validação matemática do objeto, incluindo a demonstração geométrica que tinha a base fundamentada em teoremas, postulados e axiomas dos *Elementos* de Euclides, contudo, outros só faziam a descrição de entes teóricos com respectivos usos (Saito, 2013).

Assim, a partir da geometria especulativa encontrada em tal obra clássica, observamos que os conceitos teóricos serviram de base para o desenvolvimento da geometria prática, que também teve sua valorização no momento de destaque para o estudo de situações associadas às artes e à natureza. Ademais, este tipo de abordagem geométrica “[...] fazia parte de uma longa tradição em que os conhecimentos geométricos, euclidianos em essência, eram mobilizados para resolver diversos problemas de ordem prática” (Saito, 2017, p. 272). Nesse sentido, a partir do século XII, ela passou a ser inserida às artes liberais⁵, sendo estudada nos grandes centros universitários, dividindo-se em duas vertentes até meados do século XVI, de modo que

A primeira via estruturou-se em torno das questões práticas ligadas à agrimensura em estreita conexão com o uso de instrumentos matemáticos. Essa via foi responsável, em grande parte, pela preservação e pela disseminação dos conhecimentos geométricos euclidianos no ocidente latino medieval [...] porque a *practica geometriae* era parte integrante do quadrivium nas universidades. A segunda via, em estreita relação com os conhecimentos das artes (*technai*), organizou-se em torno das questões ligadas à aplicação de conhecimentos geométricos para resolver problemas mecânicos, pneumáticos, hidrostáticos, entre outros, ligados à matemática-mista em geral. Assim, alguns estudiosos da natureza e das artes, tais como John Dee (1527-1608) e Egnatio Danti (1536-1586), enfatizaram os aspectos práticos da geometria, bem como a excelência da especulação geométrica e suas aplicações nas artes (*technai*). Outros, como Peletier, enalteceram a geometria prática com vistas a buscar um caminho que a harmonizasse com a outra, especulativa, combinando o artifício com a experiência (Saito, 2017, p. 272).

Diante disso, ressalta-se a relevância das orientações condicionadas na primeira vertente, posto que ela faz referência aos tratados de geometria prática que tratavam da fabricação e manuseio de antigos instrumentos matemáticos para serem aplicados em situações do cotidiano humano. Convém destacar que esses documentos históricos podem conter elementos que implicaram na disseminação do saber geométrico, de modo a especificar algumas abordagens do saber-fazer, que na visão de Saito (2013; 2017) condiciona a

⁵ Sobre esse respeito, Silva (2022, p. 24) comenta que “[...] até o período do Renascimento, o sistema educacional compreendia sete artes liberais, divididas em dois grupos: o *trívium*, que englobava a Gramática, a Retórica e a Dialética, e o *quadrivium*, composto por Aritmética, Geometria, Música e Astronomia”.

compreensão do conceito a algum fazer prático, fazendo um paralelo entre a técnica e a habilidade.

Logo, em meados do século XVI, os saberes geométricos circulantes no período advinham de um caráter euclidiano, sendo inseridos em escritos particulares, que já vinham circulando “[...] desde a Idade Média, transitaram em diferentes esferas de saber, tais como a astronomia, a navegação, a agrimensura, a arquitetura, a geografia, a cartografia, a arte da guerra, a mecânica, entre muitas outras, passaram a ser recolhidos e compilados por estudiosos da natureza” (Saito, 2017, p. 272). Nisso, com o advento da nova configuração social, política e econômica da sociedade europeia, houve uma grande circulação e disseminação de uma rica literatura que foi dedicada à geometria prática, de modo a valorizar conceitos da antiguidade clássica e práticas que foram sustentadas em alguns campos sociais.

Assim sendo, tem-se que a geometria prática integrou o processo que buscava dar uma organização aos conhecimentos que vinham da natureza, como também das artes, diante das novas bases que estavam surgindo para a construção de uma ciência moderna. Essa questão reflete o interesse dos antigos estudiosos pelos tratados de geometria prática, em vista das multiplicas aplicações que continham em situações cotidianas que contribuíram para o labor humano, uma vez que em outros registros circulantes do período, havia a incorporação de saberes práticos mais antigos.

Dessa forma, entre os séculos XIV e XVII tem-se que algumas compilações foram publicadas possuindo origens diversas, versando sobre os assuntos mais comuns a prática cotidiana, dando instruções para a realização de algumas atividades, como

Receituários e outros tratados referentes à fabricação e ao tingimento do vidro, de adorno de metais, de preparação de tintas e de remédios etc., encontrados em antigos manuscritos e na tradição oral, tornaram-se disponíveis a artesão que desejasse aprender alguma técnica. O registro desses processos, de conteúdo essencialmente prático, tinha em vista recolher conhecimentos que permitissem manipular a natureza em diferentes níveis de modo a desenvolver outras tantas formas de operá-la. Em contraposição a uma concepção de ciência (*scientia*) contemplativa de índole aristotélica, os estudiosos da natureza buscaram nesses diversos procedimentos recursos que lhe permitissem operar a natureza e, a partir daí, fundar uma nova ciência sobre novas bases (Saito, 2017, p. 273).

Sabendo disso, o conhecimento que era veiculado a geometria prática se configurava como uma forma de saber operatório, posto que se valia das demandas, procedimentos e técnicas que possibilitassem a resolução de problemas práticos, com implicações na construção de uma nova forma de exploração econômica, política, social e cultural no contexto europeu (Pereira; Saito, 2018). Ademais, essas questões promoveram um incentivo na elaboração de novos métodos em relação aos conhecimentos provenientes da natureza e das artes,

estabelecendo uma relação entre o saber de ordem teórica com o saber prático, refletindo como o fazer geométrico era posto em algumas vivências.

Sobre esse respeito, apesar dessa relação ter sido realizada entre os conhecimentos distintos, é dito que “[...] a distinção entre teórico e prático apenas fazia referência a duas diferentes expressões de geometria, uma especulativa e outra prática, sem estabelecer entre elas uma relação de subordinação” (Saito, 2017, p. 273). Assim sendo, a geometria prática não se configurava como uma geometria aplicada, devido a sua base ter sido obtida por meio dos teoremas pertencentes a obra euclidiana, que não foram construídos em função de alguma aplicação, pois ela era tratada como uma abordagem geométrica empregada à experiência para a investigação de algum espaço, problema ou necessidade humana.

Em vista da valorização desses preceitos que eram legitimados, alguns tratados de geometria prática dos séculos XVI e XVII remodelaram os teoremas e postulados encontrados nos *Elementos* de Euclides, reproduzindo algumas definições, sem considerar a organização proposta nela inserida, de modo a sistematizar as proposições e procedimentos em uma estrutura lógica (Saito, 2015). Diante disso, a geometria prática passou a se consolidar como uma ferramenta para a realização de medições que eram atribuídas a áreas como a agrimensura, a arquitetura, a cartografia, entre outras.

Dessa forma, o campo de conhecimento relacionado à geometria nesse momento, era designado para medir terras com o uso de instrumentos matemáticos definidos a tais fazeres. Porém, é relevante especificar que há diferenças entre os tratados que abordam a geometria prática com aqueles que exploram apenas ferramentas para manuseio, já que os de primeira ordem, além de incluir objetos para medir, eles “[...] discorrem sobre os ‘princípios’ em que estão assentados os conhecimentos geométricos mobilizados nos procedimentos da construção e do uso” dos instrumentos matemáticos (Saito, 2017, p. 273).

Assim sendo, considera-se que a forma de tratamento da geometria prática, permitiu que ela se consolidasse pelos segmentos do saber, como uma forma de conhecimento que auxiliou o homem em atividades diversas do cotidiano humano. Ao observar sua incorporação nos antigos tratados e consequentemente, nos instrumentos matemáticos, se percebe o quanto ela estava orientada para a resolução de problemas práticos por meio de construções geométricas ao passo em que essas questões estavam se encaminhando para a ascensão de uma nova ciência.

Diante disso, convém observar que muitos desses tratados enfatizavam elementos mais empíricos e práticos do teor geométrico, uma vez que eles consideravam de maneira relevante, alguns procedimentos mecânicos e racionais. Ademais, além das contribuições que ficavam para os usuários desses materiais produzidos, também se emergia novas questões, mostrando a

prova de que a geometria prática disseminou o conhecimento geométrico euclidiano, como a condução de novos desdobramentos teóricos que se perpetuou e desenvolveu outras geometrias em séculos seguintes.

Posto isso, diante da importância dos tratados de geometria prática durante a Era Moderna para o desenvolvimento de atividades práticas, houve a incorporação desses saberes na construção e manuseio de alguns objetos matemáticos. Assim, em uma noção mais geral, na subseção adiante foi discutido a respeito de como os conhecimentos geométricos eram alinhados ao uso dos instrumentos matemáticos, de modo a tecer elementos históricos para a internalização dos fazeres práticos, em vista da compreensão de aspectos históricos e contextuais do recorte temporal foi feito, de maneira a considerar os eventos ocorridos entre os séculos XVI e XVII.

2.2 O saber geométrico alinhado ao uso de instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII

A necessidade da compreensão de alguns processos naturais pelo homem provocou a construção de um tipo de conhecimento que passou a integrar alguns campos do saber humano, dando uma caracterização mais sistemática a partir de uma interpretação de ordem científica e racional sob a observação de fenômenos físicos. Assim sendo, as ciências da natureza no período pós-renascentista passaram a ter interesse em desenvolver estudos em vistas desses acontecimentos, de maneira a dar sentido ao conhecimento que era descoberto, visando a sua formalização e divulgação no meio literário.

Tal forma de pensamento recebeu mais influência do movimento renascentista⁶ que em parte buscou resgatar os conhecimentos da antiguidade clássica, permitindo a valorização de objetos antes esquecidos, que foram remodelados e orientados para as necessidades particulares de seu tempo (Saito, 2015). Ademais, é dito por Zandonai (2016) que o Renascimento provocou mudanças políticas e econômicas que implicaram no desenvolvimento de questões literárias e científicas em diversos segmentos do saber.

Nesse sentido, destaca-se como características da cultura renascentista alguns elementos que foram responsáveis por dar base para um conhecimento sistemático, sendo esses, o racionalismo e o cientificismo. A primeira vertente que idealiza que a razão pode conduzir um caminho para encontrar o conhecimento, atribuindo a lógica aos fenômenos que aconteciam na natureza. Ademais, tem-se que ela era considerada uma “[...] doutrina filosófica moderna (séc.

⁶ Para mais informações, vide Zandonai (2016).

XVII) que admite a razão como única forma de conhecimento válido; superestima o poder da razão” (Zero, 2003, p. 137).

A segunda abordagem por sua vez, pregava que todo tipo conhecimento que era constituído deveria ser demonstrado pela experiência científica para ser validado. Baptista (2014, p. 31) acrescenta ainda que ele pode ser uma “[...] crença exagerada no poder da ciência [...] [considerando um] naturalismo acentuado e a objetividade, entendendo os produtos da ciência como aplicáveis universalmente”. Diante disso, o aumento de ferramentas para comprovar alguns testes foram criados, incluindo a direção para outros fazeres manuais.

No que se refere a área que se denominou “matemática”, até meados do século XVIII ela ainda não havia se constitucionalizado com um campo de conhecimento que lidava com saberes específicos e definições próprias. Ela ainda era segmentada em relação às temáticas que eram estudadas, com um direcionamento particular para cada corpo específico, tendo atribuições distintas, que nos referimos como “as matemáticas”, sabendo que

[...] antes do século XIX inexistia ainda uma Matemática como campo de investigação autônomo e unificado de conhecimentos essencialmente matemáticos. Até meados do século XVIII, as matemáticas (isso mesmo, no plural) eram muitas de modo que campos de investigação e de conhecimentos, como a astronomia, a navegação, a mecânica, a cosmografia, a geografia, a agrimensura, a música etc., eram consideradas “ciências matemáticas” na medida em que lidavam com números, grandezas e medidas (Saito; Pereira, 2019, p. 17).

Assim, sobre essas matemáticas, algumas foram incluídas no que antes era chamado de *Quadrivium* medieval⁷, que junto a outras ramificações do saber passaram a compor o rol das disciplinas com especificações particulares (Saito, 2015). Complementando isso, Saito (2014a, p. 2) afirma que “[...] essas disciplinas eram definidas em relação à geometria ou à aritmética com as quais mantinham uma relação de subordinação. Desse modo, a música, por exemplo, estava subordinada à aritmética, e a astronomia e a óptica, à geometria”. Desse modo, é considerável que a aritmética e a geometria eram áreas de conhecimento distintas, uma vez que a primeira se apropriava dos elementos numéricos e a outra de grandezas.

Em um contexto particular, ao observar o cenário do conhecimento geométrico no início da Idade Média, é dito que ele teve mudanças significativas, de forma que

No início da Idade Média, por volta do século V, a geometria passou por mudanças profundas em virtude não só da nova ordem social e política, mas também da nova configuração do conhecimento que rompera com as barreiras entre a metafísica, geometria e agrimensura. A nova ordem social, política e religiosa daquele período conduziu a uma reorganização do conhecimento, em que a referência etimológica passou a ser utilizada para classificar, expressar e captar a essência das diferentes

⁷ Que continha as disciplinas: a geometria, a astronomia, a música e a aritmética (Saito, 2015).

"disciplinas" (*disciplinae*). Nesse contexto, o termo grego geometria passou a designar *mensuratio terrae* (a medição da terra) estabelecendo estreita relação com a agrimensura (Saito, 2014a, p. 3).

Partindo desse parâmetro, nesse período da história, os estudiosos de geometria não tinham o conhecimento que era encontrado nos *Elementos* de Euclides, o que fez com que fosse criada uma relação entre a geometria e a gromática⁸. Diante disso, outras associações passaram a ser interligadas, fazendo com que saberes geométricos tivessem questões compartilhadas com a astronomia e a agrimensura, permitindo-as utilizarem instrumentos e as técnicas de medição.

Ao adentrar a um panorama dos tipos de geometria que era disseminado no século XVI, tem-se que era dado destaque a três formas que se aplicavam por meio dos estudos, sendo essas: a geometria da obra de Euclides, as construções geométricas que eram encontradas em cadernos de desenhos dos “mestres de obra” e arquitetos, como também a geometria prática. A partir da convergência dessas três formas é que se formulou a concepção moderna de geometria que lida com objetos do cotidiano e as relações conceituais que compõe o espaço geométrico.

É importante destacar que diferentemente da gromática, a geometria prática não se limitava apenas em aplicar o conhecimento geométrico em problemas de natureza experimental, pois ela também dava atenção a perspectivas mais teóricas, de modo que complementasse o arcabouço prático que estava sendo disseminado (Saito, 2015). Nesse contexto, essa forma de organização não recorria a uma reflexão intelectual, mantendo o enfoque em aplicações nas atividades cotidianas, devido ao seu caráter empírico.

Segundo Saito (2014a, p. 4) essa questão é “[...] compreensível se considerarmos que as traduções dos tratados de Euclides e de Arquimedes, a partir do árabe, só se tornariam disponíveis aos estudiosos de geometria” no século XII. Posteriormente, tais elementos tiveram uma implicação na forma de organização do saber geométrico, de modo que estendeu a distância entre a geometria prática e a geometria teórica. Além disso, a interpretação dada pelos estudiosos dos preceitos aristotélicos em alguns contextos, também contribuíram para a ascensão da abordagem teórica, afastando-a de seu cunho prático (Pereira; Saito, 2018).

Logo, com a disseminação das traduções da obra de Euclides, ocorreu o desenvolvimento do cenário intelectual da geometria com o seu teor prático, contribuindo para a sua reorganização e estruturação para compor a nova abordagem que estava se formando. Diante disso, segundo Saito (2015) a relação entre a agrimensura⁹ e a geometria prática foi se

⁸ Segundo Saito (2014a, p. 3) é designada como “[...] a arte de medir terras com a *groma*, instrumento de medida romano que era utilizado para mapear e dividir as terras”.

⁹ Uma área que trabalhava com a medição de terras que usavam “[...] escalas lineares para medir distâncias (comprimento) sem perder de vista, entretanto, outras escalas, tais como a angular”, para contemplar algumas atividades do cotidiano na Idade Moderna (Saito, 2014b, p. 33).

estreitando mais, influenciando na definição de outros campos de estudos, como também na construção e mobilização de ferramentas para esse feito.

Nessa perspectiva, ressalta-se que o movimento renascentista, junto a outros acontecimentos, permitiu uma reestruturação da geometria empregada na Idade Moderna, de forma que ela passou a ser articulada com algumas aplicações práticas do cotidiano por meio de um rigor teórico associada a formulação expressiva (Saito, 2013, 2014b, 2015; Pereira; Saito, 2019). Com isso, a abordagem do conhecimento geométrico foi se integrando com atividades do labor cotidiano, o qual era mobilizado em campos rurais, no meio marítimo, astrológico e nas oficinas, diversificando tais ramificações do saber.

Tais acontecimentos, serviu de influência para alguns estudiosos do período, como para outros trabalhadores que tiveram interesse entre as mais variadas formas de conhecimento, fazendo com que aumentasse a quantidade de produções particulares escritos nesse momento. Assim, muitos objetos que era usados nas atividades práticas, era difundidos e utilizados em muitos locais, enquanto outros eram construídos ou remodelados com fins adaptativos para outras questões. Essas ações partiam de muitas necessidades do ser humano e como uma forma de registrar, divulgar o que era feito, alguns instrumentos passaram a ter sua descrição em obras, que comumente eram chamados de tratados (Silva, 2021).

Corroborando a isso, conforme a geometria ganhava utilidade e espaço em outras atividades da época, os escritos particulares foram se apropriando de caracterizações técnicas, contendo uma estruturação mais sistemática com temas bem definidos, permitindo a incorporação de objetos que eram designados para afazeres distintos (Silva; Pereira, 2020b). Nesse contexto, alguns artesões, tiveram uma relevância na construção dos tratados que viriam a incluir instrumentos matemáticos como ferramentas de utilização diária associada a um teor mais prático, junto de breves descrições e com o direcionamento para as profissões por meio de contextos pré-estabelecidos em cada cenário de trabalho na época.

Dessa forma, muitos instrumentos passaram a ter um caráter mais sofisticado em relação a sua forma, estruturação e outros aspectos, de modo que houve a apropriação de conhecimentos que visavam auxiliar os procedimentos de fabricação, como também os de uso. Tais ferramentas eram tidas como ‘instrumentos matemáticos’, em parte, por conta dessa forte associação construída com as matemáticas entre os séculos XVI e XVII, com a noção de que ambos eram destinados a medir as quantidades, pois

Esses instrumentos são ditos "matemáticos" porque foram elaborados e utilizados por praticantes e estudiosos de matemáticas e não por fazerem parte do rol de instrumentos da Matemática. [...] Isso significa que um instrumento matemático pode ainda ser

designado como náutico, astronômico, óptico, topográfico entre outras tantas possibilidades, pois o que o define como "matemático" não é o segmento de saber em que é utilizado, mas a sua capacidade de quantificar ou, no sentido mais estrito, de medir grandezas. Assim, quando nos referimos a antigos instrumentos matemáticos, nós os denominamos "matemáticos" porque eles incorporam e mobilizam, entre outras coisas, conhecimentos matemáticos (Saito; Pereira, 2019, p. 17-18).

Fazendo uma análise a partir desse conceito, para usufruírem de alguns instrumentos matemáticos, os usuários tinham que ter a compreensão de orientações particulares que se relacionavam com o modo de manuseio, incluindo os conhecimentos matemáticos que estavam por trás desse processo, junto das condições de ofício e as regras em que tais objetos seriam colocados para aplicação (Silva; Pereira, 2020b; Silva, 2021). Ademais, essas ações deveriam requerer uma apropriação específica dos contextos que já foram mencionados, de maneira a promover a associação de elementos teóricos com os práticos para a funcionalidades dos instrumentos, seguissem da forma que eles foram elaborados.

Assim, a partir do manuseio dos instrumentos matemáticos, havia a utilização de conceitos elementares que se interrelacionavam entre os campos de ordem prática, matemática e teórica, como também saberes destinados a questões particulares de cada área em que ambos eram aplicados. Esse aspecto conduziu a valorização do saber geométrico, principalmente em relação ao seu teor prático, que alinhado com o conhecimento das profissões, permitiu a integração de ambos em um nível majoritário.

Dessa forma, a partir dos conhecimentos que eram difundidos em alguns campos do saber, parte desses tiveram sua relevância para os mecanismos dos instrumentos matemáticos, estando incorporados tanto em seu processo de construção, como também na forma de uso, sendo um elemento que os diferencia em relação a outras ferramentas do período de circulação. Ao fazer uma articulação dos saberes geométricos teóricos com questões práticas, há o desenvolvimento de ações manipulativas, fazendo emergir a utilidade desses objetos em aplicações robustas.

Mediante as considerações anteriores, sabe-se que muitos instrumentos matemáticos tiveram o conhecimento geométrico incorporado a suas formas de manuseio e uso, com a implementação para complementarem sua usabilidade. Um exemplo disso, pode-se considerar a variedade de báculos que surgiu ao longo da história, sofrendo influências de ordem prática, material e geométrica em relação a sua forma, funcionalidade e aplicações, decorrentes dos seus idealizadores e dos acontecimentos a nível político, social e científico que operavam entre os séculos XVI e XVII. Nesse sentido, no subtópico seguinte serão elucidados os três tipos de báculos produzidos, com vistas a contemplar elementos fundantes, sob a relação de como o

contexto geométrico se insere em cada premissa, utilizando conceitos para o manuseio do objeto em contexto particulares.

2.3 A relação da geometria prática com algumas variantes de báculos ao longo da história

A produção e a adaptação de ferramentas que foram mobilizadas durante a Idade Média passaram a ser intensificadas com o advento do Renascimento, por meio do resgate de saberes e valores da antiguidade clássica, dando um direcionamento desses objetos para atividades práticas do cotidiano (Saito, 2015). Essa questão contribuiu para que houvesse uma diversidade de instrumentos que se diferenciavam em relação aos seus mecanismos, maneiras de utilização e a aplicações em algumas áreas.

Nesse contexto, também há o surgimento dos chamados “instrumentos matemáticos” que foram responsáveis por auxiliar o trabalho humano em atividades que necessitavam de ações mais robustas, visando a adequação e qualificação do serviço no qual eram utilizados. Para tanto, os usos desses objetos eram condicionados a instruções que faziam uma articulação de conhecimentos implícitos com os usualmente explícitos, promovendo uma relação indissociável entre a teoria e prática. A esse respeito, é mencionado que

Mais do que simples objetos, os instrumentos teriam, assim, importante papel no desenvolvimento de novos conhecimentos na medida em que exerceriam diferentes funções na articulação entre a teoria e a prática (Galison, 1998 *apud* Saito, 2013, p. 105). É nesse sentido que dizemos que os instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII incorporam conhecimentos, tácitos e codificados, de sua época (Saito, 2013, p. 105).

Diante dessa perspectiva, os conhecimentos que estavam incorporados nesses antigos objetos se relacionavam com atividades específicas no qual eram aplicados, servindo de utilidade para mais de uma área de conhecimento. Com isso, tivemos instrumentos matemáticos que perpassaram por diferentes cenários na Idade Moderna, sendo inseridos dentro do campo do comércio, como também no meio marítimo, celeste e terrestre, incluindo a medição de terras (Batista, 2018).

Sabendo disso, um instrumento que foi bastante disseminado entre os séculos XVI e XVII nos diferentes segmentos do saber como a Navegação, a Astronomia e Agrimensura, era reconhecido como báculo, possuindo muitas versões ao longo da história. Nesse sentido, Saito (2013) afirma que a primeira descrição sistemática foi desenvolvida para dar instruções da

construção e uso desse instrumento matemático, remontam ao século XIV, sendo atribuída ao rabino Levi ben Gerson¹⁰ (1288–1344).

Em relação aos setores do conhecimento que o instrumento era utilizado, tem-se que havia uma grande procura para seu uso gradativo no meio astronômico para a medição dos astros. Posteriormente, houve uma migração de utilização para a agrimensura, área em que ele passou a ser bem utilizado a partir do século XVI, devido a uma grande valorização que o cultivo e a posse de terras receberam através de seus proprietários, visando a organização e localização do espaço (SAITO, 2013).

Ademais, o fato de ser aplicado em campos específicos de trabalho, corroborou para a distinção de muitas nomenclaturas em torno do objeto, sendo influenciados também pelo local onde eram construídos. Entre essas nomenclaturas, podem-se destacar o “báculo de Jacobi”, “backstaff”, “balhestillha”, “cross-staff”, “báculo geométrico”, juntamente com outros que nomes que estiveram presentes nos antigos tratados, nos quais esses objetos eram inseridos para serem disseminados. Assim, sobre as variadas formas de nomear o antigo objeto é dito que

Segundo Bruyns (1994 *apud* Pereira *et al.*, 2021), entre os ingleses foi denominado por ballastella, vara de Jacob (*Jacob's staff*) ou *fore-staff*; enquanto que, pelos italianos, foi chamado de Escada de Jacob (*scala di Jacob*). Os franceses tratavam-no por bastão de Jacob (*baton de Jacob*); já entre os espanhóis, era conhecido por balestilla e os holandeses o intitulavam, no século XVI, de *staf baculus* (Pereira *et al.*, 2021).

Sobre essas questões, o báculo ficou conhecido por diversas formas, tendo nomenclaturas particulares em um contexto de uso mais apurado, como também em um aspecto unificado. Isso fica claro quando é observado como ele se configurou em alguns segmentos do saber na Idade Moderna. Nesse sentido, na astronomia o objeto passou a ser chamado de ‘bastão do astrônomo’, como também de *radius astronomicus* em meados do século XVI (Pereira; Saito, 2020).

Em outro contexto, ao ser direcionado para a agrimensura, o antigo instrumento passou a ser reconhecido como ‘bastão topógrafo ou agrimensurador’, sendo também difundido como a vara de Jacob e em outras ocasiões como o báculo geométrico (Batista, 2018; Pereira; Saito, 2020). Por fim, dentro da navegação, a ferramenta recebeu a designação de ‘bastão do marinheiro’, diante da sua disseminação pelos mares, passando por regiões da Europa, tendo como denominação de balhestillha (Batista, 2018; Pereira; Saito, 2020).

¹⁰ Segundo Batista (2018, p. 34), nascido em Provença na França, era considerado “[...] rabino, filósofo, astrônomo, cientista, comentarista bíblico e matemático”.

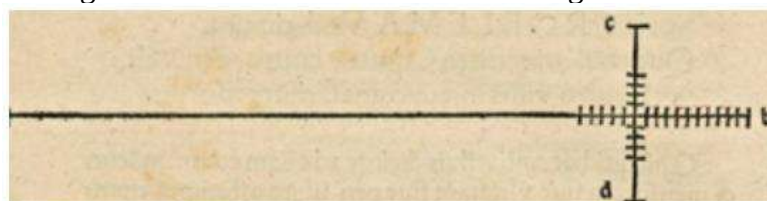
A partir disso, a maioria dessas variantes de báculo foram criadas com um certo propósito, no qual pode-se generalizar ao ato de realizar alguma medição diante de grandezas bem definidas. Para tanto, era preciso a apropriação de elementos particulares de cada versão, como também o conhecimento da ação e a funcionalidade em que os instrumentos seriam colocados, pois o fato de serem objetos parecidos, não condiziam que seriam usados para um mesmo fazer, em vista que cada um tinha a sua forma de construção, graduação e manuseio (Pereira *et al.*, 2021).

Assim sendo, as versões do instrumento que foram surgindo no período posterior ao de Levi ben Gerson tiveram designações em diferentes áreas do saber, de modo que houve reformulações do exemplar primário, mantendo algumas similaridades, bem como características particulares que os faziam diferenciar-se uns dos outros. Também é importante levar em conta, o período de circulação em que cada objeto foi empregado, pois os acontecimentos em contexto religiosos, econômicos, científicos, entre os aspectos, foram considerados para o processo de fabricação como de uso (Saito, 2013; Batista, 2018; Pereira; Saito, 2019).

Nesse sentido, Pereira e Saito (2020, p. 14), afirmam que entre as pesquisas recentes envolvendo a história da matemática, especificadamente uma vertente que investiga antigos instrumentos matemáticos em tratados históricos, houve a categorização das espécies do antigo objeto, classificando em “[...] três tipos de ‘báculos’, ao longo da história, vinculados à astronomia, à agrimensura e à navegação. Essa demanda se deu por exercerem funções distintas, além do tamanho, da graduação, do material, do acessório, da teoria e do método de uso”.

Posto isto, um representante de uma versão de báculo usado na astronomia foi denominado de *radius astronomicus* (mostrado na Figura 1), sendo encontrado na obra *Cometae magnitudine, longitudineque, ac de loco eius vero Problemata XV*, publicada em Nuremberg por Fridericum Peypus no ano de 1531, com a autoria de Johannes Regiomontanus (1436-1476). Segundo Pereira e Saito (2020, p. 16), o documento “[...] trata de 16 problemas envolvendo tamanhos e lugares dos cometas e a longitude, apresentando técnicas geométricas medidas de paralaxe”.

Figura 1 – O *radius astronomicus* de Regiomontanus

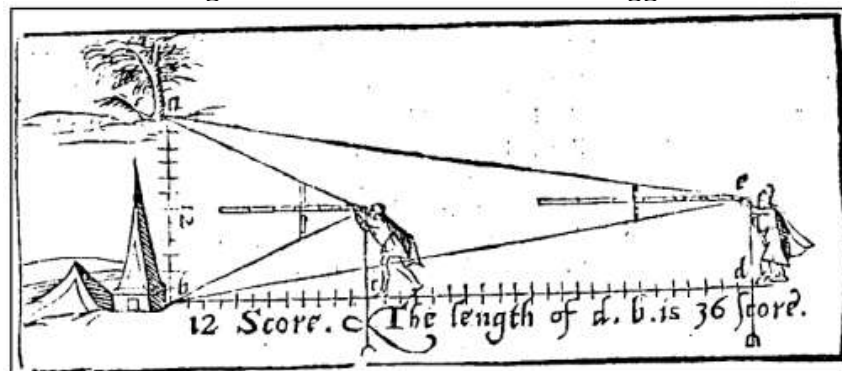


Fonte: Pereira e Saito (2020, p. 20).

Ao fazer relação com o conteúdo imposto no documento de Regiomontanus, é dito que seu báculo tinha a utilidade para medir distâncias celestiais, como também entre os astros, o valor do diâmetro de cometas, junto do cumprimento da sua calda. Pereira e Saito (2020) afirmam que para realizar esse ato, os bastões do báculo de Regiomontanus deveriam ser posicionados, de modo que a visão do usuário mantivesse a mira na extremidade do bastão maior (PONTO B), com o posicionamento simultâneo da haste menor sob a grandeza a ser medida. Além disso, é dito que Regiomontanus tinha o conhecimento dos Elementos de Euclides e assim, a teoria dos triângulos foi implementada, de maneira que alguns conhecimentos geométricos passaram a ser incorporados no uso do *radius astronomicus*.

Em outro contexto, dentro da agrimensura houve a disseminação de muitos báculos que tinham a finalidade de medir distâncias terrestres a contar com grandes concentrações de terras que se localizavam em propriedades rurais para delimitarem limites geográficos, divisão de lotes, como também obter uma reorganização do espaço, visando a colheita (Saito, 2013). A partir dessas atribuições, como exemplar dessa categoria, encontra-se o báculo de Leonard Digges (como mostra a Figura 2), que foi inserido no documento histórico *A Booke Named Tectonicon*, publicado no ano de 1556 (Castillo, 2016).

Figura 2 – O báculo de Leonard Digges

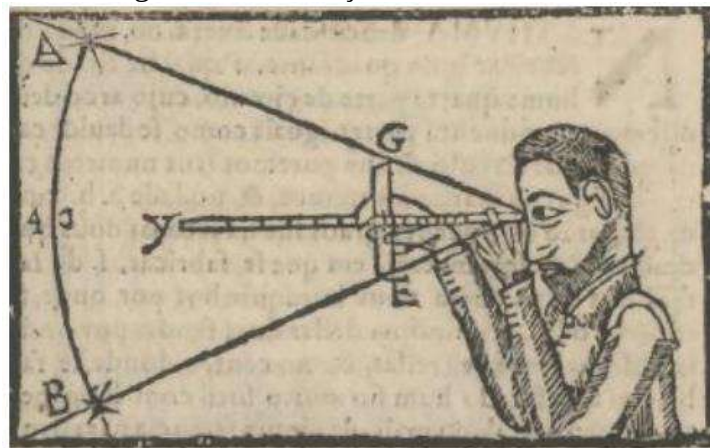


Fonte: Castillo (2016, p. 90).

O tratado em questão era direcionado para os “[...] medidores de terra, os carpinteiros e os artesãos” em seus trabalhos manuais, uma vez que cedia orientações de realizar procedimentos em contextos particulares (Castillo, 2016, p. 79). Também é mencionado que se tinha “[...] a mobilização de inúmeros conceitos e procedimentos geométricos para a determinação da medida de distâncias e áreas da superfície de montanhas, terrenos e outros elementos (Castillo, 2016, p. 14). Esses elementos estão diretamente relacionados com a funcionalidade para o qual o báculo de Leonard Digges era designado.

Por fim, como já foi mencionado, existiram báculos que tiveram aplicações dentro do meio marítimo, em alguns contextos para auxiliar na localização espacial a bordo de antigas caravelas, como também a medição de distâncias entre um barco e a porção de areia mais próxima. Alguns desses instrumentos faziam conexões com artifícios de outros segmentos do saber, em particular com a astronomia. Batista (2018) menciona que um instrumento usado para esse fim, foi o báculo denominado de balhestilha (ilustrada na Figura 3), incorporada ao tratado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, publicada no ano de 1603 pelo português Manuel de Figueiredo (1568-1630).

Figura 3 – A medição com a balhestilha



Fonte: Batista (2018, p. 53).

A balhestilha tinha uma dupla função no que se refere aos campos em que era utilizada (astronomia e navegação) e diante disso, para o meio celeste é dito que “[...] a utilidade do instrumento no campo astronômico [...] estava voltado para se obter a distância angular dos astros”, enquanto que no meio marítimo “tinha como objetivo conseguir a localização em alto mar por meio do instrumento, tomando a elevação do polo, pela referência da estrela Polar e a linha do horizonte” (Batista, 2018, p. 52). A autora ainda menciona que para realizar a medição com o instrumento, era preciso articular os conhecimentos geométricos com os trigonométricos associados aos elementos práticos.

Diante das variações de báculos que foram apresentadas, identificou-se algumas semelhanças e diferenças ao comparar as versões dentro de cada contexto particular. Nesse sentido, um fator comum que foi observado entre os instrumentos se relaciona com a posição das hastes que se manteve posto em formato cruz, mantendo essa essência ao longo das versões. Essa questão também se associa com as partes primordiais do objeto, como um bastão maior e outro menor, graduado de maneiras distintas.

Por outro lado, a respeito das modificações de um modelo para outro, além das aplicações em variados segmentos do saber, destaca-se também os conhecimentos de ordem prática, matemática e teórica que são veiculados por esses objetos, fazendo com que o escopo das maneiras de medir alguma grandeza, sejam niveladas ao ponto de usarem unidades de medida comuns a certo período de circulação. Ademais, esses elementos refletem na forma do manuseio dos báculos, posto que cada um deles, possuem orientações particulares, chegando a ter alguma aproximação, dependendo do ponto de vista em que é observado.

Posto isso, diante da importância dos báculos para a mobilização de geometria prática durante a Era Moderna para o desenvolvimento de atividades cotidianas, encontramos o documento histórico *The Way to Geometry*, que traz em seu escopo uma versão de báculo geométrico, organizando sistematicamente alguns conteúdos, dando sentido a proposições teóricas com suas aplicações. A partir do contexto que foi apresentado, na seguinte subseção será feita uma descrição de seus elementos, com vistas a dar uma caracterização da obra que foi disseminada em situações práticas.

2.4 Petrus Ramus e sua obra “O caminho para a Geometria”

Diante de uma rica literatura que se disseminou em meados do século XVI, destacamos para esta pesquisa, um dos documentos históricos que foi responsável pela valorização da geometria prática utilizada no período, de modo a dar sentido ao aporte geométrico euclidiano que era tanto utilizado para fins especulativos. Esse tratado foi denominado de *The Way to Geometry*, uma compilação que buscou organizar alguns conhecimentos geométricos que transitavam nos segmentos do saber para algum fazer prático.

Essa versão do tratado é uma releitura da versão original escrita em latim, que tinha o título de *Arithmeticae libri duo: geometriae septem et viginti*, publicado no ano de 1569 em Basiléia, região da Suíça, com a autoria do francês Petrus Ramus¹¹ (1515–1572). Anos depois, exatamente por volta do ano 1636, uma tradução é feita do latim para a língua inglesa por William Bedwell (1561–1632), com a edição feita por Jonh Clerke (1596–1658), sendo um instrumental cotejado do original, mantendo o autor inicial com alteração no nome, obra a qual é considerada para este estudo (Pereira; Saito, 2019). Sobre algumas considerações entre as duas versões do documento é dito que o documento inglês

[...] foi publicado por William Bedwell (1561-1632) e cotejado com a edição latina de 1569. O tratado foi editado por Jonh Clerke (?1596–1658), em que na nota para o

¹¹ Para questões relacionadas com a biografia do autor, consultar Mahoney (1981), O’ Connor e Robertson (2000), Pereira e Saito (2018), Silva e Pereira (2020c), Pereira (2020b), Silva (2021).

leitor, ele informa que a tradução apresentada foi realizada inicialmente por Thomas Hood (1556-1620), mas nunca publicada anteriormente com demonstrações e diagramas. No prefácio, Bedwell também faz menção à primeira versão publicada por Hood e observa que fez algumas alterações em sua tradução, mudando algumas expressões e inserindo novas informações aos quais são acrescentados comentários e outras observações que elucidam alguns conhecimentos geométricos presente na obra (Pereira; Saito, 2018, p. 25).

Sabendo disso, antes do exemplar inglês ser publicado no ano de 1636, outras duas compilações foram impressas em 1580 e 1599, contendo poucas alterações em seu conteúdo, de modo que se teve a inclusão e exclusão de novos parágrafos, mantendo a sua essência em comparação com a versão original de 1569 (Pereira; Saito, 2019). Assim como os elementos do texto de 1636 tiveram que sofrer alterações, o título também foi alterado para dar mais sentido e clareza ao aspecto abordado, tendo significado em português como ‘O caminho para a geometria’.

Diante disso, a conexão do título do tratado de 1636 corresponde diretamente com a intenção de Petrus Ramus ao escrevê-lo, pois ele se configurava como uma das maneiras de organização sistemática do conteúdo geométrico abordado, distinta da forma que explorada nos *Elementos* de Euclides (Pereira; Saito, 2019). Logo, foi escrito, visando colocar elementos matemáticos em seu ‘verdadeiro eixo’ para o direcionamento em contextos práticos, como a sua inserção no ensino de geometria da época.

Sobre esse aspecto, é dito que o autor do tratado considerava que “[...] os *Elementos* de Euclides não eram adequados para o ensino de geometria porque neles a organização do conhecimento geométrico não era natural (isto é, não refletia o pensamento matemático natural)” (Pereira; Saito, 2018, p. 27). Essa maneira de pensar estava relacionada com o desinteresse pelas matemáticas¹², que era reflexo da forma como eram ensinadas nos grandes centros universitários, de maneira obscura¹³, sem a explicitação de suas ações práticas para o cotidiano (Pereira; Silva, 2020c).

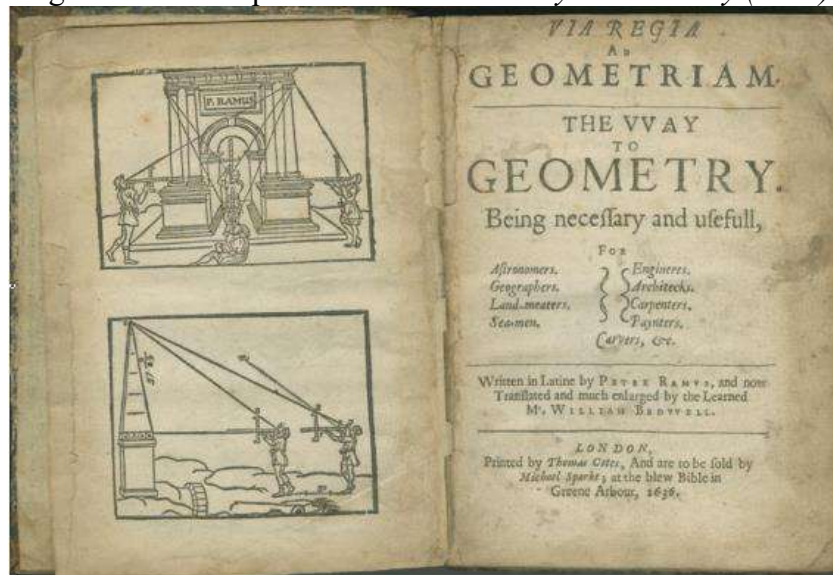
Para remediar tais questões, durante o momento em Ramus se volta para as matemáticas, ele se dedica em publicar “[...] uma série de comentários e textos que buscaram defendê-las das acusações de falta de utilidade e de obscuridade” (Pereira; Saito, 2018, p. 27). Diante disso, em um tom de crítica, o francês ainda culpou Platão, pelas indiferenças dadas as aplicações práticas das matemáticas, como também a Euclides por ter dado uma organização não tão clara aos seus elementos, seguindo os preceitos aristotélicos.

¹² Segmentos do saber que se relacionavam com a geometria, a astronomia, a música e a aritmética (SAITO, 2015).

¹³ Esse termo está relacionado “[...] como uma característica atribuída a maneira como as matemáticas eram apresentadas no programa acadêmico das universidades, de forma conceitual e teórica, sendo até acusada de não ter utilidade” (Silva; Pereira, 2020c, p. 165).

Dessa maneira, é dito que Petrus Ramus tinha uma concepção de que o verdadeiro caminho a ser seguido pelo conhecimento, era de uma vertente que o valorizasse, de maneira a dar espaço para as matemáticas e suas aplicações práticas, com um ensino que prezasse pela utilidade do conteúdo geométrico. Essa forma de pensamento, é devidamente expressado em *The Way to Geometry*, quando são observados aspectos em relação aos conhecimentos que inseridos e o tratamento dado por Petrus Ramus. Na Figura 4 a seguir, pode ser observado o frontispício do tratado em questão.

Figura 4 – Frontispício do tratado *The Way to Geometry* (1636)



Fonte: Ramus (1636, frontispício).

Observando a imagem posta na Figura 4, tem-se que algumas informações iniciais já são apresentadas no frontispício do documento, como o título, o autor, as pessoas responsáveis pela edição e publicação, como também as ilustrações de usuários fazendo medições com um tipo de instrumento. Ademais, também é explicitado, as profissões em que o referido documento é direcionado e sobre esse aspecto, é dito que o tratado seguia “sendo necessário e útil para Astrônomos, Geógrafos, Medidores de terra, Homens do mar, Engenheiros, Arquitetos, Carpinteiros, Pintores, Escultores, etc” (Ramus, 1636, p. 1, tradução nossa)¹⁴. Com essa questão, já havia indícios de quais atividades práticas do século XVII, o tratado histórico abordava em sua estrutura para algum fazer cotidiano.

Nesse contexto, a forma de organização do documento histórico era considerada tradicional aos tratados de geometria prática da época que estavam em circulação, trazendo de maneira explícita um corpo de conhecimentos geométricos euclidianos, junto de alguns

¹⁴ Na versão inglesa, tem-se: “Being necessary and usefull, FOR Astronomers, Geographers., Land-meaters, Sea-men, Engineries, Architecks, Carpenters, Paynters, Carvers, &c” (Ramus, 1636, p. 1).

procedimentos que permitem a realização de medições em situações particulares, bem como a incorporação de um instrumento matemático. Assim, a organização sistemática se faz presente no corpo estrutural do tratado, de modo que nas seções que ele possui é feita a abordagem teórica dos assuntos e posteriormente, uma maneira de uso de suas aplicações, já que ele

[...] trata da “arte de medir bem” (Ramus, 1636, p. 1 *apud* Pereira; Saito, 2019, p. 349), tal como se consagrou nos estudos medievais, organiza os conhecimentos da geometria prática dando-lhe uma feição mais sistemática. O seu conteúdo é distinto daquele encontrado nos tratados de geometria especulativa, como aquela que se encontra em *Elementos* de Euclides, por estar orientado para finalidades práticas, ou, como observa L’Huillier (1992 *apud* Pereira; Saito, 2019, p. 349), pelo estudo da medição de dimensões reais, incorporando instrumentos e ferramentas numa tentativa de abordar o espaço geométrico de forma utilitária (Pereira; Saito, 2019, p. 349).

Com esse pensamento, fica evidente de que para Ramus, a geometria em si era considerada uma arte para medir, auxiliando algumas profissões em suas atividades laborais a partir de conhecimentos geométricos associados aos contextos práticos. Porém, ele tinha a compreensão de que esse viés tomado para orientações particulares, requeria conceitos formados em essência especulada para que fosse colocado a apropriação de um elemento pragmático e assim, o tratado em questão era visto como um compilado que explorava tanto objetos de ordem teórica, quanto de ordem prática.

Em outra perspectiva, ao observar a estrutura dos conteúdos que estavam inseridos no documento histórico, percebe-se que as “[...] proposições geométricas são nele sistematizadas de modo muito similar àquela que encontramos em *Elementos* de Euclides, mas não são encadeadas dedutivamente, isto é, fazendo uma proposição derivar a partir de outra, mas orientadas de modo a aplicá-las a problemas de ordem prática” (Pereira; Saito, 2018, p. 28). Essa forma de pensamento, estava alinhada com concepção que Ramus tinha da geometria, como pode ser visto em uma parte inicial do tratado em que

A finalidade ou escopo da Geometria é medir bem. Portanto, ela é definida por sua finalidade, como geralmente todas as outras Artes são. Medir bem, portanto, é considerar a natureza e as atribuições de tudo o que deve ser medido. Comparar coisas semelhantes umas com as outras, e entender sua razão, proporção e semelhança. Tudo isso é para medir bem, seja por congruência e aplicação de alguma medida dada, seja por multiplicação dos termos ou limites, seja pela divisão do produto feita por multiplicação, seja por qualquer outra forma, a atribuição das coisas a ser medida, deve ser considerada (Ramus, 1636, p. 1, tradução nossa)¹⁵.

¹⁵ Na versão inglesa, tem-se: “THE end or scope of Geometry is to measure well: Therefore it is defined of the end, as generally all other Arts are. To measure well therefore is to consider the nature and affections of every thing that is to be measured: To compare such like things one with another: And to understand their reason and proportion and similitude. For all that is to measure well, whether it be that by Congruency and application of some assigned measure: Or by Multiplication of the termes or bounds: Or by Division of the product made by multiplication: Or by any other way whatsoever the affection of the thing to be measured be considered” (Ramus, 1636, p. 1).

Diante dessas considerações, em relação ao conteúdo do tratado, tem-se que ele é composto por vinte e sete livros, que são organizados de modo a respeitar o grau das grandezas em que são abordadas as medições. Com isso, ele é distribuído em três partes: em que a primeira delas se refere à medição de segmentos (Livro I ao Livro IX); a segunda com a medição de áreas (Livro X ao Livro XIX); a última com a medição de volumes (Livro XX ao Livro XXVII). Para uma visão panorâmica dele e dos elementos abordados, no Quadro 1 a seguir foi sintetizado os conteúdos geométricos encontrados no documento histórico.

Quadro 1 – Síntese do conteúdo¹⁶ visto em *The Way to Geometry* (1636)

DIMENSÕES	COMPRIMENTO	SUPERFÍCIES	SÓLIDOS
LIVROS	Livro I ao Livro IX	Livro X ao Livro XIX	Livro XX ao Livro XXVII
MEDIÇÃO EXPLORADA	Segmentos	Áreas	Volumes
CONTEÚDO GEOMÉTRICO	Noções iniciais sobre os entes básicos da geometria	Noções básicas sobre as principais figuras no plano	Noções básicas sobre as principais figuras no espaço geométrico

Fonte: Adaptado de Ramus (1636).

Nesse contexto, na primeira parte do tratado (Livro I ao Livro IX) é dado ênfase às definições que se relacionam com elementos primordiais a geometria, como o ponto, ângulo e a linha (reta), necessários para a construção de figuras no plano (Ramus, 1636). Ademais, é dado destaque para objetos de medição com apenas uma dimensão, especificadamente, uma forma de medir comprimentos em determinados contextos. Assim sendo, Silva e Pereira (2020c) afirmam que com tal organização, Petrus Ramus solidificou a base teórica para o uso desses elementos iniciais, a fim de fazer menção a esses conceitos em um momento subsequente.

Posteriormente, nas coletâneas seguintes (Livro X ao Livro XIX) são especificados conceitos envolvendo as figuras planas na segunda parte do tratado, como orientações para a realização da medição de superfícies, definido conceitos para quesitos particulares. Com isso, são explorados saberes que se referem as figuras como o triângulo, o círculo, o paralelogramo e o quadrado, ambos tratados como itens com duas dimensões. Para esse momento, enfatiza-se que o círculo, como um dos componentes mais explorados ao longo das seções contidas no documento histórico, possuindo especificações e sendo atreladas a outros modos de medição com figuras já mencionadas.

Diante disso, para última etapa (Livro XX ao Livro XXVII), tem-se uma abordagem

¹⁶ Para mais detalhes sobre esse aspecto, vide Pereira e Saito (2018, p. 28-30).

geométrica orientada para a medição com alguns sólidos, em particular, objetos que possuem três dimensões, como o cilindro, a esfera e o cubo, como também os poliedros ordenados e mistos. Dentro desse compilado, se configura um direcionamento para a medição dos volumes dos corpos, partindo de componentes auxiliares definidos previamente. Como uma forma de ilustração, tanto na terceira parte, quanto na segunda parte do tratado, é enriquecido como imagens para exemplificação do conteúdo posto, refletindo em sua compreensão.

Com tudo o que foi trazido, convém observar que o tratado *The Way to Geometry*, teve sua relevância no contexto construído, ao lidar com questões geométricas para a medição de elementos que remetessem a vida cotidiana entre os séculos XVI e XVII. Assim, fica claro a mobilização de recursos teóricos para as devidas aplicações nas situações pragmáticas. Por esse aspecto, exprime-se conceituações que ficaram presentes em todo o tratado, como a articulação do saber teórico com o saber prático, responsáveis pela disseminação e valorização da geometria prática do período.

Partindo dessa informação, observa-se que ao final da primeira parte dos livros, exatamente no IX Livro de Geometria, é destacado um antigo instrumento matemático, denominado por báculo, que no meio das variedades de ferramentas na Idade Moderna, é nomeado neste estudo de báculo de Petrus Ramus por se inserir na obra destacada nesta seção. Segundo Pereira e Saito (2018), tanto na fabricação, como na construção do objeto, estão incorporados alguns elementos geométricos que davam auxílio as formas de medir distâncias como comprimento, altura e largura, alinhados com questões práticas.

Assim sendo, considerando o báculo de Petrus Ramus, como objeto que veicula saberes de ordem prática, geométrica, material e teórica, tem-se a concepção de que ele sofreu influências do seu período de circulação em relação à política, a economia, a sociedade e a ciência, estando incluindo no rol de instrumentos matemáticos que tiveram relação com a geometria prática. Portanto, é possível compreender como ele se inseriu em um contexto que o saber geométrico passou a ser valorizado, na medida que outros instrumentos estavam sendo usados em atividades cotidianas.

Logo, em um aspecto mais geral, na subseção adiante foi discutido a respeito de como os conhecimentos geométricos que eram alinhados ao uso dos instrumentos matemáticos, com o intuito de tecer elementos históricos para a internalização dos fazeres práticos, em vista da compreensão de aspectos epistemológicos que rodeiam o báculo de Petrus Ramus, explicitados no próximo capítulo. Em consideração ao contexto de formação do tratado e do instrumento matemático para esta pesquisa, um traço temporal foi feito, de maneira a considerar os eventos ocorridos entre os séculos XVI e XVII, a incluir contextos influentes acontecidos anteriormente.

Dessa forma, a partir do que foi construído e discutido nesse momento, direcionaremos a seção seguinte para versar acerca do báculo de Petrus Ramus, instrumento matemático inserido no *The Way to Geometry*, com o intuito de exprimir suas características físicas, materiais e matemáticas, em torno de elementos epistemológicos que operaram em sua época de construção. Associado a isso, também foi dado destaque aos aspectos sistemáticos inseridos em sua forma de medição, como nas situações particulares em que ele é empregado como uma forma de compreender como os objetos de conhecimento estão organizados e posicionados em cada parte do instrumento.

3 CARACTERIZAÇÃO DO BÁCULO DE PETRUS RAMUS E SUA FUNÇÃO PARA MEDIR DE DISTÂNCIAS DURANTE OS SÉCULOS XVI E XVII

Com o advento do Renascimento, houve o resgate dos conhecimentos da antiguidade clássica, influenciando na incorporação do saber matemático em muitos objetos para a utilização em ações cotidianas. Diante disso, versões primárias de alguns instrumentos matemáticos foram criadas, servindo de modelo para construções futuras contendo funcionalidades e mecanismos distintos. Nesse contexto, um dos instrumentos matemáticos encontrados na variedade de ferramentas dos séculos XVI e XVII foi incorporado no tratado *The Way to Geometry*, o qual neste estudo, é denominado de báculo de Petrus Ramus, em virtude das muitas variações de sua espécie ao longo da história, sendo direcionado para a medição de grandes distâncias como comprimento, altura e largura em algumas situações rotineiras daquele período.

Sob essas considerações, diante da incorporação de conhecimentos matemáticos dentro da mecânica de construção e uso dos antigos instrumentos, temos o interesse de discorrer neste capítulo sobre os aspectos epistemológicos acerca da construção do báculo de Petrus Ramus, iniciando tais considerações encontradas no tratado, direcionando depois para regras específicas com um enfoque nos saberes de ordem prática, material e matemática. Posteriormente, também foi delimitada as orientações de uso do antigo instrumento, com suas contextualizações a partir das situações de medição. Ademais, foi dado indícios de como os saberes estão incorporados nesses processos, tecendo um sentido a descrição das orientações inseridas no texto histórico.

3.1 Perspectivas iniciais sobre o báculo diante das considerações na obra *The Way to Geometry*

A abordagem sistemática dada ao tratado de Petrus Ramus, permitiu um tratamento mais elaborado de questões que envolviam a relação entre a teoria com a prática frente aos objetos matemáticos durante os séculos XVI e XVII, visando dar especificações para o conhecimento geométrico. Diante disso, em seu texto *The Way to Geometry*, o autor faz uma reorganização dos teoremas de postulados encontrados nos *Elementos* de Euclides, definindo conceitos organizados em forma seções, posteriormente retomados em comentários inseridos no corpo do texto para dar formalidade a algumas demonstrações (Pereira; Saito, 2019).

Essas partes, fazem divisão dos assuntos que são abordados em cada livro do tratado, seguindo uma hierarquia lógica, de maneira a delimitar a estrutura linear do pensamento euclidiano ao fazer uma ordem que contemplassem medições com grandezas de uma dimensão, posteriormente com duas dimensões e em seguida, usando três dimensões (Pereira; Saito, 2018;

Silva; Pereira, 2020c). Assim, observamos que o tratado de Petrus Ramus, ao longo de suas seções, procura definir conceitos teóricos para depois fazer associações com situações cotidianas, mostrando o cunho prático em que se poderia aplicá-lo.

Em virtude de o documento histórico ser orientado para a realização de medições, Ramus (1636) menciona a ênfase na “arte de medir bem”, uma vez que para ele, o objeto da geometria, seria a grandeza. Diante desse aspecto, ela era considerada uma forma que se manifestava por meio de uma ação, fazendo o uso de recursos, como alguns procedimentos atrelados aos instrumentos para a medição de qualquer quantidade finita, de modo que possa ser visualizado que “[...] uma linha é dita longa, uma superfície, larga, e um corpo, sólido” (Pereira; Saito, 2018, p. 29). Essa forma de pensamento, está alinhada sobre como era tomada a geometria no documento, conforme é expresso que

A ênfase nos aspectos práticos é ainda reforçada por Bedwell em sua tradução ao sugerir que esta definição de cunho teleológico, ou seja, baseada na finalidade ou do escopo da geometria, alarga o seu significado e rompe os limites da arte da agrimensura. Assim, no que diz respeito à grandeza a ser medida, ele observa que “geometria”, como tradicionalmente é compreendida, é a combinação de dois termos gregos, *Gè*, que significa Terra (*Earth*) e *Métron*, medida. Em outros termos, na acepção latina, geometria aproximaria de *agrimensura* (*Land-measuring*), considerando-se os termos latinos *ager* (campo ou terreno) e *mensura* (medida). Nesse sentido, como observa Bedwell, o *Geometra* nada mais é que um *Agrimensor* (*Land-meter*) ou como os antigos romanos os teria chamado, um *Decempedator*, ou o homem da vara (*Pole-man*), ou *Finitor*, o homem que demarca terras (*Marke-man*). Entretanto, ele observa que Ramus, sem limitar o significado à Terra (*Earth*), entende que o *geômetra* é aquele que mede não só os campos (*Lands*), mas também o ar e a água, isto é, tudo que se encontra no mundo, os corpos, as superfícies, as linhas e qualquer outra grandeza que possa ser medida (Pereira; Saito, 2018, p. 29).

Diante disso, ao considerar uma linha, uma superfície ou um corpo com objeto de medição, é preciso ter em mente que essas são definidas como grandezas que fazem parte de um limite comum, descendendo de outros entes com a mesma natureza, não sendo considerada como unidades. Sobre esse aspecto, Pereira e Saito (2018, p. 30), mencionam que “[...] para medir o comprimento de uma linha, a área de uma superfície e o volume de um sólido é necessário tomar uma parte limitada de cada grandeza (da linha, da superfície ou do sólido) e tomá-la como uma medida conhecida (*mensura famosa*), isto é, como unidade de medida”.

Sob essa perspectiva, a ordem dos elementos básicos da geometria que são apresentadas por Petrus Ramus, procuram ter um sentido na forma de proposições em que se vai definindo os conceitos e fazendo relações com as grandezas a serem medidas. Com essa construção, o autor estabelece margem para a exploração de elementos em sua forma conjunta, de modo a mobilizar objetos diante de algum fazer específico, promovendo uma reflexão acerca do saber geométrico e sua veiculação com experiências práticas.

Observando esses aspectos, destaca-se o IX Livro de Geometria que versa sobre a “[...] medição de linhas retas por meio de triângulos retângulos semelhantes” (Ramus, 1636, p. 113, tradução nossa)¹⁷. Esse compilado, é apresentado ao final do conjunto de livros do tratado que trata sobre a medição de distâncias, trazendo um objeto que mede grandezas como comprimento, altura e largura, que se denomina como báculo de Petrus Ramus. Tal instrumento matemático é colocado como um elemento que veicula e mobiliza conhecimentos com suas aplicações, diante dos saberes definidos em momentos anteriores.

Diante disso, nessa parte do documento são descritas algumas orientações iniciais sobre o instrumento, de maneira que é feita uma breve introdução sobre usos anteriores e versões disseminadas na Antiguidade e na Era Medieval. Posteriormente, tem-se um direcionamento para instruções de como construir o objeto, seguida de noções gerais do manuseio, como também questões de ordem específicas do báculo e suas aplicações em situações cotidianas. Esses procedimentos são detalhados ao longo de 17 seções, entre as páginas¹⁸ 113 a 135, como mostra a seguir o Quadro 2.

Quadro 2 – Sumarização do conteúdo encontrado no IX Livro de Geometria

ENFOQUE DOS CONTEÚDOS	ORDEM DAS SEÇÕES	INTERVALO DE PÁGINAS
Conceitos iniciais sobre o báculo	1	113-115
Construção do báculo	2, 3 e 4	115-117
Observações sobre o uso do báculo	5 e 6	117-118
Situações de medição de comprimento	7, 8 e 9	118-124
Situações de medição de altura	10, 11, 12, 13, 14 e 16	124-133
Situações de medição de largura	17	133-135

Fonte: Adaptado de Ramus (1636).

Diante dessa organização, Ramus (1636) contempla elementos que se relacionam com o seu báculo, percebido na estrutura do IX livro de geometria, como o autor situa objetos introdutórios, como também no desenvolvimento e um fechamento para a conclusão. Destaca-se que nas seções, há uma breve descrição de como é constituído o conteúdo utilizado, direcionando o saber-fazer da época em que o instrumento se encontra inserido, associado as suas abordagens geométricas (Pereira; Saito, 2018; 2019). Tal questão se relaciona para as atividades em que o tratado era usado, principalmente no labor cotidiano, induzindo seu leitor a ter conhecimentos práticos prévios para poder manuseá-lo (Silva, 2021).

¹⁷ Na versão inglesa, tem-se: “[...] measuring of right lines by like right-angled triangles” (Ramus, 1636, p. 113).

¹⁸ Esse intervalo de página foi considerado, pois ele versa sobre os principais conceitos, construção e aplicações sobre o báculo de Petrus Ramus.

Com esse pensamento, na primeira seção são descritas as considerações preliminares sobre o báculo incorporado no tratado de Petrus Ramus, com um certo destaque para a aplicação do instrumento em atividades no período medieval e uma referência de cunho religioso. Nesse momento, o autor já esclarece o que será pautado nas seções seguintes, indicando um instrumento para medir linhas retas por meio de um esquadro com hastes desiguais, que ele chama de bastão de Jacó¹⁹.

Diante dessa parte introdutória, posteriormente há um direcionamento para a descrição do báculo de Petrus Ramus nas três seções seguintes que versam sobre o processo de construção do objeto com orientações mais especificadas. Nisso, é feita uma caracterização do instrumento matemático, de modo a destacar as peças principais e as peças secundárias, com a indicação de quais materiais poderiam ser utilizados em seu processo de fabricação, como as funções de cada mecanismo para ter o funcionamento esperado. Tais questões serão discutidas no subtópico seguinte a este, com mais detalhes sobre esses aspectos.

Em seguida, é feita uma distinção em relação as formas de uso do instrumento, de maneira que é delimitado aspectos gerais de manuseio, como também situações particulares de medição em certos contextos. A respeito da primeira designação, tem-se a abordagem de dois tópicos para orientar os usuários quanto as noções básicas que devem ser respeitadas no posicionamento do báculo (Ramus, 1636). Isso reflete no modo como o instrumento é colocado para realizar medições, em função dos condicionantes manipulativos que influenciam na medida a ser encontrada.

Associado a isso, entre a sétima e a décima sétima seção, estão colocadas as chamadas ‘situações de medição’, que são empregadas em contexto do labor cotidiano dos séculos XVI e XVII, servindo de auxílio para “[...] trabalhadores no processo de medição, incorporando os conceitos matemáticos por meio das técnicas de manuseamento do instrumento” (Silva; Pereira, 2020a, p. 408). Essas formas de medição, foram divididas em casos peculiares advindas da medição com o báculo de Petrus, de forma que contemplou a mensuração de grandezas como comprimento, altura e largura.

De forma mais precisa, os compilados que se referem as situações de medição foram organizados em três vertentes, que foram pautados de acordo com a grandeza a ser medida. Assim sendo, observando o Quadro 2, tem-se que três se especificam para medir comprimento

¹⁹ Essa referência do nome do bastão usado no tratado de Ramus (1636), deve-se a denominação dada por Levi bem Gerson. Contudo, em virtude das muitas variações desse instrumento ao longo da história, optou-se neste estudo, diferenciá-lo, atribuindo a nomenclatura de báculo de Petrus Ramus como uma forma de destaque entre os demais.

(da seção 7 até seção 9), seis para a medição de altura (da seção 10 até a seção 16), em que Ramus faz uma diferenciação dos tipos de alturas consideradas na Idade Moderna (seção 15), como uma única maneira para medir largura (seção 17). Tais situações serão exploradas de maneira singular em considerações nos tópicos seguintes.

Ademais, dentro das situações de medição descritas por Ramus, tem-se uma organização fixa a ser seguida, de modo que é feito o enunciado de cada premissa, com sua respectiva demonstração e aplicação em contexto de medição real. Após essa descrição das situações, nos momentos finais do compilado, é expresso outros comentários acerca das medições com o báculo de Petrus Ramus, de maneira que é ilustrado ocasiões distintas para aplicação do objeto e profissões mais robustas.

Assim sendo, com o que foi trazido percebe-se nesse momento a organização dado por Ramus a este recorte do tratado, de maneira que ele prezou pela coerência no momento de destinar elementos teóricos e práticos para a composição do seu IX livro de geometria. Cada aspecto que foi descrito até esse momento, influenciou na compreensão da concepção do autor diante das referências tomadas para a exploração dos elementos contidos no documento histórico, como também a valorização da matemática pragmática que era utilizada no período por meio de seu báculo.

Sabendo disso, diante da relevância do processo de construção do referido instrumento matemático, posteriormente serão discutidos sobre aspectos epistemológicos que emergiram de tal procedimento, a fim de reconhecer os aspectos de ordem matemática, material, teórica e prática envolto do báculo de Petrus Ramus. Dessa forma, na subseção a seguir será explorado acerca dos elementos fundamentais para a fabricação do objeto, com um destaque para suas peças e as finalidades atreladas a ela.

3.2 O báculo de Petrus Ramus e as suas peças

O báculo de Petrus Ramus era um tipo de instrumento geométrico que teve variações ao longo da história que foram disseminadas na Europa e no Ocidente Latino a partir do século XV (Pereira; Saito, 2019). A versão de Petrus Ramus, manteve a forma do instrumento em sua essência, de modo que ele também fosse composto por duas hastes em formato de cruz, possuindo mecanismos diferentes em relação aos outros báculos utilizados do período. Segundo Ramus (1636), o objeto é designado geometricamente para a medição de linhas retas (segmentos), contudo, em um contexto mais prático, esse conceito é expandido, visando incorporar tal processo de mensuração às distâncias.

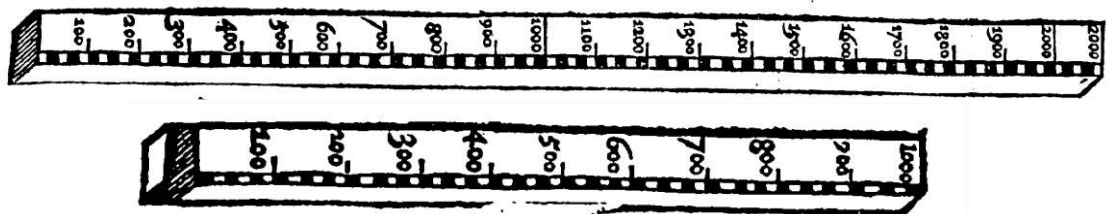
Pensando nisso, considera-se que o processo de construção do instrumento matemático, pode auxiliar na compreensão de conceitos matemáticos e teóricos que são incorporados no objeto, devido a relação do contexto histórico com as orientações presentes no tratado de Petrus Ramus. Com isso, a partir dessas questões, será discutido acerca dos procedimentos utilizados para a fabricação de seu báculo, com detalhes para aspectos fundamentais, visando a compreensão das etapas que se seguem com as peças principais e as peças secundárias.

3.2.1 Partes principais e suas funcionalidades

Os procedimentos que se relacionam com a construção do báculo de Petrus Ramus são descritos entre a segunda seção e a quarta seção do IX de Livro de Geometria, após uma breve contextualização da definição do instrumento matemático. Nesse momento, o autor já esclarece que ele “[...] pode ser maior ou menor a critério do medidor, pois o seu tamanho não pode ser determinado de outra maneira”, se for seguido sequencialmente as instruções dadas no tratado (Ramus, 1636, p. 115, tradução nossa)²⁰. Assim, tem-se que a percepção que as dimensões do objeto variam conforme seu construtor estabelece alguma medida, em que se ela for pequena, o báculo final será reduzido, se for maior, o báculo terá um volume ampliado.

Em seguida, no início da segunda seção, Petrus Ramus deixa explícito as duas partes principais do báculo, que são denominadas como o Indicador e a Transversal, responsáveis pela sustentação do instrumento no momento de medição. Sobre esse aspecto, é dito que “o Indicador ou Bastão [...] é a parte maior ou mais longa e a Transversal, que é a menor e a mais curta”, dando a compreensão do tamanho dos bastões, em termos de comprimento (Ramus, 1636, p. 115, tradução nossa)²¹. A Figura 5 ilustra a seguir, os bastões do instrumento.

Figura 5 – As principais hastes do báculo: o Indicador e a Transversal



Fonte: Ramus (1636, p. 115).

²⁰ Na versão inglesa, tem-se: “[...] at the discretion of the measurer may be greater or lesser. For the quantity of the same can no other wayes be determined” (Ramus, 1636, p. 115).

²¹ Na versão inglesa, tem-se: “[...] the *Index*, or *Staffe* [...] is the greater or longer part: and the *Transversarium*, or *Transome*, and is the lesser and shorter” (Ramus, 1636, p. 115).

Ao observar a Figura 5, tem-se que as primeiras impressões são formadas a respeito da forma de graduação do instrumento matemático. Com isso, percebe-se que nas hastes possuem uma marcação de valores que são distribuídos em espaços que aumentam de 100 em 100 partes. A respeito da unidade de medida usada na construção, Ramus (1636) não especifica em nenhuma parte ao longo do texto corrido, fazendo-nos a pensar que esse pensamento foi deixado a par dos construtores de seu báculo, como algo subjetivo, que dependeria das condições e materiais utilizados para esse processo.

Diante disso, houve a percepção de que as marcações estão relacionadas com a premissa que é colocada por Ramus no início da construção do objeto, para definir escalas numéricas nos bastões, de modo que “[...] o [comprimento do] Indicador é o dobro [do] da Transversal mais 1/10 de sua parte” (Ramus, 1636, p. 115, tradução nossa)²². Isso significa que a medida do comprimento do bastão maior terá uma dependência com o valor do bastão menor. Sobre esse aspecto, Pereira e Saito (2019) mencionam que na Matemática atual, essa questão poderia ser posta como uma relação de variáveis dependentes, ao considerar I como medida do Indicador e T como medida da transversal, algebricamente seria representada por:

$$I = 2 \cdot T + \frac{1}{10} \cdot T = \frac{20}{10}T + \frac{1}{10}T = \frac{21}{10}T \quad (1)$$

A respeito dessa relação matemática, entende-se que ela é relevante para a estruturação das hastes do instrumento, de modo que é tomado como fator determinante para se ter a formação do Indicador. Contudo, ressalta-se que Ramus (1636) não fornece nenhuma razão material ou matemática para o uso dela, instruindo apenas sua utilização. Com uma forma de exemplificar a proporção construída, o autor faz esclarecimentos que números na relação, delimitando valores conhecidos da medida da Transversal para encontrar a medida do Indicador, como no sentido inverso. Assim, é inferido que:

Essa proporção, na definição e na construção das hastes do instrumento, é continuamente observada, por exemplo, se a Transversal tiver 10 partes, o Indicador deve ter 21 [partes]. Se [o Indicador] tiver 189, [a Transversal] terá 90, ou se [a Transversal] tiver 2000, [o Indicador] terá 4200. Como nem sequer se sabe quais sejam os números, então que esta seja sua proporção (Ramus, 1636, p. 116, tradução nossa)²³.

²² Na versão inglesa, tem-se: “[...] The Index is to the transversary double and 1/10 part thereof” (Ramus, 1636, p. 115).

²³ Na versão inglesa, tem-se: “This proportion in defining and making of the shanks of the instrument is perpetually to be observed: as if the transome be 10. parts, the Index must be 21. If that be 189. this shall be 90. or if it be 2000. this shall be 4200. Neither doth it skill what the numbers be, so this be their proportion” (Ramus, 1636, p 115-116).

Nesse sentido, a partir da forma que constituída as peças principais do báculo de Petrus Ramus, compreende-se que o valor tomado na medida da Transversal pode corresponder à unidade de medida do instrumento, uma vez que é por meio dela, que o processo de construção é executado para o encontro do valor do Indicador. Em comparação com os outros báculos estudados, Pereira e Saito (2019) afirmam que tomando essa condição como verdade, o pensamento se adequa a versão do báculo de Leonard Digges (ilustrado na Figura 2)²⁴.

Nesse sentido, com os valores que são exemplificados pelo autor, há um esclarecimento mais específico em relação a medida do Indicador pelo valor fixo da Transversal, como obter a medida da Transversal por um valor fixado do Indicador, confirmando as formas de utilização da relação destacada. Ademais, em relação as medidas tomadas, também é dito que “quanto maiores forem os números, menores serão as divisões, [e] melhor será para o uso”, com influência na precisão dos cálculos (Ramus, 1636, p. 116, tradução nossa)²⁵.

Outro aspecto importante a ser considerado nas hastes do báculo de Petrus Ramus é em relação a espessura deles, de modo que Transversal deve ter um formato mais fino e o Indicador, mais grosso (Ramus, 1636). Tais elementos se relacionam com o tipo de material de cada haste e com isso, é dito que “não há uma especificação de que matéria cada parte do bastão deva ser feita, se de latão ou de madeira, mas deve ser firme e não se desgastar ou deformar” (Ramus, 1636, p. 116, tradução nossa)²⁶. Logo, o material a ser utilizado na confecção do Indicador e da Transversal, precisa ter uma resistência para que não se desgaste ao longo do tempo em que é usado.

Essa caracterização se deve ao fato da Transversal ser sustentada pelo Indicador, ocasionando em uma necessidade dessa peça mais leve para que o instrumento possa ser bem regulado no momento de uso. Porém, a maneira de sustentação requer um auxílio especial para sua composição, de maneira que serão utilizados materiais e outras ferramentas para este fim, sendo esclarecido nas peças secundárias do instrumento, descritas adiante com acréscimo de outras funcionalidades.

3.2.2 Partes secundárias e suas funcionalidades

Em vista do formato de cruz ser usado como referência para a versão montada do báculo de Petrus Ramus, peças secundárias (ilustradas na Figura 6) são essenciais para equipar as suas

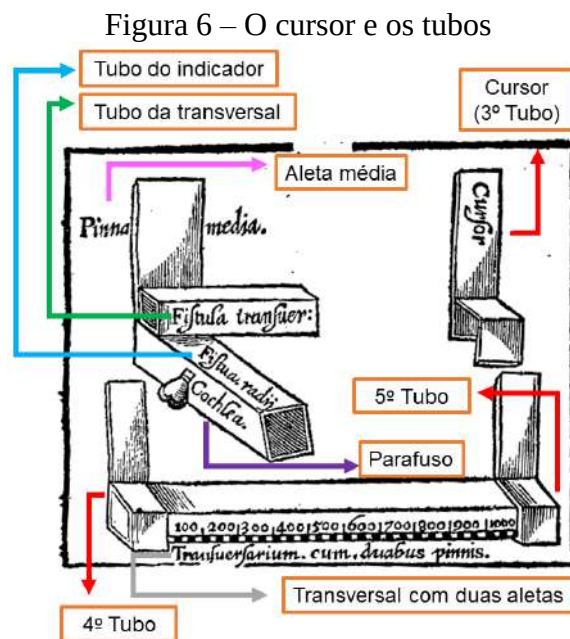
²⁴ Que se encontra localizado no capítulo 2.

²⁵ Na versão inglesa, tem-se: “That the greater the numbers be, that is the lesser that the divisions be, the better will it be in the use” (Ramus, 1636, p. 116).

²⁶ Na versão inglesa, tem-se: “But of what matter each part of the staffe be made, whether of brasse or wood it skilleth not, so it be firme, and will not cast or warpe” (Ramus, 1636, p. 116).

partes principais, de maneira que elas se complementam na mecânica de uso, possuindo finalidades particulares. Esses materiais possuem mecanismos próprios que fazem com que as partes do báculo sejam colocadas como encaixes, facilitando a montagem e a mobilidade do instrumento, de modo a dinamizar o processo de fabricação. Ao longo da seção, o autor também especifica as características, bem como o tipo de material para a composição de tais elementos, de modo que fica claro, a função empregada em cada contexto de utilização.

Assim, com o fato de o Indicador ter que sustentar a Transversal, Ramus (1636) especifica que nessa ação, um movimento deve ser feito entre essas peças, de modo que “a Transversal deve ser movida sobre o Indicador, às vezes mais alto, às vezes mais baixo” (Ramus, 1636, p. 115, tradução nossa)²⁷. Para tanto, dentro do texto é mostrado, artefatos que auxiliam na fixação da Transversal no Indicador, com vistas a validar o movimento que é deslizado para cima ou para baixo. Nesse contexto, na Figura 6, se tem uma imagem ilustrando os componentes e a denominação indicada.



Fonte: Adaptado de Ramus (1636, p. 116).

Com essa configuração, tem-se que novas peças foram incluídas para a implementação das hastes principais, possuindo elementos que são associados a elas. Assim, observa-se a inclusão de objetos como o cursor, alguns tubos e as aletas que completam a estruturação do báculo de Petrus Ramus. Ressalta-se que ambas, devem ter um formato específico, a depender da espessura dos bastões usados no início da construção para que o encaixe entre eles possa se

²⁷ Na versão inglesa, tem-se: “[...] The transversary is to be moved upon the Index, sometimes higher, sometimes lower” (Ramus, 1636, p. 115).

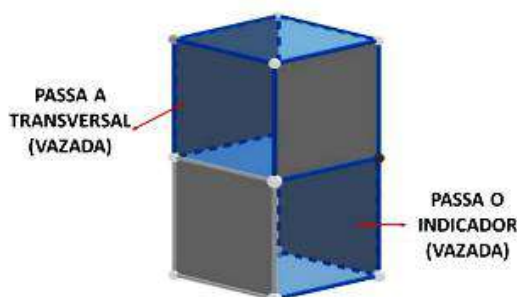
dar de forma apropriada. Ademais, a ilustração dessas peças, já elucidam uma noção de como as peças serão encaixadas por meio dos recursos adicionais para que o leitor se aproprie de ideias relacionadas a esses aspectos.

Diante dessa perspectiva, o autor descreve como é definido o movimento da Transversal no Indicador, comentando que

[...] a Transversal será mais convenientemente movida, por si só, para cima e para baixo em tubos de bronze e sobre o Indicador, para mais alto ou mais baixo, em ângulo reto, tocando um ao outro de modo que a boca alternada de um possa tocar o lado do outro. O terceiro tubo deve ser movido ou deslizado para cima e para baixo, de uma extremidade da Transversal para a outra, e, desse modo, pode ser chamado *Cursor* (Ramus, 1636, p. 116, tradução nossa)²⁸.

Assim, tem-se que o componente que permitirá que a Transversal se mova sobre o Indicador é cursor, também denominado de terceiro de tubo. Esse mecanismo pode ser feito de bronze e estabelece que a Transversal se mova em um sentido vertical (de cima para baixo), sobreposto perpendicularmente. Ademais para tal cursor, necessita da fixação de dois tubos de bronze vazados para que em um deles possa ser encaixado o Indicador e no outro, a Transversal. Essa forma de posicionamento é baseada na Figura 6, que está localizada “no canto superior esquerdo em uma versão mais estendida dos tubos, de modo que o tubo do Indicador fique em ângulo reto (perpendicularmente) com o tubo da Transversal, em um formato de cruz” (Silva, 2021, p. 55). Em uma visão mais ampliada desse quesito, Pereira e Saito (2019) ilustraram com recursos gráficos digitais a disposição desses tubos na Figura 7.

Figura 7 – A disposição dos tubos de bocas alternadas



Fonte: Pereira e Saito (2019, p. 410).

Com tal ilustração é possível ver a disposição do tubo do Indicador e do tubo da Transversal, que precisam ser colocados de maneira que o espaço vazado para passar cada haste

²⁸ Na versão inglesa, tem-se: “[...] the transome will more conveniently be moved up and downe by brasen pipes, both by it selfe, and upon the Index higher or lower right angle wise, so touching one another, that the alterne mouth of the one may touch the side of the other. The thrird pipe is to be moved or slid up and downe, from one end of the transome to the other; and therefore it may be called the *Cursor*” (Ramus, 1636, p 116).

estejam postas de maneira alternadas, considerando formar entre elas, um ângulo de 90°. Mediante a isso, tem-se que é possível realizar a movimento vertical da Transversal no Indicador pelo cursor, como também o movimento horizontal cursor pela Transversal, permitindo que hastes do instrumento deslizem de cima para baixo e de um lado para o outro.

A respeito dos componentes restantes para a composição do báculo, é dito que

O quarto e o quinto tubos, fixos e imóveis, são colocados nas extremidades da Transversal, são de igual altura até o terceiro e o segundo [tubo] para manusear gentilmente, quando for necessário, a linha óptica, e, por assim dizer, com alguns pontos para defini-la na Transversal (Ramus, 1636, p.116-117, tradução nossa)²⁹.

Diante disso, em relação a essas peças que foram descritas por Ramus, destacam-se o quarto e o quinto tubo que serão colocados de maneira fixa nas extremidades da Transversal. Essa forma de posicionamento também está representada na parte inferior da Figura 6. Como peça complementar a esses tubos, são colocados adereços de igual altura que tem formato de superfícies retangulares, dando uma noção que se assemelham a extensão vertical acima de cada tubo. Segundo Pereira e Saito (2019), esses elementos são denominados de aletas e além de serem fixadas no quarto e quinto tubo, também são postas no terceiro tubo (o cursor), no local em que passa a parte vazada do Indicador.

A respeito dessa última peça, há uma suposição de que ela, esteja relacionada ao segundo tubo, pois no documento, Ramus faz menção dela, mas não explicita de maneira clara, a localização da mesma e com isso, Pereira e Saito (2019, p. 363) mencionam que essa peça é, necessariamente, outro tubo “que é encaixado na ponta do Indicador [...] que tem as aletas (*pinnae*) no processo de medição [...] de mesma altura”. Ademais, os autores alegam que as aletas necessitam estar colocadas diante de uma mesma altura para que a linha óptica (campo de visão do usuário do báculo), esteja bem-posicionada no momento do manuseio do objeto, de modo que ela não perca e fica estabilizada para indicar que o instrumento fique colocado de maneira correta (Pereira; Saito, 2019).

Nesse contexto, ao dar instruções sobre a implantação de alguns tubos do báculo, o autor reforça que “os três primeiros tubos podem, conforme a ocasião exigir, ser fixos ou presos com parafusos de bronze” (Ramus, 1636, p. 117, tradução nossa)³⁰. Essa forma de fixação com os parafusos de bronze, pode auxiliar na modelação do encaixe do Indicador, como também no da

²⁹ Na versão inglesa, tem-se: “The fourth and fifth pipes, fixed and immoveable, are set upon the ends of the transome, are unto the third and second of equall height with finnes, to restraine when neede is, the opticke line, and as it were, with certaine points to define it in the transome” (Ramus, 1636, p. 116-117).

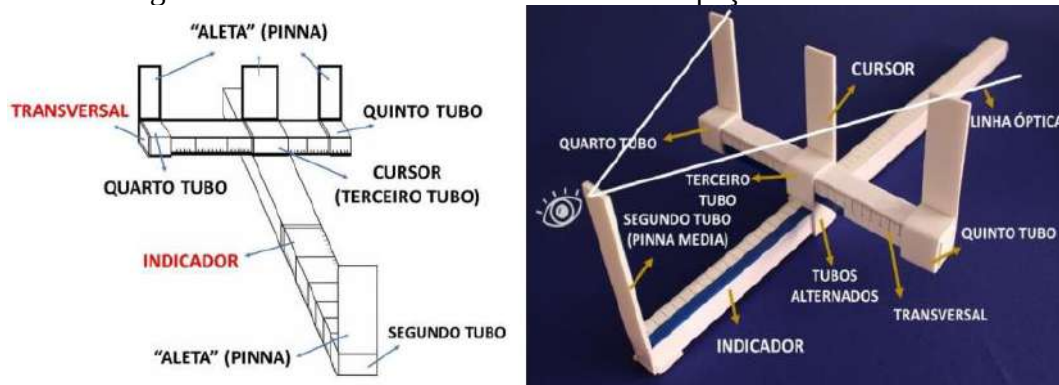
³⁰ Na versão inglesa, tem-se: “The three first pipes may, as occasion shall require, be fastened or staid with brasen scrues” (Ramus, 1636, p. 117).

Transversal nos tubos, fazendo com que ambos fiquem seguros (como mostra a Figura 6) para a realização das medições com o instrumento.

A partir do posicionamento e do encaixe dessas peças, tem-se a formação do báculo de Petrus Ramus, com sua funcionalidade atrelada a essas questões de construção, tornando o processo robusto. Contudo, convém observar que durante o IX Livro do Geometria, não é ilustrado nenhuma forma do instrumento montado por completo, contendo apenas as imagens das peças desmontadas, como foi apresentado, nos fazendo pensar que esta breve descrição era característica dos tratados orientados para a geometria prática do período, mobilizando os saberes-fazer do cotidiano.

Contudo, em estudos recentes, Pereira e Saito (2019) com o apoio de elementos gráficos atuais e das orientações descritas no tratado de Ramus (1636), fizeram uma reconstrução virtual do objeto, destacando aspectos fundamentais em sua estrutura, mostrado na Figura 8. Essa versão construída, levou em consideração, elementos relevantes postos para a fabricação do objeto, de modo que não foi feito uma réplica exata do instrumento³¹, mais uma aproximação do que estava sendo colocado por Petrus Ramus.

Figura 8 – O báculo de Petrus Ramus e suas peças reconstituídas



Fonte: Pereira e Saito (2019, p. 363).

Segundo os autores, essa forma de reconstrução virtual do objeto foi possível, mediante as observações feitas nas situações de medição do instrumento que são apresentadas em seções posteriores a da fabricação do objeto. Além de conter orientações para as formas de medição, são colocados exemplos de aplicação com o báculo, de maneira a se ter representações sobre como a ferramenta estava sendo posta pelos usuários. Com as variadas imagens retratando o manuseio em afazeres cotidianos dos séculos XVI e XVII, ficou perceptível como cada peça era encaixada nos contextos de medição.

³¹ Para mais considerações e detalhes sobre o processo de reconstrução do báculo de Petrus Ramus, verificar a pesquisa de Pereira e Saito (2019).

Dessa forma, após considerar as instruções dadas por Ramus como regras essenciais para a construção do seu báculo, seguindo a ordem do documento histórico, são explicitadas orientações para o manuseio do objeto, definidas em dois aspectos: noções gerais para o posicionamento correto e as formas de medição particulares, distribuídas em contextos diferentes. Assim sendo, na próxima seção, foi discutido a respeito dos direcionamentos gerais para dispor o objeto, mediante a habilidade de posicionamento de seu usuário.

3.3 Orientações gerais de manuseio do báculo de Petrus Ramus

O processo de construção do báculo de Petrus Ramus necessita de instruções direcionadas para a fabricação de suas partes e em suas funções específicas. Com isso, para a montagem do instrumento, é preciso dispor em locais específicos as peças como o Indicador, a Transversal, o cursor, entre outras, visando permitir o funcionamento adequado dele. Contudo, além dessa questão, os componentes utilizados também se relacionam com a forma de uso do instrumento, em seus aspectos gerais, como também em formas particulares.

Sabendo disso, após Ramus (1636) descrever as ações necessárias associado aos materiais para a fabricação do seu báculo, ele faz algumas observações em relação as orientações gerais para manusear seu instrumento. Essas questões se relacionam com o posicionamento que deve ter tomado para dispor o objeto, como também a respeito dos quesitos que o usuário deve seguir, a fim de realizar uma apropriação de tais conceitos. Decorrente disso, há a necessidade de mobilizar elementos do corpo com algumas partes do instrumento, visando realizar uma medição precisa, que destacado com mais clareza nas seções adiante.

3.3.1 Noções iniciais para apropriação do posicionamento do instrumento

Uma das premissas iniciais, está relacionada a distância tomada entre o objeto ou grandeza a ser medida com o báculo de Petrus Ramus, posto que é descrito: “Primeiro, uma distância justa, pois a visão não é infinita” (Ramus, 1636, p. 117, tradução nossa)³². Tal instrução, advém do fato do báculo ser posicionado próximo de um dos olhos do usuário para a obtenção da mira visual no que vai ser medido por ele e assim, precisa ter um espaço adequado, de forma que não seja muito longe, pois nesse caso, a visão seria prejudicada e não seria possível enxergar bem, como também não muito perto, pois com isso, poderia ser observadas coisas além do esperado, dificultando o processo de medição. A segunda orientação, também tem relação com a primeira, conforme é dito que

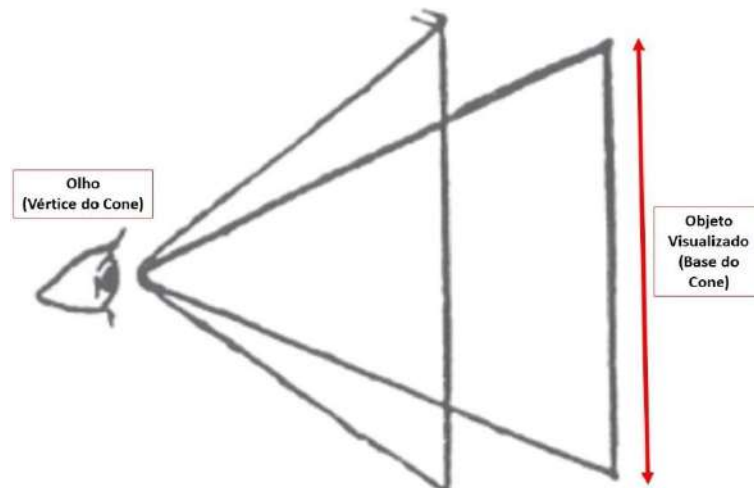
³² Na versão inglesa, tem-se: “First, a just distance. For the sight is not infinite” (Ramus, 1636, p. 117).

Em segundo lugar, que um olho esteja fechado, pois a faculdade óptica transmitida por ambos os olhos em um [só olho] mira de modo mais certo; e o instrumento é mais apropriadamente aplicado e ajustado ao osso da bochecha do que em qualquer outro lugar [do rosto], pois aqui é como se o olho fosse o centro do círculo, em que a transversal está inscrita (Ramus, 1636, p. 117, tradução nossa)³³.

Assim, em vista do instrumento poder ser sustentado por apenas uma das hastes, é orientado que o báculo seja posicionado com um olho aberto e outro fechado para que a visão se mantenha uniforme, passando pela haste até encontrar o que vai ser medido. Essa concepção da que a visão seguia um curso retilíneo, advém da “tentativa de geometrizar o que se visualiza pelo uso de retas e ângulos num espaço tridimensional” que era empregada pela geometria grega na ciência da óptica em meados dos séculos XVI e XVII (Tossato, 2005, p. 422).

Nessa perspectiva, o tratamento dado pelos gregos aos fenômenos ópticos era deduzir matematicamente as definições com os conceitos e propriedades das retas e dos ângulos, como uma forma de aplicação. Posteriormente, Euclides se apropriaria dessas ideias, desenvolvendo a “teoria do cone geométrico”, em que “[...] o olho humano torna-se o ápice do cone e o objeto visto a sua base”, contribuindo para essa tradição matemática que se perpetuou por muito tempo (Tossato, 2005, p. 422). Na Figura 9, tem-se a representação de como a teoria do cone visual euclidiano é organizado.

Figura 9 – Ilustração da teoria do cone visual de Euclides



Fonte: Adaptado de Tossato (2005, p. 423).

³³ Na versão inglesa, tem-se: “Secondly, that one eye be closed: For the optick faculty conveyed from both the eyes into one, doth aime more certainly; and the instrument is more fitly applied and set to the cheek bone, then to any other place. For here the eye is as it were the center of the circle, into which the transome is inscribed.” (Ramus, 1636, p. 117).

Diante disso, a teoria do cone visual euclidiano, considera que o olho emite raios visuais que vão de encontro com o objeto visto, de modo a expressar um princípio geométrico básico da formação de uma pirâmide visual que se encontra entre o olho e o que é observado. Nesse contexto, com essa configuração, uma perspectiva é modulada na óptica geométrica, em que o olho é o vértice do cone e o objeto visualizado é base dele (Tossato, 2005). De maneira complementar essa abordagem, é dito também que “ao reduzir o campo de visão ao que o cone delimita, sendo o centro desse campo o próprio olho, pode-se obter informações sobre a distância entre o observador e o objeto visto por meio das relações entre retas e ângulos” (Tossato, 2005, p. 423).

Dessa forma, conclui-se que o cone visual de Euclides, contempla a exploração de relações que envolve o fenômeno óptico e a geometria, considerada como uma teoria óptica que foi bastante difundida na Idade Média e no Renascimento. Segundo Tossato (2005), essa questão se relaciona com os conceitos referentes à perspectiva e à óptica geométrica que tomam o olho humano como ponto originário das linhas de visão, fazendo com que os pontos de mira seguissem uma trajetória reta até chegar no objeto visto.

A partir dessas considerações em relação ao conhecimento óptico, acredita-se que Ramus (1636) tenha se baseado em alguns conceitos dessa estruturação, posto que sua obra, deriva de objetos contidos nos escritos de Euclides, contando uma aproximação com o que é descrito nas orientações gerais de uso do báculo. Assim sendo, ao especificar que o instrumento deve ser usado próximo a bochecha, perto de um olho, indica que a Transversal é sobreposta ao que está sendo visualizado, de modo a cobrir o campo visual para a medição. Tal concepção se assemelha no que é preconizado pela teoria explicada, com a noção que ela

[...] foi feita admitindo-se que o que o olho vê é expressão da realidade do mundo externo. O fato do vértice do cone estar no olho implica que o olho capta as informações de um campo visual específico. Aqui está envolvida a concepção filosófica de Euclides. Ele seguiu a teoria da emissão, admitindo que é o olho humano que emite raios que chegam ao objeto, e esses raios voltam ao observador em forma de dados, de imagens que são processadas no olho e passam, a seguir, para o cérebro do observador. Com isso, a geometria do cone euclidiano funciona para uma concepção de visão ativa (Tossato, 2005, p. 424-425).

Diante disso, a visão pelas hastes do báculo de Petrus Ramus, é um dos aspectos manipuláveis que deve ser levado em conta para a medir com ele, posto que se a visão não for mantida e nem fixada, não será possível seguir de acordo com os procedimentos que são orientados. Ademais, essa questão é bem relevante nas situações particulares de medição, posto que será condicionada em cada forma de mensurar, sendo um fator determinante para tal ação.

Alinhado a isso, a distância entre o medidor com o instrumento e a grandeza que vai ser medido, deve ser um espaço não muito curto, nem muito longe, de modo que seja mantido o campo visual (plano formado pelo triângulo azul), para que não se perca a visão que perpassa pelo báculo e chega nas extremidades da altura da árvore. Essas questões também facilitam o manuseio da Transversal sob o Indicador, uma vez que ela irá fazer o regulamento dos valores a serem utilizados na medição, requerendo de seu usuário, uma atenção maior para esse aspecto.

Desse modo, acredita-se que tais orientações iniciais são responsáveis para a apropriação dos elementos básicos do báculo de Petrus Ramus, de maneira que o usuário se atente para as questões postas, pois um único erro dos aspectos não obedecidos, pode refletir no processo de medição com o objeto. Posto isso, essas questões servirão como base para a compreensão das formas particulares de medir, como as outras orientações que serão apresentadas para a complementação das orientações de uso do instrumento matemático.

3.3.2 Observações sobre o posicionamento do báculo para a medição de distâncias

A partir dos aspectos iniciais para a disposição do báculo de Petrus Ramus, posteriormente na quinta e sexta seção do IX Livro de Geometria, é dada uma abordagem para posição relativa das hastes do instrumento em relação a distância a ser medida. Nesse contexto, a questão da visão também é destacada, posto que o olho do usuário é tomado como ponto de origem das linhas de visão que passam pelas hastes do instrumento até chegar em algum objeto visto no momento de medição.

Sobre esse aspecto, o autor menciona que “se a visão passa do começo de uma haste [i.e., o indicador], ela passa ao final da outra [i.e., da transversal]. E [se] uma haste [i.e., o indicador] é perpendicular à grandeza a ser medida, a outra [i.e., a transversal], [é a ela] paralela” (Ramus, 1636, p. 117, tradução nossa)³⁷. A situação é comparada ao posicionamento do instrumento em relação a grandeza procurada na medição. Ademais essa forma de colocação é válida para ambos os bastões, conforme é descrito que

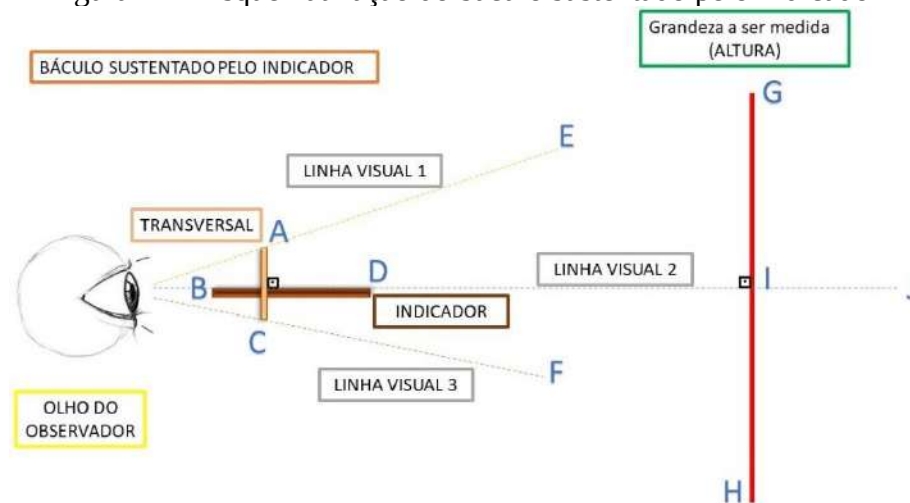
[...] a visão percorre do começo do Indicador até o final do transversal. Ou, ao contrário, do início da transversal até o final do Indicador. E que o Indicador é reto, isto é, perpendicular à linha a ser medida e, a transversal, [a ela] paralela. Ou, ao contrário (Ramus, 1636, p. 117, tradução nossa)³⁸.

³⁷ Na versão inglesa, tem-se: “If the sight doe passe from the beginning of one shanke, it passeth by the end of the other: And the one shanke is perpendicular unto the magnitude to be mea|sured, the other parallell” (Ramus, 1636, p. 117).

³⁸ Na versão inglesa, tem-se: “[...] the sight is from the beginning of the Index by the end of the transome: Or contrariwise, From the beginning of the transome, unto the end of the Index. And that the Index is right, that is, perpendicular to the line to be measu|red, the transome parallell. Or contrariwise” (Ramus, 1636, p. 117).

Assim sendo, a partir do posicionamento do báculo por uma de suas hastes, em um dos olhos do usuário, tem-se que o raio visual formado perpassa por todos os bastões do instrumento, de modo que se o Indicador for mantido como sustentação, a visão percorre do começo dele até os extremos da Transversal (Figura 11). Em outra perspectiva, se a Transversal estiver sustentada, de maneira análoga, a visão passa por ela e chega nas extremidades do Indicador (Figura 12). Para tanto, como forma de representação, destaca-se as imagens a seguir.

Figura 11 – Esquematisação do báculo sustentado pelo Indicador



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando a Figura 11, ao considerar a medição com o báculo sustentado pelo Indicador, tem-se que a visão (representadas pelas linhas visuais), segue direções distintas, de modo que ela abarca o início do Indicador (demarcado no ponto B) de maneira retilínea, passando pelo final da haste (ponto D), chegando até o local estratégico (ponto J). O raio visual também alcança as extremidades da Transversal (representadas pelos pontos A e C), como também a grandeza que vai ser medida (segmento $\overline{GH}$).

Diante dessa maneira de posição, é evidenciado pelo autor, as posições relativas das hastes em relação ao que será medido. Assim, Ramus (1636) instrui que nessas condições, o Indicador (segmento $\overline{BD}$) é perpendicular a grandeza medida (segmento $\overline{GH}$), bem como a Transversal (segmento $\overline{AC}$) paralela a ela (segmento $\overline{GH}$). Essas conclusões são fundamentais para compreender as orientações contidas nos *Elementos* de Euclides, obra que Ramus (1636) retirou alguns elementos para organizá-los sistematicamente.

Nesse sentido, ao observar as definições fundamentadas por Euclides em relação as retas perpendiculares, tem-se que é dito que “quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada

uma perpendicular àquele sobre a qual se alteou” (Euclides, 2009, p. 97)³⁹. No esquema da Figura 11, tem-se essa representação por meio das marcações nos pontos, pois considerando que os segmentos são partes de retas, o que for válido para as retas, também será válido para os segmentos nesse aspecto.

Com isso, da própria construção do báculo, obtém-se que o Indicador (segmento $\overline{BD}$) é perpendicular a Transversal (segmento $\overline{AC}$). Com o prolongamento da reta que passa pelo Indicador até a grandeza a ser medida (segmento $\overline{GH}$), é mantido uma trajetória retilínea, que corta o segmento no ponto I, formando ângulo reto que é adjacente com aquele formado entre o Indicador e a Transversal. Posto isso, é possível concluir que o Indicador é perpendicular a medida procurada do que vai ser medido.

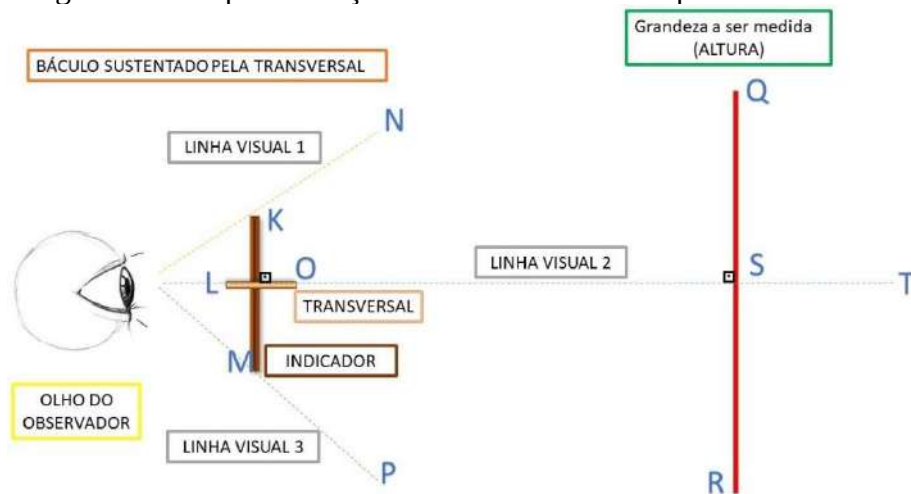
Em outro aspecto, em relação as retas paralelas, é dito que elas “são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram” (Euclides, 2009, p. 98)⁴⁰. Observando esse aspecto na Figura 11, tem-se que o Transversal (segmento $\overline{AC}$), não poderá se encontrar com o segmento $\overline{GH}$ (distância a ser medida) por conta do espaço entre elas, que não permite nenhum ponto de interseção. Dessa forma, é possível concluir que a Transversal é paralela em relação a grandeza a ser medida com o báculo de Petrus Ramus.

Em outra perspectiva, ao considerar a medição com báculo de Petrus Ramus, de modo que a Transversal sustente o objeto (Figura 12), tem-se que algumas questões são diferenciadas, principalmente no que se refere à posição relativa das peças do instrumento em relação ao que será medido por ele. As noções que se referem aos raios visuais passando pelas partes do objeto, se mantém, posto é algo característico ao fenômeno óptico considerado na época de disseminação do instrumento matemático.

³⁹ Décima definição encontrada no Livro I da obra “os Elementos de Euclides”.

⁴⁰ Vigésima terceira definição encontrada no Livro I da obra “os Elementos de Euclides”.

Figura 12 – Esquematisação do báculo sustentado pela Transversal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, de maneira análoga ao que foi feito no procedimento anterior, convém observar que a linha visual perpassa por todas as partes do instrumento matemático, de forma a incluir o início da Transversal (ponto L), passando pelo ponto O (final da haste), até em um local proposital (ponto T). Nisso, a visão também captar os extremos do Indicador (que são representados pelos pontos K e M), incluindo a medida procurada, que é posta em vermelho pelo segmento $\overline{QR}$. Partindo de contextualizações anteriores e com base a Figura 12, tem-se a possibilidade de definir a posição das hastes em relação ao segmento $\overline{QR}$. Nisso, podemos concluir que a Transversal (segmento $\overline{LO}$), se torna perpendicular ao que é pleiteado para medição, como também o Indicador (segmento $\overline{KM}$) paralelo a ele (segmento $\overline{QR}$).

Com essas duas formas de representação, percebeu-se que as duas formas de posicionar o báculo de Petrus Ramus interferem diretamente na interação do instrumento com o que vai ser medido, posto que tais posições relativas são consideradas nas situações de medição, como condições a serem cumpridas para a realização de tal fato. Dessa forma, é preciso ter atenção para garantir que todos os quesitos sejam contemplados, de forma a manter a perpendicularidade das hastes em qualquer uma das duas posições a serem consideradas, sem nenhuma inclinação.

A respeito desse aspecto, Petrus Ramus sugere que seja utilizado um instrumento auxiliar para fidelizar o procedimento feito com o seu báculo e assim, ele comenta que “nesse caso, a perpendicularidade do Indicador, na medição de comprimentos, pode ser realizada por um prumo de chumbo pendurado” (Ramus, 1636, p. 117, tradução nossa)⁴¹. Esse recurso

⁴¹ Na versão inglesa, tem-se: “Or contrariwise. Now the perpendicularity of the Index, in measurings of lenghts, may be tried by a plummet of lead appendent” (Ramus, 1636, p. 117).

adicional é uma espécie de fio de prumo⁴², que poderá auxiliar o usuário do báculo a constatar se o instrumento matemático estaria sendo posicionado corretamente.

Em relação ao uso do objeto para medir outras distâncias, é especificado que “em [medição de] alturas e de larguras, deve-se mirar com um olho, embora uma pequena variação do prumo não cause nenhum erro sensível” (Ramus, 1636, p. 117, tradução nossa)⁴³. Assim, com essa forma de utilização do fio de prumo, pode ocorrer da haver variações quanto a disposição do objeto, mas que essa questão não afetará de modo direto a medição, desde que as condições sejam respeitadas.

Ademais, sobre os elementos relacionados com o raio visual que foi ilustrado na Figura 11 e na Figura 12, ainda é reforçado que tal fenômeno pode ocorrer em qualquer posição do instrumento matemático, já que possível fazer movimentos de cima para baixo, como também de um lado para o outro. Assim, a cada posição ou movimento do báculo, há a formação de uma “[...] linha visual, quer o Cursor esteja mais ao extremo ao final da transversal, quer esteja ele em qualquer outro lugar” (Ramus, 1636, p. 118, tradução nossa)⁴⁴.

Posteriormente a essas orientações, é dado um apontamento para as grandezas que podem ser medidas com o báculo e assim, é colocado que

O comprimento e a Altura têm uma medida tripla. O primeiro e o segundo tipo de medida requerem apenas uma distância e está admitindo uma extensão de um deles para a terceira proporcional. O terceiro [tipo requer] duas distâncias, e tal é a extensão da largura (Ramus, 1636, p. 118, tradução nossa)⁴⁵.

Diante disso, é esclarecido para a aplicação do báculo de Petrus Ramus, três formas particulares que se relacionam com as grandezas a serem medidas pelo objeto, sendo exatamente, as maneiras de se medir comprimento, como também as de altura e a da largura. Nisso, é colocado que para as duas primeiras grandezas citadas, tem-se duas formas a se considerar, uma no qual o usuário estabelece uma posição fixa para o instrumento e a outra, em que ele necessita de duas posições. Como forma de justificar esse aspecto, é dito que

A Geodésia das linhas retas é dupla: de uma distância, ou de duas. A Geodésia de uma distância é aquela em que o medidor, para encontrar a extensão desejada, não muda o lugar ou posição dele. A Geodésia de duas distâncias é aquela em que o medidor, por

⁴² Ferramenta bastante utilizada em construções na contemporaneidade para verificar a posição reta das paredes de alguma construção, como também estabilizar algo que se encontra inclinado no sentido vertical.

⁴³ Na versão inglesa, tem-se: “But in heights and breadths, the eye must be trusted; although a little varying of the plummet can make no sensible error” (Ramus, 1636, p. 117).

⁴⁴ Na versão inglesa, tem-se: “By the end of the transome, understand that which is made by the line visuall, whether it be the outmost finne, or the Cursour in any other place whatsoever” (Ramus, 1636, p. 118).

⁴⁵ Na versão inglesa, tem-se: “Length and Altitude have a threefold measure; The first and second kinde of measure require but one distance, and that by granting a dimension of one of them, for the third proportionall: The third two distances, and such onely is the dimension of Latitude” (Ramus, 1636, p. 118).

causa de algum impedimento situado no caminho entre ele e a grandeza a ser medida, é obrigado a mudar de lugar e obter uma dupla posição (Ramus, 1636, p. 118, tradução nossa)⁴⁶.

Nesse contexto, com as formas do usuário se colocar para medir com o instrumento, há o surgimento de duas possibilidades de a medição serem realizada com o báculo, que foram bem esclarecidas pelo autor. Corroborando a esse aspecto, ele inclui em seu texto a questão da Geodésia, que se refere a maneira de medir linhas, como já foi destacado, sendo especificadamente para as grandezas na qual ele definiu. Esse conceito será bastante explorado pelo autor, ao fazer menção dela em suas situações de medição.

Em seguida, Petrus Ramus faz um comentário mais direcionado sobre as grandezas (comprimento, altura e largura), destacando “[...] que o comprimento e a altura podem ser medidos em conjunto, ambos com uma e com dupla posição. Mas a largura não pode ser medida senão com duas [posições]” (Ramus, 1636, p. 118, tradução nossa)⁴⁷. Sobre esse momento, o autor afirma que com seu báculo, existe maneiras de medição conjunta (em ambas as formas, com um ou com duas posições) em relação a grandeza comprimento e a grandeza altura, contudo, ao frisar a medição de largura, ele indicar que há apenas uma forma de encontrá-la.

Dessa maneira, considerando as especificações dadas para as formas de medir das três grandezas mencionadas, Petrus Ramus viu a necessidade de dividi-las em situações de medição para organizá-las de modo que ambas seguissem os preceitos gerais por ele definido nas seções sobre as orientações de base para o manuseio inicial e o posicionamento de seu báculo. Com isso, na próxima seção, será delimitado um panorama geral das situações de medição, destacando o escopo em que elas são formadas, bem como o contexto cotidiano em algumas delas eram inseridas.

3.4 Particularizações relativas ao uso do báculo para medir distâncias

Após ter delimitado as informações iniciais relacionadas a construção do báculo e suas condições de manuseio, Ramus (1636) direciona as seções do texto para as formas particulares de medição com o antigo instrumento, de modo a destinar orientações específicas alinhadas ao modo de mensurar grandezas como comprimento, altura e largura. Tais elementos foram

⁴⁶ Na versão inglesa, tem-se: “Geodesy of right lines is two fold; of one distance, or of two. Geodesy of one distance is when the measurer for the finding of the desired dimension doth not change his place or standing. Geodesy of two distances is when the measurer by reason of some impediment lying in the way betweene him and the magnitude to be measured, is constrained to change his place, and make a double standing.” (Ramus, 1636, p. 118).

⁴⁷ Na versão inglesa, tem-se: “[...] that length and heighth, may be joyntly measured both with one, and with a double station: But breadth may not be measured otherwise than with two.” (Ramus, 1636, p. 118).

denominados de ‘situações de medição’ que procuram relacionar aplicações dos conhecimentos teóricos em contextos práticos, com problemas que eram comuns no cotidiano das pessoas durante a sua época de circulação.

Assim sendo, é interessante compreender como Ramus (1636) incorpora o conceito matemático nas situações propostas, posto que ele procura seguir uma organização fixa, a fim de que leitor possa replicar em outras circunstâncias. Nesse sentido, visando dar uma caracterização geral nas situações de medição, iremos desenvolver um detalhamento sobre o escopo dessas aplicações e suas colocações dentro do documento histórico, explicitando a relevância para as atividades práticas do período.

A fim de dar sentido e clareza as proposições geométricas presentes em seu tratado, Ramus (1636) propôs a fabricação e uso de seu báculo fazendo relações do conhecimento matemático com elementos de ordem material e teórica. A partir disso, visando dar atribuições para esses processos em meios específicos, o autor conseguiu construir uma maneira de valorizar a geometria prática que advinha do cotidiano humano, por meio da medição com o seu instrumento matemático, implementando outras formas de saber a essa ação.

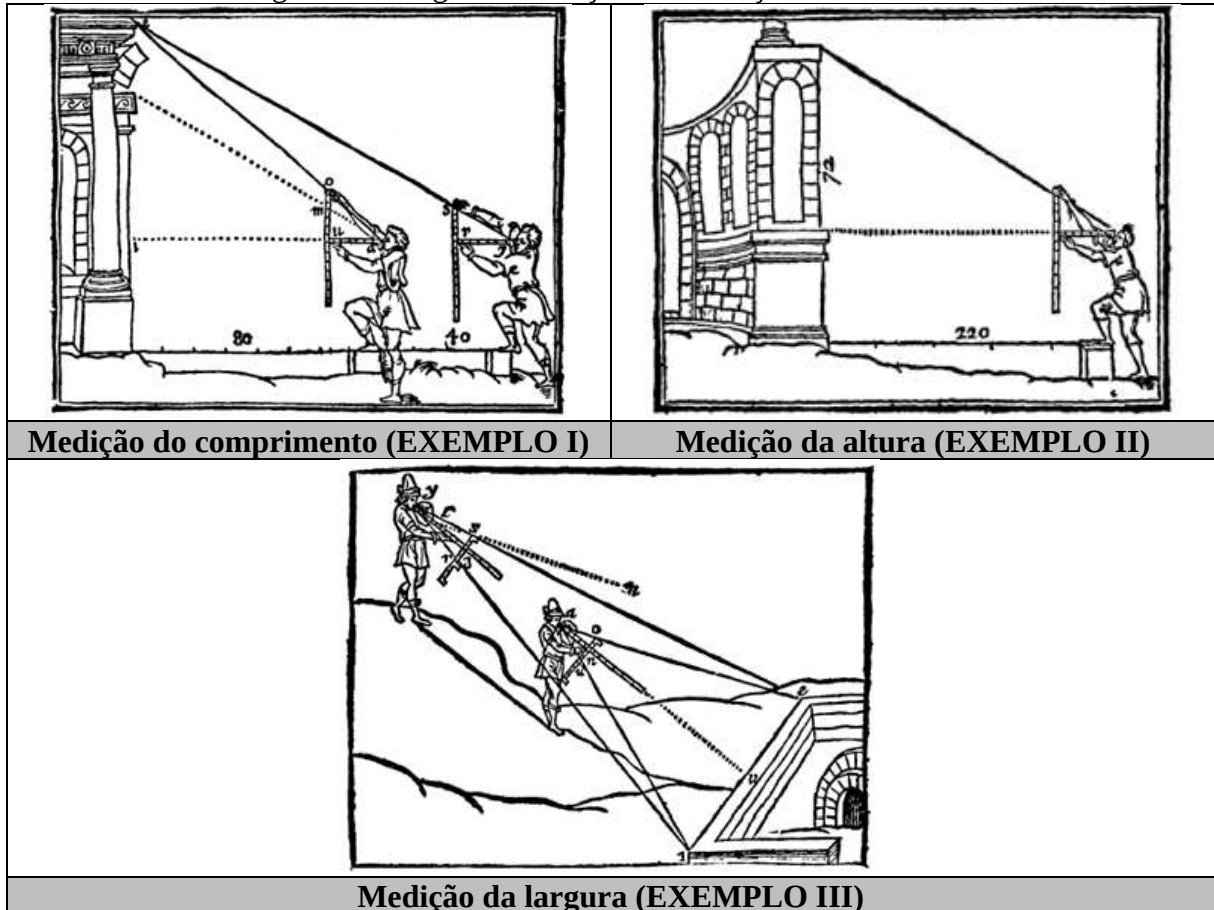
Ao observar as últimas onze páginas do compilado sobre o báculo de Petrus Ramus, encontramos as situações de medição que são descritas da sétima seção até a décima sétima, trazendo ocasiões no qual o antigo instrumento poderia ser utilizado para o desenvolvimento de algum trabalho manual. Nesse sentido, uma organização pelo autor foi feita para delimitar as abordagens de uso do objeto, de modo que fossem enfatizadas as distâncias, que eram bem usuais no contexto das medições (Silva; Pereira, 2020a).

Com isso, conseguimos identificar que Ramus (1636) elabora dez situações de medição que são distribuídas em três conjuntos, conforme as grandezas conhecidas. O primeiro grupo se relaciona com a mensuração de comprimento, que são estipuladas em três maneiras de realização. O segundo se relaciona com a forma de medir altura, em que são reservadas seis circunstâncias para o medidor. O terceiro conta com apenas um único modo de determinar o valor da largura.

Sobre essa divisão, consideramos que o autor resolveu fazer especificações devido a uma série de possibilidades que podem intervir na medição com o seu báculo e fazer com que a medida final seja incerta. Uma delas, seria o jeito de colocação do instrumento, em que é levado em conta o seu sustento, podendo ser pelo Indicador ou pela Transversal, como já foi destacado. Outra coisa que também influencia é a posição da grandeza a ser medida, como também lugar do medidor e as circunstâncias do local de medição, já que são fatores externos

que tem uma variação, relacionando-se diretamente como as partes do báculo de Petrus Ramus. Nas ilustrações a seguir (Figura 13), temos exemplos de medição com tal objeto.

Figura 13 – Algumas situações de medição com o báculo



Fonte: Retirado de Ramus (1636, p. 122-133).

A partir desses exemplos, é interessante destacar que algumas regras de manuseio do báculo de Petrus Ramus podem ser observadas quando fazemos uma contraposição com as imagens representadas na Figura 13. Assim, destacamos inicialmente a postura dos medidores, que na medição do comprimento e da largura, requer uma dupla posição, enquanto na forma de mensurar altura, só precisa de um único local. Essas diferenças são necessárias, pois refletem que as posições tomadas pelo medidor contemplem o campo de visão para serem precisos com o valor final a ser encontrado.

Um outro aspecto está relacionado com o jeito em que o báculo é sustentado e sua posição relativa as grandezas que serão medidas. No exemplo II, ele é segurado pela Transversal para mensurar a altura de uma coluna, de modo que essas grandezas permaneçam em sentido perpendicular uma à outra. Nesse caso, o Indicador irá deslizar sobre Transversal, se mantendo em paralelo com o objeto que está medido. Tais denominações podem se inverter, caso seja mudado a orientação de sustento do báculo.

Essas ilustrações destacadas na Figura 13, fazem parte de um escopo fixo que Ramus (1636) procurou desenvolver para mostrar as aplicações de seu báculo, de forma que complementam a interpretação de cada situação de medição. Atrélado a isso, consta em cada seção: um enunciado, imagem representativa, um exemplo de cálculos realizados para medir com a valor final encontrado. Algumas partes, possuem uma descrição mais acentuada com comentários do autor para que seja elucidado sobre o contexto no qual vai se inserir a medição, ao passo que em outras, ele procura ser mais direto e preciso.

A respeito do enunciado em que foi colocado na abertura de cada seção, temos que ela serve para orientar como o báculo deve ser posicionado em relação a grandeza que vai ser medida, incluindo ao final, uma relação matemática. Por meio da imagem e dos valores definidos no corpo do texto, os cálculos são efetuados e a medida final destacada, de forma que o leitor faça assimilações com o que foi definido. É com esse tipo de organização que Ramus (1636) desenvolve as suas situações de medição para a articular a abordagem teórica com a prática do conhecimento geométrico.

Com isso, ficou explícito o encadeamento que o autor faz com os elementos destacados em cada seção das suas situações de medição. Convém enfatizar que os exemplos que são utilizados para inserir os cálculos são contextualizados com situações que era comum para época, podendo ser aplicáveis em áreas como a engenharia, a agrimensura, entre outras (Silva; Pereira, 2020a). Isso nos faz entender, que o báculo não era direcionado apenas para uma única profissão, mas sim para uma ação que se relacionasse com a abordagem da medição.

Nesse sentido, as situações que Petrus Ramus define para calcular distâncias dão sentido e objetividade ao processo de manuseio de seu instrumento, enfatizando problemas rotineiros para o homem moderno em seus ofícios diários. Isso reforça que o autor, assim como outros estudiosos do período, se deteve a mostrar a validação dos conhecimentos teóricos de uma maneira prática, dando o acesso a muitas pessoas com o documento construído, não restrito só a necessidades acadêmicas.

Embora as aplicações do báculo de Petrus Ramus sejam divididas em dez casos de medição que explora situações diferentes ao exemplificar com cálculos suas premissas, consideramos que o autor conserva elementos fundamentais para a medição em todas as situações. Dentre elas podemos citar a forma de segurar o objeto, as posições do usuário, a demarcação das grandezas a serem medidas, como também os conceitos que são incorporados nesse processo.

Com tudo o que foi exposto, observamos que o báculo de Petrus Ramus tem uma estrutura bem robusta com especificações que o faz ser incluído no rol de instrumentos

matemáticos da Era Moderna. Tal questão reflete diretamente na maneira como o instrumento pode ser utilizado, de modo que nesse processo é preciso seja feita uma articulação dos conceitos teóricos, dos recursos manipulativos com elementos práticos para validar as medições.

Dessa forma, considerando os condicionantes manipulativos que foram empregados por Petrus Ramus e a maneira como ele desenvolve cada situação de medição, abordamos no próximo capítulo o estudo de uma forma de medir comprimento com o seu báculo, a fim de contemplar os conhecimentos matemáticos que estão inseridos nesse processo. Ademais, destacamos como esses conceitos podem se tornar elementos potencialmente didáticos para lecionar matemática, a partir de uma articulação entre a história e ensino de Matemática, fazendo uma via de integração com a BNCC.

4 AS POTENCIALIDADES DIDÁTICAS DO BÁCULO DE PETRUS RAMUS PARA A EXPLORAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

A organização sistemática das situações de medição com o báculo de Petrus Ramus permitiu exprimir algumas ocasiões que foram delimitadas pelo labor cotidiano, ao fazer a correlação do saber teórico com o contexto prático, contemplando o ofício de algumas profissões dos séculos XVI e XVII. A ação de medir com o instrumento, direciona o usuário a estabelecer relações entre as grandezas comuns com as suas partes, promovendo assim, a dependência entre eles, de modo que os medidores deveriam aplicar o conceito matemático incorporado no objeto, junto com as suas instruções de manuseio. Tais questões, nos fizeram refletir como esse antigo instrumento poderia receber um tratamento didático para ser explorado em sala de aula, a fim de torná-lo um apoio pedagógico na mobilização dos objetos do conhecimento matemático, como uma via de integração entre aluno, professor e o saber.

Diante disso, considerando o báculo de Petrus Ramus como um recurso histórico que veicula saberes, neste capítulo foi abordado a fundamentação de aspectos referentes a construção de uma interface entre história e ensino de Matemática por meio do antigo instrumento matemático. Alinhado a isso, estudaremos uma forma de medir comprimento, com vistas a delimitar seus aspectos teóricos e práticos para a apreciação do objeto, com ênfase na formalização dos conhecimentos matemáticos incorporados na situação de medição. Posteriormente, destacaremos as potencialidades didáticas que foram emergindo desse procedimento, de modo a relacionar com algumas competências e habilidades da BNCC.

4.1 Aspectos fundamentais para a construção de interfaces entre história e o ensino de Matemática

A história da Matemática vem se destacando como um amplo campo de pesquisa em que procura estudar os variados artefatos que foram disseminados em séculos passados, dando contribuições para algumas áreas do conhecimento. Diante disso, ao aprofundá-la, percebemos que além de fornecer datas, acontecimentos importantes, destaques de grandes matemáticos, ela dispõe de recursos didáticos que podem receber direcionamentos para o fazer pedagógico, de modo que mobilize conceitos para uma aprendizagem significativa.

Sabendo disso, convém destacar que o uso da história da Matemática em sala de aula tem sido abordado para muitas ações, dando oportunidades ao professor e ao aluno para estudarem o “[...] o passado e compreender acontecimentos que, deram origem a determinados conteúdos matemáticos e contribuíram para a descoberta e construção de tantos cálculos” (Alves; Batista, 2016, p. 49). Para além disso, ela permite que façamos relações com outros

segmentos do saber, de modo que se possa manter uma interdisciplinaridade, promovendo a criação de novas propostas didáticas (Baroni, Teixeira e Nobre, 2004).

Assim, por meio da história da Matemática conseguimos observar algumas possibilidades para a exploração de saberes com o uso de antigos instrumentos históricos que podem fazer relação com aplicações cotidianas, ao dar sentido e clareza a conceitos abstratos que são pouco compreendidos. Nesse sentido, Pereira (2015) afirma que a utilização desses objetos no contexto pedagógico pode colaborar na construção do conhecimento, de modo que seja abordado elementos de ordem material, cultural, social e matemática.

Nesse contexto, considerando expandir essa relação, a interface entre história e ensino de Matemática pode ser descrita como “um conjunto de ações e de produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático com vistas a elaborar outras tantas ações (didáticas e/ou pedagógicas)” (Saito, 2016, p. 6). Esse movimento, possibilita que o educador se aproprie de elementos da história da matemática para a dialogar com questões didáticas, colaborando com a construção de materiais bibliográficos direcionados aos educadores matemáticos.

Para tanto, inicialmente é preciso compreender com qual tipo de historiografia vai ser utilizada para se escrever sobre a história, uma vez que ela pode ser descrita como tradicional ou atualizada. Saito (2016, p. 7) esclarece que o primeiro tipo se caracteriza como “uma abordagem que converte e sobrepõe temas e propósitos da história em atividades para o ensino”, que por sua vez, tem o intuito de reproduzir uma situação matemática com os mesmos conceitos que já foram definidos e explorados no presente. Sob outra perspectiva, é descrito que a historiografia atualizada tem um enfoque na construção do saber, de maneira que

[...] conduz a uma linha interpretativa diferenciada que propicia abordar esses mesmos elementos por outra perspectiva, fazendo emergir outros tantos novos na historicidade, tais como processos que conduzem, por exemplo, a compreender o papel da representação, visualização, abstração, raciocínio, demonstração, métodos, definições etc., na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática (Saito, 2016, p. 8).

Assim sendo, conseguimos identificar que não há uma prioridade apenas no conteúdo matemático, mas sim, na investigação de como ele foi formulado, a maneira de representação em outras ocasiões, o contexto em que foi originalizado no tempo e espaço de circulação, considerando outros acontecimentos externos que tiveram influência no processo. Com isso, temos um diálogo entre duas concepções distintas de conhecimento que podem dar contribuições para a ressignificação do conceito matemático.

Entendendo essa questão, um outro aspecto a ser considerado seria a escolha da fonte histórica para o processo, em que ela tem que estar alinhada com a intencionalidade do educador matemático, como também o seu plano de ação, já que ambos serão desenvolvidos em processos encadeados até chegar em um produto. A esse respeito, Silva (2018, p. 39) afirma que a possibilidade do uso de documentos originais com variadas temáticas, indicando que “podem ser matemáticos ou de diferentes campos de conhecimento, em que seu estudo e análise dependerão da problemática e do objeto do pesquisador”.

Ademais, Silva (2018) leva a reflexão de como o texto original pode ser utilizado para finalidades pedagógicas no ensino de Matemática, reforçando a seleção de uma fonte primária de informação junto com as fontes secundárias que auxiliaram na sua interpretação, de modo a fazer relação com algum conteúdo escolar. Alinhado a isso, se a intenção do educador estiver direcionada para compreender a construção matemática dos conceitos utilizados hoje, é preciso escolher materiais disseminados a partir do século XVI, pois foi a partir desse período, é que as ciências começaram a ser unificadas (Saito, 2015).

A importância de selecionar esses tipos de textos reside no fato de que eles foram contextualizados em algum período da história, sofrendo influências relacionadas a economia, a religião, até mesmo ao ensino, referente ao recorte temporal em que se manteve em circulação. Nesse sentido, existem documentos orientados para fazeres práticos, como definição de elementos teóricos com objetos matemáticos que podem ter em seu escopo a incorporação de antigos instrumentos.

Sabendo disso, ao desenvolver um estudo com textos originais para a realização de um tratamento didático, necessitamos de ter a atenção para não o tornar um simples exercício matemático, pois assim estaríamos descaracterizando, mantendo o foco apenas no conteúdo, sem valorizar os elementos dos textos. Ademais, o anacronismo deve ser evitado no momento de apreciação desses materiais, posto que não deve dar interpretações atuais a situações do passado, já que o corpo de conhecimentos que se tinha era totalmente diferente.

Com o texto devidamente selecionado, uma análise direcionada precisa ser feita a fim de recolher particularidades, pois desse processo é que irão emergir objetos de ordem material, matemática e prática que vão colaborar para a construção da informação, dentro que contexto que foi formado. Para tanto, Silva (2021, p. 26) esclarece que duas vertentes são necessárias para integrar as vias de análise do texto, sendo orientada para o movimento do “pensamento na formação do conceito matemático e [...] o contexto em que esse conhecimento é desenvolvido”.

Nesse processo, a investigação é direcionada para três perspectivas que delimitam abordagens de tratamento para o texto original, sendo analisado com base nas esferas:

contextual, historiográfica e epistemológica (Saito; Dias, 2013). Ressaltamos que tal etapa é crucial para a compreensão dos elementos presentes no texto, de modo que não se perca a intenção estabelecida, visando mapear os objetos da Matemática na história junto com os acontecimentos relacionados ao conhecimento do período.

Assim, a esfera contextual procura abordar no documento histórico como estão relacionados os acontecimentos, movimentos, influências que ele possa ter tido ao dialogar com os outros escritores da época, de modo a se ter noção onde foi mais utilizado, a sua funcionalidade, uma vez que o conhecimento estava valorizado a nível de questões práticas entre os séculos XVI e XVII (Silva, 2020). Dessa forma, o pesquisador precisa separar os elementos que são relevantes para contextualizar o intervalo temporal em que o seu documento foi disseminado.

Em uma outra linha de pensamento, a esfera historiográfica se configura como a busca de informações pela literatura secundária⁴⁸ sobre o documento escolhido, a partir de um objeto de pesquisa já definido, de maneira que se tenha alguns detalhes que lhe deem certa caracterização para ajudar em sua compreensão. Nesse quesito, Silva (2021, p. 28) afirma que essa fase “se concentra em vistoriar parte dos materiais que já têm, em seu escopo, informações sobre algum elemento do documento, de seu autor ou do contexto em que ele está inserido, com uma visão mais crítica dessas questões”.

Por fim, a esfera epistemológica procura dar ênfase ao saber em sua forma natural na qual foi constituída em tempo de circulação, de modo a agregar “um conjunto de relações epistemológicas que fundamenta o conhecimento numa determinada época, representando, dessa maneira, as condições de possibilidade discursivas que constituem uma epistemologia” (Saito; Dias, 2013, p. 98). Diante desse aspecto, é possível identificar o modo como o conhecimento foi sendo tratado no documento histórico, utilizando suas próprias definições e premissas para sua aplicação.

É importante se atentar que as esferas de análise servem de base para a apropriação do texto histórico, fazendo o educador matemático observar elementos que não seriam facilmente identificados só com a leitura primária, de modo a criar um limite entre elas, para que uma não venha a se sobrepor na outra, mas permaneçam na mesma dimensão (Saito; Dias, 2013). Ademais, esclarecemos que não se é definido uma ordem para explorá-las, ficando a cargo do

⁴⁸ Tais materiais “se caracterizariam por livros textos com narrativas históricas, interpretações e reconstruções, por exemplo, os livros de História da Matemática e os textos que versam sobre os materiais primários” (Silva, 2018, p. 37).

pesquisador escolher por onde começar, pois em algumas situações, é preciso considerar mais de uma esfera para compreender o que está sendo discutido no documento.

Desse modo, ao mobilizar esses elementos de análise, são promovidas ideias que procuram dialogar com a lógica e a história, posto que permite compreender como o conceito foi amadurecido, alinhado com suas necessidades e aplicações. Assim, entendendo como o contexto histórico se relaciona com o documento, é possível contemplar o objeto de conhecimento em sua essência, com seus desdobramentos e as relações externas que integram a sua construção, de modo que o movimento do pensamento contribua na formação do conceito.

Ademais, quando o educador matemático se apropria de tais considerações, uma nova visão é concebida a respeito dos conceitos matemáticos identificados, com uma forte concepção de que eles se relacionam com alguma utilidade a partir das recomendações do texto histórico. Tal ação, é direcionada para um fazer docente e assim começa a emergir questões de ordem Matemática, pedagógica e epistemológica que são ressignificadas para o ensino, com o surgimento de potencialidades didáticas que culminam na elaboração de atividades e propostas de ensino que reflitam sobre o conhecimento incorporado para aplicações em sala de aula (Pereira; Saito, 2019).

Sobre esses procedimentos, o pesquisador precisa aprimorar o seu objeto de estudo, de maneira a fazer a escolha do recurso histórico para construir sua interface, que pode ser uma figura, uma escultura, um instrumento, um documento, de modo que se revele o contexto em foi elaborado. Esses elementos trarão apontamentos para a construção das atividades e o tratamento didático do material que auxiliará na mobilização do conhecimento matemático, considerando o conceito na forma em que foi definido.

Dessa forma, diante das orientações pautadas para a construção de uma interface, selecionamos o báculo de Petrus Ramus para ser implementado, com um foco em seu manuseio que incorpora as situações de medição com o instrumento que foram apresentadas no capítulo anterior. Considerando a quantidade de casos de mensuração, consideramos fazer o estudo aprofundado de apenas uma forma de medição, de modo a dar destaque aos aspectos epistemológicos que emergiram desse procedimento.

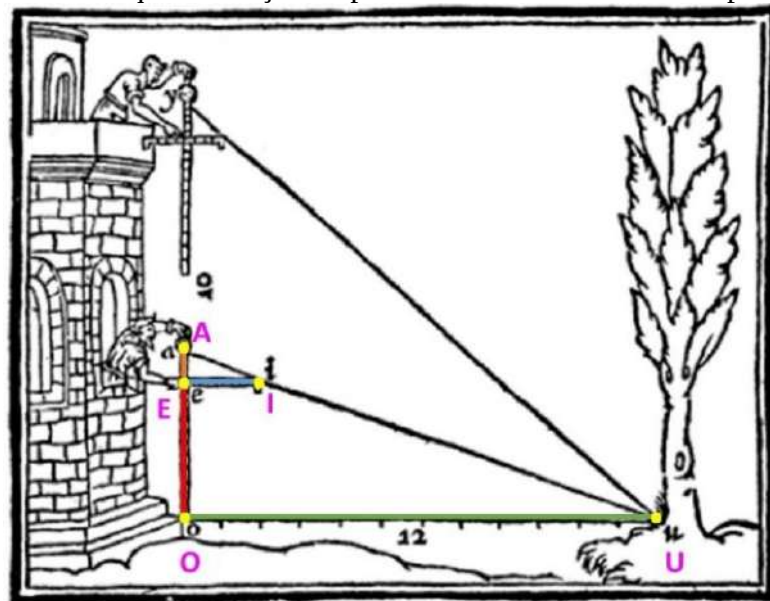
4.2 Um estudo da maneira de mensurar comprimento a partir dos condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus

O contexto de medição a ser discutido a seguir está descrito na sétima seção do texto que trata sobre as formas de mensurar comprimento. Essa parte do texto faz a abertura das aplicações do báculo, contendo comentários que vão além da resolução do problema proposto,

ampliando cada vez mais, outras ocasiões particulares em que o mesmo possa ser usado. Assim, Ramus (1636) inicia o enunciado da situação, que instrui: “Se a visão, a partir do início do Indicador, estiver em ângulo reto ou a prumo com o comprimento e com o extremo do mesmo [comprimento], [então] assim como o segmento do Indicador está para o segmento da Transversal, assim a altura do medidor está para o comprimento” (Ramus, 1636, p. 118, tradução nossa)⁴⁹.

Em uma interpretação preliminar, conseguimos identificar nessa premissa, noções que podem dar o direcionamento de alguns aspectos para a realização da medição, como algo que deve ser respeitado no processo. Tais questões estão alinhadas com o posicionamento do báculo de Petrus Ramus e o comprimento a ser medido, que direcionam para uma relação entre as partes do instrumento, com as grandezas em tamanho real. Esses detalhes, podem ser observados com mais clareza no esquema da Figura 14.

Figura 14 – Esquematização da primeira forma de medir comprimento



Fonte: Adaptado de Ramus (1636, p. 119).

Com a ilustração da Figura 14, inserimos segmentos em cores para destacar o espaço a ser considerado para a discussão, como também fazer relação com o que é dito no enunciado da situação. Assim, na primeira parte, Ramus (1636) faz alusão a visão do medidor, considerando que ela siga uma trajetória retilínea, passando pelo início do Indicador (Ponto A) e chegando até a extremidade do objeto a ser medido (Ponto O), de maneira que a distância

⁴⁹ Na versão inglesa, tem-se: “If the sight be from the beginning of the Index right or plumbe unto the length, and unto the farther end of the same, as the segment of the Index is, unto the segment of the transome, so is the height of the measurer unto the length” (Ramus, 1636, p. 118).

entre esses locais (segmento $\overline{AO}$) forme um ângulo reto com o comprimento (segmento $\overline{OU}$), ou seja, uma medida precisa estar de modo perpendicular a outra.

Diante disso, uma relação matemática é evidenciada, de modo que devemos considerar nesse processo a utilização de grandezas para os cálculos. Entre elas, podemos considerar as partes do báculo, que são chamadas de segmento do Indicador ($\overline{AE}$) e o segmento da Transversal ($\overline{EI}$), como também as medidas em tamanho real, altura do medidor ($\overline{AO}$) e o comprimento procurado ($\overline{OU}$). Nesse momento, Ramus (1636) é bem direto quanto a forma de instrução, não contendo tantos detalhes. Convém observar também que pela Figura 14, a necessidade em volta do contexto da situação foi em busca de encontrar distância entre a calçada de um imóvel e a árvore, fazendo relacionar com atividades de ofícios da construção civil.

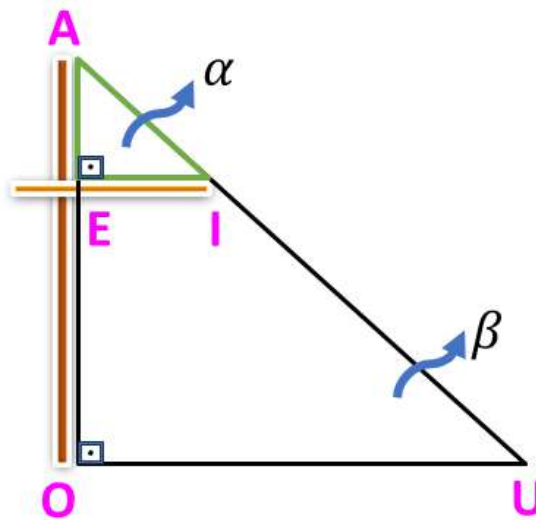
Após o enunciado e com as figuras destacadas na ilustração da seção (Figura 14), Ramus (1636) faz uma síntese explicando a resolução para encontrar a medida procurada, definindo valores números para as grandezas já destacadas, sendo breve no procedimento:

Seja, portanto, o segmento do Indicador a partir do topo; eu quero dizer até a transversal, 6 partes. O segmento da transversal, a saber, a partir do Indicador até a linha ótica 18 [partes]. O Indicador, que aqui é a altura do medidor, marca 4 pés. O comprimento, pela regra de três, será 12 pés. De acordo com a figura, visto que *ae* está para *ei*, então *ao* está para *ou*, pela [sessão] 12 do [Livro] vii (Ramus, 1636, p. 118-119)⁵⁰.

Por essa perspectiva, para compreender como tais elementos estão sendo delimitados é preciso observar a forma em que o báculo é posicionado, de modo que suas partes sejam fixadas nos valores corretos, tomando como base à medida que se quer achar. O raio visual é importante nesse processo, pois nessa situação, o instrumento segue sustentado pela Indicador, enquanto a outra parte, pode ser movida por ele, até chegar em um local, onde a visão preencha o comprimento procurado pela Transversal. Na Figura 15, temos a ilustração desse pensamento.

⁵⁰ Na versão inglesa, tem-se: “Let therefore the segment of the Index, from the toppe; I meane, unto the transome be 6. parts. The segment of the transome, to wit, from the Index unto the opticke line be 18. The Index, which here is the heighth of the measurer, 4. foote: The length, by the rule of three, shall be 12. foote. The figure is thus, for as *ae*, is to *ei*, so is *ao*, unto *ou*, by the 12. e vij.” (Ramus, 1636, p. 118-119).

Figura 15 – Esquema matemático da medição de comprimento



Fonte: Elaborado pelo autor.

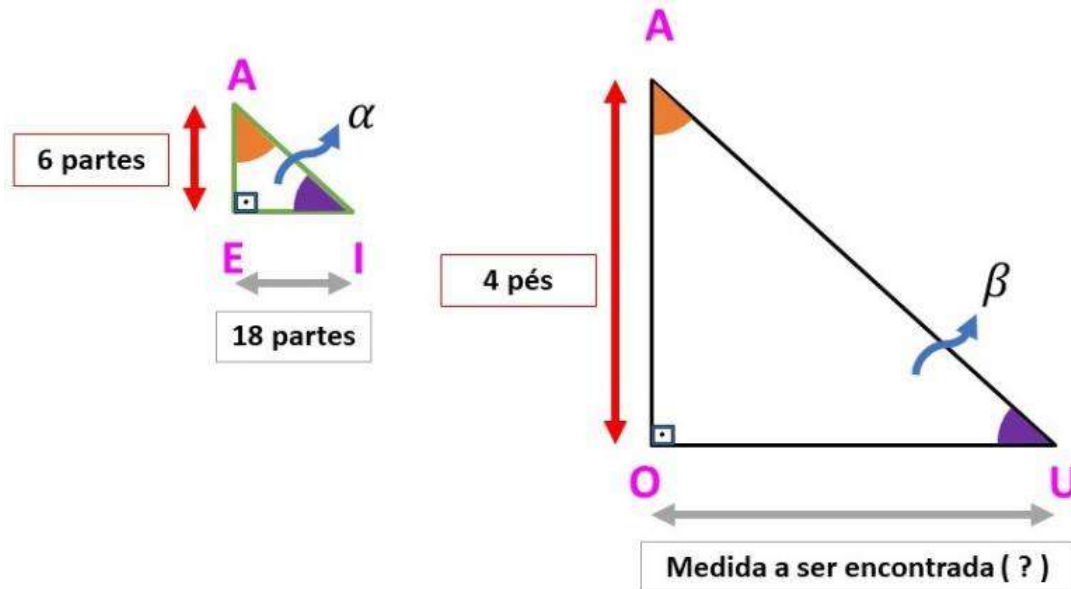
Observando agora a Figura 15, a visão tem que partir do ponto A para perpassar pelo Indicador (segmento $\overline{AO}$), ao mesmo tempo que ela precisa encaixar a parte da Transversal (segmento $\overline{EI}$) em uma perspectiva onde suas extremidades (pontos E e I) coincidam com as do comprimento (pontos O e U) que se deseja encontrar (segmento $\overline{OU}$), de modo que $(\overline{OU})$ seja uma projeção de $(\overline{EI})$. Com essa configuração, temos a formação de dois planos visuais, que são representados pelos símbolos α (demarcados pelos pontos A, E e I) e β (demarcados pelos pontos A, O e U).

Nesse sentido, considerando o topo do Indicador (ponto A) até a parte da Transversal (ponto E), temos um segmento limitado no bastão maior que equivale a 6 partes do báculo de Petrus Ramus ($\overline{AE}$), enquanto no menor há uma marcação até linha visual ($\overline{AU}$) com um valor de 18 partes ($\overline{EI}$). Com as medidas definidas na própria situação, Ramus (1636) comenta que altura do medidor pode ser atribuída como toda a extensão do Indicador, já que ele está fixado no chão e com isso, é descrito que vale quatro pés, restando encontrar apenas comprimento da distância entre a calçada e a árvore.

Para esse procedimento, uma relação é estabelecida a partir das grandezas conhecidas, fazendo-nos ter indícios sobre outros conceitos matemáticos que foram incorporados a partir da construção geométrica da situação. Com isso, observando o esquema da Figura 15, obtemos com os planos visuais α e β , a composição de dois triângulos-retângulos $\triangle AEI$ e $\triangle AOU$, que recebem essa classificação por possui ângulos de 90° . Esse fato, está alinhado com a própria a fabricação do báculo de Petrus Ramus que tem o Indicador perpendicular a Transversal (ângulo $\widehat{AEI}$), junto com a posição do instrumento que tem que ser reto em relação a solo (ângulo $\widehat{AOU}$) e assim, podemos concluir que $\widehat{AEI} = \widehat{AOU}$, ou seja, são congruentes.

Outra coisa que podemos observar a esse respeito é em relação ao ponto A, que é um vértice que está presente tanto no $\triangle AEI$, quanto no $\triangle AOU$, permitindo que esses triângulos tenham um ângulo comum, formado por $E\hat{A}I$ e $O\hat{A}U$, respectivamente. Isso pode ser destacado com a imagem na Figura 16, que contém todas as informações conhecidas até o momento.

Figura 16 – Os triângulos encontrados



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir dos elementos destacados na Figura 16, conseguimos visualizar os objetos geométricos que foram formados para a mobilização dos conceitos empregados. Sobre os padrões angulares dos triângulos $\triangle AEI$ e $\triangle AOU$, identificamos que eles possuem dois ângulos congruentes, restando saber a informação sobre o último. Para tanto, Ramus (1636) justifica pela seção 4 do Livro VII de seu tratado, que “se dois ângulos de dois triângulos forem iguais, os outros também serão iguais” (Ramus, 1636, p. 97, tradução nossa)⁵¹. Assim, conseguimos verificar que $E\hat{A}I$ e $O\hat{A}U$, também possuem a mesma medida.

Com tal afirmação, concluímos que os triângulos postos na Figura 16 possuem os três ângulos com valores iguais, satisfazendo uma outra condição que é colocada pela seção 12 do Livro VII, sinalizando que “se dois triângulos forem equiângulos, eles são proporcionais em hastes, e, vice-versa, 4 e 5, p. VI.” (Ramus, 1636, p. 101)⁵². Assim, observando os triângulos $\triangle AEI$ e $\triangle AOU$, podemos afirmar que são equiângulos (todos os ângulos congruentes) e com

⁵¹ Na versão inglesa, tem-se: “If two angles of two triangles given be equall, the other also are equall” (Ramus, 1636, p. 97).

⁵² Na versão inglesa, tem-se: “If two triangles be equiangles, they are proportionall in Shankes: And contrariwise: 4 and 5. p. vj.” (Ramus, 1636, p. 101).

isso, as medidas de cada lado são relacionadas por meio de uma proporção, sendo denominados como “triângulos semelhantes” (Ramus, 1636, p. 119)⁵³.

Dessa forma, sabendo dessa definição, a relação explícita no enunciado da situação começa a fazer sentido, pois se os lados dos triângulos $\triangle AEI$ e $\triangle AOU$ são proporcionais, significa que as medidas correspondentes possuem uma razão que são comparadas e convertidas em operações aritméticas para se ter a medição final. Logo, de forma mais explícita, faz sentido dizer que o segmento do Indicador ($\overline{AE}$) é proporcional ao da Transversal ($\overline{EI}$), como também a altura do medidor ($\overline{AO}$) para o comprimento procurado ($\overline{OU}$). Com isso, temos o desenvolvimento dos cálculos:

$$\begin{aligned} \triangle AEI \approx \triangle AOU \rightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{EI}} = \frac{\overline{AO}}{\overline{OU}} \rightarrow \frac{6 \text{ partes}}{18 \text{ partes}} = \frac{4 \text{ pés}}{\overline{OU}} \rightarrow 6 \cdot \overline{OU} = 18 \cdot 4 \rightarrow 6 \cdot \overline{OU} = 72 \rightarrow \\ \rightarrow \overline{OU} = \frac{72}{6} \rightarrow \overline{OU} = 12 \text{ pés} \end{aligned}$$

A partir dessa construção, percebemos que a grandeza que era não era conhecida, foi descoberta com uso da razão e por proporção, diante dos valores delimitados no escopo da situação. Assim sendo, destacamos que a medida da distância entre a calçada e árvore equivale ao valor de 12 pés. Essa equivalência feita pelo autor com as partes do báculo e a unidade de medida indicada, não é explicitada no tratado, porém, é bem recorrente quando fazemos a comparação com as outras situações de medição, em que para exemplificar também é utilizado o pé para a definição dos valores.

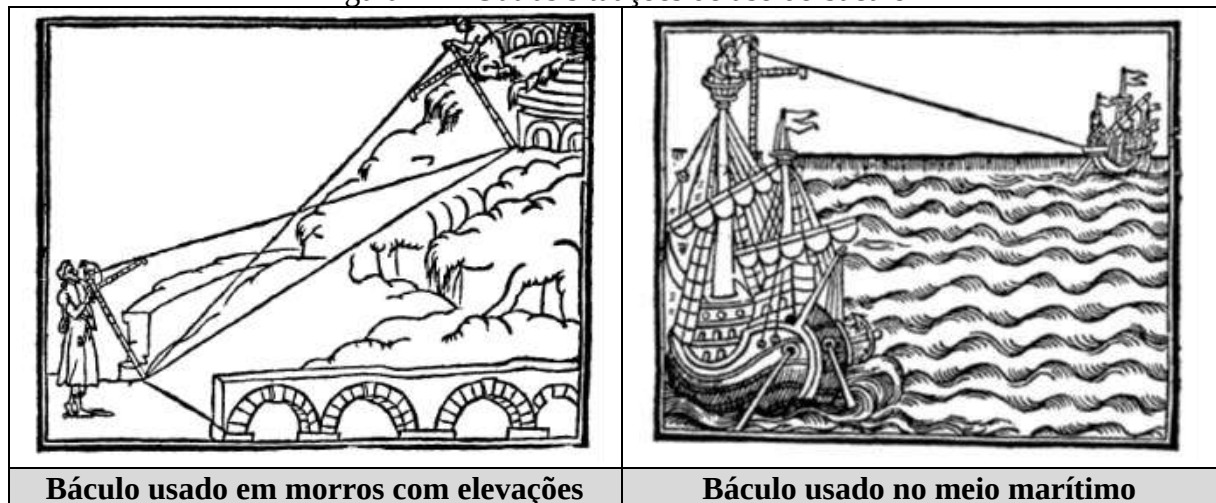
Ainda podemos observar com a imagem da medição (Figura 14), que outro medidor em uma posição mais alta, realizando o mesmo procedimento de mensuração. Ele se mantém num lugar para simbolizar que independentemente do local em que o báculo for posicionado, sendo respeitado suas regras, o processo será efetivado. Nisso, o autor ainda estabelece de maneira bem simples, o cálculo com as medidas nessa segunda posição, algo bem similar com o que foi desenvolvido, resultando no mesmo valor.

Ademais na mesma seção, ainda é colocado outras situações de medição que eram comuns do período, em que o báculo poderia ser colocado, sendo algo restrito em seu posicionamento junto com o de seu usuário, com a noção de que “não importa de forma alguma se, [o que é medido], é o comprimento numa planície ou num baixo plano horizontal, ou numa

⁵³ Na versão inglesa, tem-se: “like triangles” (Ramus, 1636, p. 119).

subida ou descida de uma montanha”, ele poderá ser utilizado (Ramus, 1636, p. 120)⁵⁴. Nessa perspectiva, também é destacado que o antigo instrumento pode ser usado no meio marítimo, bem como para a medição de grandezas maiores, advertindo que “tu podes medir as larguras dos rios, dos vales e das valas, pois o Comprimento é sempre assim, de modo que se pode medir a distância dos navios no Mar” (Ramus, 1636, p. 120)⁵⁵. A representação dessas situações pode ser vista na Figura 17.

Figura 17 – Outras situações de uso do báculo



Fonte: Ramus (1636, p. 119-120).

Assim, convém destacar que por meio do báculo, Ramus (1636) conseguiu evidenciar alguns contextos que o instrumento poderia ser utilizado, a fim de mobilizar o conhecimento geométrico teórico com situações práticas. Essa ação, contemplou atividades cotidianas que eram comuns em sua época, de maneira a servir como algo utilitário para o ofício de trabalhadores tanto na terra, quanto no mar. Apesar de seu mecanismo ser um pouco robusto, temos o entendimento de que seu funcionamento é bem equipado, contendo regras a serem utilizados para poder validar as medições.

Além disso, a incorporação de conceitos matemáticos no processo de medição, colabora para o aprimoramento do saber, de modo que é dividido em cada etapa, possuindo uma razão para ser utilizado. Nessa perspectiva, o encadeamento é feito de forma breve, considerando que o usuário já deveria ter esses conhecimentos amadurecidos para não tornar o procedimento

⁵⁴ Na versão inglesa, tem-se: “neither is it any matter at all, whether the length in a plaine or levell underneath: Or in an ascent or descent of a mountaine” (Ramus, 1636, p. 120).

⁵⁵ Na versão inglesa, tem-se: “thus mayest thou measure the breadths of Rivers, Valleys, and Ditches. For the Length is alwayes after this manner, so that one may measure the distance of shippes on the Sea” (Ramus, 1636, p. 120).

demorado, uma vez que também deve ser levado em consideração, as percepções externas que estão relacionadas com o labor em que a aplicação vai ser realizada.

Com a diversidade de elementos matemáticos que foram mobilizados no processo de medição, conseguimos compreender que tais objetos a partir de um tratamento direcionado, podem ser ressignificados para outro tipo de exploração, contemplado o fazer pedagógico na sala de aula. Tal consideração põe a reflexão de como um recurso histórico pode ser explorado para finalidades didáticas por meio da historiografia atualizada. Diante disso, no próximo tópico será destacado as potencialidades da situação de medição, fazendo uma relação as competências e habilidades localizadas na Base Comum Curricular (BNCC) que podem abordadas no Ensino de Matemática.

4.3 Os elementos potencialmente didáticos que emergiram do estudo da situação de medição frente as competências e habilidades da BNCC

Diante da exploração da forma de medir comprimento, conseguimos observar que outros elementos foram incorporados nos condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus, entre esses destacaremos objetos do conhecimento matemático que consolida o processo para encontrar a medição final. Nesse sentido, sob uma visão pedagógica, consideramos que esses elementos podem ser refinados para o ensino de Matemática por meio de um tratamento didático.

Para tanto, a fim de relacionar os conceitos matemáticos com aspectos que podem ser explorados pelo professor, iremos utilizar como parâmetro de associação, as competências e habilidades relativas à área de Matemática inseridas na BNCC, instrumento regulador do ensino nacional (Brasil, 2018). Essa ação, irá nos dar um direcionamento para quais elementos podem mobilizados no campo educacional, influenciado na criação de propostas e elaboração de atividades.

A partir da abordagem que é delineada para os Anos Finais do Ensino Fundamental, consideramos escolher esse ciclo para dialogar com as nossas ideias devido ao fato de que nesse momento, os alunos têm a necessidade de desenvolver a “[...] capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos” (Brasil, 2018, p. 299). Corroborando a isso, a BNCC indica que a exploração de problemas dentro os conteúdos matemáticos, favorece esse processo ao permitir que discentes tenham uma postura crítica para analisar situações, relacionando com tudo o que está sendo estudado em sala de aula.

Nessa direção, a matriz curricular orienta sob entes específicos que devem ser estudados para o desenvolvimento do pensamento matemático, convertendo-se como os objetos de

conhecimento que são distribuídos entre as habilidades e contemplados pelas competências específicas da área. Tais questões procuram levar em conta a integração das noções fundamentais que podem ser encontradas em diferentes campos de estudo, levando a articulação entre conceitos de "equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação" (Brasil, 2018, p. 268).

Assim sendo, nos subtópicos a seguir iremos discutir sobre alguns aspectos que a BNCC propõe para a apropriação do conteúdo matemático em sala de aula, com um enfoque inicial nas abordagens que são delimitadas pelas competências que diversificam em premissas gerais, o fazer docente. Posteriormente, destacaremos as habilidades que determinam o que o aluno deve aprender, selecionando aquelas que se relacionam com o contexto matemático em que a situação de medição com o báculo foi desenvolvida.

4.3.1 *Sobre as competências específicas que foram observadas*

Com vistas a dar uma caracterização objetiva ao ensino de Matemática por meio de ações temáticas que podem ser estudados em classe, as competências específicas dessa área auxiliam o professor a fazer complementos do seu conteúdo, articulando com outras situações rotineiras que acontecem na sociedade. Esse processo também interfere no desenvolvimento de práticas educacionais que colaboram para a compreensão de conceitos e suas aplicações, bem como na forma de avaliar que são cogitadas.

Sobre isso, devemos entender como competência o ato de mobilizar “conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (Brasil, 2018, p. 8). Assim, esse caráter permite que com os saberes que são aprendidos na escola, o estudante passa a ter aptidão para encarar as variadas situações em que os conceitos são ressignificados.

Considerando tais questões em uma perspectiva da Educação Matemática, Moraes e Pereira (2021) afirma que essas ações podem ser implementadas ao conteúdo ensinado por meio de recursos que podem colaborar com a construção do saber, de modo que seja contextualizado e que possibilite o aluno fazer associações. Para tanto, as orientações de aulas precisariam ser direcionadas, após uma intensa exploração do viés teórico com as devidas reflexões, de modo que envolvesse numa prática de ensino mais significativa e menos decorativa.

Pensando nesses aspectos, vislumbrando o procedimento de medição estudado com a criação de futuras propostas para o ensino de Matemática, identificamos elementos que podem adaptados a fim de contemplar competências específicas da área em busca de aprendizagens

essenciais. Consequentemente, fizemos a seleção de algumas delas para delimitar o foco do aspecto didático a partir de todo o desenvolvimento matemático encontrado na situação. No quadro 3, destacamos as competências que foram observadas.

Quadro 3 – Síntese das competências selecionadas

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS	AÇÃO
C.E I	Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
C.E II	Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
C.E III	Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
C.E IV	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
C.E XIII	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018, p. 267).

A partir dessas ações, primamos em fazer uma associação desses quesitos com o que pode ser desenvolvido por meio do báculo de Petrus Ramus, ao considerá-lo como recurso didático no ensino de conceitos matemáticos. Tal apreciação será desenvolvida, visando integrar as categorias de análise propostas por Moraes e Pereira (2021, p. 955) sobre os aspectos orientados para as formas de fazer Educação Matemática, ressaltando “: (1) Culturas; (2) Tecnologia; (3) Interdisciplinaridade; (4) Processos de organização e registros; (5) Conteúdos atitudinais”, junto da mobilização de interação com o antigo instrumento.

Assim sendo, observando o Quadro 3, de modo a seguir a sua ordenação, a competência específica I (C.E I) inicia fazendo alusões sobre elementos que fazem parte da relação da

matemática com a cultura de algumas regiões, também sendo contemplado pela competência específica IV (C.E IV). Diante desse processo, o báculo de Petrus Ramus incorpora em seus condicionantes manipulativos, abordagens relacionadas a ocasiões em que ele poderia ser usado para medir durante a era comum, como situações em que alguns trabalhadores precisavam obter a medição da profundidade de um poço para ver o nível da água (Silva; Pereira, 2020b).

Outro aspecto, estaria relacionado com a relação da matemática com os princípios tecnológicos que estão limitados as demandas da ciência, de modo a levantar hipóteses das contribuições de uma para a outra. Nesse requisito, considerando o báculo de Petrus Ramus como um objeto que faz medição, poderíamos fazer comparações das medidas encontradas por ele com as de instrumentos mais atuais, de modo a fazer um confronto entre eles, visando construir um olhar analítico e crítico sobre as tecnologias atuais.

A respeito da competência específica II (C.E II), observamos que ela está relacionada com os processos de organização e registro, de modo a desenvolver no aluno uma curiosidade para investigação, que o auxiliaria na construção de argumentos para explicar a conexão entre os conceitos teóricos com a prática. Diante disso, as etapas do procedimento de medição com o báculo podem colaborar, tendo em vista que são movimentos encadeados até chegar à medição final, necessitando de uma lógica coerente para este feito.

Além disso, conseguimos observar que o espírito de investigação pode colaborar com o trabalho em equipe, desenvolvendo uma direção com os conteúdos atitudinais que contemplam os desejos, os sentimentos, as angústias e outras sensações que a intervenção delimita. Esses elementos estão corroborando com as emoções humanas, de maneira que o sujeito esteja em uma “busca por conhecimentos e modificações de comportamento, a caminho de crescimento humano pessoal e coletivo” (Moraes; Pereira, 2021, p. 965).

Sobre a competência específica III (C.E III), assim como a C.E II, ela também explora em uma parte sobre a relação da matemática com os conteúdos atitudinais no que se refere a questão da autoestima e na insistência de procurar soluções para um problema específico. A partir disso, temos que o báculo de Petrus Ramus permite que esse movimento seja feito ao dispor de possibilidades no modo de medir, em que o aluno, teria que pensar nas medidas ao obter a medição final e validá-las para saber qual melhor se aplica no contexto.

Outro quesito está relacionado com a interdisciplinaridade para a construção dos conhecimentos matemáticos que trata da interrelação entre as áreas da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade), podendo ser complementadas para algum fazer. Diante disso, o báculo de Petrus Ramus incorpora variados conhecimentos matemáticos,

como os geométricos e os aritméticos que dialogam entre si, num processo encadeado que direcionada para a medição final.

As competências específicas IV e XII (C.E IV e C.E XIII) também estão alinhadas com os processos de organização e registro para que o aluno desenvolva em etapas, as ações de “a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes” (Brasil, 2018, p. 267). Junto disso, esses procedimentos interferem em um planejamento para o desenvolvimento de pesquisas com questionamentos a fim de encontrar a solução do problema. Sobre esse ponto, o processo de medição com o báculo de Petrus Ramus pode se configurar com uma ação investigativa que envolve o pensamento para direcionar os caminhos possíveis que levam a medição correta.

Além disso, assim como algumas competências que foram destacadas por abordarem a relação da matemática com os conteúdos atitudinais, as C.E IV e C.E XIII se aproximam dela também por “Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais [...] para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente” (Brasil, 2018, p. 267). Tal ação culmina na união de pessoas em grupo para verificar como o conhecimento pode ser construído diante de cabeças pensantes, ao modo trabalham cooperando para um único objetivo.

Assim sendo, considerando todas as abordagens citadas, presumimos o potencial que o báculo de Petrus Ramus possui para o desenvolvimento das competências específicas da área de Matemática é diversificado ao incorporar muitas questões do ponto de vista pedagógico que podem complementar o trabalho docente. Ademais, o antigo instrumento também traz muitos benefícios que podem contribuir para o crescimento dos alunos a nível de conhecimento, como também as suas relações interpessoais.

Contudo, destacamos que além desses elementos que foram citados, o báculo de Petrus Ramus ainda pode contemplar objetos do conteúdo matemático que traz uma direção para a mobilização dos conceitos sob a perspectiva de um fazer prático. Com isso, na próxima subseção, teremos as conexões de tais saberes com as habilidades da área da Matemática, delimitada pela BNCC, com um enfoque nos conceitos que podem ser explorados e formulados a partir do processo de medição com o instrumento.

4.3.2 *Sobre as habilidades que foram observadas*

A partir das ações que podem ser tomadas ao alcançar as competências específicas da área de Matemática, encontramos ainda na BNCC, as habilidades que dão orientações ao professor do que deve ser aprendido pelo aluno ao longo de sua jornada escolar. Elas servem

de direção ao docente no que se refere ao planejamento de ações didáticas, de modo a delinear a rotina em sala de aula e suas etapas, objetivos e as metas a serem traçadas, as perspectivas de temas contemporâneos, abordagem socioemocional e os recursos a serem utilizados.

Nessa direção, convém destacarmos que as habilidades “expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares” (Brasil, 2018, p. 29). Em um aspecto mais direcionado para o campo matemático, a ação de aprender está pautada em análise de situações vivenciadas na sociedade, problemas pertencentes a área de Matemática, como também de outras vertentes do saber, que ao serem alinhadas ao ensino, tornam-se estratégias para a mobilização dos conteúdos.

Para essas movimentações, é importante saber que área de Matemática é dividida em cinco unidades temáticas, que delimitam orientações para o abordar das habilidades que são empregadas durante toda a etapa dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de maneira que recebem diferentes enfoques em cada ano de escolarização. Dentre elas, podem citar a de Números, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas, que apesar de estarem segmentadas, incorporam conteúdos que se interacionam entre essas ramificações.

Dessa forma, pensando em estratégias futuras para experimentação em práticas de ensino, consideramos fazer algumas correspondências de quais habilidades podem ser contempladas com o procedimento de medição que foi estudado, visando exprimir os conteúdos matemáticos que nele são incorporados. Além disso, enfatizaremos como as habilidades são visualizadas no processo, uma vez que isso, permite que o educador matemático se disponha a elaborar atividades direcionadas para tal alguma finalidade pedagógica.

Com esse propósito, ao fazer uma vistoria das habilidades empregadas pela BNCC, conseguimos identificar aquelas que mais se aproximaram dos saberes que são contextualizados diante dos condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus na realização da medição. Tais aspectos podem ser consideramos como elementos potencialmente didáticos ao abordar o emprego de ação prática para a aplicação do conceito matemático. Esses componentes foram distribuídos em local de organização para serem destacados, incluindo um destaque para o ano escolar em que são estudados, unidade temática, objetos de conhecimento, como mostra o Quadro 4 a seguir.

Quadro 4 – Síntese das habilidades selecionadas

SÉRIE	UNIDADES TEMATICAS	OBJETOS DO CONHECIMENTO	HABILIDADES
6º Ano	Geometria	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
	Grandezas e Medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
		Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
			(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
7º Ano	Geometria	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
	Grandezas e Medidas	Problemas envolvendo medições.	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
8º Ano	Álgebra	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
9º Ano	Álgebra	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos

			socioculturais, ambientais e de outras áreas.
	Geometria	Semelhança de triângulos.	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Fonte: Brasil (2018, p. 303-319).

Ao observar o desenvolvimento das ações para a realização da medição com o báculo de Petrus Ramus, conseguimos identificar algumas habilidades podem ser contempladas no processo, abordando conteúdos matemáticos que poder ser exploradas na sala de aula. Entre esses objetos, percebemos que a maioria dos elementos se direcionam com a unidade temática da geometria, possuindo uma estreita relação com as outras áreas, que são mobilizadas em diferentes eixos no contexto escolar.

Assim sendo, considerando o contexto de medição que foi empregado na situação de medição, ela tinha o objetivo de realizar o cálculo para mensurar a distância entre uma calçada e uma árvore, problema que poderia estar relacionado com a engenharia ou a agrimensura daquele período, principalmente no que se refere a demarcação de terras que era necessário para o homem moderno (Saito, 2015). Diante disso, o fato de a situação de medição estar contextualizada assim, permite que o professor explore questões que tragam problemas estruturados que façam os alunos pensarem, discutirem e refletiram durante o processo para a solução, abordado assim a resolução de problemas, que podem ser observadas nas habilidades **EF06MA24**, **EF06MA26**, **EF07MA29**, **EF08MA13** e **EF09MA08**.

Essas ações podem fazer com que os alunos se organizem para planejar, compreender, organizar e resolver problemas, desenvolvendo procedimentos que primam pela utilidade do conceito que está sendo abordado para o encontro da solução, dependendo da abordagem que é dado pelo professor. Moraes e Pereira (2021) afirma que durante os processos que podem ser praticados na resolução de problemas, o que possibilita mobilizar o conhecimento é o fato de que o aluno em certas ocasiões não tem ferramentas conhecidas para solucionar à primeira vista, fazendo com que ele busque e investigue os caminhos mais lógicos para selecioná-los, de modo que aos poucos os elementos vão emergindo para contemplar tal problemática.

Sabendo disso, algumas situações podem ser criadas e postas para a resolução de problemas, dependendo de o docente direcionar a partir do conteúdo matemático que esteja ministrando para que surja outras ocasiões de aplicação. Desse modo, podemos dizer que a habilidade **EF06MA24** contempla o procedimento de medição com o báculo de Petrus Ramus em sua forma contextualizada, excepcionalmente ao requerer do usuário que ele faça a medição

de comprimento, uma das grandezas que é contemplada pelo objeto de conhecimento que foi destacado.

Além disso, considerando que o báculo de Petrus Ramus incorpora em seus condicionantes manipulativos a questão de manter a vista sob uma de suas partes (Indicador ou a Transversal) para que o raio visual seja mantido no instrumento e na grandeza que vai ser medida, destacamos que a **EF06MA26** que traz uma abordagem para a exploração dos conceitos e usos sobre os ângulos. Tal habilidade condiciona sua exploração a situação real de uso do ângulo de visão, que com o antigo instrumento pode ser expressa no momento de posicioná-lo ao objeto que se quer medir, quanto nos desenhos para esquematizar a resolução da situação.

Em outro aspecto, a forma de medir comprimento com o báculo de Petrus Ramus ainda pode ser observada como um problema de medição cotidiano dos séculos XVI e XVII que faz relações com segmentos do saber distintos, contemplando totalmente com que é delimitado pela habilidade **EF07MA29**. Ademais, o procedimento de medição em si, permite que seja feita uma articulação do saber teórico com o contexto prático designado, explorando ao final, a noção e o significado que a unidade de medida quantifica a uma grandeza.

Por conseguinte, as habilidades **EF08MA13** e **EF09MA08** possuem viés parecido ao serem direcionadas para a questão da análise de grandezas que podem ser diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Elas permitem que o aluno consiga diferenciar os tipos de grandezas que condiciona o cálculo de proporcionalidade, de uma forma que ele possa deduzir quando ela existe ou não. Tais elementos podem ser trabalhados em variados contextos, tendo em vista a quantidade de objetos e situações que podem ser quantificados.

Essas questões são observadas no procedimento de medição, quando comparamos os valores entre as partes do báculo de Petrus Ramus (segmento do Indicador e Segmento da Transversal) e os objetos com suas medidas reais (altura do medidor e o comprimento procurado). Ao encontrar a medida final, conseguimos perceber a proporcionalidade que é abordada, a relação existente entre os valores que são apresentados, dando a clareza e o sentido ao enunciado que Ramus (1636) define em sua proposição.

Alinhado a isso, convém que destacar que as habilidades **EF06MA24**, **EF07MA29**, **EF08MA13** e **EF09MA08** além de explicitar o aspecto anterior, elas também dão um enfoque para a sua elaboração de problemas, que permite estimular ao aluno a sua criatividade, a interpretação, a argumentação, como também o diálogo a questões que estejam vinculadas a criação de novas situações que partiriam de suas ideias em meio a contexto matemático formado. Sobre esse aspecto, Andreatta e Allevato (2020, p. 5) afirmam que “possibilidade no

ensino de conteúdos e conceitos matemáticos, tendo em vista que o estudante é desafiado a problematizar situações do cotidiano, utilizando suas experiências, linguagens, vivências e seus conhecimentos”.

Considerando os esquemas que podem ser construídos para entender a relação existente as partes do báculo de Petrus Ramus e as grandezas com valores reais, percebemos que algumas habilidades podem ser correspondidas nesse processo, sendo essas: **EF06MA22**, **EF06MA25** e **EF07MA24**. A partir delas conseguimos observar que elas podem integrar ação de raciocínio do aluno no que se refere aos conceitos que ele precisa mobilizar para ter um encadeamento lógico até encontrar a medida final.

Diante disso, a habilidade **EF06MA22** destaca uma abordagem voltada para os conceitos de paralelismo e perpendicularidade, em que é necessário saber construir retas que sigam tais denominações. Essa ação é importante na medição para se compreender como o báculo de Petrus Ramus pode ser posicionado em relação ao que se quer medir, auxiliando no esquema matemático de segmentos que seguem a mesma orientação, sob a ajuda de outros componentes.

Complementando essa abordagem, a habilidade **EF07MA24** também explora aspectos relacionados a construção de figuras, direcionando para os variados tipos de triângulos que existem, as suas condições de existências, as medidas dos lados, a soma interna de ângulos que dão base para o conhecimento ser mobilizado. A vista disso, na formalização da medição com o báculo de Petrus Ramus, tais elementos serão importantes para destacar o esquema de triângulos retângulos que podem ser formados com seus respectivos valores.

Ademais, com essa construção também podemos explicitar o conceito de ângulos e suas representações em figuras geométricas planas, considerando os seus tipos, as suas formas, as relações que podem existir entre seus valores, de maneira que seja abordado a habilidade **EF06MA25**. Tal ação é significativa no processo de desenvolvimento dos conceitos, de maneira que influencia no modo de pensamento para obter algumas conclusões sobre tudo o que foi pensado na formulação de resolução do problema.

Diante dessas abordagens, temos o pensamento de que algumas técnicas de Desenho Geométrico podem ser incorporadas no processo, fazendo com que o aluno possa buscar formas de desenhar os esquemas matemáticos, entendendo os conceitos que formalizam esse processo. Ao incluir instrumentos auxiliares para esse fazer, é uma forma de diversificar as abordagens empregadas nos livros didáticos, favorecendo o uso do conceito na prática, de modo a reforçar um diálogo entre o concreto e o abstrato.

Por fim, a partir das questões que já foram comentadas, destacamos a habilidade **EF09MA12** que trata a respeito das condições suficientes para a semelhança de triângulos que podem ser aplicadas em figuras com tamanhos diferentes. Tal conceito é mobilizado no procedimento de medição, depois das esquematizações feitas e das condições postas, são formados dois triângulos que são considerados semelhantes e conseqüentemente, possuem lados com medidas proporcionais. Diante dessa conclusão, um cálculo é realizado para encontrar a medida final, resolvendo assim, o problema inicial que era encontrar o comprimento entre uma calçada e uma árvore.

Com as habilidades que foram expressadas no procedimento de medição com o báculo de Petrus Ramus, observamos que alguns objetos do conhecimento matemático foram correspondidos, nos dando uma visão de como explorá-los para a criação de propostas que contemplem o trabalho docente e a aprendizagem discente. Ao mobilizar o antigo instrumento para essa finalidade, entendemos a importância de fazer algumas adaptações para a sala de aula, levando em consideração o nível do letramento matemático do aluno.

Logo, as potencialidades didáticas identificadas nos deram noções de como prosseguir para construir uma abordagem didática que primasse pela mobilização do saber matemático em meio a um contexto prático, com a produção de materiais para serem aplicados a um público específico. Dessa forma, no próximo capítulo iremos dar um enfoque no processo de elaboração das atividades com o instrumento matemático frente a um aporte metodológico que irá compor a nossa proposta pedagógica para a formação inicial de professores.

5 A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO COMO BASE METODOLÓGICA DIANTE DA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA

O processo de articulação da história com o ensino de Matemática permite a adoção de procedimentos que tragam a apreciação de algum recurso histórico para o desenvolvimento de atividades, contemplando os aspectos matemáticos que podem emergir desse movimento. Nessa fase da pesquisa, o educador matemático se propõe a reconhecer os elementos potencialmente didáticos do objeto de estudo que garantem a mobilização do conhecimento, de maneira que possa idealizar algumas propostas de aplicação, bem como a produção de atividades. Tais questões devem partir de uma intencionalidade para a sala de aula, mantendo o foco em outras abordagens específicas a considerar o público de aplicação, a quantidade de pessoas, o local a ser executado, os tempos didáticos que são prescritos, os materiais a serem utilizados, entre outras condições para alguma movimentação.

A partir desse contexto, neste capítulo será descrito o processo da construção de nossa intervenção pedagógica com base nas orientações delimitadas pela interface entre história e ensino de Matemática, enfatizando a criação de atividades e seu direcionamento na aplicação de um curso de extensão universitária. Para tanto, inicialmente iremos direcionar os quesitos fundamentais que se relacionam com as definições dessas ações, incluindo as premissas da construção de uma Atividade Orientadora de Ensino que foi aplicada a formação inicial de professores. Por fim, iremos destacar a estrutura desenvolvida com os aspectos principais da vivência que explorou o manuseio do báculo de Petrus Ramus em uma situação de medição.

5.1 As ações que podem ser contempladas durante a elaboração e a aplicação de atividades por intermédio da Interface

A proposta de construir atividades que articulem a história com o ensino de matemática necessita que algumas concepções sejam movimentadas no decorrer desse processo, de modo que ambas se complementem em direção a um único objetivo. Assim, tais pensamentos devem levar em conta saberes que podem dialogar com o aspecto docente e o caráter investigativo, culminando em artifícios que integram o trabalho do professor por meio de um tratamento direcionado com o recurso histórico.

Alinhado a isso, a partir do amadurecimento dos princípios educativos, as formalizações matemáticas, junto com os elementos potencialmente didáticos que emergiram do objeto de estudo, o professor que reflete a sua prática profissional pode pensar nas ideias iniciais que poderão ser delineadas como atividades. Logo é imprescindível a apreciação do material

pesquisado, pois nessa fase muitos detalhes necessitam ser analisados, de modo que seja pensado nas abordagens que irão servir de apoio ao docente, como de base para o aluno.

Tais questões não poderão perder seu foco primordial, uma vez que devem “refletir o processo da produção do conhecimento que, dependendo da intencionalidade do educador, poderá ser orientada para diferentes propostas de ensino” (Saito; Dias, 2013, p. 101). Isso faz com que uma variedade de concepções possa se relacionar, abrangendo muitos aspectos do conteúdo matemático, que devem ser selecionados ao se observar uma condução lógica para a sua mobilização.

Dessa forma, consideramos que alguns procedimentos podem ser ampliados na busca pela construção de propostas a partir da Interface, culminando no tratamento didático do recurso histórico escolhido, nas vias que colaboram a intencionalidade do docente e seu plano de ação, incluindo a sua aplicação (Batista, 2018). Esses elementos servem de guia para a direção da pesquisa no momento de condução da prática de ensino, colaborando como o suporte metodológico os unifica diante de algum fazer.

Para o caso da utilização de tratados que são ambientados a partir do século XVI com a incorporação de instrumentos matemáticos, Silva (2018) recomenda que após um estudo aprofundado com base nas esferas de análise⁵⁶ do texto histórico, seja realizado um tratamento didático que contemple ações educacionais. Uma forma de iniciar esse processo, seria a adaptação do texto que foi traduzido para o público em que vai ser aplicado, de maneira que possa interagir com os conceitos matemáticos incorporados, primando pela compreensão do que vai ser explorado em nossa língua vernácula.

Nessa perspectiva, é interessante que somente um fragmento do texto seja considerado para tal ação, posto que utilizar o documento histórico completo teria vários contextos a serem analisados, conteúdos distintos, entre outras que podem levar o pesquisador a uma distância da sua real intenção. A limitação de uma única passagem escrita, permite que elementos mais intrínsecos sejam observados e tratados para se ter uma abordagem equilibrada diante do fazer docente e a construção do conhecimento.

Diante disso, a intencionalidade do professor é condicionada a algumas intenções de aprendizagem, de modo que ele também pense no que se pode aprender com aquele tipo de estratégia, estando preparado para todo tipo de situação que pode ocorrer no desenvolvimento das atividades. Ademais, Silva (2021, p. 29) esclarece sobre esse aspecto, o docente “consegue identificar elementos do texto que podem ser tratados como objetos de conhecimento, de modo

⁵⁶ Esferas de análise da Interface que abordam o viés histórico, epistemológico e contextual.

a escolher alguns deles para a construção de sua atividade, a fim de relacionar com algum conceito matemático”.

Para tanto, considerando contemplar os currículos de ensino que são utilizados no Brasil, o educador matemático ainda pode fazer consultas nos documentos oficiais como a BNCC, visando recolher o essencial para compor as aprendizagens, diversificando a forma de pensar e as situações que podem ser criadas para inseri-los em suas atividades. Nesse processo, os livros didáticos também podem ser incorporados como material de consulta, desde que esteja adequado a proposta delineada para aplicação com o público específico.

No processo de tratamento do texto histórico, Santos (2022) afirma que o apoio de outras teorias do campo pedagógico pode auxiliar em nível de estruturação teórica e metodológica, de modo que embase a atividade construída para a aplicação e a apreciação dos dados recolhidos. Assim sendo, é possível dar sentido e significado aos elementos do estudo que são destacados como potencialmente didáticos para alguma ação em que o conhecimento seja ressignificado, de modo que o concreto possa ser abstraído.

Durante a elaboração das atividades, o professor enquanto pesquisador, precisa se concentrar na organização dos momentos que serão desenvolvidos durante a aplicação, de modo a garantir o planejamento de todo o percurso que vai ser traçado no plano de ação, posto que nessa instância, elementos do fazer externo devem ser considerados para as especificidades dos atos internos. Sobre essa questão, é esclarecido esses movimentos são orientados pela prática em sala de aula, de modo que

[...] nessa etapa que, por exemplo, se organizam todas ações, desde o fornecimento dos documentos, distribuição de materiais, a escolha do local adequado para o desenvolvimento da atividade, até “a formação de grupos a fim de proporcionar discussões, análises e sínteses” (Pereira; Saito, 2019, p. 348).

A partir disso, devemos destacar a necessidade de abordar quesitos para ter a noção de quais procedimentos serão adotados no momento da prática de ensino, com o pensamento de que seja executado em meio ao que foi planejado, não descartando a possibilidade de contratempos existirem sem que retire o foco do processo. Entre esses, podemos citar os recursos didáticos e outros materiais que poderão ser utilizados como apoio das atividades para o entendimento dos aportes teóricos utilizados.

Ademais, é suficiente pensar em um controle geral para organizar a condução da aplicação, como também os itens de coleta que irão ser recebidos. A respeito do primeiro aspecto, gerir os momentos didáticos que serão desenvolvidos, auxilia no controle do tempo de todas as ações planejadas que serão executadas. A outra abordagem estaria relacionada com os

elementos que poderão ser coletados pelo professor-pesquisador para o tratamento de dados, a considerar imagens, gravações de vídeos, áudios, entre outros (Freire, 2023).

No momento da aplicação das atividades, é preciso estar atento as situações que podem se manifestar desde o início até o final, uma vez que esses movimentos complementam toda a ação didática, colaborando com a interação entre o ministrante e o seu público. Assim, é dito que “nesta etapa, buscam-se considerar todas as variáveis delineadas no plano de ação [...], bem como investigar sobre os processos de ensino e de aprendizagem que emergiram da interface entre história e ensino de Matemática” (Pereira; Saito, 2019, p. 348).

Dessa forma, enfatizamos que os aspectos destacados para a construção de atividades na Interface fazem com que muitos entes sejam mobilizados para qualificar o processo, de maneira que possa ter um refinamento do estudo histórico desenvolvido em meio a um recurso didático que é direcionado a mobilização do saber matemático em uma prática de ensino. Como uma forma de integrar esse procedimento, logo mais no subtópico a seguir, daremos enfoque as ações que direcionam para a Atividade Orientadora de Ensino no campo didático.

5.2 Os pressupostos teóricos e metodológicos que direcionam a construção de Atividades Orientadoras de Ensino para finalidades pedagógicas

Diante das abordagens que foram delimitadas para a elaboração de atividades na Interface entre história e ensino de Matemática, consideramos implementar esse processo com outras concepções que poderiam colaborar com o contexto e o tratamento dos elementos históricos, bem como os matemáticos que se interrelacionam. Nessa direção, utilizaremos a base da Atividade Orientadora de Ensino como um enfoque metodológico a partir do conceito que é desenvolvido por Moura *et al.* (2010) com fundamentos na Teoria da Atividade proposta por Leontiev (1978).

Esse pensamento contém influências vigotskianas defendendo que “o homem se desenvolve porque precisa se relacionar com o meio em que está inserido para satisfazer a alguma necessidade pessoal” (Grymuza; Rêgo, 2014, p. 117). Tal movimento está relacionado com o emprego das funções psíquicas na mobilização do conhecimento, de modo que seja dado um direcionamento entre uma atividade externa com uma interna, inferido a aprendizagem como ação humana por meio de algum objetivo.

Alinhado a isso, é necessário entender como a atividade é definida em sua essência com vistas a relacioná-la a construção de propostas para o ensino no campo educacional, uma vez que “[...] compreender o conceito de atividade como unidade de análise do desenvolvimento humano e as principais relações que o caracterizam, pode orientar a organização do ensino”

(Moura *et al.*, 2016, p. 109). Nesse contexto, as abordagens que podem ser contempladas com esse processo, podem complementar o trabalho do professor.

Ao observar o estudo que é desenvolvido pelas esferas de análise da Interface sobre alguma fonte histórica, consideramos que uma série de informações podem ser descobertas a partir dele, evidenciando principalmente a forma como o saber foi incorporado, diante de sua formalização. Em vista disso, a AOE se mostra como “uma possibilidade de realizar a atividade educativa, tendo por base o conhecimento produzido sobre os processos humanos de construção de conhecimento” (Moura *et al.*, 2016, p. 95). Assim sendo, sobre sua organização é dito que

A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar (Moura *et al.*, 2010, p. 217).

Desse modo, tais critérios estão presentes no diálogo entre a atividade externa e interna que são aperfeiçoados nos processos de objetivação-apropriação, de modo a associar as necessidades, a motivação, as ações com as operações para o alcance de algum objetivo (Dias; Silva, 2022). Nesse sentido, a AOE pode ser devidamente contextualizada, fazendo com que outros aspectos do saber possam ser explorados, de modo que contemplem os movimentos que se relacionam com o ensino e aprendizagem.

Diante de tal colocação, a AOE tem como recurso primordial a organização da forma de ensinar que delimita as ações do professor com uma maneira de aprender para os alunos em que ambos estão incluídos na atividade principal, considerados como seres que detém o conhecimento. Com isso, Ribeiro e Pereira (2023) afirmam que nessa parte, os valores, as habilidades socioemocionais e a afetividade são necessárias para que novos conceitos possam ser aprimorados.

Um outro tópico a ser pensado na construção das atividades é o quesito de avaliação, pois por meio dela, o professor vai conseguir acompanhar a movimentação conceitual que pode ser construída pelos alunos. Sobre esse aspecto, Moraes (2008, p. 116) afirma que nessa etapa, o docente “tem oportunidade de rever/refletir/avaliar sobre suas atividades de ensino, analisar se elas se constituem em atividades de aprendizagem para os alunos”. Entre essas demandas que foram ressaltadas, destacaremos um esquema que sintetiza as vias de integração para a elaboração de uma AOE que deve relacionar as “atividades de ensino, atividades de aprendizagem e avaliação” (Moraes, 2008, p. 116).

Figura 18 – Estrutura de elementos da AOE



Fonte: Moraes (2008, p. 116).

A partir da estrutura da Figura 18, conseguimos observar que a AOE faz uma comunicação entre elementos que podem estar relacionados com algumas ações dos sujeitos, abordando o fazer do professor e o fazer do aluno, que por meio do conteúdo se articulam para o desenvolvimento da atividade de ensino com a atividade de aprendizagem. Alinhado a isso, “o objetivo do professor é que o estudante se aproprie dos conhecimentos teóricos e desenvolva suas funções psíquicas superiores, que é sua necessidade” (Dias; Silva, 2022, p. 4).

Com isso, os motivos podem corresponder a intencionalidade do professor na noção de querer contornar a organização do ensino, de maneira que os alunos consigam ter uma apropriação dos conhecimentos que serão mobilizados, em vista do saber que eles já conhecem e os objetos do conteúdo a ser ensinado. Tal movimento, permite que os procedimentos metodológicos sejam definidos para que possam compor situações que irão influenciar na resolução dos problemas de aprendizagem.

Assim sendo, as operações podem se constituir como ações em que são utilizados alguns recursos metodológicos que podem auxiliar o professor a gerir seu tempo didático nas demandas do percurso de lecionar. Junto a isso, o docente também precisa pensar em quais materiais e/ou instrumentos podem ser utilizados, pensando na estratégia para o aluno consiga fazer relações sobre o que será cobrado do conteúdo e o contexto envolto dessa abordagem.

Diante disso, consideramos que AOE alinhada com a Interface entre a história e ensino de Matemática, pode proporcionar a exploração dos conhecimentos fundamentais de um

assunto específico, de modo que seja inserido no ambiente didático a construção desse saber matemático. Ademais, a articulação entre elas permite que sejam criadas situações potencializadoras de aprendizagem, possuindo ações desencadeadas a partir da intencionalidade docente.

Dessa forma, a partir dos aspectos que são delineados pelo conceito de atividade e as recomendações da estrutura da AOE, é relevante que os conteúdos, os sujeitos, o objetivo, os motivos, bem como as ações e as operações sejam levados em questão na construção das orientações didáticas para contemplar as necessidades do professor, como também do aluno. Esse modo de organização, permite que a possibilidade de mediação do movimento sociocognitivo com as interações interpessoais que podem ser mobilizadas.

Portanto, a proposta de atividade apresentada no tópico a seguir, primou pela utilização dos pressupostos teóricos-metodológicos que são elencados pela AOE em vista das principais prescrições direcionadas da Interface entre História e Ensino de Matemática. Além disso, consideramos inserir nesse processo, o contexto de formação das ações, como o público escolhido para aplicação das atividades, visando promover a reflexão sobre os conhecimentos matemáticos que podem ser historicamente construídos.

5.3 Sobre a AOE que foi produzida a partir da medição de comprimento com o báculo de Petrus Ramus

Considerando que os recursos pedagógicos da AOE podem contemplar algumas premissas da Interface entre história e ensino de Matemática, desde que seja feito um estudo para a delimitação de aspectos contextuais, epistemológicos, histográficos, matemáticos e pedagógicos, elaboramos uma proposta de atividade que visa explorar os condicionantes manipulativos com o báculo de Petrus Ramus. Tal ação está direcionada para a formação inicial de professores, tendo um enfoque nos licenciandos do curso de Matemática.

A escolha do público em questão foi pensada diante da possibilidade de contribuições para as estratégias de ensino a nível formativo, com o intuito de fazer com o que as experiências vivenciadas, permitissem a reflexão e a maturação de propostas futuras para a sala de aula na Educação Básica. Ademais, é nesse momento que as concepções pedagógicas e o saber específico estão sendo construídos, exprimindo as formas de pensar e de agir que podem regular o seu fazer pedagógico no contexto escolar.

Sabendo disso, Moura (2010) reforça que alguns recursos metodológicos podem ser utilizados na AOE para a elaboração de situações que desencadeiam aprendizagens, sendo elas: o jogo, história virtual do conceito e a situação emergente do cotidiano. Dias e Silva (2022, p.

6) afirmam que elas “[...] têm a finalidade de colocar no ambiente de ensino e aprendizagem um problema a ser resolvido pela coletividade de estudantes”. Assim sendo, diante dos três aspectos, iremos considerar para a nossa abordagem o terceiro que nos permite enquadrar uma situação prática contextualizada para medição.

Dessa forma, a atividade a ser descrita irá abordar o báculo de Petrus Ramus em uma aplicação prática de uso que delimita modos de medir comprimento, recorrendo a ambientação do contexto histórico em que o antigo objeto foi construído, bem como os conhecimentos que integram o procedimento. A ideia é que os participantes da vivência, possam conseguir realizar a medição com o instrumento, internalizando os conceitos matemáticos, mediante do estudo de suas particularidades, ressignificando todas as ações.

Nessa perspectiva, os sujeitos poderão mobilizar noções geométricas que estão incorporadas no processo de medição, de modo que sejam articuladas com as técnicas de manuseio do báculo de Petrus Ramus. Posto isso, as ideias que serão discutidas em tal processo, se encaminhará para a exploração do como a Semelhança de Triângulos pode ser utilizada para medir distâncias, baseado na forma como Ramus (1636) define esses conhecimentos em seu tratado, de modo a dar sentido aos movimentos que são realizados. Para tanto, o antigo objeto se inclui nos variados instrumentos matemáticos que possibilitaram que a agrimensura pudesse incorporar alguns procedimentos dinâmicos no qual era atribuído a algumas profissões, como também outros segmentos do saber.

Diante desse contexto, conseguimos elaborar uma situação desencadeadora de aprendizagem como unidade de integração da AOE para contemplar os elementos históricos e os artifícios manuais do báculo de Petrus Ramus: *Um comerciante que deseja facilitar o deslocamento de grãos de uma cidade para a outra, resolveu ir à procura de um engenheiro para encontrar uma solução, pois ambos os locais eram separados por um rio que passava entre duas extensões de terras. A única opção de transporte que se tinha era de barco e o mercador queria fazer o traslado pelo meio terrestre, visando ter mais segurança dos seus produtos. Como o engenheiro poderia resolver esse problema?*

A partir do que foi apresentado e da problemática especificada, desenvolvemos algumas ações visando complementar a AOE que levou os alunos a seguirem etapas específicas em grupos, para realizar a apropriação da situação e encontrar a solução. Nesse sentido, nas subseções a seguir, descreveremos as ações que precisam ser executadas, com enfoque na motivação e nas operações de ambas no contexto docente, como também a abordagem discente.

5.3.1 Ação I: Estudo do contexto histórico envolvendo a problemática proposta e a relação com o tratado *The Way to Geometry*

Para esse momento inicial, organizamos estratégias com o intuito de fazer com os alunos se ambientassem ao contexto em que o tratado de Petrus Ramus foi utilizado, reforçando as suas contribuições para o trabalho manual que era desenvolvido por muitos trabalhadores entre os séculos XVI e XVII. Além disso, também enfatizamos como a geometria prática pode se consolidar nesse período ao receber uma abordagem prática aos seus elementos teóricos que ainda era definida pelos *Elementos* de Euclides.

Alinhado a isso, procuramos estudar sobre a vida e o legado que foi deixado por Petrus Ramus, como uma forma de compreender os acontecimentos que o influenciaram na escrita do seu tratado, as suas preocupações com as formas do ensino de Matemática em sua época, bem como a sua participação na reforma curricular da Universidade de Paris (Pereira, 2020b). Sob essa perspectiva, iniciamos um estudo da organização conteudista do tratado explorado, visando observar os conteúdos incorporados. Tais ações foram desenvolvidas com base na Unidade de Formação, destacada no Quadro 5 a seguir.

Quadro 5 – Aspectos norteadores da Ação I

UNIDADE DE FORMAÇÃO	
NOÇÃO	Desenvolvimento das ideias para a construção do contexto histórico.
RECURSOS CONTEMPLADOS	O tratado <i>The Way to Geometry</i> e a Biografia de Petrus Ramus.
OBJETIVO PARA O PROFESSOR	Apresentar aos participantes o documento histórico mobilizado, assim como, seu autor e sua importância para a disseminação da geometria dos séculos XVI e XVII.
OBJETIVO PARA O ALUNO	Conhecer a obra <i>The Way to Geometry</i> como parte integrante do diálogo entre as geometrias teórica e prática nos séculos XVI e XVII.
TEMÁTICAS EXPLORADAS	A constituição da Geometria prática e teórica que operaram na Idade Moderna.
	Aspectos da vida e da obra de Petrus Ramus.
	Algumas considerações sobre a obra <i>The Way to Geometry</i> .
MATERIAIS UTILIZADOS	Slides; Textos impressos; Cartão de Atividade 1; Papel; Lápis; Borracha; Caneta; Site online para a construção do mural.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Diante dos aspectos inseridos no Quadro 5, é importante que os alunos consigam fazer associações dos elementos do contexto histórico com a organização conteudista do tratado, de modo que compreendam que os conceitos ali empregados levam em consideração a formalidade que foi definida no século XVI. Dessa forma, eles precisam evitar o uso do anacronismo, ou seja, não dar uma visão futurista aos objetos do passado, já que ambos possuem influências distintas em seu período de formação e com muitas especificações.

Para esse momento, utilizamos um slide para sintetizar os aspectos mencionados, contendo as orientações, resumindo o que ia ser desenvolvido, de maneira que no procedimento fossem utilizados a leitura de alguns textos que versassem sobre esses assuntos, visando extrair a interpretação dos sujeitos. Após essa vivência, foi direcionada para uma discussão em grupo, em que deveria ser feito a extração dos principais indícios que foram observados, visando organizá-los em uma folha de papel.

Com essas informações já separadas, explicamos que o saldo⁵⁷ da primeira ação seria a construção de três murais virtuais por meio de palavras e frases colocadas no campo de envio, sendo permitido a inclusão de dez elementos a esses compilados, com a necessidade de utilização dos telefones móveis com internet para essa possibilidade. Consideramos dividir um tempo específico em relação a cada mural, de maneira que cada pensamento fosse inserido e articulado com as ideias principais.

Dessa forma, com as ideias amparadas a partir do contexto histórico e da organização de conteúdo do tratado de Ramus (1636), os alunos foram direcionados para a segunda ação que foi realizada em outra ocasião, devido a relevância de sua compreensão durante a articulação com o momento inicial. Assim, a seguir descrever a ação destinada para conhecer o báculo de Petrus Ramus com suas especificações que são alinhadas com a sua forma de construção e manuseio.

5.3.2 Ação II: Apropriação da fabricação e dos condicionantes manipulativos direcionados ao báculo de Petrus Ramus

Para o segundo momento, tivemos a organização de momentos em que os alunos foram direcionados para um contato mais direto com a versão física já construída do báculo de Petrus Ramus. Nessa etapa, eles precisavam entender as principais funcionalidades do antigo instrumento, como também se apropriar das suas condições de manuseio. Tal procedimento foi dividido em duas fases, de modo que em cada uma foram constituídas ações distintas para contemplar um único objetivo.

A respeito do primeiro momento, conforme o Quadro 6, realizamos um estudo das orientações de construção do báculo de Petrus Ramus a partir de um texto impresso⁵⁸ que continha um excerto com informações adaptadas do tratado. Para tanto, ainda disponibilizamos uma versão do báculo já construída, pois nessa ação, não se fazia necessário construir o objeto,

⁵⁷ Modelo disponível no APÊNDICE A.

⁵⁸ Tal informação foi colocado em Cartão de Recurso disponível no APÊNDICE B.

já que os alunos precisam compreender as suas principais partes e as suas funcionalidades para enfim, compreender como utilizá-lo.

Nessa perspectiva, entregamos para os sujeitos báculos desmontados, de modo que com o avanço da leitura do texto, eles pudessem fazer associações sobre cada peça utilizada, entendendo que a falta de uma delas, podem fazer com que o antigo instrumento não tenha uma boa funcionalidade. Além disso, eles também deveriam estar atentos para as manifestações de conhecimento, a nível teórico ou prático, que poderiam emergir do procedimento, relacionando ações que envolvem as descrições presentes no documento histórico com as partes que compõe o objeto matemático.

Sobre tal etapa, consideramos como saldo⁵⁹ recolher um relatório dos participantes contendo os itens que foram observados pelos eles ao longo do processo. Nisso, eles precisavam destacar as partes do instrumento que foram localizadas, com um destaque para explicar a função de cada uma delas, bem como enfatizar quais conhecimentos matemáticos foram incorporados durante o exercício. Essa primeira parte, assim como a segunda, também levou em consideração a Unidade de Formação descrita no Quadro 6.

Quadro 6 – Aspectos norteadores da Ação II

UNIDADE DE FORMAÇÃO	
NOÇÃO	Exploração dos conhecimentos matemáticos incorporados na construção e manuseio do báculo de Petrus Ramus.
RECURSOS CONTEMPLADOS	Um excerto do tratado <i>The Way to Geometry</i> e a versão física do báculo de Petrus Ramus.
OBJETIVO PARA O PROFESSOR	Fazer com que os participantes conheçam o báculo de Petrus Ramus e suas funcionalidades.
OBJETIVO PARA O ALUNO	Compreender o uso do báculo de Petrus Ramus e suas partes funcionais, a partir da descrição de suas componentes contida no <i>The Way to Geometry - The Way To Geometry</i> .
TEMÁTICAS EXPLORADAS (MOMENTO 1)	As partes que compõe o báculo de Petrus Ramus.
	A funcionalidade de cada componente e a localização estratégica.
TEMÁTICAS EXPLORADAS (MOMENTO 2)	Observações gerais sobre o uso do báculo proposto no <i>The Way to Geometry</i> (1636).
MATERIAIS UTILIZADOS	Cartão de Recurso 1; Cartão de Atividade 2; Cartão de Atividade 3; Papel; Lápis; Borracha; Caneta.

Fonte: Elaborado pelos autores.

A partir da organização do Quadro 6, consideramos explorar na segunda etapa, as orientações básicas de manuseio do báculo de Petrus Ramus, utilizando recursos extras que são

⁵⁹ Modelo disponível no APÊNDICE C.

delimitados pelo próprio idealizador do objeto, como o fio de prumo. Nesse momento, os alunos utilizaram as versões montadas durante a fase anterior, com o intuito que ambos verificassem a mobilização das regras destacadas, de forma que fossem validadas ou não. Para esse momento, a atenção dos alunos deve estar direcionada a forma que o objeto foi montado, como também a interpretação correta das condições de uso.

Sabendo disso, com o antigo instrumento em mãos, entregamos o fio de prumo para que os sujeitos fossem até um espaço externo aberto, apreciar e observar como as regras estavam postas em relação ao báculo disponível. Ademais, eles deveriam se atentar para qualquer forma de pensamento, pois se tem a possibilidade de fazer relações com o procedimento de construção do objeto, uma vez que tais ações estão associadas, sendo um forte influenciador na posição correta durante o seu manuseio.

Como saldo⁶⁰ dessa etapa, também foi pedido aos alunos, a construção de mais um relatório, no qual os estudantes iriam descrever sobre todo processo que foi realizado para apropriação das regras de uso do báculo de Petrus Ramus com o texto disponível e o fio de prumo. Além disso, também foi dado espaço aos estudantes de comunicarem sobre os conceitos de ordem teórica, matemática e prática que emergiram de toda ação, consolidando os agentes operacionais que contribuíram no desenvolvimento.

Dessa forma, com a jornada que foi trilhada durante esses momentos, consideramos suficiente para que os sujeitos conseguissem compreender o diálogo existente entre as concepções teóricas e as abordagens práticas por meio do antigo instrumento. Nessa perspectiva, a proposta da terceira ação irá permitir a mobilização de tais conhecimentos em duas situações de medição, de modo que os alunos observem essas formas de medir comprimento que são especificadas no tratado de Ramus (1636) e as apliquem em um contexto real de medição.

5.3.3 Ação III: A medição de comprimento com o báculo de Petrus Ramus contextualizada em uma situação real

A respeito da terceira etapa, primamos por fazer com que os alunos conseguissem mobilizar a problemática especificada a partir dos elementos explorados anteriormente. É nesse momento em que eles iriam fazer os primeiros testes, visando medir com o báculo de Petrus Ramus em uma situação de medição real. Para tanto, decidimos organizar esse procedimento em três ocasiões, de maneira que fossem organizadas sequencialmente.

⁶⁰ Modelo disponível no APÊNDICE D.

Diante disso, na primeira fase tivemos a introdução de modos específicos para o manuseio do báculo de Petrus Ramus com as denominadas situações de medição. Os sujeitos necessitavam de uma nova familiarização em relação ao fato de se adequarem ao contexto em que estavam sendo orientado. Com esse propósito, utilizamos outra parte do excerto do texto⁶¹, destacando uma situação inicial para serem estudadas em um espaço externo, de modo que fizessem associações do que foi escrito com a situação real que se tinha.

Nesse momento, a ação dos alunos foi condicionada a realização de uma medição preliminar com o antigo instrumento para que eles pudessem refletir sobre o que poderia ser mobilizado, as regras que auxiliam no percurso, o uso do fio de prumo, entre outros aspectos que seria de grande ajuda no encontro da medida procurada. Considerando ser primeira vez para esse procedimento, a distribuição do tempo foi suficientemente necessária para se ter um controle da execução dos momentos.

Como saldo ⁶² dessa fase consideramos aplicar um questionário com perguntas fundamentais que tivessem um enfoque sobre a medição que foi realizada, com vistas a recolher as impressões longitudinais que os participantes tiveram acerca do movimento prático com o báculo de Petrus Ramus. Esse primeiro momento, assim como os outros dois que será descrito a seguir foram ministrados conforme a síntese do Quadro 7 que correspondem a derradeira Unidade de Formação.

Quadro 7 – Aspectos norteadores da Ação III

UNIDADE DE FORMAÇÃO	
NOÇÃO	Exploração dos conhecimentos matemáticos incorporados em uma situação específica de uso do báculo de Petrus Ramus.
RECURSOS CONTEMPLADOS	Um excerto do tratado <i>The Way to Geometry</i> e a versão física do báculo de Petrus Ramus.
OBJETIVO PARA O PROFESSOR	Utilizar o instrumento para realizar a medição real de comprimento em uma situação didaticamente contextualizada.
OBJETIVO PARA O ALUNO	Estimular os participantes a explorarem, formularem e expressarem os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do báculo de Petrus Ramus, questionando o processo de sua utilização.
TEMÁTICAS EXPLORADAS (MOMENTO 1)	Condições específicas para medir comprimento.
	A realização de uma medição preliminar com o báculo de Petrus Ramus.
TEMÁTICAS EXPLORADAS (MOMENTO 2)	A realização de uma medição secundária com o báculo de Petrus Ramus.
	A mobilização do pensamento geométrico.

⁶¹ Tal informação foi colocado em Cartão de Recurso disponível no APÊNDICE E.

⁶² Modelo disponível no APÊNDICE F.

TEMÁTICAS EXPLORADAS (MOMENTO 3)	Sobre a discussão de seus aspectos didáticos, matemáticos e de ordem prática.
MATERIAIS UTILIZADOS	Cartão de Recurso 2; Cartão de Recurso 3; Cartão de Atividade 4; Cartão de Atividade 5; Cartão de Atividade 6; Papel; Lápis; Borracha; Caneta.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Em relação a segunda fase, o procedimento ainda se concentrou na realização de uma medição em outra perspectiva levando em conta o mesmo problema. A expectativa criada é o que os alunos consigam executar o processo de maneira rápida que o anterior, uma vez que eles já estariam lidando com algo conhecido, fazendo com o que o raciocínio fluísse mais rápido e algumas ideias fossem ressignificadas. Nesse contexto, uma segunda situação de medição foi abordada⁶³ a fim de observar como se daria a abstração de conhecimento durante o percurso.

Diante disso, também tivemos a necessidade de levar os sujeitos até um espaço externo⁶⁴ para que a segunda situação de medição fosse mobilizada no lugar mais amplo. Nesse momento, a atenção deveria estar redobrada para os condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus, pois diferenças entre a primeira medição realizada poderia surgir e as adaptações do pensamento teriam que ser modificadas. Após esse processo, uma discussão seria direcionada para fosse expressos as concepções de tudo o que foi realizada com as duas medições.

Com tal organização, delimitados como saldo⁶⁵ um relatório próximo com o que foi desenvolvido no procedimento anterior, de forma que os participassem conseguissem fazer observações sobre o que se tinha de semelhante, como também as diferenças no que se refere ao modo como o conhecimento matemático foi concebido para o encontro da medida final. Apenas nesse momento, é que relevamos o valor correto com o intuito de fazer reflexão sobre a precisão das medições realizadas e consequentemente a resolução do problema proposto.

O terceiro e último momento dessa etapa, consistiu em fazer com que fosse realizado um debate acerca dos aspectos matemáticos, teóricos, práticos e didáticos que operavam pela ação de medir com o antigo instrumento. Para isso, consideramos verificar as abordagens didáticas empregadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como também alguns livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, do Ensino Fundamental e do Ensino Superior que versassem sobre os conteúdos incorporados durante a aplicação prática.

⁶³ Tal informação foi colocado em Cartão de Recurso disponível no APÊNDICE G.

⁶⁴ O espaço utilizado foi o pátio arborizado que fica em frente a coordenação do curso de Licenciatura em Matemática da UECE.

⁶⁵ Modelo disponível no APÊNDICE H.

A partir disso, o pensamento matemático que foi mobilizado durante todos os momentos executados deveria ser condicionado para as propostas futuras de ensino que podem surgir, como também a construção de novas atividades por meio do que foi desenvolvido. A estratégia de fazer conexões com outros materiais pedagógicos fazem com que o Educador Matemático possa visualizar ações distintas para públicos com variadas necessidades de apropriação e utilização do conhecimento matemático.

Por fim, como fechamento das atividades, consideramos ter como saldo⁶⁶ um relatório simples em que cada estudante, diante da análise dos livros didáticos, irá destacar os aspectos relevantes que foram mobilizados no procedimento de medição, de modo a observarem a abordagem dos autores contemporâneos sobre os conceitos matemáticos identificados. É suficiente para esse processo que mais de uma faixa de ensino seja contemplada, evidenciando as diferentes vertentes que um mesmo saber pode ter em vista das especificidades docentes.

Dessa forma, temos de maneira mais formal e objetiva as ações desenvolvidas na AOE, pensadas para fazer com os sujeitos consigam desenvolver um percurso lógico desde a introdução ao problema proposto até a sua resolução. Nesse processo, a reflexão docente também se faz presente, pois assim é possível internalizar novas metodologias que podem ser construídas a partir de um recurso histórico. Por conseguinte, no tópico a seguir foi dada uma caracterização da prática extensionista que foi realizada no meio universitário, com o destaque para seus aspectos fundamentais.

5.4 A caracterização geral de aplicação da AOE

Diante da proposta de atividade que foi elaborada, consideramos que a possibilidade de aplicação poderia ser exequível a grupo seletivo de pessoas, compreendendo o público para qual ela foi direcionada. Assim sendo, decidimos que nossa aplicação seria voltada para a formação inicial de professores, pensando em ações futuras que contemplem a Educação Básica, fazendo com que nossa pesquisa não permaneça apenas na academia, mas que ultrapasse as vertentes de ensino em nosso país.

Com isso, a ação de aplicar atividades “é uma etapa importante para a pesquisa, dado que podemos comprovar os procedimentos que deram certo e os que ainda precisam ser melhorados” (Silva, 2021, p. 59). Nas subseções a seguir, descrevemos sobre as perspectivas que englobam a aplicação da AOE em um Curso de Extensão Universitária, destacando a sua

⁶⁶ Modelo disponível no APÊNDICE I.

estrutura e o desenvolvimento, bem como os sujeitos participantes e o lócus da pesquisa, junto dos materiais que foram considerados para a coleta de dados.

5.4.1 *O lócus da pesquisa e os sujeitos participantes*

A proposta de atividade foi realizada nas dependências da Universidade Estadual do Ceará (UECE), campus do Itaperi, localizado em Fortaleza e destinada aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. Tal ação ocorreu em parceria com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)⁶⁷, a Pró-Reitoria de Extensão (PROEX) e o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), veiculado pelo Programa de Formação Docente (PFD) com a oferta de ser presencial com algumas atividades a distância.

Como espaço físico da aplicação, consideramos utilizar dois locais para a nossa vivência, sendo um deles, uma área aberta ao ar livre que foi palco para a medição com o báculo de Petrus Ramus, permitindo a movimentação dos participantes para a exploração das ideias que a problemática especificava. O outro lugar escolhido foi o Laboratório de Matemática e Ensino (LabMatEn) da UECE para os momentos de explicação e discussão com alunos, pois ele foi equipado com os materiais que permitiram a acomodação dos cursistas e do ministrante. Ademais, também é informado que ele é

[...] destinado ao estudo da Matemática e as pesquisas na área da confecção e utilização de modelos matemáticos concretos e/ou material alternativo que possam auxiliar nas aulas de Matemática, com o intuito de aperfeiçoar professores e futuros professores, quer no conteúdo matemático quer na sua prática docente, constituindo-se, assim, num recurso para complementar, apoiar ou reforçar aulas teóricas de Matemática” (Pereira; Vasconcelos, 2015, p. 18).

Sabendo disso, a prática da oferta dos cursos de extensão no LabMatEn, tem sido algo comum nas ações cotidianas do GPEHM, desde a sua fundação em 2013, fornecendo aos licenciandos em Matemática da UECE, experiências docentes, contribuindo para a formação profissional. É interessante compreender que “esses cursos visam uma complementação na formação inicial e continuada do professor de Matemática no que se refere a recursos didáticos advindos da história da Matemática” (Pereira, 2020a, p. 23).

Assim sendo, o curso intitulado *A articulação de saberes matemáticos em um contexto prático frente a medição de comprimento com o báculo de Petrus Ramus (1636)* foi iniciado no dia 22 de agosto de 2023, no período da manhã, com encontro nos dias de terças-feiras das 8h às 12h, finalizando no dia 19 de setembro de 2023. A princípio foram ofertadas doze vagas, das

⁶⁷ Instituição em que a nossa pesquisa foi idealizada pelo Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECEM/IFCE).

quais apenas dez foram preenchidas, com oito cursistas presentes durante todo o curso e dois ausentes que não compareceu nenhum dos dias.

Nesse sentido, com vistas a conhecer o perfil dos participantes de nossa prática, consideramos aplicar um questionário de sondagem formativa⁶⁸ que abordou aspectos sobre o processo de formação desses estudantes a partir da Educação Básica, como também as suas experiências como alunos de Graduação. O mesmo parâmetro de observação permitiu que contemplássemos algumas motivações sobre o interesse no ingresso do curso e a visão pedagógica já concebida sobre os recursos da história da Matemática.

Com isso, identificamos que a maioria dos sujeitos estudaram na escola pública durante o Ensino Fundamental e Médio, tendo algumas exceções que também realizaram um curso técnico alinhado a essas modalidades de educação para formação complementar. Ao serem questionados sobre o ingresso na Licenciatura em Matemática, foi dito que esse processo era uma conquista dos filhos do ensino público que por meio da influência de outros professores, puderam fazer a escolha do curso.

Ademais, outros colocaram que a afinidade com a disciplina de Matemática era uma boa relação nutrida na Educação Básica, sendo também um modo de aprimoramento dos conhecimentos para o uso em outras áreas. Ainda tivemos alunos que ressaltaram sobre o processo de ensinar e aprender, diante do fazer docente poderia conter muitas camadas para aproveitar, de modo que ao relacionar com a Matemática, junto de um processo de humanização pode acabar transformando radicalmente o modo de pensar dos alunos.

Alinhado a isso, também conseguimos perceber as maneiras de mobilização dos recursos históricos na sala de aula, em que foram bastante frisadas o uso de biografias de matemáticos, bem como a exposição dos fatos históricos sobre algum conteúdo matemático e o método de cálculos de antigas civilizações. Alguns alunos também comentaram que a história da Matemática era utilizada como um repositório de curiosidades que eram destinadas aos alunos, diante de algum conceito matemático. Isso nos fez perceber que até no contexto contemporâneo de educação em que nos encontramos, ainda temos um fazer tradicional sobre as abordagens históricas.

A respeito das condições dos alunos na universidade, destacamos que eles encontram-se cursando disciplinas entre o primeiro e o sexto semestre, possuindo integrantes dos fluxos de 2008.1 e 2019.1, com idades variando num intervalo de 18 a 39 anos. Diante disso, identificamos que a maioria dos alunos já havia realizado ou estavam frequentando a disciplina

⁶⁸ Modelo disponível no APÊNDICE J.

de História da Matemática. Ao serem refutados sobre o direcionamento dessa matéria para a formação de professores, os alunos primaram em enfatizar que ela poderia disponibilizar recursos e materiais sobre elementos históricos para a complementação do fazer docente.

Nessa perspectiva, conseguimos validar que todos os alunos, independente da grande selecionada, já haviam cursado pelo menos a disciplina de Geometria Plana, nos fazendo pensar que a base de conhecimentos geométricos dos sujeitos estava bem aparada e que isso seria uma boa influência no desenvolvimento do curso. Outra porcentagem dos participantes também cursaram as disciplinas de Laboratório de Ensino de Trigonometria, Laboratório de Ensino de Geometria e Prática de Ensino de Matemática I, possuindo vivências que tiveram colaboração para suas ações didáticas.

Quanto a questão de experiência como professores na Educação Básica, tivemos formas diversificadas de trabalho que foram realizadas pelos participantes a contar em sua maioria com iniciativas individuais por meio de Reforço Escolar e aulas particulares. Apenas um aluno destacou que atuou como docente numa escola particular do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, enquanto 50% dos sujeitos afirmaram não ter experimentado as práticas de aula, como uma forma de dar prioridade aos estudos na universidade.

Ao serem questionados sobre a participação de programas institucionais que integram a formação docente como o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), Residência Pedagógica, Monitoria Acadêmica, Iniciação Científica, entre outros, foi constatado que quase 100% não tiveram oportunidades de participação. Isso nos fez perceber que a falta de presença dos universitários nesses espaços faz com que haja uma carência em seu processo de formação profissional, impedindo-os de terem outras vivências. Esse cenário reforça que o saber experiencial dos participantes necessita de uma complementação com outras abordagens que sejam mais viáveis.

Nesse sentido, ao verificar a participação dos sujeitos em outros cursos de extensão, oficinas e até mesmo palestras que abordassem os recursos didáticos advindos da história da Matemática, identificamos que pela maioria que eles não haviam tido até o momento, práticas que versassem sobre esse assunto. Apenas uma aluna já havia participado das rotinas extensionistas ofertadas pelo GPEHM, envolvendo antigos instrumentos matemáticos como o proptuário, as duas réguas de cálculo e o sector.

A respeito das motivações dos participantes pela adesão do nosso curso, consideramos seis alternativas que compreendem as ações principais, baseadas em experiências anteriores. Assim, obtemos que 15% escolheram pelo interesse nas atividades complementares; 18% tiveram alguma curiosidade pelo assunto; 25% optaram pela ampliação dos conhecimentos

sobre a história da Matemática; 14% escolheram a ampliação de conceitos matemáticos; outros 14% indicaram que foi pela ação de conhecer novas ideias para levar a sala de aula; encerrando com os 14% que desejavam ampliar a formação para além do curso de Licenciatura em Matemática. Esses valores encontram-se bem balanceados, nos mostrando a rica diversidade de pensamentos e a meta para intenções diferenciadas.

Dessa forma, esclarecemos que os locais que foram escolhidos para a realização de nossa pesquisa foi pensando a partir da rotina didática a ser desenvolvida com os participantes, levando-os a terem outras vivências no LabMatEn, além das disciplinas que são ministradas. Consideramos que o grupo de participantes inscritos são sujeitos envolvidos em uma construção profissional com desejos e anseios, dispostos a aprenderem coisas novas, tendo como incentivo as possibilidades de mobilização do conhecimento matemático. Diante disso, no subtópico a seguir destacamos a estrutura e organização do curso de extensão que foi ministrado ao público selecionado.

5.4.2 *A estrutura de execução da prática universitária e a coleta de dados*

O curso de extensão aplicado a formação de professores foi realizado de maneira presencial com algumas atividades realizadas à distância, possuindo uma carga horária distribuída em 30h/a. Diante disso, o objetivo da prática se concentrou em mobilizar conhecimentos matemáticos a partir do manuseio do báculo de Petrus Ramus (1515-1572), em duas situações envolvendo a medição de comprimento.

Sobre a AOE elaborada para esse momento, consideramos que ela teve um plano de fundo que abordou um contexto de medição direcionado para uma profissão específica, permitindo a ambientação do antigo instrumento a um labor cotidiano. Nesse contexto, as ações foram elaboradas conforme a problemática delimitada, fazendo os estudantes seguirem um percurso para a aprendizagem de conceitos inerentes a um fazer proposital, ordenado pelas ideias lógicas. Tal pensamento, nos permitiu organizar cinco encontros, de forma que eles contemplassem a abordagem planejada, conforme mostra o Quadro 8 a seguir.

Quadro 8 – Síntese dos encontros ministrados

DATA	AÇÕES	TEMÁTICAS ABORDADAS	CH PRES.	CH EAD
22/08/2023	I	• Apresentação do Curso de Extensão; • Exploração do Contexto Histórico; • Apresentação da Situação Problemática; • O legado de Petrus Ramus e o tratado <i>The Way to Geometry</i>.	4h/a	2h/a

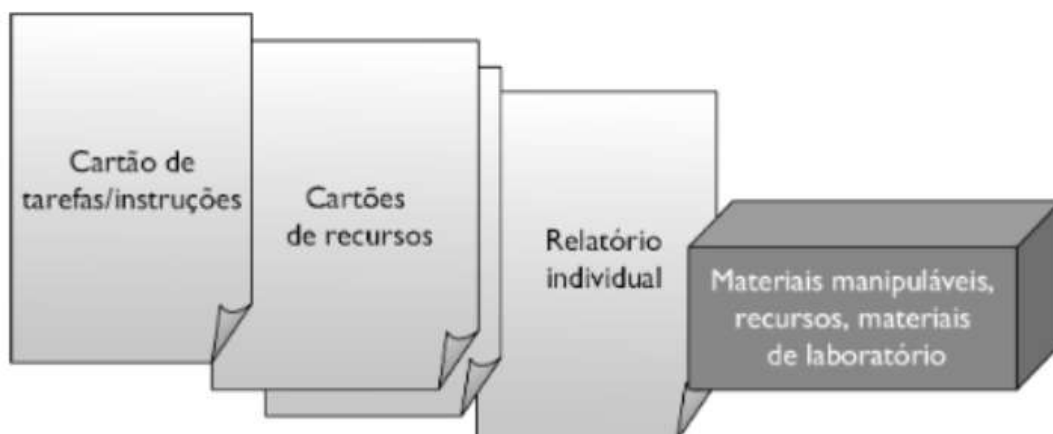
29/08/2023	II	• As orientações de construção do báculo de Petrus Ramus; • As regras de manuseio de ordem geral do instrumento matemático.	4h/a	2h/a
05/09/2023	II/III	• As situações de medição expressas em um contexto específico; • Realização da primeira medição com o báculo de Petrus Ramus; • Discussão da solução que foi encontrada.	4h/a	3h/a
12/09/2023	III	• Realização da segunda medição com o báculo de Petrus Ramus; • Discussão da solução que foi encontrada; • Comparação das soluções encontradas com o valor real da medição; • A mobilização do pensamento geométrico organizado nesse processo.	4h/a	3h/a
19/09/2023	III	• Discussão das potencialidades didáticas do báculo de Petrus Ramus para a sala de aula; • A relação dos conteúdos matemáticos incorporados no antigo instrumento com os aspectos dos livros didáticos e a BNCC; • Encerramento.	4h/a	—
TOTAL			20h/a	10h/a

Fonte: Elaborado pelos autores.

Diante disso, destacamos que os cinco dias de ministração da prática universitária foram realizados de maneira sequencial a partir da problemática que já foi indicada, sendo distribuídas entre as ações propostas para o desenvolvimento da AOE. Por conseguinte, para cada ação desenvolvida, um conjunto de atividades tinha que ser construído pelos participantes diante das orientações que eram condicionadas pelo ministrante. A prática de aula foi ministrada seguindo o padrão expositivo-dialogado, de modo a levar os alunos a constituírem pensamento e concepções que os façam “questionarem, interpretar e discutirem o objeto de estudo a partir do reconhecimento e do confronto com a realidade com prática de construções e discussões simultâneas” (Sá *et al.*, 2017, p. 631).

Com toda essa estrutura, houve a necessidade da construção de instrumentais para guiar as operações realizadas pelos sujeitos durante o momento da vivência, de maneira que estivessem alinhadas às ações elaboradas. Assim, criamos os cartões de recursos e os cartões de atividades, seguindo as recomendações de Cohen e Lotan (2017) com algumas adaptações as etapas de aplicação. Tal orientação, nos permitiu relacionar esses aspectos com outras abordagens didáticas que colaborassem com a discussão das temáticas recorrentes ao curso. A Figura 19 ilustra esses elementos destacados pelos autores.

Figura 19 – Instrumentais de organização para práticas de aulas



Fonte: Cohen e Lotan (2017, p. 88).

A partir disso, consideramos elaborar os cartões de recursos para sintetizar a abordagem conteudista que seria explorada ao longo da rotina, inserido as informações principais sobre os excertos do tratado de Ramus (1636), de modo que os alunos mobilizassem a leitura e a interpretação nesse processo. Ademais, esse material tinha conexão direta com as atividades que foram pensadas para as ações desenvolvidas, servindo como texto-base no que se refere as problematizações indagadas e os questionamentos.

Diante de tal perspectiva, os cartões de atividades direcionam os movimentos práticos a respeito do assunto que foi explorado, visando ir ao encontro dos objetivos determinados pelo professor, sendo procedidos com uma abordagem que sintetiza o saber que foi mobilizado durante uma ação. Em nosso curso, utilizamos de variadas estratégias para compor esse bloco, como procedimentos manuais, recursos tecnológicos, questionários, entre outros que colaboraram para o entrosamento dos sujeitos com o ministrante.

Quanto a abordagem para a interação dos participantes, optamos por realizar as atividades em grupos, pensando em todo potencial e colaboração que podem ter ao se utilizarem do diálogo para impor suas opiniões e pensamentos sobre determinadas questões. Assim, desconsideramos o fazer individual nessas circunstâncias em vista dos debates e a construção de discussões que nos fizessem compreender a organização de argumentação dos alunos a partir do que lhe foi proposto.

A forma de avaliação para o curso de extensão será de maneira gradual ao longo da prática de ensino, de modo em que se detenha a observar os processos de execução da medição com o báculo de Petrus Ramus por meio da AOE construída, levando em conta também os relatórios entregues. Ademais, complementaremos essa abordagem com o registro de mídias

pessoais (fotos e vídeos) a respeito do trabalho das equipes, de maneira a validar a participação efetiva dos cursistas, garantindo o desenvolvimento das ações delimitadas.

A vista disso, reiteramos que todas as ações que foram desenvolvidas durante o nosso curso de extensão foram aprovadas pelo Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE)⁶⁹ e da Universidade Estadual do Ceará (UECE)⁷⁰, nos dando aval para prosseguir com tudo o que estava planejado. Tal questão implicou na aplicação das atividades voltadas para seres humanos, sem causar nenhum prejuízo físico ou mental, sob o consentimento dos alunos.⁷¹

Dessa forma, observando a estrutura geral de aplicação, entendemos que as ações encadeadas por meio de única problemática fazem parte do escopo da AOE que distribui esse processo em etapas, de forma a fazer com que os sujeitos possuam uma aprendizagem específica para conseguir a solução do problema. Esses aspectos são complementados pelos movimentos práticos que contribuem com a construção dos relatórios que serviram de material de investigação para essa pesquisa.

A respeito do processo da busca de informações, pensamentos e algumas questões mobilizadas durante todo o curso de extensão, consideramos que além dos instrumentais destacados, outras abordagens poderiam complementar esses materiais como questionários impressos, testes de sondagens, gravações de áudio e/ou vídeo, entre outros recursos. Isso se deve ao fato de que nessa fase pode ser desenvolvido uma “[...] aplicação dos instrumentos elaborados e das técnicas selecionadas, a fim de efetuar a coleta dos dados previstos” (Lakatos; Marconi, 2017, p. 183).

Sobre esses procedimentos, também é destacado que eles “[...] incluem estabelecer as fronteiras para o estudo, coletar informações através de observações e entrevistas desestruturadas (ou semiestruturadas), documentos e materiais visuais, bem como estabelecer o protocolo para registrar informações” (Creswell, 2007, p. 189). Diante de tal orientação, também levamos em conta o que foi observado na aplicação prática com o báculo de Petrus Ramus, como o entrosamento entre os membros das equipes e as posturas mantidas em cada ação desenvolvida.

Nesse sentido, excepcionalmente para as discussões criadas, consideramos a realização do trabalho em grupo com os sujeitos participantes, de forma que ambas as equipes não

⁶⁹ Número do parecer de aprovação do projeto: 5.730.073 (Anexo 1).

⁷⁰ Número do parecer de aprovação do projeto: 5.897.481 (Anexo 2).

⁷¹ Para tanto, dispomos de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), disponível no APÊNDICE M.

trocassem informações para que desenvolvessem sua própria maneira de pensar frente as situações que eram propostas. A partir disso, a ideia era que cada membro da equipe contribuísse com algo nas atividades. Assim, desde o início de cada etapa, frisamos que ao final de todo material entregue, os sujeitos teriam de deixar uma pequena descrição sobre a colaboração deixada individualmente.

É conveniente destacar que em cada ação delimitada pela AOE, designamos um bloco de atividade a ser desenvolvido pelos cursistas com a necessidade de mobilizar toda a construção teórica que foi esplanada com os objetos no contexto prático. Nesse momento, os sujeitos tinham a liberdade de interagir entre os membros dos grupos formados, de modo a requerer atenção ao ministrante quando fosse necessário, posto que ambos precisariam utilizar da capacidade de interpretação e a discussão interna para a construção das ideias.

Para tanto, dispomos de uma câmera fotográfica e um celular para captar as imagens com os áudios sobre tudo o que foi desenvolvido em momentos diferentes, pensando nas possíveis percepções que poderiam emergir na fala dos alunos como algo extra aos elementos presentes das atividades recebidas. Reiteramos que nem toda mídia coletada foi utilizada para a análise de dados, uma vez que escolhemos aspectos que contemplaram tanto o material escrito, quanto o que foi gravado e arquivado.

Visando ter uma expansão do pensamento matemático que foi discutido pelos sujeitos, consideramos fazer a análise do material que foi recebido dos dois grupos formados, de modo a se ter uma abrangência mais formal, com um enfoque em aspectos mais singulares de cada equipe. Tais elementos serão discutidos e organizados conforme a estrutura das ações da AOE, que destaca em seus momentos distintos, fazeres que podem se relacionar com abordagem discente na mobilização do conhecimento geométrico, sendo ponderados no próximo capítulo.

6 ASPECTOS MANUAIS, CONTEXTUAIS E MATEMÁTICOS DA GEOMETRIA QUE EMERGIU DA MEDIÇÃO COM O BÁCULO DE PETRUS RAMUS

Em meio aos potenciais didáticos que podem emergir com o báculo de Petrus de Ramus, os elementos que serão postos neste capítulo emergiram da experiência didática que foi desenvolvida em uma prática extensionista para os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará em parceria com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Nisso, consideramos explorar objetos de ordem técnica, manual, contextual e didática com instrumento, com vistas a dar destaque para os aspectos que influenciaram na construção do pensamento geométrico dos alunos em uma situação de medição prática. Ademais, também será abordado uma reflexão de como o antigo instrumento foi tratado como recurso didático durante a prática em vistas das diversidades e os desafios, como também a postura docente utilizada no contexto de mediação.

Para tanto, iremos considerar alguns momentos específicos que foram delimitados pela Atividade Orientadora de Ensino como parâmetro de organização das ações desenvolvidas com os participantes, de maneira que nesse processo, também seja enfatizado o movimento do pensamento e o saber contextualizado diante dos procedimentos de medição que foram executados. Nesse sentido, definimos os critérios de análise do material recolhido para exprimir as noções e pensamentos dos alunos, referente ao que foi mobilizado e compreendido por eles. Para tanto, tivemos base nas considerações feitas por Bardin (2016) para a análise de conteúdo.

6.1 A construção de critérios estratégicos para a Análise de Conteúdo

Diante do percurso metodológico que foi desenvolvido para contemplar as abordagens de nossa pesquisa, consideramos relevante delimitar os momentos da prática pedagógica que tiveram a contribuição dos participantes, como também uma intervenção direta do ministrante no que se refere a gestão das etapas do processo. A partir disso, a construção de espaços discursivos por meio do diálogo entre os sujeitos, fazem com as ideias fiquem mais elaboradas e difundidas, de modo que seja formado o pensamento matemático estruturado.

Nesse sentido, a vista de um viés pedagógico, ao longo da vivência o ministrante enquanto Educador Matemático conseguiu vislumbrar as atividades que foram elaboradas e aplicadas na vivência, refletindo sobre o que deu certo e o que precisava melhorar para que os objetivos propostos fossem alcançados e bem aproveitados. Sob outra perspectiva, consultando a opinião dos participantes, tivemos a possibilidade de entender o ficou coerente a compreensão deles e o grau de dificuldades no cumprimento das etapas propostas.

Assim, a estrutura da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) que foi apresentada no capítulo anterior, nos permitiu alinhar o báculo de Petrus Ramus com o conteúdo matemático, levando em consideração outros aspectos pertinentes como os sujeitos participantes, os objetivos traçados, as motivações para a realização das ações, bem como as operações executadas a partir do ponto de vista do professor e do aluno. A respeito das duas últimas colocações, primamos por organizá-las de modo que acontecem sequenciadas e condicionadas entre si para se ter um melhor aproveitamento.

Tais aspectos influenciaram em nosso fazer didático, mantendo o foco também na articulação da história com o ensino de Matemática, possuindo o báculo de Petrus Ramus como recurso mediador entre as duas abordagens que nos permitiu abordar conceitos matemáticos de uma forma mais contextualizada. Com isso, conseguimos observar que diante da visão dos cursistas, alguns elementos tiveram uma resignificação para serem atribuídos outras interpretações que dessem sentido ao que estava sendo construído.

Desse modo, obtivemos resultados como o bloco das atividades que foram aplicadas, gerando os momentos de interação, participação, integração e a colaboração de pessoas que se manifestaram de diferentes formas para argumentação de suas ideias e o pensamento construído nas discussões. Convém destacar que nessas situações, além de considerar para análise as atividades que foram recolhidas, também foram captadas as gravações de vídeo, bem como as de áudios e os registros fotográficos das ações, visando não perder elementos importantes no discurso dos sujeitos.

Assim sendo, buscando por um método que analisasse a comunicação dos participantes, encontramos a Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2016) que permitiu categorizar e tratar os materiais advindos da coleta de dados. Tal procedimento nos orientou em como sintetizar os objetos fundamentais desenvolvidos entre as ações da prática de ensino para colher aqueles elementos que fundamentavam a opinião principal organizada pelos participantes. Sabendo disso, essa abordagem é definida como

[...] um conjunto de técnicas de análise de comunicações. Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos, ou, com mais rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas, e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: comunicações (Bardin, 2016, p. 37).

Dessa forma, entendemos que esse suporte fornece técnicas para abranger as possibilidades de tratamento dos dados que foram coletados, de forma a extrair os significados condizentes com a proposta de nossa pesquisa, considerando como base essencial o diálogo e a construção de ideias pautadas no discurso formal por meio de uma temática específica. Com

isso, o ministrante precisou se atentar as conversas que foram debatidas em público, como também de modo restrito aos grupos formados na vivência prática.

Nesse contexto, temos a necessidade de organizar as fases de abordagem que integram a Análise de Conteúdo, condicionando ao uso de procedimentos para auxiliar o pesquisador a identificar os recursos que colaboram para uma discussão estruturada. A partir disso, Bardin (2016) considera importantes três aspectos que se deve considerar para a realização da análise materiais escritos, correspondendo a etapas sequenciadas, conforme mostra o diagrama a seguir na Figura 20.

Figura 20 – Síntese das etapas da Análise de Conteúdo



Fonte: Freire (2023, p. 105).

Diante da ilustração presente na Figura 20, conseguimos identificar algumas fases que estão relacionadas com o desenvolvimento de uma Análise de Conteúdo, sendo essas a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados com as suas interpretações. A respeito da primeira vertente, o pesquisador tem a necessidade de realizar uma leitura preliminar dos dados recolhidos, de maneira que seja feito um acoplado de materiais para serem submetidos a uma abordagem analítica, que Bardin (2016) denomina de “corpus”.

Nesse sentido, a autora também revela que é preciso considerar três processos importantes para a primeira fase, tais como “a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos, e a elaboração de indicadores que fundamente a interpretação final” (Bardin, 2016, p. 125). Esses elementos são essenciais para o pesquisador conseguir uma parte dos recursos apurados, de modo que não se utilize todo o material em vista da intenção que será dada ao contexto específico.

A partir do material que foi separado, na segunda vertente podemos fazer uma análise mais específica dos dados, de modo que seja estabelecido uma associação das hipóteses criadas com os objetivos direcionados, buscando fazer a organização de aspectos em categorias para

que delas possa emergir os elementos discursivos de alguma argumentação. Sobre esse quesito, Bardin (2016, p. 131) faz uma observação, afirmando que “esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas”.

Enfim, a terceira vertente o tratamento desse material e as discussões que podem ser geradas nas concepções do investigador com base nos parâmetros criados para a análise, não esquecendo que “o analista tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos – ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas” (Bardin, 2016, p. 131). Assim sendo, é possível verificar se objetivos propostos desse trabalho foram alcançados ou não, como também se elevaram as expectativas para a realização de tal ação.

A partir dessa perspectiva, conseguimos compor estratégias que contemplassem as etapas da Análise de Conteúdo mediante ao material recolhido no curso de extensão, de forma a construir elementos significativos em relação ao objeto de pesquisa que foi estruturado. Nisso, consideramos que essas orientações nos permitiram desenvolver ações de tratamento mais direcionados para os aspectos desejados, envolvendo as aspirações investigativas com os saberes docentes. No Quadro 9 é possível visualizar a organização desses momentos.

Quadro 9 – Resumo das ações para a Análise de Conteúdo

	ETAPA I	ETAPA II	ETAPA III
FASES	Pré-análise	Exploração do material	Tratamento dos resultados e interpretações
AÇÕES DESENVOLVIDAS	• Leitura preliminar do material recolhido; • Separação dos materiais para a análise; • Construção do corpus.	• Criação de categorias para o tratamento; • Análise do material que foi selecionado; • Organização dos principais vertentes.	• Descrição dos resultados encontrados; • Apresentação dos dados; • Discussão dos dados por meio das categorias de análise.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Diante do que foi apresentado no Quadro 9, conseguimos contemplar todas as etapas de análise propostas por Bardin (2016), de maneira que em cada fase constituímos estratégias distintas para cumprir as exigências definidas. Assim sendo, para o primeiro processo,

consideramos selecionar para compor o corpus de análise, a quinta atividade⁷² (realizada no 4º momento da vivência), condicionada com os saberes mobilizados pelos sujeitos do curso.

Quanto ao segundo processo, a partir da leitura preliminar e do material separado, conseguimos elaborar três categorias de análise que correspondem as principais ações, comportamentos, diálogos e concepções destacadas durante a vivência. Elas representam uma parcela do que foi tratado, nos dando interpretações e abrindo margens para novas possibilidades. Assim, consideramos o CRITÉRIO 1 (CR1): generalização matemática do problema proposto; o CRITÉRIO 2 (CR2): relações e operações estabelecidas para resolver o problema; por fim, o CRITÉRIO 3 (CR3): construções dos significados com o procedimento de medição.

A respeito do último processo, consideramos fazer uma descrição dos elementos citados anteriormente, de maneira a dar destaque ao conteúdo tratado de acordo com as categorias que foram criadas, enfatizado a abordagem encontradas nos materiais recolhidos. Nesse sentido, na seção seguinte fizemos uma discussão de como o saber geométrico foi contextualizado em vista aos movimentos do pensamento formulados a partir do processo de mensuração com o báculo de Petrus Ramus.

6.2 O movimento do pensamento e o saber contextualizado durante a prática de medição com o báculo de Petrus Ramus

Em virtude da incorporação de conhecimentos matemáticos que são integrados ao procedimento de medição com o báculo de Petrus Ramus, consideramos estruturá-lo em etapas para que os participantes tivessem uma melhor apropriação das ações que são requisitadas e necessárias na execução de tal feito. Esse modo de organização, contemplou tanto os elementos de ordem teórica, conteudista e matemática, como também os de ordem prática e manual relacionados ao manuseio do antigo instrumento.

Diante disso, a partir dos momentos que foram delimitados pela AOE, tivemos como suporte a problemática inicial que foi proposta aos alunos, desencadeando as operações seguintes para chegar até a solução final. Nesse processo, tivemos vivências relevantes que colaboraram com a prática que estava sendo formalizada, levando os sujeitos a uma discussão de um pensamento contextualizado e os indícios que levaram a ter tal conclusão. Com base nisso, decidimos escolher dentro de muitas abordagens, a quinta subatividade, aplicada na terceira ação da AOE, tendo o interesse em saber como o movimento do pensamento é

⁷² Ela encontra-se disponível no APÊNDICE H.

articulado com o saber contextualizado, de modo a considerar os aspectos que são pregados pela interface entre história e ensino de Matemática.

Destacamos que para isso, iremos utilizar os critérios que foram criados e destacados no tópico anterior (Generalização matemática do problema proposto; Relações e operações estabelecidas para resolver o problema; Construções dos significados com o procedimento de medição) como uma forma de analisar o processo registrado. Além disso, também será incluso depoimentos, falas características como uma maneira de dar respaldo aos resultados da pesquisa e valorizar o conteúdo exposto.

Assim sendo, decidindo descrever melhor tais aspectos, dividimos os itens a seguir em quatro subtópicos, levando em consideração ao momento de exploração escolhido e os critérios a serem relacionados. Logo, inicialmente será feita uma caracterização do cenário em que a quinta subatividade foi pautada, com o enfoque nos objetivos e os procedimentos realizados. Em seguida, delimitaremos para cada critério de análise, um espaço para a exposição dos pontos de vista que foram observados na atividade em questão, de modo que seja descrito a impressão que emergiu durante a prática.

6.2.1 *A circunstância de exploração e a descrição da atividade utilizada para a análise dos dados escolhidos*

Entre os momentos que foram desenvolvidos no curso de extensão, desenvolvemos duas etapas que estavam condicionadas a realização de uma medição física com o báculo de Petrus Ramus, diante da situação proposta. A primeira mensuração serviu como um teste de estratégias criadas pelos alunos, de maneira que foi o primeiro contato deles com o instrumento matemático montado diante do problema, ocasionando no surgimento de imprevistos e dificuldades ao posicioná-lo, bem como garantir as regras para medir, tornando o processo bem mais demorado do que o esperado.

Em vista disso, observamos que a segunda medição não teve tantas limitações como a primeira que foi realizada, uma vez que os alunos já estavam habituados com o objeto e as estratégias já haviam sido formalizadas, restando apenas a fazerem pequenas adaptações a nova situação disponibilizada. Por consequência, decidimos escolher esse momento para analisar, pensando nas formalizações que foram bem mais definidas que a medição anterior a partir dos questionamentos e procedimentos em que a atividade foi construída.

Assim, a segunda medição foi realizada no quarto dia de aplicação da prática extensionista, onde os participantes estavam em busca de uma outra perspectiva para a

resolução do problema. Nisso, de maneira preliminar foi apresentado a eles a segunda situação de medição⁷³ com o báculo de Petrus Ramus, como uma alternativa para medir comprimento, diferente da foi explorada anteriormente. Com isso, os sujeitos fizeram um primeiro estudo dessa nova abordagem para compreenderem melhor como ela se adaptaria ao espaço externo destinado a medir.

Em seguida, eles foram direcionados ao mesmo local para fazer a medição, mantendo em mente a mesma problemática com estratégias diferentes sob um foco estruturado, de modo que tiveram uma variação entre as funções de cada membro nas equipes com a tentativa de alcançar o objetivo. Para o momento de fechamento, os alunos retornaram ao espaço interior reunidos em grupo, visando sintetizar as ações e as ideias utilizadas diante do procedimento e suas limitações, de maneira a fazer uma discussão sobre o procedimento devido e organizar as impressões que se solidificaram.

Nesse sentido, o foco da atividade em questão se deteve a fazer com o que os alunos encontrassem a medição final (que era o comprimento entre as duas extensões de terra) para que se fosse construída a ponte do mercador (problema que foi especificado no primeiro dia de curso). Enquanto isso, o ministrante se manteve presente em todos os momentos, agindo como o mediador de todo o processo, fornecendo subsídios aos alunos sem descaracterizar o momento e a própria vivência em si.

A respeito da estrutura da atividade, consideramos dividi-la em três ramificações a contar com os comentários iniciais, bem como os procedimentos, incluindo também os questionamentos e as referências utilizadas. Esse padrão foi adotado somente nas abordagens que estão relacionada com as medições, devido ao fato de o procedimento ter sido dividido por fases, reforçando a ideia de desenvolver algo sequencial, diante dos saberes que foram formalizados previamente.

Com isso, quanto a primeira parte do escopo, ela foi reservada para conter alguns detalhes e observações do professor em relação a sua função e uma síntese do que será correspondido ao longo de sua execução. É nesse momento que os alunos já começam a organizar as estratégias a serem utilizadas, focando nos principais indicadores e fazendo associações com o que pode ser feito para cumprir com o que está sendo proposto, sendo uma ação necessária para a apropriação da atividade.

A segunda parte e a terceira necessitavam de um pouco mais de atenção, pois os alunos iriam ter contato direto com elas e foram cruciais para o desenvolvimento pedido. Nisso, os

⁷³ Disponível no APÊNDICE G.

procedimentos continham uma série de comandos (alinhados com o objetivo, como também com os tópicos a serem mobilizados) que o aluno precisaria realizar junto com a sua equipe até encontrar a medição final com antigo instrumento matemático. Ademais, tais orientações estavam descritas uma após a outra com o intuito de evitar que os comandos fossem ultrapassados.

Além disso, um quadro de informações foi disponibilizado para que fosse preenchido de acordo com as ideias construídas, sendo organizado em quatro tópicos condizentes ao procedimento executado e as orientações disponibilizadas. Com isso, foi possível questionar sobre a situação de medição utilizada, como também a forma de distribuição das funções dos membros em cada grupo, a relação matemática encontrada para resolver o problema, de maneira que deixaram explícito as grandezas utilizadas com a sua parte literal e a parte numérico, finalizando com a medida encontrada e as observações durante as operações.

A última ramificação, continha alguns questionamentos que foram feitos em relação aos procedimentos manuais realizados com o báculo e a forma de medir, uma vez que os participantes deveriam deixar registrados as impressões que ficaram, se atentando em seguir o que foi estudado na situação de medição. Essas perguntas serviram como base de apoio para as discussões levantadas no momento posterior à medição, no qual as duas equipes tiveram concepções que se assemelhavam e se complementavam em alguns aspectos, bem como divergiam em outros. No Quadro 10, é possível observar como eles foram organizados.

Quadro 10 – Questionamentos envolvendo a medição com o báculo de Petrus Ramus

ORDEM	QUESTIONAMENTOS
1	A respeito da divisão dos membros da equipe, como ficou definido a função de cada um?
2	Sobre o procedimento de medição encontrado na situação 8, qual foi o problema proposto de medição real com báculo de Petrus Ramus?
3	Quais foram os processos realizados desde o início até o final da medição? Que conceitos geométricos podem ser mobilizados?
4	Qual a unidade e subunidade de medida utilizada na escala do báculo? Foi feito o uso de algum instrumento auxiliar? Quais?
5	Como o conceito de paralelismo e perpendicularidade estão inseridos na situação de medição? É possível medir sem fazer o uso deles?
6	Quais são os outros conceitos matemáticos que complementam a abordagem geométrica e a sua influência na medição com o báculo de Petrus Ramus?
7	Esquematize com todos os detalhes, as construções geométricas e matemáticas utilizadas para a realização da medição final da situação proposta. Quais são as relações que elas possuem para o valor encontrado da medida?

Fonte: Elaborado pelo autor.

Convém observar que as vertentes destacadas no Quadro 10, também nos revelou como quais elementos matemáticos foram considerados para medição, posto que todas as regras aplicáveis ao báculo de Petrus, deveriam ser selecionadas de acordo com a situação e as condições em que o medidor se encontra-se. Por fim, foram deixadas algumas referências no corpo da atividade como material complementar de leitura ao que foi disponibilizado para ajudar na composição dela.

Dessa forma, com o escopo que foi constituído, os participantes perpassaram por todas as etapas que foram propostas, reciclando os materiais e as experiências realizadas em momentos anteriores a fim de ter um melhor aproveitamento na última medição realizada, sendo mais ágeis no segundo processo do que no primeiro. Na subseção a seguir, iremos destacar as impressões que foram abordadas no relatório recolhido, levando os indícios sobre as ações realizadas e o saber que foi contextualizado.

6.2.2 *Generalização do problema e a sua matematização: CRITÉRIO I*

Diante da situação que foi especificada, consideramos para esse primeiro critério, analisar como os alunos conseguiram generalizá-la e por meio da condição proposta, fazer uma matematização, ou seja, organizar uma modelagem para ser utilizada na resolução de problemas (Saito, 2015). Nesse processo, conseguimos compreender como as ideias foram sistematizadas, diante do comando estabelecido e se foram colocadas corretamente, pois ao se trabalhar com o recurso histórico, muitas interpretações podem ser validadas a partir de um contexto empregado (Batista, 2018).

Sobre esse aspecto, a leitura do texto disponibilizado serviu como base para a execução da medição e mesmo tendo sido realizado outro procedimento anteriormente, alguns termos foram considerados difíceis para interpretar, necessitando que os participantes fizessem muitas releituras até algo fazer relação com o que estava empregado. Isso nos faz pensar que é algo comum, quando não se tem o hábito com de explorar um escrito da história, contextualizado entre os séculos XVI e XVII, necessitando resgatar elementos desse período para fazer sentido com a situação.

Tal processo, pode ser visualizado em algumas fases da construção de Interfaces entre história e ensino de Matemática, de forma que é preciso “buscar no processo histórico o movimento do pensamento no contexto da formação deste conceito” (Saito; Dias, 2013, p. 93). Assim, os sujeitos fizeram uma breve pesquisa com a busca nos materiais utilizados anteriormente para lembrarem um pouco do que foi desenvolvido para sanarem suas dúvidas entre si, requerendo a ajuda do ministrante quando necessário.

Assim sendo, levando em consideração o enunciado da situação de medição (inserido no Cartão de Recurso 3)⁷⁴, posto da seguinte forma: “Se a visão, a partir do início do indicador, estiver paralela ao comprimento a ser medido, então, assim como o segmento da transversal está para o segmento do indicador, assim a altura dada estará para o comprimento” (Ramus, 1636, p. 121, tradução nossa)⁷⁵, procuramos verificar se os alunos conseguiram fazer a associação dos elementos corretamente, pois isso é importante para o desenvolvimentos dos outros quesitos. Caso, o aluno não consiga fazer essa relação com os parâmetros de sua medição é bem provável que ela se mantenha equivocada. Com isso, observando a Figura 21, temos posto o quadro de informações preenchido pela Equipe 1 que nos permitiram interpretar o que foi realizado pelos sujeitos.

Figura 21 – Quadro de informações da primeira equipe

PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO	SITUAÇÃO 7 ()		SITUAÇÃO 8 (X)
DISTRIBUIÇÃO DE FUNÇÕES	MANUSEAR DO INSTRUMENTO	ALINHAMENTO DO INSTRUMENTO	REGISTRO DE CÁLCULOS
RELAÇÃO MATEMÁTICA ENCONTRADA	GRANDEZAS UTILIZADAS	RELAÇÃO LITERAL	RELAÇÃO NUMÉRICA
	<i>Altura / comprimento e os pontos do báculo.</i>	$\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$	$\frac{210}{B} = \frac{200}{300}$
MEDIDA ENCONTRADA DO COMPRIMENTO	VALOR	OBSERVAÇÕES AO LONGO DO PROCEDIMENTO	
	<i>630 cm 6,30 m</i>	<i>Definimos uma altura fixa e ponto do báculo, medimos uma altura menor e um comprimento menor para realizarmos uma semelhança e encontramos o comprimento maior.</i>	

Fonte: Acervo do autor.

A partir do que foi destacado pelos membros da Equipe 1, conforme mostra a Figura 21, os sujeitos conseguiram se organizar para fazer a divisão das funções para o manuseio do báculo de Petrus Ramus, de forma que uma pessoa ficou responsável por manusear o instrumento, a outra fazer um alinhamento de sua estrutura diante de quem estava sustentando e outro membro responsável pelos registros dos cálculos. No momento de discussão, ao serem questionados

⁷⁴ Disponível no APÊNDICE G.

⁷⁵ Na versão inglesa, tem-se: “If the sight be from the beginning of the index parallel to the length to be measured, as the segment of the transome is, unto the segment of the index, so shall the heighth given be to the length” (Ramus, 1636, p. 121).

sobre esse modo de distribuição, os participantes afirmaram que levaram em consideração as habilidades físicas e mentais de cada membro, entrando em consenso sobre o acordo de todos.

Ao observarmos as grandezas utilizadas, percebemos que os membros dessa equipe tiveram uma associação equivocada sobre quais grandezas utilizadas no momento da medição, pautando no que é dito pelo enunciado de Ramus (1636). Com isso, eles conseguiram formalizar uma relação com as partes do báculo (Indicador e a Transversal) com as unidades de medida que foram delimitados, sem ao menos indicar no local correto a qual grandeza na medição real estaria relacionada. Sobre esse respeito, durante a discussão em grupo foi dito que:

Durante o momento de estudos que tivemos no começo, foi um baque pra gente tentar atender e encaixar dentro da situação o que tínhamos no espaço externo, pois ao esquematizar na cabeça é uma coisa e nos deparar com a situação real é totalmente diferente, então tivemos que fazer muitas tentativas até encontrar um jeito que se adequasse a situação e que aos nossos olhos ficasse coerente para poder resolver o nosso problema (Equipe 1, 2023).

Sobre esse momento, os participantes relataram que as grandezas que estavam no próprio báculo foi simples de encontrar, pois eles sabiam que elas estariam incorporadas ao instrumento matemático, necessitando saber escolher aquelas relacionadas com a medida real. Depois de muitas tentativas, eles perceberam que precisava ter uma altura fixa demarcada por algum objeto para poder posicionar o instrumento e o que por meio dela, eles conseguiriam encontrar o comprimento procurado.

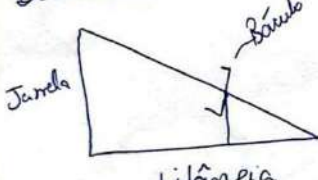
Além de terem comentado isso durante a discussão da situação após a medição, fazendo uma revisão na medida encontrada pelos participantes, concluímos tal ação foi registrada nas “observações ao longo do procedimento”, fazendo-nos entender a que tipo de grandeza foi utilizada para a construção do cálculo. Nisso, eles passaram a entender que necessitavam de uma unidade de medida para dar sentido a sua medição e fizeram a escolha de centímetros e metros, comumente usadas para problemas de mensuração (Cardoso; Fernandes, 2008).

Ademais, conseguimos observar um melhor entrosamento entre os membros da Equipe 1, no que se refere a organização das ações desenvolvidas, como também o preenchimento adequado do material proposto e a participação nas discussões realizadas no momento coletivo que foi mediado pelo ministrante do curso. A respeito disso, a Equipe 2 preferiu realizar tudo manuscritamente, tomando como base na atividade disponibilizada e descrevendo numa folha de papel ofício A4. Logo mais na Figura 22, podemos visualizar a abordagem empregada por eles.

Figura 22 – Quadro de informações da segunda equipe

→ Procedimento de medição.

Situação 8	Manusear	Alinhamento	Registro
Distribuição de Funções			
grandezas utilizadas	Relação Literal		Relação Numérica
Medida da janela Distância das calçadas	$\frac{\text{horizontal}}{\text{altura Janela}} = \frac{\text{Indicador}}{x}$		$\frac{200}{203} = \frac{600}{x}$ $x = 609$ Valor



Fonte: Acervo do autor.

Em relação a Equipe 2, de acordo com o que está sendo ilustrado na Figura 22, observamos que seus membros também conseguiram fazer a divisão das funções para a medição com o báculo de Petrus Ramus, conforme estava sendo indicada na matriz da atividade assim como a Equipe 1. No entanto, essa organização foi realizada de maneira diferente, posto que após realizarem o estudo da situação de medição, ambos optaram por fazer sorteio para que não ficasse injusto e que todo mundo pudesse se ajudar. Sobre esse caso inusitado, ao serem questionados, os sujeitos da pesquisa na Equipe 2 afirmaram que

O processo da escolha das funções foi bem diferente do que a gente esperava, pois desde o começo do curso todas as decisões que tomávamos era com base na opinião de todas e nesse caso não foi diferente, já que estávamos dispostas a auxiliar uma à outra caso precisasse. No começo pareceu que não ia dar certo, mas com um jeitinho organizamos para nos adaptar a qual imprevisto que rolasse, como aconteceu na medição anterior. É tudo questão de ponto de vista, pois a experiência anterior de medição nos ajudou direitinho (Equipe 2, 2023).

Diante disso, conseguimos verificar que nesse processo a Equipe 2 também associou o enunciado proposto por Ramus (1636) da sua situação com as partes do báculo e as grandezas de medição reais, tomando como parâmetro a medida do topo da lateral de uma janela até o chão (que ambas tomaram como altura). Com esses elementos bem definidos, a Equipe ainda teve dificuldades de posicionar o instrumento matemático, pois na tentativa de encontrar uma

altura que se adequasse a situação, houve uma grande variação de valores, fazendo com que muito tempo fosse delimitado para isso.

Nesse momento, as alunas tiveram um pouco mais dificuldade para medir, pois elas foram de encontro ao que ficou compreendido em discussões anteriores utilizando a medida da Transversal como unidade de medida, já que no tratado de Ramus (1636) ele não denomina uma específica para uso, embora nas situações de medição, ele utilize o pé como padrão para seus exemplos. Concluindo que pensar dessa forma só iria complicar a situação, assim como o Grupo 1, elas decidiram utilizar o metro e o centímetro para compor sua abordagem, tornando o processo mais condensado.

É importante destacar que a grandeza matemática enquanto número não tem valor nenhum se não estiver acompanhado da unidade de medida, pois é por meio dessa união que conseguimos entender e ter a dimensão das coisas que precisamos medir em nosso cotidiano, seja com qualquer objeto de medição. Essa noção ficou clara a todos os participantes no momento da discussão, uma vez que só apresentando o valor final sem uma unidade de medida, não teria significado nenhum e nem daria para comparar com outras situações.

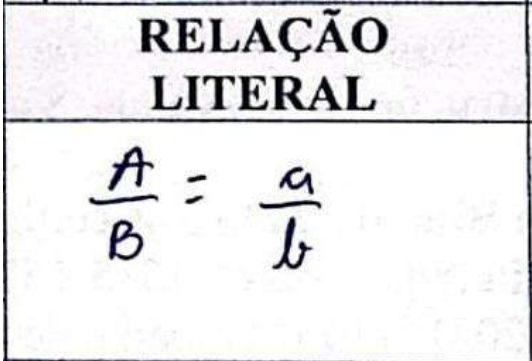
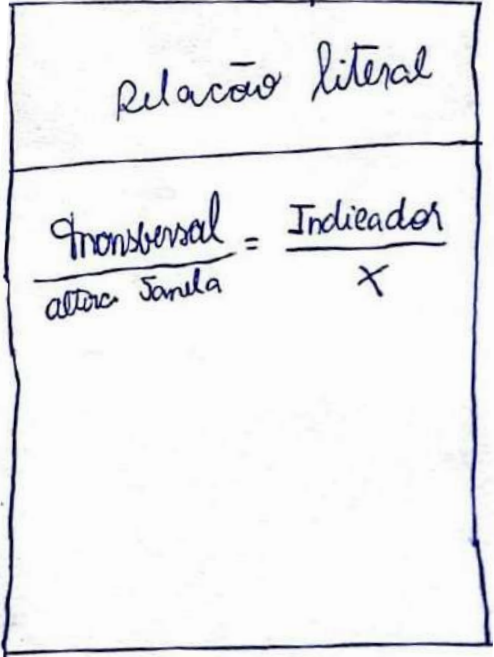
A Equipe 2 também relatou que durante o processo de medição com a situação 8, houve a tentativa de aproveitar algumas noções que foram definidas para o posicionamento do báculo de Petrus Ramus na situação 7, posto que já teriam organizado as ideias e estratégias visando facilitar o trabalho em grupo. No entanto, isso não foi possível tendo em vista a forma de postura com o instrumento matemático que no momento anterior encontrava-se de modo perpendicular ao comprimento encontrado e na circunstância atual, de maneira paralela a mesma grandeza.

Dessa forma, comparando as duas equipes, conseguimos perceber algumas semelhanças em relação as abordagens principais relacionadas a caracterização de cada atividade analisada, pois ambas compreenderam a questão central que envolvia o princípio da atividade, como traçaram métodos para desenvolvê-la e chegaram até uma resposta final. Esse fato demonstrou que embora tivessem organizado o mesmo trajeto, algumas concepções foram formalizadas de maneiras distintas, indicando as possibilidades cabíveis no momento de associação do enunciado de Ramus (1636) com o problema prático que estava diante dos sujeitos.

Com isso, percebemos que toda construção destacada esteve ligada com a identificação dos principais elementos para a realização da medição, uma vez que se houver a falta de um deles, o cálculo realizado poderá não corresponder a medida real da grandeza procurada. Pensando nesse processo, de maneira muito prática, os estudantes conseguiram matematizar o enunciado de Ramus (1636) a reduzirem numa relação entre as partes do instrumento

matemático (Indicador e a Transversal) com as grandezas de medida real, conforme destacamos no Quadro 11.

Quadro 11 – A matematização desenvolvida pelas duas equipes

EQUIPE 1	EQUIPE 2
	

Fonte: Acervo do autor.

Diante das relações destacadas no Quadro 11, observamos que a Equipe 1 conseguiu sintetizar a abordagem representada em sua forma literal, destinando variáveis algébricas para substituir e representar as grandezas que participavam da relação matemática que foi interpretada na situação de medição. Assim sendo, desse processo denominaram como a letra A, a “altura de um ponto fixo até o chão”, a letra B como o “comprimento procurado”, a letra a como “um segmento da Transversal” e a letra b como “um segmento do Indicador” (Equipe 1, 2023).

Nessa mesma perspectiva, a Equipe 2 foi um pouco mais explícita, de maneira que além de incluir elementos algébricos, considerou-se também as próprias grandezas como objetos de tratamento para representar a relação matemática interpretada. Nisso, os membros dessa equipe fizeram associação com a “Transversal e a altura da janela”, de modo que correspondessem com o “Indicador e a medida procurada (simbolizada por x)”, respectivamente (Equipe 2, 2023).

A partir dessas interpretações, pudemos entender que as duas equipes estavam indo numa mesma direção, utilizando ferramentas e concepções que se adaptaram aos sentidos individuais da forma como foi colocada. Assim sendo, julgamos esse tipo de abordagem seja

organizado para os problemas dessa natureza, de modo que para utilizá-lo é preciso delimitar as ideias que fazem sentido, condizendo a construção de uma lógica matemática coerente para uso geral.

Dessa forma, diante do que foi apresentado nesse primeiro critério, compreendemos que os sujeitos conseguiram fazer a relação devida entre a problemática que foi proposta com situação de medição de Ramus (1636), embora a interpretação do texto histórico tenha se tornando algo dificultador no começo da medição, eles conseguiram superar utilizando o trabalho em grupo para esse processo. Ressaltamos também que as discussões realizadas no âmbito maior do curso, contribuíram para o entendimento de certos quesitos que nos grupos individuais não pode ser alcançado.

Pensando no enunciado que foi disponibilizado e na maturação do pensamento matemático necessário para compreendê-lo, concluimos que dentre as fases que foram realizadas pelos alunos, as duas equipes conseguiram obter a relação principal para o desenvolvimento dos cálculos matemáticos. Esse processo, precisou de muitas tentativas até chegar numa em que fosse adequada a medição, juntamente com os valores que eram encontrados.

Diante do que foi desenvolvido, é certo que as equipes tiveram que conduzir o processo de medição em etapas até chegar numa medida considerada adequada. O que fizemos até o momento foi descrever como aconteceu o processo de abstração do enunciado da situação 8 com o problema especificado no início do curso. Logo mais, daremos destaque ao percurso que os participantes da prática tiveram que fazer para se apropriar dos condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus, que exigem o conhecimento pré-concebido para fazer uso de tais questões.

Nessa perspectiva, pautamos nos procedimentos operantes pelos alunos, nos darão base para compreender como os conceitos foram compreendidos por eles, mediante a contextualização histórica que será direcionada para esta finalidade. Além disso, destacaremos como os elementos matemáticos tiveram influência e foram formalizados no processo, enfatizando a sua colaboração para o encontro da medida procurada, como quesitos relacionados ao segundo critério de análise descrito a seguir. Nesse momento, a observação do ministrante durante prática foi importante para compor a abordagem a ser desenvolvida, alinhando as falas dos cursistas, com a concepção construída e utilizada, mostrando as duas faces de uma mesma situação.

6.2.3 *Relações matemáticas e operações estabelecidas diante da resolução do problema:* **CRITÉRIO II**

Após analisarmos o processo de matematização que foi realizado pelos estudantes, consideramos em verificar as relações matemáticas que foram estabelecidas e as operações realizadas nesse processo para validar à medida que foi encontrada. Nesse momento, iremos investigar como o conceito matemático foi aplicado, auxiliando os cursistas na atribuição elementos lógicos que deem sentido e justifiquem o porquê de estarem sendo tomadas as iniciativas em cada ação.

Para tanto, iremos tomar como guia de organização, os questionamentos que foram descritos no Quadro 10 (localizado na página 130), em virtude de ele ser um dos parâmetros avaliativos utilizados na atividade. Ademais, consideramos também inserir algumas situações durante o procedimento de medição que nos chamaram a atenção, devido a criatividade e postura dos membros entre as duas equipes. As discussões realizadas depois do momento de medição, mostraram-se bem esclarecedoras quanto ao pensamento de alguns alunos, visto que no relatório entregue não se tinha clareza devido ao tempo que utilizaram para medir e construí-lo simultaneamente.

A respeito da medição física que foi realizada, orientamos aos participantes sobre o espaço externo a ser utilizado, de maneira que fosse deixado explícito as limitações do local escolhido, posto que em algumas ocasiões deveria ser utilizado a imaginação, mediante ao problema que já tinha sido contextualizado e discutido em aulas anteriores. Assim sendo, algumas coisas da atualidade deveriam ser evitadas para não comprometer todo o processo e gerar anacronismos da situação.

Além disso, seguindo o que estava sendo proposto por Ramus (1636), disponibilizamos de objetos extras para auxiliar os participantes no momento da medição, deixando o livre arbítrio das equipes em relação a usar ou não tais instrumentos. Reiteramos que fizemos a entrega de um barbante e um fio de prumo a cada grupo, visando observar como ambos iriam fazer o uso deles na hora de medir. Nesse momento, eles deveriam se atentar a como os condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus poderiam se comportar a partir do manuseio do objeto e os conhecimentos a eles incorporados. Na Figura 23, temos um registro da Equipe 1 realizando o procedimento de medição com o auxílio de seus membros no espaço aberto.

Figura 23 – A medição realizada pela Equipe 1



Fonte: Acervo do autor.

Conforme é mostrado na Figura 23, temos a Equipe 1 tentando fazer o posicionamento correto do báculo de Petrus Ramus, diante das possibilidades de posicioná-lo de maneira vertical ou horizontal em relação ao solo. Esse grupo se manteve otimista na realização do procedimento, de modo que estavam dispostos a tentar todo tipo de movimento para conseguir realizar a medição, considerando as condições cabíveis do procedimento, mantendo se unidos e conscientes da tomada de decisão pela equipe.

No que se refere a relação descoberta, em que relacionavam as partes do instrumento matemático com as grandezas em medidas reais, mostradas no Quadro 11, foi pontuado que a situação de medição ficou mais clara devido ao estudo realizado antes, usando como complemento o processo de mensuração alinhado com o contexto histórico no qual foi inserido. Ao observar o espaço externo que foi utilizado, eles fizeram associação rápida com o precisavam fazer para resolver o problema.

Alinhado a isso, quanto a forma de posicionar o objeto, houve muitas tentativas do uso do fio de prumo para poder garantir as condições de alinhamento dele a respeito da grandeza a ser medida. Contudo, os alunos não conseguiram sustentar o báculo de Petrus Ramus, de maneira que o Indicador ficasse em paralelo com o comprimento procurado, devido a postura de quem estava segurando. Sobre isso, foi relatado que “as variações de movimentos que acontecem enquanto ela estava segurando atrapalha um pouco, já que o fio de prumo não está

ajudando e ela não consegue ficar estática sem se mexer, causando uma pequena variação que pode ocasionar erro” (Equipe 1, 2023).

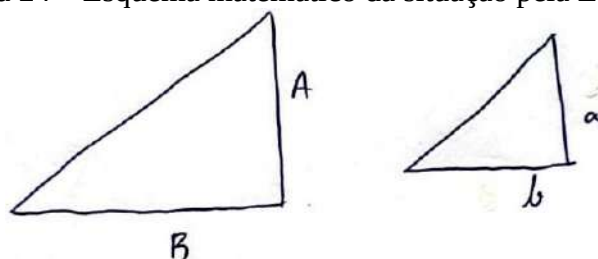
Assim, eles pensaram numa estratégia para garantir tal condição, pois se isso não fosse feito a medição seria incerta, já que o instrumento estaria inclinado e não de maneira perpendicular (Ramus, 1636). Então, eles usaram a própria coluna de concreto que estava no pátio para apoiar o Indicador do báculo e com isso, contemplar o que o enunciado dizia, restando apenas verificar com iriam a Transversal iria se corresponder com a altura que estava sendo formada a partir do ângulo de visão, como mostra a descrição a seguir.

Bom, sentimos muita dificuldade na hora de seguir com o que foi orientado para usar o fio de prumo na situação que foi explicada pra gente. Então, depois de muitas tentativas com eles sem sucesso na hora de posicionar, decidimos não o usar pois ao nosso ver, estava sendo um impasse na medição. Com isso, o nosso colega aqui teve a brilhante ideia de colocar o báculo diretamente alinhado com a coluna, em vista da mesma ser perpendicular ao chão, ou seja, ela seria reta nesse sentido, então nos ajudaria mais a deixar o instrumento matemático mais instável, sem muitas inclinações (Equipe 1, 2023).

Dessa forma, a Equipe 1 conseguiu garantir as condições postas pelo enunciado e assim procederam para o restante do processo, visando obter a medida que dava solução ao problema. Nisso, a relação que foi estabelecida ajudou pois foi ela que deu base para a medição, evidenciado que precisava descobrir uma forma de encontrar o valor da outra grandeza real utilizando um barbante com o tamanho definido. Com isso, os sujeitos precisaram demarcar um ponto fixo em que fosse possível visualizá-lo pela extremidade da Transversal, fazendo movimentações no cursor até numa altura desejada.

Diante disso, após tentativas eles conseguiram deixar o báculo de Petrus Ramus estático e conseguiram utilizar o barbante para obter o valor da altura em tamanho real, uma vez que eles precisavam dessa medida para conseguir aplicar a relação. Nessa perspectiva, a Equipe 1 desenvolveu um esquema (Figura 24) que ilustrando a ação feita para compor os elementos que já tinham sido formalizados, ressignificando alguns conceitos matemáticos que serão destacados a seguir.

Figura 24 – Esquema matemático da situação pela Equipe 1



Fonte: Acervo do autor.

Observando a Figura 24, os estudantes deixaram explícito que diante da situação que foi estudada e das grandezas utilizadas para medir, realizaram um pequeno esboço do desenho envolvendo os elementos principais da medição. Assim eles definiram a medida A como sendo a altura marcada encontrada pelo barbante, a medida a como segmento da Transversal, a medida b como segmento do Indicador e o comprimento procurado como a medida B .

Com isso, eles fizeram associação com o que estava posto no Cartão de Recurso 3 e perceberam que os dois triângulos formados possuíam os três ângulos com a mesma medida, ocasionando na semelhança dos seus lados. Por meio disso, a relação literal posta no Quadro 11 pela Equipe 1, evidencia a proporção que foi encontrada, tornando o cálculo mais direto, de maneira que as variáveis algébricas foram trocadas pelos valores numéricos, onde destacamos na Figura 25.

Figura 25 – Cálculo desenvolvido pela Equipe 1

7^a → Fixando uma altura (210 cm) para encontrar o comprimento da área delimitada (B) e com o báculo utilizamos a altura menor da transversal (200 partes) com o comprimento do indicador (600 partes) e assim encontramos o comprimento maior (630 cm).

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{210 \text{ cm}}{B} = \frac{200 \text{ partes}}{600 \text{ partes}} \Rightarrow 200B = 600 \cdot 210$$

$$\Rightarrow B = 1260 / 2$$

$$\Rightarrow B = 630 \text{ cm ou } 6,3 \text{ m.}$$

Fonte: Acervo do autor.

A partir do exposto na Figura 25, os sujeitos consideram utilizar valores na proporção obtida, de maneira que a medida A se manteve como a altura fixada valendo 210 cm, a medida a da altura de uma extensão da Transversal com 200 partes, a medida b de uma extensão do Indicador com 600 partes e a medida B que está sendo procurada. Em vista disso, resolvendo a proporção que foi criada, os sujeitos usaram os procedimentos da regra de três ou multiplicação cruzada para encontrar a medida final de 630 cm ou 6,3 m.

Nesse processo, observamos que houve ações em que o pensamento geométrico foi mobilizado diante da construção realizada pelos alunos. Entre elas, é válido destacar a abstração feita em relação ao uso dos triângulos como um espaço a ser delimitado para a medição, de modo que seus lados correspondessem as grandezas que foram selecionadas. Tal procedimento é caracterizado como algo essencial a ser realizado para garantir que as condições de posicionamento com o báculo de Petrus Ramus fossem respeitadas.

Corroborando a isso, tal forma de pensar possibilitou na disposição dos triângulos (Figura 25) para serem comparados, considerando as suas características e especificidades, posto que conseguiram observar os ângulos internos e fazerem relação entre eles, possuindo valores congruentes, condizendo com o que é delimitado pelo conceito de Semelhança de Triângulos: “Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais” (Dolce; Pompeo, 2013b, p. 192). A partir desse detalhe, os participantes compreenderam que isso influenciaria na proporção a ser encontrada e consequentemente na aplicação com os valores numéricos que seriam postos durante o cálculo. Logo, eles comentaram que

O processo de formalização da situação de medição no papel foi um pouco delicado, devido a interpretação ainda está aflorando para o banco de informações que a gente tinha. Com isso, muito se discutiu sobre o que estava sendo proposto na medição com o instrumento, então fizemos reorganizar o material que tinha e encontrar um modo de fazer a relação necessária com base nos preceitos lógicos e que fizeram sentido para auxiliar na medição final. (Equipe 1, 2023).

Assim sendo, a descoberta do valor encontrado pela Equipe 1 refletiu em todo procedimento que foi organizado, uma vez que muitas tentativas foram consideradas e algumas medidas descartadas até se chegar ao comprimento final. Embora o grupo não tenha conseguido encontrar a medida exata, a sua medição se manteve bastante próxima com a situação real, uma vez que além desse fato, estávamos interessado nas ações mobilizadas durante o processo. Isso pode estar relacionado com pequenas variações de valores gerada pela forma de pensionamento, sendo comum ao próprio instrumento matemático (Silva, 2021).

Logo, é certo que esse grupo teve rigor ao organizar as estratégias para o desenvolvimento da medição com o báculo de Petrus Ramus, de maneira que contemplou a maioria dos aspectos delimitados pela atividade, participando ativamente dos debates, instigando todos a colaborarem. Nesse sentido, percebemos que a desenvoltura da equipe refletiu nas atividades que forem entregues, como também nos debates que foram propostos para a construção dos significados.

Sob outra perspectiva, a Equipe 2 desenvolveu abordagens distintas diante da atividade que foi apresentada, possuindo mais dificuldades para tentar contemplar as condições cabíveis de manipulação do instrumento matemático. Assim, observamos que as ações tiveram uma demora considerável para ser desenvolvida, devido a algumas interpretações do texto, como também do modo de disposição do objeto. Na Figura 26, temos um registro do grupo realizando a medição em uma posição diferente.

Figura 26 – A medição realizada pela Equipe 2



Fonte: Acervo do autor.

De acordo com o que está ilustrado na Figura 26, os membros da Equipe 2 estão testando as possibilidades de posicionamento com o báculo de Petrus Ramus, de maneira a garantir as suas condições de alinhamento. Assim como na equipe anterior, também disponibilizamos os mesmos materiais: fio de prumo e o barbante, pensando propor as mesmas condições para observar como se daria a adaptações diante das situações desafiadoras que poderiam aparecer durante o procedimento.

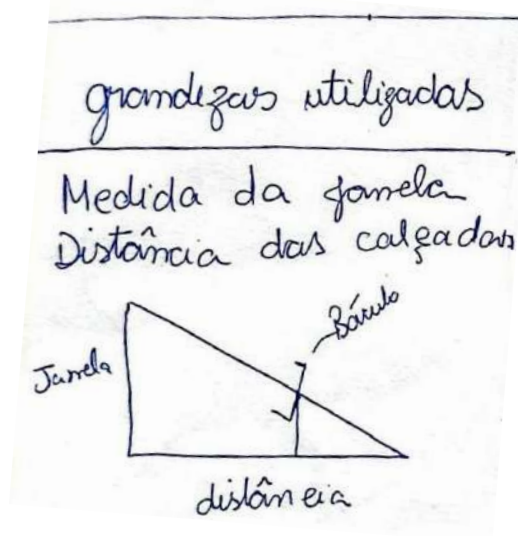
Dessa forma, no começo da medição as meninas fizeram a tentativa de utilizar o fio de prumo para poder estabilizar o instrumento em relação ao solo em que estavam posicionadas. Com isso, muitas possibilidades foram consideradas para garantir que o Indicador se mantivesse em paralelo com o comprimento procurado. Entre esses, destacamos que elas tiveram uma ideia de deixar duas pessoas para posicionamento do instrumento, enquanto a terceira tentava manter o fio de prumo a frente do instrumento matemático, tomando como parâmetro a Transversal. O grupo em questão constatou que essa maneira para posicionar, dificultou a postura do instrumento, devido as condições do clima, pois segundo elas comentaram que

Inicialmente tivemos dificuldades para o começo da medição, pois achamos o objeto bem pesado para uma pessoa só segurar. Então, decidimos que duas pessoas iriam trabalhar para garantir o posicionamento e a outra com o fio de prumo. Contudo nos deparamos a questão do clima, pois estava ventando no local que escolhemos para realizar e isso impactou na realização dos procedimentos. Assim, tivemos que pensar em outras estratégias para resolver esses impasses (Equipe 2, 2023).

Pensando no que foi relatado, as meninas do grupo passaram um tempo organizando as suas estratégias para solucionar o primeiro impasse. Depois de muitas discussões, a Equipe 2 decidiu posicionar o báculo de Petrus Ramus no próprio chão para verificar se ele ficaria estabilizado. No entanto, elas perceberam que isso seria insuficiente pois estariam limitando o espaço para a locomoção, fazendo com que impossibilitasse o movimento do cursor com a Transversal sob o Indicador.

Assim, ambas decidiram sustentar o objeto em uma coluna (como fez a Equipe 1) pois com isso perceberam que era melhor para movimentar as peças necessárias e contemplar as condições delimitadas por Ramus (1636). Nesse sentido, com a problemática de posicionamento resolvido, elas direcionaram as ações para selecionar as grandezas que seriam utilizadas na medição, de modo que encontraram algum objeto para tomar como referência e calcular a altura pedida na situação de medição. Na Figura 27, conseguimos observar os elementos que foram utilizados e o posicionamento do báculo de Petrus Ramus.

Figura 27 – Esquema matemático da situação pela Equipe 2



Fonte: Acervo do autor.

Com o que está ilustrado na Figura 27, conseguimos entender por meio do esquema, como as grandezas foram colocadas diante da medição solicitada. Diante disso, a Equipe 2 além de selecionar as subpartes do báculo como medidas, também resolveram utilizar com a situação real, a altura da janela e o comprimento procurado, que simbolizaram como distância. Uma coisa que achamos incomum foi a forma da posição do báculo de Petrus Ramus, que ficou inclinada em relação a “distância” e não de forma paralela.

Assim sendo, com essa maneira de abordagem, o grupo procurou anotar as medidas que foram marcadas com o instrumento matemático já estabilizado. A partir disso, elas utilizaram

o barbante para encontrar o valor da altura da janela para desenvolver os cálculos necessários. Dessa forma, enfatizamos que após esse momento com as medidas destacadas a Equipe 2 focou em fazer a aplicação direta do que foi explicado no enunciado de Ramus (1636) não desenvolvendo a explanação devida para justificar como a relação havia sido encontrada, deixando uma lacuna de como elas tiveram a conclusão da resposta final. A Figura 28 ilustra como esse processo foi encurtado.

Figura 28 – Desenvolvimento do cálculo realizado pela Equipe 2

Relação literal	Relação Numérica
$\frac{\text{Transversal}}{\text{altura Janela}} = \frac{\text{Indicador}}{x}$	$\frac{200}{203} = \frac{600}{x}$ $x = 609$ valor

Fonte: Acervo do autor.

Com o que foi visualizado na Figura 28, a Equipe 2 demonstrou um esquema bem simplificado a respeito da relação utilizada para resolver o problema. Sobre isso, no relatório que foi recebido, percebemos que não houve o registro de informações necessárias para compor o relatório, de maneira que algumas ações permaneceram em falta, deixando dúvidas sobre o que foi concluído. Dessa forma, o grupo fez uma rápida associação das grandezas escolhidas na proporção destacada, de maneira que foram atribuídos os valores para o cálculo final.

Assim, foram delimitados valores para as grandezas e diante disso, o segmento da Transversal ficou equivalente a 200 partes, enquanto o segmento do Indicador correspondeu a 600 partes, a altura da janela ficou com 200 centímetros, restando apenas para encontrar o valor de “x” que se refere ao comprimento procurado. Nesse aspecto, algumas coisas foram ocultadas até o valor desejado, nos fazendo imaginar os processos que aconteceram até a finalização. Com isso, a Equipe 2 explicitou que encontraram como medida de 609 centímetros. Ao serem questionadas sobre tudo o que aconteceu, conforme foi destacado a seguir.

Durante a medição, acreditamos que perdemos tempo demais no começo com o posicionamento do báculo, pois achamos muito complicado a forma de colocar o objeto em relação a grandeza a ser medida. Apesar de testarmos muitas possibilidades,

só conseguimos uma maneira de dar certo muito tempo depois em relação a outra equipe. Esse fato, fez com o que o processo ficasse um pouco corrido e com isso, não conseguimos desenvolver o relatório da forma que foi orientada e então, registramos o que consideramos importante (Equipe 2, 2023).

Diante disso, em relação aos conceitos matemáticos que foram mobilizados, conseguimos observar que a noção de paralelismo foi evidenciada pela equipe no momento de posicionamento do instrumento matemático. Ademais, conseguimos identificar que a proporção foi utilizada para satisfazer a relação encontrada, de forma que os valores foram bem definidos na simplificação dos cálculos. Ao comparar a medição realizada anterior com o procedimento atual, ambas consideraram mais refinado com o tratamento específico que foi feito.

Dessa forma, analisando o comprimento que foi encontrado durante a medição, observamos que o valor encontrado se manteve muito distante da medida correta, com uma grande diferença. Atrrelamos esse fato a algumas situações que ocorreram a Equipe 2, como a demora em conseguir uma forma posicionar o objeto, as grandezas escolhidas, as estratégias traçadas, a aplicação direta do cálculo, sem considerar o desenvolvimento foram fatores que influenciaram a medição final.

Considerando o que foi desenvolvido pelas equipes, é importante frisar que ambas conseguiram compreender o objetivo da atividade e traçar etapas para a sua desenvoltura, utilizando-se de estratégias ao longo do processo. Destacamos também que os momentos delimitados para a prática foram respeitados, de modo que todos participaram da acolhida, do desenvolvimento e da discussão realizada para sintetizar as ações manuais que foram mobilizadas.

Quanto as operações incluídas no processo, julgamos que as equipes mantiveram ideias que partiram de uma orientação centrada para processamentos diferentes, de modo que uma delas teve uma organização metódica ao cumprir com os prazos disponíveis, relatando tudo conforme foi orientado. Isso não foi observado com o outro grupo, pois não tiveram o controle de tempo necessário e com isso, atrapalhou o andamento do que se tinha planejado, ocasionando em resultados discrepantes ao serem comparados.

Diante disso, observando as ações que foram executadas, concluímos que elas corroboram com alguns significados que deram o sentido para entender como a ideia base foi formada durante a atividade, pondo em questão as experiências estabelecidas anteriormente. Isso nos faz compreender que mesmo traçando rotas diferentes, houve um resultado que dependeu da maneira de pensamento e mobilização do saber construído em vista do contexto estudado.

Dessa forma, reiteramos que os saberes matemáticos utilizados no processo fazem parte da abstração dos alunos ao ponto que refletem sobre a necessidade desses conceitos no momento pretensioso, complementando os processos manuais de manuseio do báculo de Petrus Ramus. Assim, tais elementos serão representados no subtópico a seguir como uma validação a tudo o que foi exposto pelos sujeitos, considerando o saber que foi adquirido após a vivência.

6.2.4 As construções de significados que emergiram ao longo procedimento de medição: CRITÉRIO III

Observando o processo de medição que utilizado para a resolução do problema proposto, diante da atividade desenvolvida e das discussões depois desse momento, conseguimos extrair elementos da fala dos sujeitos em relação as temáticas que foram levantadas no diálogo criado. Esses discursos nos deram indícios de como alguns conceitos matemáticos foram ressignificados, uma vez que passaram a ter visões mais contextualizadas do aspecto teórico atribuído.

Pensando nisso, a partir de vertentes que foram aparecendo no debate, primamos por destacá-lo junto com as ideias que se construíram, de modo a dar destaque para nesse quesito para as concepções das duas equipes. Nesse sentido, esclarecemos que em certos aspectos, a discussão permaneceu consistente, diante das distintas abordagens mencionadas ao ponto de se parecem, convergindo no mesmo ponto de vista. Por outro lado, também tivemos opiniões opostas que não iam de encontro com o pensamento formado.

Dessa maneira, durante a conversa sobre os condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus, uma questão foi levantada em relação ao processo de ressignificação dos conceitos de paralelismo e perpendicularidade que operam no instrumento matemático. As equipes se mostraram conscientes ao fazerem relação desses conceitos com a forma de manuseio do objeto, indicando que eles são extremamente necessários para medir, pois por meio deles é que a relação poderia ser criada e aplicada, conforme mostra o Quadro 12:

Quadro 12 – Explicação de fala das equipes sobre o aspecto 1

MOMENTO DE FALA DA EQUIPE 1
Perpendicularidade, entre por exemplo uma altura e um comprimento, é quando se tem um ângulo de 90° entre esses dois segmentos. Por exemplo no $\triangle ABC$, $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ significa que $\overline{AB}$ está totalmente reto e faz um ângulo de 90° quando se encontra com o $\overline{BC}$. Paralelismo é quando dois segmentos não se cruzam. Ou seja, estão totalmente retos (verticalmente ou horizontalmente), possuindo a mesma inclinação (Equipe 1, 2023).
MOMENTO DE FALA DA EQUIPE 2
Perpendicularidade no uso do instrumento báculo tem a ver com o objeto cursor fixo junto com o Indicador e a Transversal formando ângulo reto. A ortogonalidade tem a ver com um espaço entre objetos que formam ângulo reto (Equipe 2, 2023).

Fonte: Acervo do autor.

Com o que foi destacado no Quadro 12, perceber que os conceitos de Paralelismo e Perpendicularidade foram destacados pela Equipe 1, de modo que se manteve o conceito já conhecido, alinhando com alguns elementos da própria situação de medição, nos fazendo pensar que durante o processo, eles passaram ter uma nova concepção sobre o evento ocorrido. Contudo, a Equipe 2 só fez menção a Perpendicularidade, indicando a peça do instrumento matemático em que o conceito é aplicado, enfatizando a presença do ângulo de 90° .

Nisso, ficamos surpresos com a menção do termo “ortogonalidade” em que a Equipe 2 relacionou na abordagem de medição, de modo que a consideraram como “com um espaço entre objetos que formam ângulo reto” (Equipe 2, 2023). Dolce e Pompeo (2013a) consideram que esse conceito geralmente é aplicado para retas que formam ângulos de 90° em planos distintos, não podemos afirmar que durante o posicionamento do báculo de Petrus Ramus ele se intensifica, pois, as grandezas utilizadas encontram-se no mesmo plano.

A partir disso, a discussão se voltou para a articulação desses conceitos no contexto prático em virtude do viés teórico que lhe eram empregados. Com isso, a Equipe 1 percebeu que tais conhecimentos contribuíram para que o medidor pudesse posicionar o báculo corretamente, posto que “se o báculo possuísse uma inclinação errada, a medição não estaria correta” (Equipe 1, 2023). Isso reforça que as condições referentes a esse fato, tem que ser garantida já que irá influenciar na medição final. A Equipe 2 concordou com a afirmação, complementando que “os elementos indicados são necessários para que o báculo de Petrus Ramus permanecesse justo” (Equipe 2, 2023).

Direcionando a um rumo mais específico, ao comentarmos sobre as grandezas que foram utilizadas, os sujeitos enfatizaram sobre a grandeza ALTURA, mencionada no enunciado de Ramus (1636). Ambas as equipes conseguiram entender que no processo de medição havia a necessidade de inseri-la, de modo que delimitassem um valor para poder encontrar o comprimento procurado. Também foi destacado que por meio dela foi se possível desenvolver o cálculo para “a quarta proporcional” (Equipe 1; Equipe 2, 2023).

Nesse contexto, quando os alunos foram questionados a respeito do uso da Semelhanças de Triângulos na situação de medição proposta, muitos comentários foram discutidos, de modo que uma equipe definiu o conceito para ser utilizado, enquanto a outra não precisou para desenvolver o seu cálculo, mas imaginavam onde poderia ser aplicado. No Quadro 13 retiramos um trecho que foi gravado a esse respeito, pondo em vista, as duas opiniões.

Quadro 13 – Explanação de fala das equipes sobre o aspecto 2

MOMENTO DE FALA DA EQUIPE 1
A Semelhança de Triângulos foi utilizada par encontrar o valor de uma quarta grandeza a partir das outras três. Então relacionamos um triângulo maior com um menor que encontramos o báculo. Na situação 8, ela foi mais bem utilizada, pois na nossa medição, o valor encontrado foi mais próximo do valor real (Equipe 1, 2023).
MOMENTO DE FALA DA EQUIPE 2
Pelas semelhanças conseguimos entender que uma parte do comprimento total do Indicador está para o comprimento real, enquanto a altura da janela está para a outra parte da Transversal (Equipe 2, 2023).

Fonte: Acervo do autor.

Assim sendo, podemos afirmar que o conceito de Semelhanças de Triângulos foi responsável por desencadear o entendimento da relação formada e sua aplicação na situação de medição, principalmente na segunda medição que foi realizada, posto que agilizou em uma das equipes e na outra não ficou tão bem formalizado. É importante compreender esse aspecto, uma vez que nem todo mundo vai fazer as mesmas relações, devido a muitos fatores que já foram destacados anteriormente.

Sob outra perspectiva, também foi comentado em relação a possibilidade de aplicação da regra estudada em outros contextos. Os estudantes responderam positivamente, remetendo ao que foi estudado nos módulos iniciais: “olha tem como aplicarmos em outras situações sim, pois o próprio tratado de Petrus Ramus já especifica as múltiplas faces que o seu báculo carrega” (Equipe 1, 2023). O outro grupo também concordou com a premissa levantada, complementando que “isso é tão verdade, já que também temos situações de medição diferentes para as grandezas” (Equipe 2, 2023).

Fazendo um paralelo com o cotidiano que temos hoje, os alunos conseguiram pensar em outros contextos práticos em que o objeto poderia ser manuseado, considerando a possibilidade de utilização dele para medir. Com isso, a discussão ficou bem diversificada pois foi dito para além do que estava no problemática inserida, o báculo de Petrus poderia ser usado na “medição de larguras de paredes, alturas, medição de terrenos, plantações, uma quadra poliesportiva” (Equipe 1; Equipe 2, 2023).

Por fim, uma última questão levantada foi a respeito da interpretação da medida encontrada no final do procedimento, uma vez que ela possui implicações diante do resultado, mobilizando outros elementos. A Equipe 1 relatou sobre esse aspecto afirmando que a possibilidade de encontrar exatamente o valor correto estava fora de cogitação, devido a forma de posicionamento do objeto. Convém observar que foi destacado a questão da unidade de medida, pois era ela que dava sentido e significado a grandeza escolhida para medir.

Nessa mesma direção, a Equipe 2 pontuou sobre a precisão das medidas selecionadas e o modo como elas influenciaram para encontrar a o valor final. Embora, elas tenham se distanciado um pouco da medida correta, ambas consideraram isso como uma falta de técnica

sobre os condicionantes manipulativos. Ainda fizeram a reflexão de que se o báculo de Petrus Ramus tivesse sido posicionado de um outro local, poderia ter resultado em um número mais próximo.

Diante do que foi trazido, conseguimos compreender como os estudantes conseguiram extrair muitas informações da vivência prática que lhes foi ofertada, de maneira que organizaram por etapas e sintetizaram na atividade indicada, atribuindo os significados. Assim, o debate desenvolvido também contribuiu para a formação do pensamento matemático, já que algumas questões implícitas foram descobertas e tratadas com todos mediante a fala dos alunos.

Com isso, percebemos também que durante a discussão, elementos que não estavam descritos na atividade de medição, emergiram na medida em que o saber estava sendo formalizado, pois variadas ideias estavam sendo lançadas e precisávamos escolher aquelas que tinham um sentido na concepção de ambas as equipes. Logo, mantê-los em um mesmo grupo desde o começo até o final do curso, proporcionou benefícios para a prática, pois passamos a ter um panorama do que foi estruturado.

Pensando nisso, como uma forma de finalizar as discussões do capítulo, a abordagem do próximo tópico será direcionada para a apreciação do báculo de Petrus Ramus como recurso didático para o ensino de Matemática no contexto pedagógico em que foi envolvida a formação docente. A partir da experiência como ministrantes do curso de extensão, será constituído uma reflexão acerca das atitudes comportamentais que colaboraram no processo de aprendizagem, observando o contexto de sala de aula, mediante as atribuições que são integradas ao serviço professor de Matemática, como outros contextos emergentes.

6.3 Reflexões sobre as contribuições que integraram a prática e a formação docente dos futuros professores de Matemática

Considerando os momentos que foram abordados durante o curso de extensão, temos a consciência das contribuições que ele conseguiu proporcionar aos licenciandos em Matemática da UECE, como também ao ministrante da experiência, colaborando em aspectos que se relacionam com a prática docente e a formação docente. Esse processo, nos permitiu refletir em como nossas ações puderam transformar as concepções dos cursistas, bem como enxergar o que foi produtivo e o que precisa melhorar para aplicações futuros.

Nesse contexto, entre os elementos que integraram a prática docente, destacamos que a medição com o báculo de Petrus Ramus permitiu que fosse explorado a solução de um problema a partir de um modelo histórico, no qual foram mobilizados conceitos matemáticos para se chegar até o final. Essa ação permitiu que uma abstração dos saberes envolvidos em relação aos

seus significados diante das ações executadas, de forma que o conhecimento fosse construído por meio de um instrumento matemático, reforçando com o que é expresso por Alves e Batista (2016, p. 51) que “o uso de instrumentos históricos para o ensino da Matemática auxilia no processo de construção do conhecimento”.

Alinhado a isso, também foi perceptível que nesse momento houve o acesso dos alunos com as matemáticas de outra cultura com as formas de medição em um período histórico específico (séculos XVI e XVII), promovendo a ampliação da visão sobre o papel que o saber matemático desempenhou na medição desenvolvida para a resolução da situação proposta. Tal ação refletiu na compreensão de como o conhecimento foi utilizado e construído baseado no lugar em que foi difundido, mostrando a “ideia de que não existe uma única história da Matemática” (Saito; Dias, 2013, p. 91).

Assim sendo, diante das atividades que foram aplicadas e dos debates mediados, conseguimos perceber uma melhoria na interpretação dos elementos matemáticos que foram explorados, de modo que algumas temáticas foram ressignificadas no processo, fazendo com que o nível de abstração fosse diferenciado em momentos particulares. Pensando em um contexto de sala de aula, Silva (2021, p. 36) afirma que o professor, enquanto mediador do ensino “pode abordar meios alternativos para compor a sua aula, complementando a prática tradicional de se ensinar Matemática”.

Sob outra perspectiva, pautando a formação docente, considerando a prática aplicada, demos a oportunidade para que os sujeitos conhecessem e tivessem contato com uma fonte histórica, explorando seus principais objetos a partir do tratamento didático que foi realizado. Com isso, foi importante entender que nesse processo, os conceitos foram formalizados em um período da história em que ainda se estavam possuindo descobertas, permitindo utilizar esses conhecimentos na sua essência.

Ademais, quando relacionamos as ações pedagógicas que foram executadas com o fazer docente, também é interessante destacar que nessa vivência conseguimos contemplar elementos do currículo brasileiro, ao se apropriar de competências e habilidades que direcionam para os conhecimentos que precisam ser aprendidos e mobilizados. Nisso, os sujeitos puderam complementar os saberes já adquiridos, sendo uma forma de criar futuros modelos didáticos que abordem os recursos históricos como o báculo de Petrus Ramus entre seus semelhantes.

Por fim, corroborando a isso, ao propor algo como o que foi posto para os futuros professores de Matemática, consideramos despertar a utilização de elementos históricos para a elaboração de técnicas e materiais pedagógicos, culminando na produção de outras atividades sob um caráter diferente. Tais ações podem ser alinhadas “em conjunto com a aula expositiva”,

permitindo ao docente “a escolha de optar pela Matemática moderna [...] ou a origem do conceito estudado historicamente” (Silva; Nascimento; Pereira, 2015, p. 38).

Diante do exposto, ressaltamos que os aspectos que foram citados colaboram para o diálogo de propostas que enaltecem a formação docente sob o pensamento de que é preciso formar o professor para que tais ações cheguem até a Educação Básica e consigam fazer a diferença com um ensino de Matemática mais humanizador e lógico do que propriamente mecânico. Esse processo ainda é contínuo, necessitando de um tempo até chegar ao ponto desejado.

Assim sendo, na próxima seção destacamos as considerações finais deste trabalho, como uma forma de fechamento de todo o percurso que foi desenvolvido nesses dois anos de pesquisa, de maneira que demos destaque aos principais pontos abordados nas etapas que se seguiram desde o começo até o final. Também retomaremos a nossa pergunta diretriz com o intuito de verificar o que conseguimos cumprir e como ela foi contemplada, visando tecer metas para ações futuras.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa com antigos instrumentos matemáticos necessita de uma abordagem bem-organizada quando se tem o intuito de direcioná-la para finalidades pedagógicas, levando em consideração a elementos que devem ser aprofundados em vista de um rigor teórico. Nesse processo, resgatar saberes que estavam ocultos diante de alguma regra, procedimento ou até um simples parágrafo, promovem o amadurecimento de concepções que favorecem tanto ao pesquisador, quanto ao educador matemático.

Diante disso, ao observar os recursos didáticos que a história da matemática dispõe e o período histórico que eles pertencem, conseguimos compreender que alguns objetos foram idealizados a partir de características e influências desse momento, considerando outras ações que aconteciam simultaneamente. Isso reforça uma dificuldade para entender a formalização construída sem que haja anacronismos, ou seja, sem utilizarmos a impressão do presente para as coisas do passado.

Tais elementos podem servir de subsídios ao professor de Matemática, seja para incorporação de novos conteúdos, para introduzir conceitos, como também para a criação de propostas que mobilizem e auxiliem o processo de ensino e aprendizagem, desde que haja um aprofundamento sobre o que deseja explorar. A vista disso, o docente precisa ter em mente o objeto de conhecimento matemático e o público a ser aplicado, pois temos muitos níveis escolares em que se é possível tal ação.

Para tanto, a interface entre história e ensino de Matemática se mostra como alternativa para embasar os procedimentos a serem desenvolvidos, incluindo aspectos que devem ser contemplados com um estudo histórico, contextual e epistemológico, de maneira que eles auxiliem na compreensão matemática. Assim, ao relacionar esses elementos com o fazer docente, percebemos o surgimento de potencialidades didáticas que mobilizam os conhecimentos matemáticos, permitindo a implementação de competências e habilidades.

Pensando nesse processo como uma proposta alinhada à formação inicial de professores, consideramos em utilizar o báculo de Petrus Ramus, visando colaborar com o processo formativo de futuros profissionais, de maneira a tecer contribuições para a academia e a integração do currículo universitário, promovendo práticas que causem uma reflexão a nível pedagógico. Assim, a nossa pesquisa teve como questionamento: *como o pensamento geométrico pode ser mobilizado para a resolver problemas com o manuseio do báculo de Petrus Ramus por professores em formação inicial?*

A partir dessa questão principal, consideramos fazer um tratamento didático no material principal, com vistas a recolher elementos para a construção de nosso intuito. Diante disso, nos pautamos em uma historiografia atualizada, visando contextualizar o antigo instrumento em sua época de disseminação, de maneira a valorizar os conhecimentos matemáticos que já tinham sido estabelecidos, culminando na elaboração de atividades que necessitavam de aplicação a público específico.

Assim sendo, o nosso objetivo geral se concentrou em conhecer as possibilidades de articulação entre o pensamento geométrico e o manuseio do báculo de Petrus Ramus frente às concepções de licenciandos em Matemática advindas de uma vivência prática. Tal momento foi idealizado em curso de extensão na Universidade Estadual do Ceará, em que os estudantes puderam utilizar o antigo instrumento para a medição de uma situação contextualizada, promovendo a ressignificação de alguns conceitos matemáticos.

Observando o processo que foi executado para a realização de tais ações, por meio das fases da pesquisa que foram delimitadas, decidimos contemplar quatros objetivos específicos que condiziam com a ação fundamentada, permitindo destacar objetos de exploração bem definidos para esse feito. A seguir daremos enfoque a cada um deles, destacando o seu envolvimento com o que conseguimos desenvolver e o resultados que foram colhidos no momento final.

A vista disso, em nosso primeiro momento, nos detemos a explorar as vias de análise da interface entre história e ensino, considerando seus aspectos históricos, contextuais e epistemológicos em relação ao excerto escolhido do documento *The Way to Geometry*. Dessa forma, como objetivo específico dessa fase, primamos por relacionar uma parte do contexto histórico dos séculos XVI e XVII com o tratado e as situações de medição estão alocados, situando os saberes matemáticos presentes em sua própria linha do tempo para a compreensão e formalização de tais conceitos.

Com isso, conseguimos entender algumas especificidades sobre o documento histórico e as influências que Petrus Ramus teve para a elaboração dele, principalmente ao incluir uma versão de báculo geométrico, entre outras que já existia como uma maneira de se diferenciar e mostrar a abordagem do saber que estava sendo negligenciada, trazendo aplicações e significados para a sua valorização. Nesse momento, também percebemos a importância do tratado em relação ao diálogo realizado entre a teoria e a prática, ao promover uma aplicação direta dos saberes em situações práticas.

Além disso, destacamos que as situações de medição propostas por Ramus (1636) promovem um significado das orientações de uso definidas pelo mesmo autor, dando um

sentido, clareza e a razão para a realização dos movimentos de medição com o seu báculo. Esse processo nos fez entender que não podemos desvincular o manuseio do instrumento matemático com sua aplicação, pois assim, perderíamos elementos fundamentais, visto que os dois procedimentos se complementam.

Dessa forma, percebemos que Ramus (1636) procurou contextualizar as suas situações de medição na tentativa de fazer com o leitor percebesse os variados problemas cotidianos que seu báculo poderia ser utilizado, de maneira que respeitasse as condições para que os procedimentos tivessem sucesso ao serem realizados. Assim, consideramos que o tratado fez parte de uma rica literatura que se proliferou na tentativa de conseguir ter alcance para os conhecimentos incorporados fossem aplicados e valorizados.

Diante dos saberes que são inseridos nesses procedimentos, no segundo momento, tivemos um estudo mais aprofundado, de maneira que foi feita uma apreciação deles com situações de medição escolhidas para a nossa pesquisa. Embora Ramus (1636) tenha elaborado dez situações de medição, distribuídas em comprimento, altura e largura, resolvemos focar em duas delas que mediam a primeira grandeza destacada. Com isso, o objetivo específico para essa etapa foi explorar os conhecimentos matemáticos que são inseridos no processo de manuseio do instrumento a partir das situações de medição e as orientações descritas no documento *The Way to Geometry* (1636).

A esse respeito, identificamos que Ramus (1636) ao propor um uso mais direcionado com o seu documento, estabeleceu uma estrutura fixa a ser seguida que foi observada ao longo de todos os problemas, mantendo um enunciado, imagem para ilustrar o que tinha sido descrito e os cálculos matemáticos. Entendemos que nesses casos, algumas coisas não eram aprofundadas pois o leitor já deveria ter conhecimentos prévios sobre o conteúdo que estava sendo tratado, evidenciando o saber-fazer para o trabalho laboral.

Nisso, observamos que os conceitos básicos da geometria foram definidos antes para serem aplicados no momento final da seção de livros do documento histórico, pois elementos como ponto e reta (linha como o autor chama) são comumente utilizados para definir as figuras que são usadas na exemplificação dos esquemas, integrando a interpretação. Esses objetos são relevantes no que se refere ao desenvolvimento do conceito de semelhanças de triângulos em que Ramus (1636) também define em livros anteriores.

A esse respeito, também percebemos que a noção de ângulos também foi contemplada no processo, pois foi meio do agrupamento deles que Ramus (1636) definiu os triângulos semelhantes. Nisso, há a abordagem para a delimitação de grandezas utilizadas no procedimento para o desenvolvimento da regra de três como consequência do uso de figuras

parecidas. Embora não haja um detalhamento dos cálculos aplicados, entendemos a relevância das operações aritméticas no resultado da medição final.

Em vista de todos esses detalhes, o terceiro momento se direcionou para a elaboração de experiência prática, contendo tarefas que foram distribuídas em fases específicas, possuindo como suporte a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), integrando ações com estratégias que colaboraram com o que docente tinha que ensinar e os alunos aprenderem. Assim sendo, o objetivo para essa etapa, consistiu em elaborar uma proposta didática orientada para a formação inicial de professores a partir dos conhecimentos matemáticos mobilizados nas situações de medição com o báculo de Petrus Ramus.

Nessa parte da investigação, consideramos os preceitos da AOE como base de integração metodológica que nos deu a oportunidade de pensar em variadas situações para contextualizar o nosso problema, guiando em relação a como prosseguir para alcançar o objetivo de nossa atividade. Com isso, tivemos momentos bem definidos que auxiliaram em nossa prática de ensino, bem como na ação que o aluno tinha a necessidade de desenvolver. Isso contribui para a formação debates que foram mediados, em que os alunos conseguiram resumir os momentos e diversificando os resultados.

Corroborando a isso, a construção das atividades nos fez refletir sobre o nível de cobrança, pois é necessário que isso seja levado em conta, já que seria ineficaz pedir algo bem específico devido ao grau de complexibilidade que o próprio documento histórico possui, principalmente no que se refere as relações entre as grandezas. A esse respeito, percebemos que em alguns grupos que foram formados, as interpretações não saíram como era esperado, precisando um pouco mais de diálogo para findá-lo.

Para o tratamento didático, incluímos partes do texto de Ramus (1636) como uma forma de tradução da língua inglesa para o português. Isso deixou a leitura um pouco mais fluente, de forma que os alunos conseguiram compreender o texto frente a sua forma original, dinamizando o processo da medição. Tais ações nos ajudaram a intervir em certos momentos, dando a ideia de algo sequencial, o que tiramos proveito para a retomadas das aulas como uma forma de avaliação e de falas com os colegas.

Por fim, o último momento, houve a culminância das atividades elaboradas para a aplicação na formação docente, sendo um dos ápices da investigação, pois é nessa fase muitos elementos vieram à tona devido a interpretação dadas pelos sujeitos participantes da prática. Assim sendo, o objeto dessa fase foi aplicar atividades pautadas em algumas orientações metodológicas e didáticas para a formação de professores, mobilizando os conhecimentos

matemáticos que emergiram do processo de manipulação do báculo de Petrus Ramus com vistas a construção do conhecimento matemático.

Nesse contexto, o curso de extensão proporcionou experiências diferentes da qual os estudantes estavam acostumados, devido a abordagem que foi dada, uma vez que alguns deles ainda não tinham participado de práticas que veiculavam antigos instrumentos matemáticos. Tal ação colaborou para que pensamentos em relação a postura docente, como também a prática e o uso de atividades envolvendo recursos históricos fossem amadurecimentos e marcantes para as possíveis aplicações futuras.

Essas questões também foram importantes para o desenvolvimento do exercício de falar nos debates que foram promovidos, posto que enquanto professor, trabalhamos muito com a oralidade e desenvolver tal habilidade é essencial na formação de opiniões, como também no respeito a que o outro pensa, mesmo que as vezes não compactue com o que pensamos. Nisso, os sujeitos se mostraram pacientes no trabalho em grupo, já que era preciso em sintetizar o que foi explanado para a construção de ideias.

Em relação a postura do ministrante, consideramos que a prática extensionista foi importante, pois conseguimos entender como o professor se sente diante das situações que lhe são expostas, de forma que se faça um paralelo com a sala de aula. Assim, entender como acontece o controle de tempo, planejamento de atividades, aplicação, entre outras ações integram o fazer docente e nos ajudam a verificar o que deu certo no processo, bem como o que precisa ser melhorado.

Dessa forma, diante do cenário que foi desenvolvido entre os participantes, ficou explícito nos resultados que uma parte conseguiu compreender bem o processo de medição com o báculo, articulando as suas interpretações com o contexto que foi explorado, permitindo que muitos conceitos fossem ressignificados. A respeito da outra parcela em que esses elementos não ficaram bem fundamentados, identificamos que o essencial conseguiu ser utilizado, mas não foi suficiente para os resultados, gerando um déficit.

Com tudo o que foi trazido, ainda destacamos que os cursos de extensão podem ampliar algumas habilidades que o licenciando em formação precisa adquirir, fazendo com que o seu saber profissional e teórico seja complementado com as propostas de ensino contemporâneas. Para além disso, salientar a história da matemática pode ser inserida no ensino, como um recurso alternativo para o professor além do livro didático além de fornecer datas, acontecimentos e fatos marcantes.

Assim sendo, julgamos que a pesquisa com os instrumentos matemáticos tem tido relevância no meio acadêmico, de forma que houve um crescimento no cenário nacional desde

a década de 10 do século XXI com a evolução da internet e dos materiais em formato digitais, facilitando o acesso a muitas pessoas e gerando inquietações que por sua vez se transformam em outras investigações aumento o escopo na área da história da matemática. Isso reforça a ideia de que essas práticas possibilitam a experimentação a partir de um saber já formalizando, levando a construção de novas concepções.

Posteriormente, temos a pretensão de continuar o desenvolvimento dessa pesquisa a nível de Doutorado, considerando que ainda temos muito o que explorar em relação as outras abordagens no ensino de Matemática para complementar a abordagem que já foi alicerçada em investigações anteriores. Nisso, pensamos em uma proposta audaciosa de levar o báculo como recurso didático até a Educação Básica com as adaptações necessários diante do público em que será utilizado, de maneira que se saia da academia e que chegue as escolas cearenses.

Posto isso, diante do que foi estruturado, temos em mente que um acréscimo considerável em relação a experiência como pesquisador com o conhecimento de novas técnicas, estratégias, concepções, entre outros aspectos que serão aproveitados em eventos futuros e nos auxiliarão no processo. Com isso, refletimos que nossa pesquisa aumentará o acervo para a comunidade acadêmica e o magistério, contando como mais uma contribuição ao estudo de instrumentos históricos no âmbito brasileiro.

8 REFERÊNCIAS

ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019. Disponível em: <https://heemaweb.files.wordpress.com/2020/04/dissertac3a7c3a3o-verusca_versc3a3ofinal.pdf>. Acesso em: 18 out 2022.

ALVES, V. B.; BATISTA, A. N. S. Uma breve discussão teórica acerca do uso de instrumentos matemáticos históricos no ensino de Matemática. **BOCEHM**, Fortaleza, v. 3, n. 8, p. 48-59, 31 ago. 2016. Trimestral. Disponível em: <<https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/76>>. Acesso em: 18 out 2022.

ANDRADE, J. A. A.; NACARATO, A. M. **Tendências didático pedagógicas para o ensino de geometria**. In: 27ª Reunião Anual da Anped, 2004, Caxambu/MG. Sociedade, democracia e educação: qual universidade?, 2004. v. 1. p. 1-18.

ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N. S. G. Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**, v. 4, p. e202013, 2020.

BAPTISTA, G. C. S. Do cientificismo ao diálogo intercultural na formação do professor e ensino de ciências. **INTERACÇÕES**, v. 10, p. 28-52, 2014.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016. Tradução de: Luís

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 164-185.

BATISTA, A. N. S. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhastilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores**. 2018. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em: <<https://pgcem.fortaleza.ifce.edu.br/wp-content/uploads/2018/11/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Antonia-Naiara-de-Sousa-Batista.pdf>>. Acesso em: 18 out 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CALDATTO, M. E.; PAVANELLO, R. M. Um panorama histórico do ensino da geometria no Brasil: de 1500 até aos dias atuais. **QUADRANTE (LISBOA)**, v. XXIV, p. 103-128, 2015.

CARDOSO, L. E. C.; FERNANDES, F. C. R. Unidades de Medida: Conceitos, Evolução E Desenvolvimento Em Sala De Aula. In: XII Encontro Latino-Americano de Iniciação Científica - INIC / UNIVAP, 2008, São José dos Campos. **Anais - XII Encontro Latino-Americano de Iniciação Científica**. São José dos Campos: Univap, 2008.

CASTILLO, A. R. M. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em *A Boke Named Tectonicon* de Leonard Digges**. 2016. 121 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18982>>. Acesso em: 18 out 2022.

COHEN, E. G.; LOTAN, R. A. **Planejando o trabalho em grupo**. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017. Tradução de: Luís Fernando Marques Dorvillé, Mila Molina Carneiro, Paula Márcia Schmaltz Ferreira Rozin.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de Matemática: aprendizagem da Geometria e atuação docente. **Praxis Educativa**, Ponta Grossa (PR), v. 3, n. 1, p. 81-94, 21 jun. 2008. Disponível em: <<https://revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/345/354>>. Acesso em: 18 out 2022.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e mistos**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DIAS, M. da S.; SILVA, A. P. M. da. O quadrante geométrico na situação desencadeadora de aprendizagem sob uma interface entre história e ensino. **CIÊNCIA & EDUCAÇÃO (ONLINE)**, v. 28, p. 1-16, 2022.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Espacial**. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013a. 9 v. (Fundamentos de Matemática Elementar).

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana**. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013b. 9 v. (Fundamentos de Matemática Elementar).

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

FREIRE, D. F. **O estudo do pensamento algébrico na formação inicial de professores de Matemática a partir do tratado Lilavati, de 1150, elaborado por Bhaskaracarya**. 2023. 174f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2023.

GARCIA, V. C. V. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende? **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 32, n. 2, p.176-184, ago. 2009.

GOMES, L. F.; ARAMAN, E. M. de O. História da matemática no ensino de matemática: um mapeamento dos artigos publicados em alguns periódicos nacionais na última década. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. v. único. p. 1-12.

GRYMUZA, A. M.; RÊGO, R.G. A Teoria da Atividade: uma possibilidade no ensino de Matemática. **Temas em Educação (UFPB)**, v. 23, p. 117-138, 2014.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LEONTIEV, A. O desenvolvimento do psiquismo. São Paulo: Moraes, 1978.

MAHONEY, M. S. Ramus, Peter. In: GILLISPIE, C.C. (ed.). **Dictionary of Scientific Biography**. New York: Charles Scribner's Sons, 1981. v. 11, p. 286-290.

MONTEIRO, F. L.; PRETTO, Valdir. Educação Matemática ou Ensino da Matemática: concepções e perspectivas. In: XVII Seminário Interinstitucional de Ensino, Pesquisa e Extensão, XV Mostra de Iniciação Científica e X Mostra de Extensão: Ciência, Reflexividade e (In) Certezas, 2012, Cruz Alta. **Anais do XVII Seminário**. Cruz Alta: UNICRUZ, 2012. v. 1. p. 1-4.

MORAES, J. C. P.; PEREIRA, A. L. Análise de competências específicas na BNCC de matemática. **Revista Valore**, v. 6, p. 955-966, 2021.

MORAES, S. P. G. de. **Avaliação do processo e ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo: São Paulo, 2008.

MOURA, M. O de *et al.* Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Diálogo Educ.** [online]. 2010, vol.10, n.29, pp. 205-229.

MOURA, M. O. de *et al.* (Org.). A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016. Cap. 4. p. 93-125.

MOURA, M. O. (org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

O' CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Peter Ramus**. 2000. Disponível em: <<https://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ramus.html>>. Acesso em: 17 out 2022.

PEREIRA, A. C. C. Conhecendo a história do GPEHM e sua contribuição para a educação Matemática no Ceará. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa. (org.) **Ensino e história da Matemática: enfoques de uma prática**. Fortaleza: Eduece, 2020a. Cap. 1. p. 15-39.

PEREIRA, A. C. C. Construindo instrumentos históricos para o estudo de conceitos matemáticos na formação inicial de professores da UECE. In: ARAÚJO, Raphael Alves de; ARAÚJO, Rute Pereira Alves de. **Pesquisa em educação: olhares múltiplos**. Jundiaí: Paco Editorial, 2015. Cap. 12. p. 221-239.

PEREIRA, A. C. C. O ensino de Matemática no século XVI sob olhar do francês Petrus Ramus (1515-1572). In: 5 Encontro Nacional De Pesquisa Em História Da Educação Matemática, 2020, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. **Anais do 5 ENAPHEM**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte: UFRN, 2020b, p. 1-5. Disponível em: <<https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/11235/8026>>. Acesso em: 17 out 2022.

PEREIRA, A. C. C.; BATISTA, A. N. S.; SANTOS, A. G.; NOGUEIRA, R. S. Os báculos ao longo da história: alternativa didática para o ensino de matemática na formação de professores. In: Marília Maia Moreira, Amsranon Guilherme Felício Gomes da Silva e Francione Charapa Alves. (Org.). **O Ensino de Matemática na Educação Contemporânea: o devir entre a teoria e a prática**. 1ed. Iguatu: Quipá Editora, 2021, v. 1, p. 356-370.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A organização do saber geométrico em *The Way to Geometry* (1636) de Petrus Ramus: uma reflexão sobre a definição de ângulo reto e de perpendicular. **Rematec**, Natal, v. 13, n. 27, pp.24-38, 2018. Disponível em: <<https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/121/101>>. Acesso em: 17 out 2022.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019. Disponível em: <<https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2164/1085>>. Acesso em: 17 out 2022.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Um estudo preliminar sobre o *radius astronomicus* de Regiomontanus. In: Cristiane Coppe; Lauro Chagas e Sá; Milton Rosa; Mônica de Cássia Siqueira Martines. (Org.). **História da Matemática e Cultura**. 1ed. Brasília: SBEM, 2020, v. 1, p. 13-32.

PEREIRA, A. C. C.; VASCONCELOS, C. B. Construindo uma proposta pedagógica por meio de materiais manipulativos: Apresentando a fatoração algébrica estudada no LABMATEN/UECE. In: PEREIRA, A. C. C. **Educação matemática no Ceará: os caminhos trilhados e as perspectivas**. Fortaleza: EdUECE, 2015. p. 10-30.

PINHEIRO, A. C. M. **A mediação docente na Construção do Raciocínio Geométrico de alunos da Licenciatura em Matemática na disciplina de Desenho Geométrico**. 2008. 184f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, 2008. Disponível em: <<http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=57420>> Acesso em: 15 de janeiro de 2024.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Editora Feevale, 2013. 277 p. Disponível em: <<https://www.feevale.br/institucional/editora-feevale/metodologia-do-trabalho-cientifico---2-edicao>>. Acesso em: 18 out 2022.

RAMUS, P. **The Way to Geometry: The way to geometry**. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.

RIBEIRO, P. H. S.; PEREIRA, A. C. C. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuário para a formação de professores. **Revista de**

Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional, [S. l.], v. 4, p. e023021, 2023. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/impa/article/view/12298>. Acesso em: 5 fev. 2024.

SÁ, E. F. *et al.* As aulas de graduação em uma universidade pública federal: planejamento, estratégias didáticas e engajamento dos estudantes. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 22, n. 70, p. 625-650, jul. 2017.

SAITO, F. Algumas breves considerações sobre os tratados de geometria prática publicados no contexto do “saber-fazer” matemático quinhentista. In: XII Seminário Nacional de História da Matemática, 2018, Itajubá. **Anais do XII Seminário Nacional de História da Matemática**. São Paulo: SBHMat, 2017. v. 1. p. 271-277. Disponível em: <https://fumikazusaito.files.wordpress.com/2019/01/XII-SNHM-SAITO-CO.pdf>. Acesso em: 17 out 2022.

SAITO, F. Algumas considerações sobre a concepção de espaço geométrico no século XVI. 2014. In: XI Jornada de Educação Matemática, 2014, São Paulo. **Anais do XI Jornada de Educação Matemática**. São Paulo, 2014a. v. 1. p. 1-10. Disponível em: <https://fumikazusaito.files.wordpress.com/2014/11/algumas-considerac3a7c3b5es-sobre-a-concepc3a7c3a3o-de-espac3a7o-geomc3a9trico-no-sc3a9culo-xvi.pdf>. Acesso em: 17 out 2022.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de Matemática. **Rematec: História de Práticas Matemáticas**, Natal (RN), v. 16, n. 9, p.25-47, 2014b.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da Matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 3, n. 1, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/29002>. Acesso em: 22 jan. 2024.

SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: LF – Editorial, 2015. 259 p. (História da Matemática para Professores).

SAITO, F. Instrumentos e o "saber-fazer" matemático no século XVI. **Revista Tecnologia e Sociedade**, Curitiba, v. 9, n. 18, p.102-112, 2013. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rts/article/view/2627/1734>. Acesso em: 17 out 2022.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da Matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p.89-111, mar. 2013. Quadrimestral. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v19n1/07.pdf>. Acesso em: 18 out 2022.

SAITO, F.; PEREIRA, A. C. C. **A elaboração de atividades com um antigo instrumento matemático na interface entre história e ensino**. São Paulo: LF - Editorial, 2019. 88 p. (História da Matemática e da educação Matemática para o ensino).

SANTOS JÚNIOR, C. L. S. **Geometrias não euclidianas na formação inicial do professor de matemática: uma proposta à produção de significados no estudo de geometria**. 239 f. Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica – Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2020. Disponível em:

<https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9238806>. Acesso em: 18 out 2022.

SANTOS, A. G. **Os aspectos matemáticos relacionados à média geométrica que emergem a partir da manipulação da escala dos números (1623) elaborada por Edmund Gunter com licenciandos em Matemática**. 2022. 222f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2022.

SANTOS, E. J. Movimento da matemática moderna no Brasil: uma renovação do ensino de matemática nas décadas de 1960 a 1980. **BOCEHM**, [S. l.], v. 7, n. 20, p. 370–379, 2020.

SILVA, A. P. M. A. **Uma interface entre história e ensino de Matemática: contribuições na formação de conceitos de estudantes na construção e utilização de um instrumento de medida do século XVI – O quadrante geométrico**. 2019. 175f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Docência Para a Educação Básica) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2019. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/181621>>. Acesso em: 18 out 2022.

SILVA, A. S. **Sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no estudo de corpos regulares segundo o tratado *De Divina Proportione* de Luca Pacioli**. 2022. 95f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2022.

SILVA, F. H. B. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE**. 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021. Disponível em: <<http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=101479>> Acesso em: 17 out 2021.

SILVA, F. H. B.; PEREIRA, A. C. C. Explorando as situações de medição de comprimento, altura e largura com o uso do báculo de Petrus Ramus. **Revista HIPÁTIA**, São Paulo, v. 5, n.2, p. 398-409, dez. 2020a. Disponível em: <<https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/1404/1102>>. Acesso em: 18 out 2022.

SILVA, F. H. B.; PEREIRA, A. C. C. O báculo de Petrus Ramus e seu uso para medição de profundidade. **REMAT-Sp**, São Paulo, v. 17, p. 1-14, 2 set. 2020b. Anual. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Disponível em: <<https://www.revistasbemsp.com.br/REMatSP/article/view/371/214>>. Acesso em: 17 out 2022.

SILVA, F. H. B.; PEREIRA, A. C. C. O legado de Petrus Ramus e o tratado *The Way to Geometry*. **BOCEHM**, Fortaleza, v. 7, n. 20, p. 158-169, 11 jul. 2020c. Disponível em: <<https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/3297/3027>>. Acesso em: 17 out 2022.

SILVA, I. C. A articulação entre história e ensino de Matemática a partir de textos originais: considerações iniciais para o educador matemático. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa. (org.) **Ensino e história da Matemática: enfoques de uma prática**. Fortaleza: Eduece, 2020. Cap. 2. 165 p. 40-56.

SILVA, I. C. **Um estudo da incorporação de textos originais para a educação Matemática: buscando critérios na articulação entre história e ensino**. 2018. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em: <<http://pgcem.fortaleza.ifce.edu.br/wpcontent/uploads/2018/11/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Isabelle-Coelho-da-Silva.pdf>>. Acesso em: 24 out. 2022.

SILVA, I. C.; NASCIMENTO, J. S.; PEREIRA, A. C. C. Estudando equação do 1º grau por meio do uso de fontes históricas: o papiro de Rhind. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 2, n. 6, p. 37-48, 31 dez. 2015. Disponível em: <<https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/16>>.

TOSSATO, C. R. A função do olho humano na óptica do final do século XVI. **Scientiae Studia**, [S. l.], v. 3, n. 3, p. 415-441, 2005. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/ss/article/view/11044>>. Acesso em: 22 out. 2022.

ZERO, M. A. Conhecimento: a passagem para a modernidade. **Núcleos Revista Científica da Fundação Educacional de Ituverava**, Ituverava, v. 1, p. 135-151, 2003.

APÊNDICE A – CARTÃO DE ATIVIDADE 1



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE ATIVIDADE 1

Equipe:	
Funções de Cada Membro:	
Data:	

COMENTÁRIOS INICIAIS

Diante do problema que foi proposto aos grupos, é interessante conhecer o contexto histórico envolto da situação para que algumas relações possam ser construídas a fim de delimitar ações para a sua resolução. Com isso, pedimos que nos procedimentos a seguir, elaborem um mural virtual de palavras com base nas temáticas exploradas, destacando em palavras-chaves os elementos principais envolvendo o báculo de Petrus Ramus e a medição de terras.

PROCEDIMENTOS

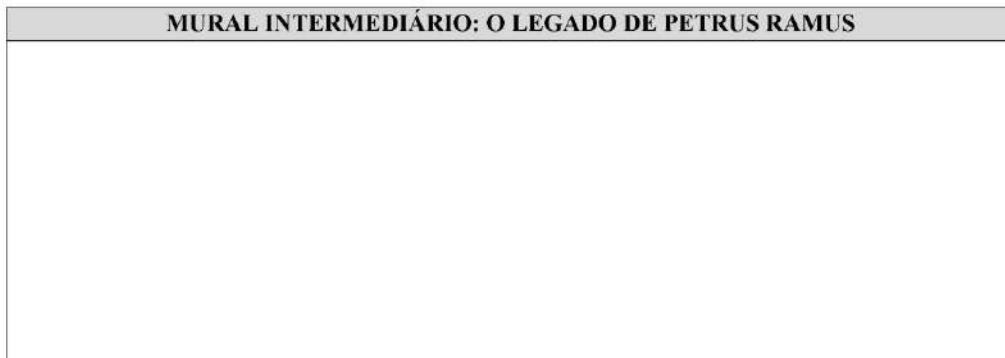
- **Momento 1:** Acesse o site WordArt para o início da atividade (wordart.com);
- **Momento 2:** Encontre o botão para a criação gratuita da Nuvem de Palavras;
- **Momento 3:** Com a sua equipe, edite como quiser o mural virtual;
- **Momento 4:** Construa um mural inicial que tenha relação com a Geometria prática e teórica que operaram na Idade Moderna;
- **Momento 5:** Construa um mural intermediário que tenha relação com os Aspectos da vida e da obra de Petrus Ramus;
- **Momento 6:** Construa um mural final que tenha relação com a Obra *Via regia ad geometriam – The Way To Geometry*.

Conforme o modelo abaixo, representem os murais construídos para exposição:

MURAL INICIAL: GEOMETRIA PRÁTICA E GEOMETRIA TEÓRICA



MURAL INTERMEDIÁRIO: O LEGADO DE PETRUS RAMUS



MURAL FINAL: O TRATADO *VIA REGIA AD GEOMETRIAM*



REFERÊNCIAS

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019.

RAMUS, Petrus. *Via regia ad geometriam: The way to geometry*. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Francisco Hemerson Brito da. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE**. 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021.



APÊNDICE B – CARTÃO DE RECURSO 1



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE RECURSO 1

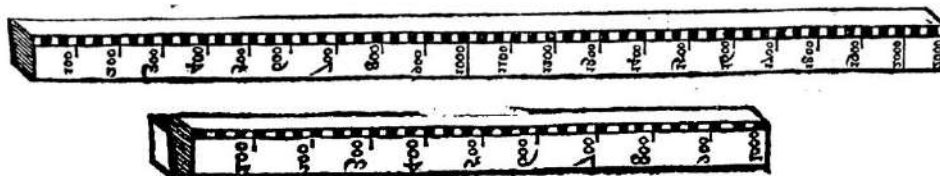
O NONO LIVRO DE Geometria de PETRUS RAMUS, que trata da medição de linhas retas por meio de triângulos retângulos semelhantes

2. As hastes do bastão são o Indicador e a Transversal.

São duas as partes principais desse instrumento: o Indicador ou Bastão, que é a parte maior ou mais longa e a Transversal, que é a menor e a mais curta.

3. O Indicador é o dobro e um décimo da Transversal.

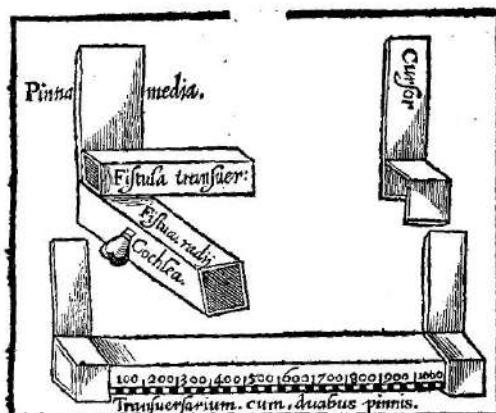
Ou seja, o comprimento do Indicador é o dobro do da transversal mais $\frac{1}{10}$ de sua parte. Como aqui tu podes ver na figura.



4. A Transversal é aquela parte que corre sobre o Indicador e que desliza para cima ou para baixo a seu gosto.

A Transversal deve ser movida sobre o Indicador, às vezes mais para o alto, às vezes, mais para baixo. A proporção dos comprimentos na definição e na construção das hastes do instrumento deve ser sempre considerada. Assim, por exemplo, se a Transversal tiver 10 partes, o Indicador deve ter 21 partes. Se o Indicador tiver 189, a Transversal terá 90, ou se a Transversal tiver 2000, o Indicador terá 4200. Como nem sequer se sabe quais sejam os números, então que esta seja a proporção entre eles. Além disso, quanto maior for o número que está na escala, menores serão as divisões das hastes, e melhor será para o uso. E como o Indicador deve sustentar a Transversal e esta ser sustentada por aquele, faça o Indicador mais grosso e a Transversal mais fina.





Não há uma especificação de que matéria cada parte do bastão deva ser feita, se de latão ou de madeira. Mas as hastes devem ser firmes de modo que não se desgastem ou deformem quando o instrumento for utilizado. Contudo, a Transversal se moverá mais convenientemente, por si só, para cima e para baixo, em tubos de bronze e, sobre o Indicador, para o alto ou para baixo, em ângulo reto, tocando um ao outro de tal modo que a boca alternada de uma das hastes possa tocar o lado da outra haste. O terceiro tubo deve ser movido ou deslizado para cima e para baixo, de uma extremidade da Transversal para a outra, e, desse modo, pode ser chamado *Cursor*. O quarto e o quinto tubos, fixos e imóveis, são colocados nas extremidades da Transversal. Esses tubos são de igual altura ao terceiro e ao segundo tubos para a linha óptica¹ ser manuseada gentilmente quando for necessário, e, por assim dizer, com alguns pontos para defini-la na Transversal.

Os três primeiros tubos podem, conforme a ocasião exigir, ser fixos ou presos com parafusos de bronze. Assim, com estes tubos, a Transversal pode ser feita tão grande quanto for necessário, como aqui tu vês na figura.

Até agora foi ensinado sobre a fabricação ou a maneira de fazer o instrumento, segue-se agora sobre o seu uso: para qual, em geral, é necessário: Primeiro, uma distância justa, pois a visão não é infinita.² Em segundo lugar, que um olho esteja fechado, pois a faculdade óptica transmitida por ambos os olhos em um só olho mira de modo mais certo; e o instrumento é mais apropriadamente aplicado e ajustado ao osso da bochecha do que em qualquer outro lugar do rosto, pois aqui é como se o olho fosse o centro do círculo, em que a Transversal está inscrita. Em terceiro lugar, as mãos devem estar firmes porque, se elas tremerem, a proporção da Geodésia³ será certamente problemática e incerta. Por último, o lugar da posição que deve estar o observador é a do meio do pé.

5. Se a visão (*sight*) passa do começo de uma haste, ela passa ao final da outra. E uma haste é perpendicular à grandeza (*magnitude*) a ser medida, [e] a outra [é a ela] paralela.

Essas coisas comuns e gerais são premissas, que a visão percorre do começo do Indicador até o final do transversal. Ou, ao contrário, do início da transversal até o final do Indicador. E

¹ Por "linha óptica", devemos entender a representação geométrica dos "raios visuais".

² Por "visão", devemos entender "raio visual".

³ Por "geodésia", devemos entender a "medida de linhas retas".



que o Indicador é reto, isto é, perpendicular à linha a ser medida e, a transversal, [a ela] paralela. Ou, ao contrário. Nesse caso, a perpendicularidade do Indicador, em medidas de comprimentos, pode ser realizada por um prumo de chumbo pendurado. Mas em [medidas de] alturas e de larguras, deve-se fiar no olho, embora uma pequena variação do prumo não cause nenhum erro sensível. Perceba que, ao final da transversal, o que é feito pela linha visual, esteja ela mais ao extremo, ou esteja o Cursor em qualquer outro lugar.

6. O comprimento e a Altura têm uma medida tripla. O primeiro e o segundo tipo de medida requerem apenas uma distância e esta admitindo uma extensão de um deles para a terceira proporcional. O terceiro [tipo requer] duas distâncias, e tal é a extensão da largura.

A Geodésia das linhas retas é dupla: de uma distância, ou de duas. A Geodésia de uma distância é aquela em que o medidor, para encontrar a extensão desejada, não muda o lugar ou posição dele. A Geodésia de duas distâncias é aquela em que o medidor, por causa de algum impedimento situado no caminho entre ele e a grandeza a ser medida, é obrigado a mudar de lugar e obter uma dupla posição.

Observa aqui que o comprimento e a altura podem ser medidos em conjunto, ambos com uma e com dupla posição. Mas a largura não pode ser medida senão com duas [posições].

Retirado de: RAMUS, Peter. **Via Regia ad Geometriam**: The way to geometry. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: William Bedwell, p. 115 – 118.



APÊNDICE C – CARTÃO DE ATIVIDADE 2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE ATIVIDADE 2

Equipe:	
Funções de Cada Membro:	
Data:	

COMENTÁRIOS INICIAIS

A partir do estudo no Cartão de Recurso 1 e com o báculo de Petrus Ramus desmontado sob a mesa, reunidos em grupos, discutam sobre os componentes que compõe o antigo instrumento matemático, mantendo o foco na funcionalidade de cada peça, como também na observação dos conhecimentos matemáticos que operam em cada movimento de montagem. Com isso, nos procedimentos a seguir, deixem registrados esses aspectos com os mínimos detalhes para direcionarem cada peça observada em tal etapa.

PROCEDIMENTOS

- **Momento 1:** Apreciar o instrumento matemático no geral com suas peças desmontadas;
- **Momento 2:** Verifiquem cada peça na sua forma individual e relacionem com o que é dito no Cartão de Recurso 1;
- **Momento 3:** Com a sua equipe, faça um esboço das informações que serão ponderadas pela equipe;
- **Momento 4:** Agora com a síntese realizada preencha o Quadro 1 com as informações materiais e de ordem prática das partes do báculo de Petrus Ramus;
- **Momento 5:** Em seguida, com a síntese realizada preencha o Quadro 2 com as informações sobre os conhecimentos matemáticos, materiais e de ordem prática das partes do báculo de Petrus Ramus;
- **Momento 6:** Com os componentes em mãos e sabendo das suas funcionalidades, realizem a montagem do báculo para a próxima atividade.

Conforme o modelo abaixo, organizem as informações que foram discutidas com uma síntese em grupo:

QUADRO 1 – APROPIAÇÃO DO BÁCULO DE PETRUS RAMUS	
PARTE	FUNÇÃO



QUADRO 2 – MOBILIZAÇÃO DOS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS	
PRINCÍPIOS MATEMÁTICOS	LOCAL

REFERÊNCIAS

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019.

RAMUS, Petrus. *Via regia ad geometriam: The way to geometry*. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Francisco Hemerson Brito da. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE**. 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021.



APÊNDICE D – CARTÃO DE ATIVIDADE 3



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE ATIVIDADE 3

Equipe:	
Funções de Cada Membro:	
Data:	

COMENTÁRIOS INICIAIS

A partir do estudo no Cartão de Recurso 1 e com o báculo de Petrus Ramus já montado em um espaço externo, reunidos em grupos, estudem as condições preliminares do objeto para garantir o necessário para posicioná-lo de maneira correta em relação as grandezas que serão destacadas (altura, comprimento e largura) pelo ministrante no momento da aula. Com isso, nos procedimentos a seguir, registrem tais aspectos com os detalhes mais relevantes para direcionarem como o instrumento matemático pode ser posicionado.

PROCEDIMENTOS

- **Momento 1:** Apreciar o instrumento matemático já montado com as suas peças colocadas;
- **Momento 2:** Verifiquem como o objeto pode ser posicionado junto o fio de prumo auxiliar em relação as grandezas demarcadas pelo ministrante e sua relação com o Cartão de Recurso 1;
- **Momento 3:** Com a sua equipe, especifique os principais aspectos que podem ser levados em consideração na hora de posicionar o báculo de Petrus Ramus;
- **Momento 4:** Pense também nas dificuldades e nas facilidades que o instrumento carrega no momento de posicioná-lo para medição, definindo ações em que cada membro poderia auxiliar, distribuindo as funções;
- **Momento 5:** Por fim, descrevam todas as informações que foram destacadas pela equipe.

Conforme o modelo abaixo, façam uma síntese dos momentos que foram desenvolvidos no relatório a seguir com a ajuda dos membros do grupo:

QUADRO 1 – RELATÓRIO DO PROCEDIMENTO DESENVOLVIDO



[illegible]

REFERÊNCIAS

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019.

RAMUS, Petrus. *Via regia ad geometriam: The way to geometry*. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Francisco Hemerson Brito da. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE**. 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021.

APÊNDICE E – CARTÃO DE RECURSO 2



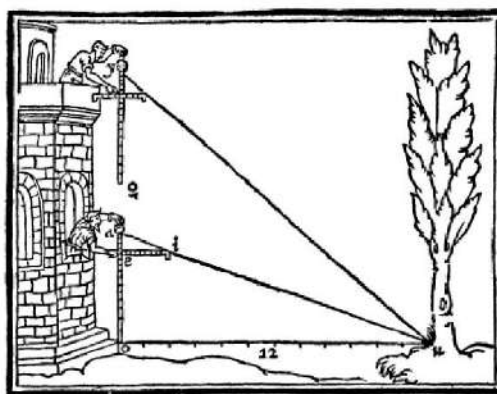
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE RECURSO 2

O NONO LIVRO DE Geometria de PETRUS RAMUS, que trata da medição de linhas retas por meio de triângulos retângulos semelhantes

7. Se a visão, a partir do início do Indicador, estiver em ângulo reto ou a prumo com o comprimento e com o extremo do mesmo comprimento, então assim como o segmento do Indicador está para o segmento da transversal, assim a altura do medidor está para o comprimento.

Seja, portanto, o segmento do Indicador a partir do topo; eu quero dizer até a transversal, 6 partes. O segmento da transversal, a saber, a partir do Indicador até a linha ótica 18 partes. O Indicador, que aqui é a altura do medidor, marca 4 pés. O comprimento, pela regra de três, será 12 pés. De acordo com a figura, visto que *ae* está para *ei*, então *ao* está para *ou*, pela sessão 12 do Livro VII¹.



Porque eles são triângulos semelhantes [e] porque *aei* e *aou* são ângulos retos: e aquilo que está em *a* é comum a ambos: Portanto, o restante é igual ao restante, pela sessão 4 do Livro VII².

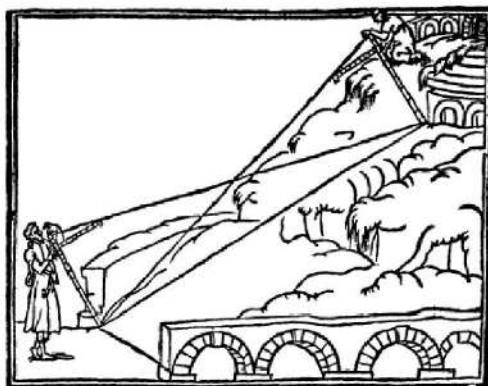
¹ Livro VII, Sessão 12 – Se dois triângulos forem equiângulos, eles são proporcionais em hastes, e, vice-versa, 4 e 5, p. VI (RAMUS, 1636, p. 97).

Elementos de Euclides, Livro VI, Teorema 4 – Os lados à volta dos ângulos iguais dos triângulos equiângulos estão em proporção, e os que se estendem sob os ângulos iguais são homólogos (EUCLIDES, 2009, p. 235).

Elementos de Euclides, Livro VI, Teorema 5 – Caso dois triângulos tenham os lados em proporção, os triângulos serão equiângulos, e terão iguais os ângulos sob os quais se estendem os lados homólogos (EUCLIDES, 2009, p. 236).

² Livro VII, Sessão 4 – Se dois ângulos de dois triângulos forem iguais, os outros também serão iguais (RAMUS, 1636, p. 97).

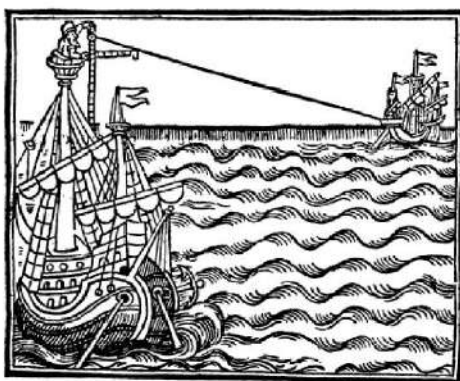




A mesma maneira de medir deve ser usada de um lugar mais alto; como por *y*. O segmento do Indicador tem 5 partes, o segmento da transversal tem 6, e a altura é 10 pés; o mesmo comprimento encontrado será 12 pés.³

Não importa de forma alguma se, o que é medido, é o comprimento numa planície ou num baixo plano horizontal, ou numa subida ou descida de uma montanha, como descrita na figura.

Assim, tu podes medir as larguras dos rios, dos vales e das valas, pois o Comprimento é sempre assim, de modo que se pode medir a distância dos navios no Mar, como *Thales Milesus* as mediu segundo Proclus, em 26, p. I. Tu aqui tens um exemplo.



Neste exemplo, para medir a Longitude e a Altitude, a visão deve alcançar até o topo da altura. O que aqui faço agora é te advertir, pelo menos depois, deveria ser em vão retirado com frequência.

Retirado de: RAMUS, Peter. **Via Regia ad Geometriam**: The way to geometry. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: William Bedwell, p. 118 – 120.

³ Note que os dois primeiros exemplos se referem ao uso do instrumento na agrimensura. Particularmente é interessante o segundo exemplo, visto que por meio dele podemos explorar a propriedade das diagonais de um retângulo.



APÊNDICE F – CARTÃO DE ATIVIDADE 4



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE ATIVIDADE 4

Equipe:	
Funções de Cada Membro:	
Data:	

COMENTÁRIOS INICIAIS

Diante da situação que foi proposta inicialmente no curso e as orientações do Cartão de Recurso 2, considerem realizar uma medição inicial com o báculo de Petrus Ramus para se ter uma apropriação dos recursos manipulativos que o instrumento matemático dispõe. Vale destacar que as atividades realizadas anteriormente complementam a abordagem do procedimento para medir a grandeza delimitada para resolver a situação desencadeadora do problema. Nessa perspectiva, com o intuito de desenvolver as ações para proceder com a medição, organizem junto com os procedimentos a seguir para averiguar como se daria o processo desde o posicionamento do báculo de Petrus até o encontro da medida procurada.

PROCEDIMENTOS

- **Momento 1:** Estudar e analisar a situação de medição proposta no Cartão de Recurso 2;
- **Momento 2:** Alinhar as concepções presentes na situação de medição com o problema que foi proposto;
- **Momento 3:** Com a sua equipe, organize as principais estratégias para realizar a medição com o espaço externo que foi disponível e a relação com a situação-problema;
- **Momento 4:** Definir as funções de cada membro para realizar a medição;
- **Momento 5:** Por fim, desenvolver os cálculos necessários para que sejam encontrados a medição, como também o destaque ao pensamento geométrico mobilizado.

Conforme o modelo abaixo, façam uma síntese dos momentos que foram desenvolvidos na medição com o báculo de Petrus Ramus com a ajuda dos membros do grupo:

QUADRO DE INFORMAÇÕES SOBRE A MEDIÇÃO COM O BÁCULO DE P. RAMUS			
PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO	SITUAÇÃO 7 ()		SITUAÇÃO 8 ()
DISTRIBUIÇÃO DE FUNÇÕES	MANUSEAR DO INSTRUMENTO	ALINHAMENTO DO INSTRUMENTO	REGISTRO DE CÁLCULOS
RELAÇÃO MATEMÁTICA ENCONTRADA	GRANDEZAS UTILIZADAS	RELAÇÃO LITERAL	RELAÇÃO NUMÉRICA



MEDIDA ENCONTRADA DO COMPRIMENTO			
	VALOR	OBSERVAÇÕES AO LONGO DO PROCEDIMENTO	

ALGUNS QUESTIONAMENTOS

- A respeito da divisão dos membros da equipe, como ficou definido a função de cada um?
- Sobre o procedimento de medição encontrado na situação 7, qual foi o problema proposto de medição real com báculo de Petrus Ramus?
- Quais foram os processos realizados desde o início até o final da medição? Que conceitos geométricos podem ser mobilizados?
- Qual a unidade e subunidade de medida utilizada na escala do báculo? Foi feito o uso de algum instrumento auxiliar? Quais?
- Como o conceito de paralelismo e perpendicularidade estão inseridos na situação de medição? É possível medir sem fazer o uso deles?
- Quais são os outros conceitos matemáticos que complementam a abordagem geométrica e a sua influência na medição com o báculo de Petrus Ramus?
- Esquematize com todos os detalhes, as construções geométricas e matemáticas utilizadas para a realização da medição final da situação proposta. Quais são as relações que elas possuem para o valor encontrado da medida?

REFERÊNCIAS

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019.

RAMUS, Petrus. *Via regia ad geometriam: The way to geometry*. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Francisco Hemerson Brito da. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE**. 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021.



APÊNDICE G – CARTÃO DE RECURSO 3



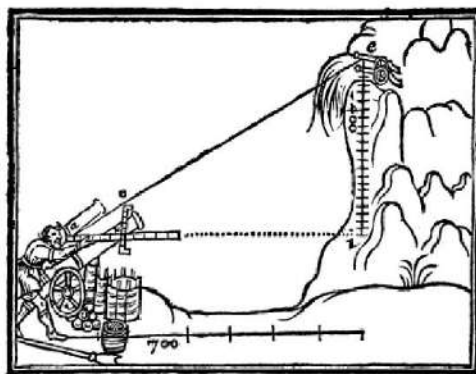
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECEM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE RECURSO 3

O NONO LIVRO DE Geometria de PETRUS RAMUS, que trata da medição de linhas retas por meio de triângulos retângulos semelhantes

8. Se a visão, a partir do início do indicador, estiver paralela ao comprimento a ser medido, então, assim como o segmento da transversal está para o segmento do indicador, assim a altura dada estará para o comprimento.

Se o segmento da Transversal tiver 120 partes, a altura dada, 400 pés [e] o segmento do Indicador, 210 partes: O comprimento, pela regra de três, será 700 pés. A figura é assim. E a demonstração é como a primeira, ou na verdade mais fácil, pois os triângulos são “equiângulares”¹, como antes. Portanto, como *ou* está para *ua*, assim *ei* está para *ia*.



Este é o primeiro e segundo tipo de medição de uma Longitude, por uma única distância ou posição. O terceiro, que é feito por uma dupla distância, segue agora. Aqui [neste caso], a transversal, se houver espaço suficiente para o medidor ir suficientemente para trás², deve ser colocado mais baixo, na segunda distância.

Retirado de: RAMUS, Peter. **Via Regia ad Geometriam**: The way to geometry. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: William Bedwell, p. 121.

¹ Será preciso explicitar o que significa “equiângulares”, note que se trata de semelhança, mas o autor não se refere à propriedade de semelhança, mas a ideia de “ângulos congruentes”, aqui denominadas “equiângulares”, entre o triângulo retângulo maior (formado pelo raio visual) e o triângulo retângulo menor (formado no instrumento entre a transversal e o indicador).

² Isto é, se o medidor tiver espaço suficiente para se afastar.



APÊNDICE H – CARTÃO DE ATIVIDADE 5



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE ATIVIDADE 5

Equipe:	
Funções de Cada Membro:	
Data:	

COMENTÁRIOS INICIAIS

Mantendo em mente a situação-problema do início do curso e as orientações do Cartão de Recurso 3, propomos uma abordagem diferente da que foi mobilizada na situação de medição anterior, consideremos que a abstração do instrumento deve ser mais precisa, devido ao que foi desenvolvido, de modo a balancear todo o procedimento. Assim sendo, como uma forma de diferenciar os processos já organizados, é interessante que os membros foquem nos processos que deram certo e que melhorem as estratégias mal elaboradas. Nessa perspectiva, com o intuito de desenvolver as ações para proceder com a medição, organizem junto com os procedimentos a seguir para averiguar como se daria o processo desde o posicionamento do báculo de Petrus até o encontro da medida procurada.

PROCEDIMENTOS

- **Momento 1:** Estudar e analisar a situação de medição proposta no Cartão de Recurso 3;
- **Momento 2:** Alinhar as concepções presentes na situação de medição com o problema que foi proposto;
- **Momento 3:** Com a sua equipe, organize as principais estratégias para realizar a medição com o espaço externo que foi disponível e a relação com a situação-problema;
- **Momento 4:** Definir as funções de cada membro para realizar a medição;
- **Momento 5:** Por fim, desenvolver os cálculos necessários para que sejam encontrados a medição, como também o destaque ao pensamento geométrico mobilizado.

Conforme o modelo abaixo, façam uma síntese dos momentos que foram desenvolvidos na medição com o báculo de Petrus Ramus com a ajuda dos membros do grupo:

QUADRO DE INFORMAÇÕES SOBRE A MEDIÇÃO COM O BÁCULO DE P. RAMUS			
PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO	SITUAÇÃO 7 ()		SITUAÇÃO 8 ()
DISTRIBUIÇÃO DE FUNÇÕES	MANUSEAR DO INSTRUMENTO	ALINHAMENTO DO INSTRUMENTO	REGISTRO DE CÁLCULOS
RELAÇÃO MATEMÁTICA ENCONTRADA	GRANDEZAS UTILIZADAS	RELAÇÃO LITERAL	RELAÇÃO NUMÉRICA



MEDIDA ENCONTRADA DO COMPRIMENTO			
	VALOR	OBSERVAÇÕES AO LONGO DO PROCEDIMENTO	

ALGUNS QUESTIONAMENTOS

- A respeito da divisão dos membros da equipe, como ficou definido a função de cada um?
- Sobre o procedimento de medição encontrado na situação 8, qual foi o problema proposto de medição real com báculo de Petrus Ramus?
- Quais foram os processos realizados desde o início até o final da medição? Que conceitos geométricos podem ser mobilizados?
- Qual a unidade e subunidade de medida utilizada na escala do báculo? Foi feito o uso de algum instrumento auxiliar? Quais?
- Como o conceito de paralelismo e perpendicularidade estão inseridos na situação de medição? É possível medir sem fazer o uso deles?
- Quais são os outros conceitos matemáticos que complementam a abordagem geométrica e a sua influência na medição com o báculo de Petrus Ramus?
- Esquematize com todos os detalhes, as construções geométricas e matemáticas utilizadas para a realização da medição final da situação proposta. Quais são as relações que elas possuem para o valor encontrado da medida?

REFERÊNCIAS

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019.

RAMUS, Petrus. *Via regia ad geometriam: The way to geometry*. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Francisco Hemerson Brito da. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE**. 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021.



APÊNDICE I – CARTÃO DE ATIVIDADE 6



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
 UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
 GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – GPEHM/CCT/UECE
 PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE – PFD

CARTÃO DE ATIVIDADE 6

Equipe:	
Funções de Cada Membro:	
Data:	

COMENTÁRIOS INICIAIS

A partir da discussão inicial que foi realizada sobre os procedimentos de medição com báculo de Petrus Ramus, consideramos que muitas informações puderam ser resgatadas nesse processo quando refletimos a respeito do cunho pedagógico que o instrumento matemático pode alcançar diante do tratamento didático e da visão docente para alguma intencionalidade. Nesse sentido, julgando como ação futura levar tais recursos até a Educação Básica, os procedimentos a serem realizados a seguir nos permite construir um diálogo dos conhecimentos matemáticos mobilizados na medição com o livro didático e o documento que regula o currículo escolar brasileiro (Base Nacional Comum Curricular – BNCC).

PROCEDIMENTOS

- **Momento 1:** Escolher uma coleção dos livros de matemática com base nos critérios definidos pela equipe, incluindo o nível escolar e a série indicada;
- **Momento 2:** Sintetizem os conhecimentos matemáticos que emergiram do procedimento de medição e façam um alinhamento com o que é concebido nos livros didáticos;
- **Momento 3:** Com a sua equipe, organize as principais estratégias que o professor pode estar construindo para a exploração do conhecimento matemático e a relação com a situação-problema que foi proposto;
- **Momento 4:** Definir as funções de cada membro para da atividade;
- **Momento 5:** Por fim, delimitar e descrever todo o percurso que foi traçado para o desenvolvimento da atividade.

Conforme o modelo abaixo, façam um resumo dos principais momentos de acordo com o escopo pedido:

QUADRO DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO	
Coleção:	
Nível Escolar:	() ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL () ENSINO MÉDIO
Série:	() 6º ANO – () 7º ANO – () 8º ANO – () 9º ANO () 1º ANO – () 2º ANO – () 3º ANO
Referência:	



REFERÊNCIAS

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019.

RAMUS, Petrus. *Via regia ad geometriam: The way to geometry*. Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Francisco Hemerson Brito da. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE**. 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021.



APÊNDICE J – QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM FORMATIVA

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM/IFCE
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE
GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E HISTÓRIA
DA MATEMÁTICA – GPEHM/UECE**



Esta **SONDAGEM FORMATIVA** chegou até você, pois julgamos a sua contribuição muito importante para a *pesquisa de mestrado* que estamos realizando. Pedimos sua colaboração e total honestidade para que possamos realizar um estudo rico, de modo a construir um curso que contribua para a sua formação inicial.

Desde já agradecemos sua colaboração!

CONHECENDO OS PARTICIPANTES

Sexo: () Masculino () Feminino

Idade: _____

Qual fluxo (grade) está vinculado? ☐ 2008.1 ou ☐ 2019.1

Qual semestre está cursando no momento?

1. Você estudou no Ensino Fundamental (6º a 9º ano) em escola:

☐ Pública e/ou ☐ Privada

2. No caso do Ensino Médio, em escola:

☐ Pública e/ou ☐ Privada

3. Por que você escolheu fazer Licenciatura em Matemática?

4. Você está estudando ou já concluiu alguma graduação ou curso profissionalizante, além da Licenciatura em Matemática?

☐ Sim ou ☐ Não. Em caso afirmativo, qual?

5. Você tem experiência em sala de aula da Educação Básica?

☐ Professor substituto/temporário do Estado/Prefeitura (1º a 5º ano do Ensino Fundamental)

☐ Professor substituto/temporário do Estado/Prefeitura (6º a 9º ano do Ensino Fundamental)

☐ Professor substituto/temporário do Estado (1º a 3º ano do Ensino Médio)

☐ Professor de escola particular (1º a 5º ano do Ensino Fundamental)

☐ Professor de escola particular (6º a 9º ano do Ensino Fundamental)

☐ Professor de escola particular (1º a 3º ano do Ensino Médio)

☐ Reforço Escolar (1º a 5º ano do Ensino Fundamental)

☐ Reforço Escolar (6º a 9º ano do Ensino Fundamental)

☐ Reforço Escolar (1º a 3º ano do Ensino Médio)

☐ Aulas particulares

☐ Programas de Formação do estado/prefeitura (Mais educação, Tutoria e/ou Areninha)

☐ Programas de Formação Docente na Universidade (PIBID e/ou Monitoria)

☐ Regência durante a disciplina de Estágio Supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática

☐ Não tenho experiência

Outros (Tipo de experiência/Nível de Ensino): _____

6. Você já participou de programas institucionais que visam promover a formação inicial de discentes (como PIBID, Residência Pedagógica, Monitoria Acadêmica, etc.)?

☐ Sim ou ☐ Não

Em caso afirmativo, especifique o programa: _____

7. Quais das disciplinas a seguir e de acordo com o seu fluxo (grade) você cursou até o momento na Licenciatura em Matemática da UECE?

Fluxo 2008.1

- ☐ Geometria Euclidiana Plana
☐ Matemática Elementar II
☐ Desenho Geométrico
☐ Laboratório de Ensino de Matemática
☐ Prática de Ensino de Matemática I
☐ Estágio Superv. I no Ens. Fundamental

Fluxo 2019.1

- ☐ Geometria Plana
☐ Conjuntos e Funções
☐ Laboratório de Ensino de Trigonometria
☐ Laboratório de Ensino de Geometria
☐ Prática de Ensino de Matemática I
☐ Estágio Super. no Ens. Fundamental I

8. Você já cursou a disciplina de História da Matemática?

- ☐ Sim ou ☐ Não. Em caso afirmativo, qual a sua visão sobre a disciplina de História da Matemática quando direcionada para a formação do futuro professor de Matemática?

9. Em algum momento da sua vida estudantil (ensino fundamental, médio ou superior) foram utilizados recursos didáticos advindos da história da matemática?

- ☐ Sim ou ☐ Não. Em caso afirmativo, marque a seguir o nível de ensino e o recurso didático utilizado:

- ☐ Ensino Fundamental
☐ Ensino Médio
☐ Ensino Superior

- ☐ Biografia de matemáticos
☐ Demonstração histórica de Teoremas
☐ Métodos de calcular de antigas civilizações
☐ Fatos históricos sobre algum conteúdo matemático
☐ Uso de instrumentos históricos de medida
☐ Resolução de problemas antigos
☐ Notação e terminologia das matemáticas na antiguidade
 Outros: _____

10. Você já participou de curso de extensão/oficina/palestra que abordasse recursos didáticos advindos da história da matemática?

- ☐ Sim ou ☐ Não. Em caso afirmativo, qual foi esse momento, quais foram os recursos didáticos e o conteúdo matemático abordados nessa formação?

11. Por que você escolheu participar deste curso?

- ☐ Atividade Complementar;
☐ Curiosidade sobre o assunto;
☐ Ampliar os conhecimentos sobre a história da matemática;
☐ Ampliar os conhecimentos matemáticos;
☐ Conhecer novas ideias para levar para a sala de aula;
☐ Ampliar a formação para além do curso de Licenciatura em Matemática;
☐ Outros: _____

APÊNDICE L – TERMO DE CONSENTIMENTO



**INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**
Ceará

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Pesquisa vigente: Os elementos geométricos articulados a uma exploração prática das situações de medição com o báculo de Petrus Ramus dentro da formação de licenciandos em Matemática

Pesquisador: Prof. Francisco Hemerson Brito da Silva

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como participante e é elaborado em duas vias, uma que deverá ficar com você e outra com o pesquisador.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com o pesquisador. Se preferir, pode levar este Termo para casa e consultar seus familiares ou outras pessoas antes de decidir participar. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se você não aceitar participar ou retirar sua autorização em qualquer momento.

Justificativa e objetivos:

O ensino de geometria tem explorado as formas, figuras planas e objetos espaciais, que possuem suas próprias configurações, valendo-se dos cálculos matemáticos para a aplicabilidade em situações cotidianas. No entanto, uma fração dessa área possui conceitos abstratos e por conta disso, necessita de abordagens que promovam a visualização e entendimento desses conhecimentos na prática por parte dos alunos. Para que isso seja veiculado, uma ação é envolver o professor de matemática em seu processo inicial de formação, com práticas e experiências que mobilizem o conhecimento geométrico por meio de metodologias alternativas, de modo a diversificar esse momento formativo. Diante disso, considerando a história da matemática como área de conhecimento que provém de recursos didáticos para afazeres pedagógicos, reitera-se que além de ceder referências históricas, ela pode ainda ser articulada ao ensino de matemática por meio de alguma fonte histórica sob um tratamento didático apropriado. Dessa interface, se pode extrair subsídios que dão suporte para as práticas de aulas e a formação docente, dando mais clareza e sentido a aplicação dos conhecimentos geométricos, sob o diálogo entre os saberes passados e atuais. Assim sendo, um recurso didático encontrado na história, visando tal articulação é o objeto denominado báculo de Petrus Ramus (1515-1572), instrumento matemático utilizado entre os séculos XVI e XVII para a realização de medições de grandezas como comprimento, altura e largura em situações-problema na Idade Moderna, a partir da incorporação do conhecimento geométrico prático alinhado com o teórico. Pensando nisso, a fim de delimitar uma proposta que contemplasse essa questão, juntamente com a intenção da construção de uma abordagem didática que relacione a história ao ensino de matemática, nossa investigação tem como objetivo geral de verificar como o pensamento geométrico é articulado ao manuseio do báculo de Petrus Ramus em vista às concepções de licenciandos em Matemática dentro de uma vivência prática de medição.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____



**INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**
Ceará

Procedimentos:

Participando do estudo você está sendo convidado a fazer o preenchimento de relatórios, atividades e formulários, como também participar de gravações de entrevistas em áudio e/ou vídeo, gravação das aulas ministradas em vídeo e/ou áudio. Estes procedimentos descritos acima ocorrerão em uma prática de aula na disciplina de História de Matemática (nível de graduação), vinculado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Somente o pesquisador e a orientadora terão acesso ao material coletado e a identidade dos participantes será mantida em sigilo absoluto. Os relatórios deverão ser preenchidos no decorrer de cada atividade proposta pela prática, sendo disponível aos participantes o tempo estabelecido no cronograma da aplicação. Ao fim da pesquisa, os dados serão discutidos pelos pesquisadores envolvidos e, em seguida, o material coletado na forma de relatório, áudio e vídeo serão descartados, ficando de posse dos pesquisadores por um período máximo de 12 meses.

Desconfortos e riscos:

Os sujeitos que serão selecionados a participar da pesquisa são pessoas que estão em formação inicial na docência em matemática. Focaremos, a **não** participação deste estudo para os sujeitos que sintam algum tipo de incômodo ou constrangimento com registro de fotos, áudios, vídeos e transcrição de material escrito que forem coletados durante a aplicação dessa pesquisa. Dessa forma, de modo a evitar possíveis aborrecimentos, o participante terá a liberdade de sair desse estudo sem nenhum prejuízo, a qualquer momento, durante a coleta de dados da pesquisa, caso ocorra algumas situações em que se sinta desconfortável.

Benefícios:

Ao participar desta pesquisa, o docente em formação na área de matemática terá a oportunidade de aprender e compreender o papel das fontes históricas na articulação entre história e ensino de matemática, por meio de atividades orientadoras de ensino (AOE), como uma possibilidade didática para ser inserida na Educação Básica e Superior. A pesquisa é uma ação formativa que visa contribuir com recursos didáticos no ensino de matemática que possa beneficiar a formação inicial de professores, e consequentemente, melhorar a educação básica brasileira. Dessa maneira, os resultados coletados serão utilizados somente com a finalidade de publicar os dados obtidos em revistas e/ou encontros especializados na área de ensino de matemática.

Acompanhamento e assistência:

Caso o participante necessite de algum acompanhamento ou assistência poderá solicitar aos pesquisadores responsáveis pela pesquisa. Se assim o desejar, poderá solicitar a interrupção da participação na pesquisa, se ela estiver lhe causando algum desconforto. Ademais, ao final da investigação a pesquisa será encaminhada para os participantes, a fim de que todos verifiquem seus direitos assegurados e que ela inspire esses futuros professores a buscar melhorias para sua profissão, aliando a história com o ensino de Matemática.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____



**INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**
Ceará

Sigilo e privacidade:

Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, seu nome não será citado. Qualquer gravação (áudio e/ou vídeo) e/ou relatórios aplicados durante a pesquisa será(ão) mantido(s) em posse do pesquisador responsável por um período de 12 meses. Após passado esse tempo todo o material será descartado.

Ressarcimento e indenização:

Você terá direito ao ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa e à indenização pelos danos resultantes desta, nos termos da Lei.

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores Francisco Hemerson Brito da Silva ou Ana Carolina Costa Pereira, na Universidade Estadual do Ceará, Av. Silas Munguba, 1700 – Campus Itaperi, Serrinha, Fortaleza/CE, 60740-903, Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), sala 18, prédio do Centro de Educação Telefone: (85) 31019775; (85) 982046687, e-mail: francisco.hemerson07@aluno.ifce.edu.br.

Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do IFCE das 08:00hs às 12:00hs e das 13:00hs às 17:00hs no IFCE Reitoria - R. Jorge Dumar, 1703 - Jardim América, Fortaleza - CE, 60410-426; fone (85) 34012332 e-mail: cep@ifce.edu.br.

Consentimento livre e esclarecido:

Após ter recebido esclarecimentos sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, aceito participar e declaro estar recebendo uma via original deste documento assinada pelo pesquisador e por mim, tendo todas as folhas por nós rubricadas:

Nome do(a) participante:

Contato telefônico (opcional):

e-mail (opcional):

(Assinatura do participante ou nome e assinatura do seu RESPONSÁVEL LEGAL)

Data: ____/____/____.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

**Responsabilidade do Pesquisador:**

Asseguro ter cumprido as exigências da resolução 466/2012 CNS/MS e complementares na elaboração do protocolo e na obtenção deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Asseguro, também, ter explicado e fornecido uma via deste documento ao participante. Informo que o estudo foi aprovado pelo CEP perante o qual o projeto foi apresentado. Comprometo-me a utilizar o material e os dados obtidos nesta pesquisa exclusivamente para as finalidades previstas neste documento ou conforme o consentimento dado pelo participante.

Nome do(a) pesquisador(a):

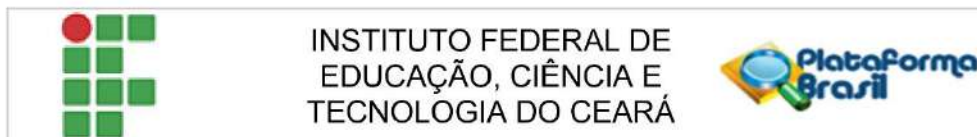
[Assinatura do(a) pesquisador(a)]

Data: ____/____/____.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO PELO CEP DO IFCE



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Os elementos geométricos articulados a uma exploração prática das situações de medição com o báculo de Petrus Ramus dentro da formação de licenciandos em Matemática

Pesquisador: FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 63321022.4.0000.5589

Instituição Proponente: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DO CEARA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.730.073

Apresentação do Projeto:

Resumo:

O estudo de objetos históricos orientado para um fazer matemático, tem recebido diversas abordagens que mobilizam conceitos fundamentais em relação a prática de aulas, como também a formação docente a partir de um tratamento didático elaborado. Sobre esse respeito, alguns recursos provenientes da história da matemática são escolhidos para solidificar propostas de ensino que procurem dialogar com os saberes do passado, a fim de fomentar mecanismos fundantes de questões matemáticas que têm potencial de ser inseridas em um contexto atual dentro de um grupo específico de estudantes. Entre esses elementos que podem ser tomados como base, encontra-se a versão traduzida do tratado *Via Regia ad Geometriam – The Way to Geometry* para a língua inglesa, publicada no ano de 1636 por William Bedwell (1561-1632) em Londres, sob a autoria de Petrus Ramus (1515-1572). Tal documento histórico incorpora um tipo de báculo geométrico usado para medir distâncias como comprimento, altura e largura, alinhado a condições práticas. Nesse contexto, com a intenção da construção de uma abordagem didática que relacione a história ao

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703

Bairro: Jardim América

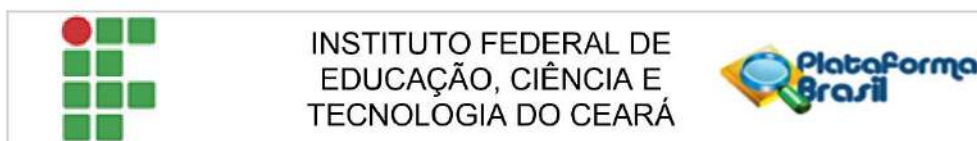
UF: CE

Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3401-2332

CEP: 60.410-426

E-mail: cep@ifce.edu.br



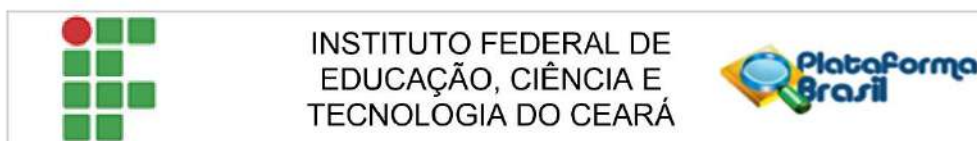
Continuação do Parecer: 5.730.073

ensino de matemática, nossa investigação tem como objetivo de verificar como o pensamento geométrico é articulado ao manuseio do báculo de Petrus Ramus em vista às concepções de licenciandos em Matemática dentro de uma vivência prática. Para tanto, apoiados em uma historiografia atualizada, nosso estudo se caracteriza como uma abordagem qualitativa de cunho bibliográfico e descritivo, sendo desenvolvido em três momentos: construção do quadro contextual, histórico e epistemológico do objeto de pesquisa; leituras dos textos de fundamentação teórica e o tratamento didático do recurso histórico; planejamento, aplicação e organização dos dados empíricos. Diante dessas ações e das potencialidades didáticas que estão incorporadas no antigo instrumento matemático, será utilizado como recurso metodológico de execução, uma sequência didática ambientada na Universidade Estadual do Ceará (UECE) para a mobilização de atividades a serem mediadas com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, dentro da disciplina de História da Matemática sob a supervisão e auxílio do docente que a ministra. Dessa forma, com a consciência de que o báculo de Petrus Ramus pode colaborar com o meio formativo de professores, a nossa proposta se delineia a partir de uma relação com os elementos de ordem teórica, prática, matemática e didática que emergem do objeto e ao serem tratadas em conjunto podem se consolidar como futuras práticas na sala de aula da Educação Básica.

Metodologia Proposta:

Em Linhas gerais, inicialmente pretende-se fazer um estudo de fundamentação teórica sobre a interface entre história e ensino de matemática, com vistas a elencar suas contribuições e compreender as esferas de análise para a apropriação do texto histórico *Via regia ad geometriam* (1636), com o foco nas situações de medição do báculo incorporado ao devido tratado citado. Em seguida, o estudo irá se direcionar para o planejamento e confecção do material didático da prática laboratorial para ser aplicado na comunidade acadêmica, pautado nas orientações da Interface entre história e ensino de matemática, junto a elaboração de atividades orientadoras de ensino (AOE) para serem aplicáveis a partir de uma sequência

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703	CEP: 60.410-426
Bairro: Jardim América	
UF: CE	Município: FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332	E-mail: cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 5.730.073

didática. Após essa etapa, será analisado os dados da prática laboratorial, com o intuito de colher os resultados e discuti-los para a validação do que é idealizado na pesquisa. Para tanto, utilizaremos as unidades de análise metodológicas e práticas emergentes da sequência didática elaborada.

Critérios de inclusão:

Alunos do curso de Licenciatura em Matemática, dentro da disciplina de História da Matemática, da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

Critérios de exclusão:

Ø

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Verificar como o pensamento geométrico é articulado ao manuseio do báculo de Petrus Ramus em vista às concepções de licenciandos em Matemática dentro de uma vivência prática de medição.

Objetivo Secundário:

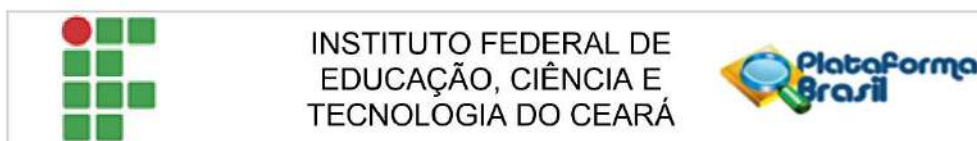
Relacionar o contexto histórico no qual o tratado e as situações de medição estão alocados, situando os conhecimentos matemáticos presentes em sua própria linha do tempo para a compreensão e formalização de tais conceitos; Visualizar os conhecimentos matemáticos que são inseridos no processo de manuseio do instrumento a partir das situações de medição e as orientações descritas no documento *Via regia ad geometriam* (1636); Construir uma proposta didática orientada para a formação docente a partir dos conhecimentos matemáticos mobilizados nas situações de medição com o báculo de Petrus Ramus; Aplicar uma sequência didática com base em atividades orientadoras de ensino (AOE) na formação inicial de licenciandos de forma a mobilizar os conhecimentos geométricos que emergem do processo de manipulação do báculo de Petrus Ramus.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

Os sujeitos que serão selecionados a participar da pesquisa são pessoas que estão em formação inicial na docência em matemática. Focaremos, a não participação deste estudo para os sujeitos que sintam algum tipo de incômodo ou constrangimento com registro de fotos, áudios, vídeos e transcrição de material escrito que forem coletados durante a aplicação dessa pesquisa. Dessa

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703
Bairro: Jardim América **CEP:** 60.410-426
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332 **E-mail:** cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 5.730.073

forma, de modo a evitar possíveis aborrecimentos, o participante terá a liberdade de sair desse estudo sem nenhum prejuízo, a qualquer momento, durante a coleta de dados da pesquisa, caso ocorra algumas situações em que se sinta desconfortável.

Benefícios:

Ao participar desta pesquisa, o docente em formação na área de matemática terá a oportunidade de aprender e compreender o papel das fontes históricas na articulação entre história e ensino de matemática, por meio de atividades orientadoras de ensino (AOE), como uma possibilidade didática para ser inserida na Educação Básica e Superior. A pesquisa é uma ação formativa que visa contribuir com recursos didáticos no ensino de matemática que possa beneficiar a formação inicial de professores, e consequentemente, melhorar a educação básica brasileira. Dessa maneira, os resultados coletados serão utilizados somente com a finalidade de publicar os dados obtidos em revistas e/ou encontros especializados na área de ensino de matemática.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Projeto de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do campus de Fortaleza do Instituto Federal do Ceará.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Constam os documentos obrigatórios: informações básicas do projeto; folha de rosto; projeto detalhado; termos de consentimentos livres e esclarecidos; termo de autorização e existência de infraestrutura; cronograma; orçamento; declaração de garantia de regresso dos benefícios da pesquisa; declaração de compromisso de apresentação de resultados.

Contam ainda o documento: carta de anuência para autorização da pesquisa.

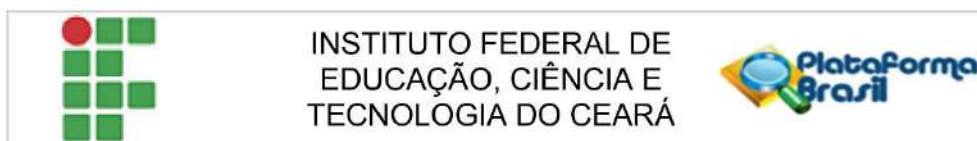
Recomendações:

Embora os termos apresentados tragam todas as informações e procedimentos que serão realizados, recomenda-se rever junto ao seu orientador(a) o referencial teórico, pois está parecido com a proposta metodológica e deixar claro no projeto o universo que será desenvolvida a pesquisa. Na previsão de execução do cronograma submetido atentar para o tópico: ajustes da estrutura da dissertação, datas e anos trocados.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Aprovado sem pendências.

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703	CEP: 60.410-426
Bairro: Jardim América	
UF: CE	Município: FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332	E-mail: cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 5.730.073

Considerações Finais a critério do CEP:

Parecer consubstanciado de aprovação disponível na pasta (ou diretório) "Pareceres".

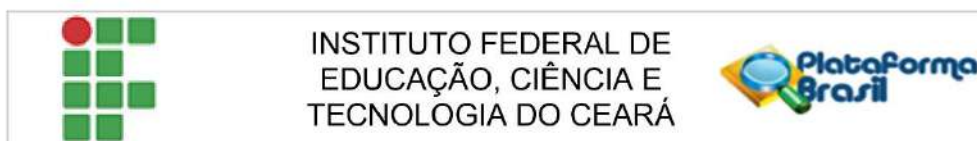
Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2014108.pdf	15/09/2022 11:44:54		Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_Rosto_FHBS.pdf	12/09/2022 17:15:56	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJ_DE_MESTRADO_FHBS.pdf	08/09/2022 15:47:40	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_UECE_FHBS.pdf	08/09/2022 15:46:21	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Carta_de_Anuencia_FHBS.pdf	08/09/2022 15:45:52	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Declaracao_de_Infraestrutura_FHBS.pdf	08/09/2022 15:43:51	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_IFCE_FHBS.pdf	08/09/2022 15:43:32	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
Cronograma	Cronograma_FHBS.pdf	08/09/2022 15:42:11	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
Orçamento	Orcamento_FHBS.pdf	08/09/2022 15:41:34	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Declaracao_de_Garantia_FHBS.pdf	08/09/2022 15:40:57	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
Declaração de concordância	Declaracao_de_Compromisso_FHBS.pdf	08/09/2022 15:38:34	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703
 Bairro: Jardim América CEP: 60.410-426
 UF: CE Município: FORTALEZA
 Telefone: (85)3401-2332 E-mail: cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 5.730.073

Necessita Apreciação da CONEP:

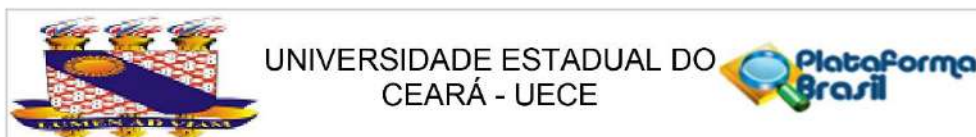
Não

FORTALEZA, 28 de Outubro de 2022

Assinado por:
Emmanuel Alves Carneiro
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703
Bairro: Jardim América **CEP:** 60.410-426
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332 **E-mail:** cep@ifce.edu.br

ANEXO B – PARECER CONSUBSTANCIADO PELO CEP DA UECE



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

Elaborado pela Instituição Coparticipante

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Os elementos geométricos articulados a uma exploração prática das situações de medição com o báculo de Petrus Ramus dentro da formação de licenciandos em Matemática

Pesquisador: FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 63321022.4.3001.5534

Instituição Proponente: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ FUNECE

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.897.481

Apresentação do Projeto:

Trata-se de um estudo observacional, a ser desenvolvido por aluno vinculado ao Programa de Pós-graduação em Ensino da Ciência e Matemática (nível mestrado), do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), que tem por objetivo geral verificar como o pensamento geométrico é articulado ao manuseio do báculo de Petrus Ramus em vista às concepções de licenciandos em Matemática dentro de uma vivência prática de medição. Apesar de proposto pelo IFCE, o estudo será desenvolvido com estudantes de graduação da Universidade Estadual do Ceará (UECE), especificamente alunos vinculados à disciplina de História da Matemática. Os dados para a pesquisa serão construídos a partir da participação dos alunos nas aulas práticas, com produção de relatórios, atividades e formulários.

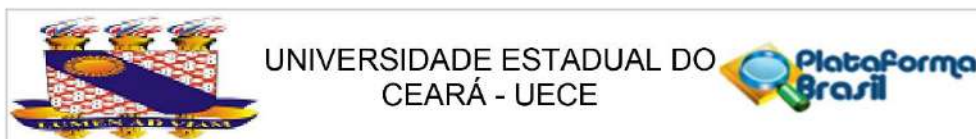
A UECE é instituição coparticipante e o projeto de pesquisa já possui parecer favorável do CEP/IFCE, em 28/10/2022 (CAAE: 63321022.4.0000.5589).

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Geral:

Verificar como o pensamento geométrico é articulado ao manuseio do báculo de Petrus Ramus em vista às concepções de licenciandos em Matemática dentro de uma vivência prática de medição.

Endereço: Av. Silas Munguba, 1700
Bairro: Itaperi **CEP:** 60.714-903
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3101-9890 **Fax:** (85)3101-9906 **E-mail:** cep@uece.br



Continuação do Parecer: 5.897.481

Objetivos Específicos:

- Relacionar o contexto histórico no qual o tratado e as situações de medição estão alocados, situando os conhecimentos matemáticos presentes em sua própria linha do tempo para a compreensão e formalização de tais conceitos;
- Visualizar os conhecimentos matemáticos que são inseridos no processo de manuseio do instrumento a partir das situações de medição e as orientações descritas no documento *Via regia ad geometriam* (1636);
- Construir uma proposta didática orientada para a formação docente a partir dos conhecimentos matemáticos mobilizados nas situações de medição com o báculo de Petrus Ramus;
- Aplicar uma sequência didática com base em atividades orientadoras de ensino (AOE) na formação inicial de licenciandos de forma a mobilizar os conhecimentos geométricos que emergem do processo de manipulação do báculo de Petrus Ramus.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

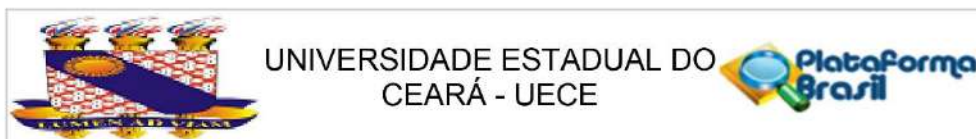
Riscos:

O pesquisador afirma que o risco está relacionado ao possível incômodo ou constrangimento com registro de fotos, áudios, vídeos e transcrição de material escrito que forem coletados durante a aplicação dessa pesquisa. Entretanto, destaca que para evitar possíveis aborrecimentos, o participante terá a liberdade de sair do estudo sem nenhum prejuízo, a qualquer momento, durante a coleta de dados da pesquisa, caso ocorram algumas situações em que se sinta desconfortável.

Benefícios:

Quanto aos benefícios do estudo, o pesquisador destaca que ao participar da pesquisa, o docente em formação na área de matemática terá a oportunidade de aprender e compreender o papel das fontes históricas na articulação entre história e ensino de matemática, por meio de atividades orientadoras de ensino (AOE), como uma possibilidade didática para ser inserida na Educação Básica e Superior. Ademais, afirma que a pesquisa é uma ação formativa que visa contribuir com recursos didáticos no ensino de matemática que possa beneficiar a formação inicial de professores, e consequentemente, melhorar a educação básica brasileira.

Endereço: Av. Silas Munguba, 1700
Bairro: Itaperi **CEP:** 60.714-903
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3101-9890 **Fax:** (85)3101-9906 **E-mail:** cep@uece.br



Continuação do Parecer: 5.897.481

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O estudo possui relevância e aplicação social, pois poderá contribuir com a melhoria da educação básica brasileira, a partir da formação de docentes na área de matemática, relacionando teoria e empiria (recursos didáticos e suas aplicações), considerando os relatos e a avaliação dos próprios licenciandos.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

A Folha de Rosto, a Carta de Anuência e o TCLE estão de acordo com as resoluções 466/2012 e 510/2016 da CONEP.

Recomendações:

Recomenda-se anexar o relatório final da pesquisa ao seu término.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Projeto aprovado, para apreciação do colegiado do CEP/UECE.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJ_DE_MESTRADO_FHBS.pdf	08/09/2022 15:47:40	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_UECE_FHBS.pdf	08/09/2022 15:46:21	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_IFCE_FHBS.pdf	08/09/2022 15:43:32	FRANCISCO HEMERSON BRITO DA SILVA	Aceito

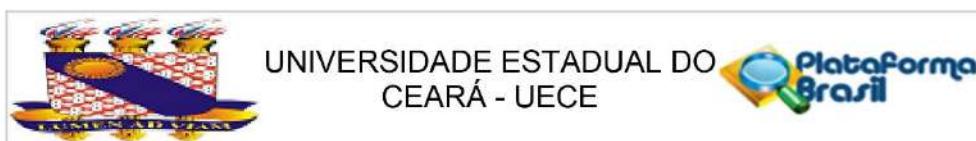
Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Endereço: Av. Silas Munguba, 1700
 Bairro: Itaperi CEP: 60.714-903
 UF: CE Município: FORTALEZA
 Telefone: (85)3101-9890 Fax: (85)3101-9906 E-mail: cep@uece.br



Continuação do Parecer: 5.897.481

FORTALEZA, 15 de Fevereiro de 2023

Assinado por:
ISAAC NETO GOES DA SILVA
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Silas Munguba, 1700
Bairro: Itaperi **CEP:** 60.714-903
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3101-9890 **Fax:** (85)3101-9906 **E-mail:** cep@uece.br