



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
IFCE CAMPUS FORTALEZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

THALYA CRISTINY DE SOUSA MASSENO

**UM ESTUDO DO TRATADO *L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION* (1631) DO
FRANCÊS DIDIER HENRION PARA EXPLORAÇÃO DOS CONHECIMENTOS
GEOMÉTRICOS NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR**

FORTALEZA

2023

THALYA CRISTINY DE SOUSA MASSENO

UM ESTUDO DO TRATADO *L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION* (1631) DO
FRANCÊS DIDIER HENRION PARA EXPLORAÇÃO DOS CONHECIMENTOS
GEOMÉTRICOS NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – *Campus Fortaleza*, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira.

Coordenadora: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso.

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal do Ceará - IFCE
Sistema de Bibliotecas - SIBI
Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- M415e Masseno, Thalya Cristiny de Sousa.
 Um estudo do tratado L'usage du compas de proportion (1631) do francês Didier Henrion para
 exploração dos conhecimentos geométricos na formação inicial do professor / Thalya Cristiny de Sousa
 Masseno. - 2023.
 146 f. : il.
- Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática,
 Campus Fortaleza, 2023.
 Orientação: Prof. Dr. Ana Carolina Costa Pereira.
1. Conhecimentos Geométricos. 2. Instrumentos Matemáticos. 3. Formação do Professor de
 Matemática. I. Título.

CDD 510.07

THALYA CRISTINY DE SOUSA MASSENO

UM ESTUDO DO TRATADO *L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION* (1631) DO
FRANCÊS DIDIER HENRION PARA EXPLORAÇÃO DOS CONHECIMENTOS
GEOMÉTRICOS NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – *Campus Fortaleza*, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado(a) em: ____ / ____ / ____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Ana Carolina Costa Pereira (Orientadora)
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Profa. Dra. Joelma Nogueira dos Santos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Antonio Marcos da Costa Silvano
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Jeová Pereira Martins
Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC-PA)

A Deus, por ser a minha fortaleza.

Aos meus pais, por sempre acreditarem em mim.

À minha orientadora, pela paciência e pelo aprendizado.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo.

À minha família, pelo incentivo.

À minha orientadora, pela paciência que teve ao realizar as leituras e as correções dos meus textos, venhamos e convenhamos, não foi uma tarefa fácil, que gerou sentimentos fortes como raiva e alegria, a ponto de ir no Instagram dar boas risadas dos erros cometidos. Obrigada pelas orientações de mais de duas horas, nas quais eu chegava sem rumo e, ao sair, conseguia perceber uma luz no fim do túnel e muitas correções a fazer. Agradeço pelos conselhos e pelos calendários mandando eu ir estudar! Esses calendários fizeram toda a diferença nos momentos em que chegava cansada do trabalho e só queria dormir, mas, quando olhava para eles, eu dizia: “apenas 5 minutos” e passava mais de duas horas escrevendo, tudo bem que nem sempre saía uma escrita boa. Muito obrigada por ser a minha orientada e me ensinar tanto.

Aos amigos e colegas de estudo do GPEHM, em especial, aos que me acompanharam durante o mestrado, que vivenciaram comigo os desafios e me ajudaram a vencê-los, agradeço o carinho, o apoio, o acolhimento, a paciência, os conselhos, os ensinamentos, as palavras motivadoras. E quero fazer um agradecimento especial para as minhas duas companheiras: Dianara e Rebeca, juntas éramos as três mosqueteiras, uma por todas e todas por uma. Quantos momentos de desespero, de fofoca, de raiva, de alegria, de motivação e de paciência que tivemos juntas, uma ligação tão forte construída pela tela do celular nas mensagens de *WhatsApp*, com vocês, a caminhada se tornou mais fácil e possível de ser trilhada, mesmo com todos os nossos obstáculos.

Ao meu amor, que passava a noite na tela do *Google Meet* comigo, lendo e tendo paciência, já que eu não queria aceitar os erros de concordância que ele dizia que eu tinha cometido. Pela paciência e pelos momentos de espera que teve, porque eu estava escrevendo a minha dissertação e não podia encontrá-lo, momentos esses que variavam de uma semana a um mês de espera pelo dia que teria tempo de encontrá-lo, pois a rotina não permitia.

Aos professores, que muito contribuíram com minha formação acadêmica, agradeço os ensinamentos, as orientações, as lições de vida, os risos, as lágrimas de desespero e a atenção.

“As UBP’s podem propiciar um ambiente onde as pessoas são colocadas em movimento, em busca de respostas para os problemas propostos e gerados por meio das discussões surgidas na realização das atividades” (MARTINS, 2021, p. 204).

RESUMO

Os estudos envolvendo tratados históricos que reúnem conhecimentos matemáticos estão em expansão no Brasil. Principalmente, os que envolvem os séculos XVI e XVII, em que uma categoria teve sua importância no desenvolvimento da ciência, os praticantes de matemática. Dentre os tratados que retratam a matemática prática, as diferentes aplicações do conhecimento matemático, encontramos o *L'usage du compas de proportion*, publicado, em 1631, pelo professor francês de matemáticas Dedier Henrion (~1580 – ~1632), o qual relata sobre a fabricação e o uso do compasso de proporção. Assim, este estudo tem por objetivo conhecer os rudimentos geométricos do ensino advindos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, por meio da formação inicial do professor de matemática. Para a sustentação da metodologia de pesquisa, foi adotada a concepção multirreferencial, por ser necessária a utilização de elementos de diferentes metodologias e complexidades. No estudo de natureza contextual, utilizou-se uma abordagem qualitativa descritiva, com cunho documental e bibliográfico, por ter sido estudado um documento ainda não analisado, com auxílio de literaturas secundárias para sua compreensão. Com relação à construção das atividades e suas aplicações, o embasamento da pesquisa ocorreu através dos pressupostos da etnografia, combinados com as Unidades Básicas de Problemática (UBP), que permitiram elaborar e aplicar as atividades investigativas em um curso de extensão universitária, tendo a coleta e a análise de dados baseadas na análise de conteúdo. Em relação aos resultados, após aplicação e análise dos dados, notou-se que foram identificados vários conhecimentos geométricos, como semelhança de triângulo, bissetriz, mediatriz e teorema de proporcionalidade, entre outros, tanto na marcação como no uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção. Conclui-se que a pesquisa proporcionou a compreensão do contexto de elaboração do compasso de proporção e dos seus conhecimentos geométricos, a construção e a aplicação de UBP, a organização de núcleos de sentidos e categorias a partir da análise de conteúdo e, ainda, permitiu aos participantes do curso refletirem sobre a sua formação como futuros professores de matemática, mediante novas formas de ensinar geometria, mostrando que eles podem utilizar a geometria como uma colaboradora nas suas aulas, e não como o adversário que os alunos temem.

Palavras-chave: Conhecimentos Geométricos. Instrumentos Matemáticos. Formação do Professor de Matemática.

ABSTRACT

Studies involving historical treatises that bring together mathematical knowledge are expanding in Brazil. Mainly, those involving the sixteenth and seventeenth centuries, in which a category had its importance in the development of science, the practitioners of mathematics. Among the treatises on Mathematics, we can find *L'usage du compas de ratio*, published in 1631 by the French mathematics professor Dedier Henrion (~1580 – ~1632), that reports the manufacturing and usage of the compass of proportion. Thus, this study aims to know the geometric rudiments of teaching arising from the marking and use of lines of equal parts contained in the proportion compass through the initial training of the mathematics teacher. To support the research methodology, the multi-referential design was adopted, as it is necessary to use elements from different methodologies and complexities. In the study of a contextual nature, a descriptive qualitative approach with a documentary and bibliographic nature was used, as a document that had not yet been analyzed was studied, with the help of secondary literature for its understanding. Regarding the construction of activities and their application, the basis of the research occurred through the assumptions of ethnography, combined with the Basic Problematization Units (UBP) that allowed the elaboration and application of investigative activities in a university extension course, with the collection and data analysis based on content analysis. Regarding the results after applying and analyzing the data, it was noted that several geometric knowledge were identified, such as triangle similarity, bisector, bisector and proportionality theorem among others, both in marking and in the use of lines of equal parts contained in the compass of proportion. It is concluded that the research provided an understanding of the context of elaboration of the proportion compass and its geometric knowledge, the construction and application of UBPs, the organization of nuclei of meanings and categories from the content analysis, and also allowed the course participants to reflect on their training as a future mathematics teacher, through new ways of teaching geometry, showing that they can use geometry as a collaborator in their classes, and not as the opponent that students fear.

Keywords: Geometric Knowledge. Mathematical Instruments. Mathematics Teacher Training.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 — Frontispícios de Didier Henrion.....	35
Figura 2 — <i>L'usage du compas de proportion</i> (1618 e 1624).....	38
Figura 3 — <i>L'usage du compas de proportion</i> (1626).....	39
Figura 4 — <i>L'usage du compas de proportion</i> (1637 e 1680).....	41
Figura 5 — <i>L'usage du compas de proportion</i> (1681).....	42
Figura 6 — <i>L'usage du compas de proportion</i> (1631).....	44
Figura 7 — Compasso de proporção.....	47
Figura 8 — Terceira régua construída de latão.....	48
Figura 9 — Compasso de proporção com as novas linhas.....	50
Figura 10 — Partes do compasso de proporção (Frente).....	52
Figura 11 — Partes do compasso de proporção (Verso).....	53
Figura 12 — Representação das linhas AF e AG.....	56
Figura 13 — Divisão da linha AF em duas partes iguais.....	58
Figura 14 — Divisão da linha AM em duas partes iguais.....	58
Figura 15 — Dividindo AF em cinco partes iguais.....	59
Figura 16 — Divisão de AF e AG em partes iguais.....	60
Figura 17 — Linhas A e B no compasso de proporção.....	63
Figura 18 — Média proporcional de A e B.....	63
Figura 19 — Frontispício.....	75
Figura 20 — Compasso de proporção.....	82
Figura 21 — Partes do compasso de proporção segundo os Grupos 1, 2 e 3.....	102
Figura 22 — Marcação das linhas de partes iguais.....	106
Figura 23 — Verificando o ângulo reto (Grupo 1)	107
Figura 24 — Construção geométrica da média proporcional descrita por Henrion (1631), segundo a compreensão do Grupo 2.....	109
Figura 25 — Manipulando o compasso de proporção (Grupo 3)	110
Figura 26 — Entrevista ao final do curso.....	111

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 — Bibliografia de Didier Henrion.....	32
Quadro 2 — Versões encontradas nos repositórios acadêmicos.....	36
Quadro 3 — Proposições relacionadas às linhas de partes iguais.....	61
Quadro 4 — Fases da interface e da UBP.....	68
Quadro 5 — As UBP de Martins (2021) e seus objetivos.....	70
Quadro 6 — Funções nos grupos.....	94
Quadro 7 — Núcleo de sentidos.....	98
Quadro 8 — Categorias.....	99

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileiras de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
GPEHM	Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática
IFAL	Instituto Federal de Alagoas
IFCE	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
PFD	Programa de Formação Docente
UBP	Unidades Básicas de Problematização
UECE	Universidade Estadual do Ceará

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
2	DIDIER HENRION E O COMPASSO DE PROPORÇÃO.....	24
2.1	Contexto de elaboração do tratado <i>L’usage du compas de proportion</i>	24
2.2	A confusão entre as identidades: Henrion, Cyriaque e Hérigone.....	27
2.3	Didier Henrion (~1580 - ~1632)	30
2.4	Um breve confronto entre as edições de <i>L’usage du compas de proportion</i>	36
2.5	Descrição do tratado <i>L’usage du compas de proportion</i> de 1631.....	44
3	A FABRICAÇÃO E O USO DO COMPASSO DE PROPORÇÃO NA BUSCA POR CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS.....	51
3.1	O compasso de proporção contido no tratado <i>L’usage du compas de proportion</i> (1631)	51
3.2	A marcação das linhas de partes iguais do compasso de proporção.....	54
3.3	Uso da linha de partes iguais contida no compasso de proporção advindo de Henrion (1631)	60
3.3.1	<i>Média proporcional de duas linhas retas</i>	62
4	UNIDADE BÁSICA DE PROBLEMATIZAÇÃO (UBP).....	65
4.1	O que é UBP?	65
4.2	O ensino de geometria a partir das UBP e o uso do compasso de proporção....	74
4.2.1	<i>UBP 1: O contexto de elaboração do instrumento compasso de proporção</i>	74
4.2.2	<i>UBP 2: A marcação das linhas de partes iguais do compasso de proporção</i>	78
4.2.3	<i>UBP 3: O uso das linhas de partes iguais do compasso de proporção</i>	83
5	CAMINHO METODOLÓGICO E DESCRIÇÃO DO CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA.....	88
5.1	Caminho metodológico utilizado na pesquisa.....	88
5.2	Os sujeitos e o lócus da pesquisa.....	92

5.3	Apresentação do curso de extensão universitária por meio das atividades investigativas.....	93
6	ANÁLISE DE DADOS.....	96
6.1	Suporte metodológico da análise de conteúdo: criando categorias.....	96
6.1.1	<i>As categorias da análise.....</i>	97
6.2	O estudo dos conhecimentos geométricos dos licenciandos em Matemática....	100
6.2.1	<i>Categoria 1: instrumento/limitação.....</i>	101
6.2.2	<i>Categoria 2: conhecimento geométrico na marcação da linha de partes iguais...</i>	104
6.2.3	<i>Categoria 3: conhecimento geométrico no uso da linha de partes iguais.....</i>	107
6.3	Tirando algumas conclusões por meio dos participantes do curso de extensão universitária.....	110
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	114
	REFERÊNCIAS.....	118
	APÊNDICE A — PLANEJAMENTO DO CURSO.....	128
	APÊNDICE B — AVALIAÇÃO DO DIA INDIVIDUAL.....	131
	APÊNDICE C — SONDAGEM FORMATIVA.....	132
	APÊNDICE D — SONDAGEM DIAGNÓSTICA.....	135
	APÊNDICE E — CARTÃO RECURSO E ATIVIDADE INVESTIGAÇÃO 3	136
	APÊNDICE F — CARTÃO RECURSO E ATIVIDADE INVESTIGAÇÃO 4	140
	APÊNDICE G — CARTÃO RECURSO E ATIVIDADE INVESTIGAÇÃO	
5		144

1 INTRODUÇÃO

O currículo do Ensino Superior, nas grades de Licenciatura em Matemática, possui um percentual maior de disciplinas voltadas ao eixo do cálculo do que ao da geometria. Vieira, Fonseca e Souza (2019), que realizaram uma investigação no curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Alagoas (IFAL), sobre a formação para ensinar geometria, concluíram que a carga horária destinada ao eixo dos conteúdos específicos concentra-se nas disciplinas de cálculo, sendo apenas 15% do total destinado às disciplinas de geometria (VIEIRA; FONSECA; SOUZA, 2019).

Segundo Mikuska (2011), isso pode prejudicar a formação dos licenciandos, pois o pouco tempo destinado à geometria, no curso de formação do professor, acaba acarretando a valorização de outros campos da matemática e ocasionando uma desvalorização da geometria nas aulas da Educação Básica por meio desses licenciandos, que se tornarão professores.

Vieira, Fonseca e Souza (2019) acrescentam que os cursos de licenciatura têm focado mais em conteúdos aprofundados, que não são desnecessários, mas tornam-se supérfluos por não colaborarem com as práticas pedagógicas dos professores da Educação Básica. A Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) emitiu um parecer, em 2018, sobre o aumento da carga horária das disciplinas pedagógicas, sendo assim, a UECE optou por mudar a sua grade pelas definições das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica (BRASIL, 2019). Logo, o que se vê, na UECE, ao se observar a grade curricular do curso, é a concretização da ideia dos autores, em que foi necessário aumentar a carga horária das disciplinas pedagógicas para suprir a demanda da formação dos licenciandos em Matemática.

Esta pesquisa, por sua vez, não consegue solucionar o problema das grades curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática, entretanto, pode contribuir com o fortalecimento do estudo de uma parte da geometria. Dentre os caminhos que auxiliariam nesse fortalecimento do estudo, há a História da Matemática, indicada pelo Documento Curricular Referencial do Ceará (CEARÁ, 2019) como uma área de pesquisa da Educação Matemática direcionada ao ensino, que proporciona recursos interessantes e um contexto significativo (BRASIL, 2018).

A escolha da História da Matemática ocorreu a partir de experiências vivenciadas na Licenciatura em Matemática, participando de cursos do Programa de Formação Docente (PFD) do GPEHM, um Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática, tendo sede na Universidade Estadual do Ceará (UECE), que visa a promover eventos (cursos, oficinas,

palestras, mesas-redondas, entre outros) de qualidade para professores ainda em formação (licenciandos em Matemática) e para aqueles que já estão atuando em sala de aula. Os cursos, na sua maior parte, estavam incorporados a projetos de extensão universitária, em que

a extensão se torna uma via de mão dupla, no qual a comunidade acadêmica colocará em prática a práxis de um conhecimento curricular da universidade, e em contrapartida, trará para a academia um aprendizado que será posto em reflexão com os conhecimentos acadêmicos e teóricos definidos inicialmente (PEREIRA; BATISTA; OLIVEIRA, 2022, p. 164).

Tais formações são concentradas em temáticas da área da Educação Matemática e suas relações com a História da Matemática, dando possibilidades de apresentar aos professores recursos didáticos e metodológicos para serem inseridos em suas salas de aulas.

Ressalta-se que já existem pesquisas nessa direção, desenvolvidas no território nacional, por exemplo, de D'Ambrosio (2021); Pereira e Saito (2018); Saito e Dias (2013); Araman e Batista (2013); entre outras. Nesse caso, são seguidas as linhas de pesquisa do GPEHM que estudam instrumentos históricos matemáticos na formação do professor, pois o uso de elementos da História da Matemática na formação permite a significação e a ressignificação dos conhecimentos geométricos.

Seguindo essa ideia, Saito (2019, p. 584) defende a reconstrução e o uso de instrumentos históricos matemáticos na formação do professor por dois motivos: —[...]valorizar o debate e a discussão sobre o processo de construção do conhecimento|| e —[...]ampliar a reflexão do papel do professor como docente no encadeamento do ensino e da aprendizagem de matemática||. Nessa perspectiva, o professor irá valorizar o processo de construção do conhecimento e não apenas seu resultado, tornando-se parte do andamento da construção do saber.

A partir da experiência formativa de participar do GPEHM, foram realizadas algumas leituras e alguns levantamentos de pesquisas desenvolvidas com instrumentos matemáticos. Dentre as pesquisas, deparou-se com o compasso de proporção¹, que, conforme Henrion (1631), é composto por uma dobradiça, duas pernas móveis iguais contendo linhas de partes iguais, dos planos, das superfícies e das cordas.

A escolha pelo compasso de proporção ocorreu através da leitura do texto de Gessner (2012), que tratava sobre um instrumento chamado Pantometra², a qual despertou a curiosidade

¹ A tradução “compasso de proporção”, que o documento francês chama de *Compas de Proportion*, será utilizada para facilitar a leitura.

² Segundo Fraile (2019), o instrumento *compas de proportion* era conhecido por diferentes nomenclaturas dependendo da região em que estivesse sendo utilizado, por exemplo, na Espanha, era chamado de *Pantometra*;

da pesquisadora, que, por sua vez, realizou uma busca dos documentos que retratavam a construção e o uso desse instrumento nos séculos XVI e XVII. Nessa busca, foi encontrado um manuscrito nomeado de *Vso de la regla pantometra (1668)* na Biblioteca Nacional Digital de Portugal. Porém, após um estudo mais aprofundado dessa obra, verificou-se que faltava a carta ao leitor, o nome do autor e o local de publicação, ficando difícil construir um contexto histórico. Todavia, com a apreciação da segunda parte do manuscrito, observou-se que o documento era uma tradução espanhola de um tratado francês, cujo autor era Didier Henrion³. Isso ocasionou a mudança do documento que seria estudado pelo tratado encontrado de Didier Henrion.

Note-se que a pesquisa está inserida dentro da utilização de instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática, em que a interface se entende como um conjunto de ações e produções que se desenvolvem por meio do diálogo entre duas áreas, à procura de reflexões sobre o processo histórico da construção do conhecimento geométrico, que contribui para a elaboração de recursos didáticos (SAITO, 2016). Assim, os elementos relacionados ao ensino de geometria para a escolha do tratado também foram considerados, de acordo com Silva e Pereira (2021), dentre eles, estão: algumas identificações de possíveis potencialidades didáticas, a utilização do documento histórico na construção de propostas de atividades, a construção de conhecimentos geométricos a partir das discussões propostas dentro das atividades na formação do professor, tudo isso sendo realizado mediante um tratamento didático do tratado.

Para a construção da interface, é fundamental realizar dois movimentos: o movimento do pensamento na formação do conceito matemático e o contexto no qual foi desenvolvido. O primeiro é voltado a averiguar, no processo histórico, o movimento do pensamento por meio da percepção do objeto e do desenvolvimento do conceito. O segundo procura notar o conteúdo matemático, o método e os motivos que levaram à escrita do documento, interpretando conforme o contexto da época em que foi elaborado (PEREIRA; SAITO, 2018, 2019a).

na Inglaterra de *The sector*. Rodríguez, Lires e Beviá (2010) também confirmaram que o *compas de proportion* era comumente conhecido por Pantometra, pois podia medir todas as linhas, superfícies e corpos, tendo todas as proporções.

³ Henrion era um autor prolífico. Publicou mais de vinte livros sobre diversos assuntos, que vão da aritmética à fortificação, cosmografia, álgebra e ao uso de diversos instrumentos matemáticos. Mesmo que não fosse um grande estudioso, a forte presença de suas obras em bibliotecas públicas indica a popularidade de seus escritos. Ele permanece reconhecido hoje como o primeiro autor francês a ter lidado com logaritmos, mas vamos acrescentar que ele introduziu, na França, no início do século XVII, outros temas, então, desenvolvidos nos Países Baixos nos círculos de engenheiros militares, mas pouco conhecidos em Paris, em particular, a trigonometria e o uso do compasso de proporção (MÉTIN, 2019, p. 66, tradução nossa).

Para a construção desta pesquisa, foi realizada uma busca cruzada com as palavras-chave: instrumentos matemáticos, formação do professor de matemática e conhecimentos geométricos. O levantamento ocorreu de 20 de julho a 21 outubro de 2021 na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no portal de periódicos da CAPES, a fim de montar um quadro que justificasse a relevância da pesquisa desenvolvida, em que o objeto de estudo está diretamente ligado ao ensino de geometria, ou seja, às potencialidades didáticas apresentadas na fabricação e no uso do compasso de proporção de Didier Henrion.

Essa busca realizou-se de diversas formas tentando cruzar as palavras-chaves, em que, nas primeiras tentativas, não houve resultados ou não se mantinham no foco da pesquisa. Após várias tentativas, encontraram-se alguns estudos, que foram selecionados por meio dos seguintes critérios: ter sido desenvolvido nos últimos 10 anos; que envolvesse instrumentos históricos matemáticos advindos de tratados; relacionar-se com a formação de professores e com os conhecimentos geométricos.

Pelos critérios citados, seis foram selecionados: Moraes (2017); Delefrate (2019); Batista (2018); Oliveira (2019); Alves (2019); Pereira e Saito (2019b). Esses seis estudos exemplificam o que será realizado nesta pesquisa.

Moraes (2017), por exemplo, tem o objetivo de investigar o movimento do pensamento de estudantes do Ensino Médio através do uso do setor trigonal recorrendo ao estudo do tratado *The Trigonall Sector* (1650), de John Chatfeilde, em uma atividade didática, em que o resultado da pesquisa foi o movimento do pensamento relacionado à classificação dos triângulos, referente aos seus lados ou ângulos. Esta pesquisa também analisa o movimento do pensamento geométrico, entretanto, os sujeitos são diferentes por serem licenciandos em Matemática.

O pesquisador Delefrate (2019) deteve como objetivo estudar um instrumento que desenha elipses, estando a sua descrição contida no tratado *De Organica Conicarum Sectionum in Plano Descriptione*, de Frans van Schooten, no qual apresentou o contexto de elaboração do tratado e apontou os conhecimentos geométricos que o continham. Resultando em aspectos que podem, futuramente, ser utilizados por professores na elaboração de atividades, a partir da construção da interface entre história e ensino de matemática. Esse estudo explana bem o que foi realizado na primeira fase desta pesquisa, o estudo do tratado por meio do contexto de elaboração do documento.

Batista (2018, p. 23) traz o instrumento balhestilha, compreendido no documento *Chronographia Reportorio dos Tempos...*, publicado em 1603, por Manoel Figueiredo, tendo como objetivo —[...]investigar o processo de articulação entre a fabricação e o uso da balestilha, para elencar algumas potencialidades didáticas|. O resultado evidenciado foi que o instrumento

é potencialmente didático ao desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, dentre eles, está a compreensão da unidade de medida inserida no instrumento.

Oliveira (2019, p. 21-22) partiu da mesma perspectiva de Batista (2018), utilizando o instrumento jacente no plano descrito no documento *Petri Nonii Salaciensis Opera* (1566), de Pedro Nunes, com o objetivo de —[...]conhecer o potencial didático do instrumento para o ensino de conhecimentos geométricos na formação inicial de professores||, o qual teve como resultado o favorecimento que o movimento do pensamento do estudante realizou ao aprender, significar e reconfigurar determinados conhecimentos geométricos.

Outra pesquisa selecionada foi a de Alves (2019), que teve por objetivo saber como os conhecimentos matemáticos, incorporados nos círculos de proporção, são mobilizados no estudo de seu manuseio, com base na interface entre história e ensino de matemática. Resultando na formação continuada de professores, na ressignificação de conceitos, tais como seno, cosseno, tangente, logaritmos e suas propriedades mediante uma associação entre os conhecimentos contidos no círculo de proporção do documento *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (1633), de William Oughtred.

E, por fim, Pereira e Saito (2019b), em seu artigo, desenvolveram resultados da aplicação do curso que possibilitou a construção de uma interface entre história e ensino, elencando potencialidades didáticas do báculo de Petrus Ramus. A atividade realizada na formação inicial e continuada de professores revelou ações que reconhecem e ressignificam conceitos matemáticos, como paralelismo e perpendicularismo, pelo mapeamento das ações utilizadas no processo de medição.

Batista (2018), Oliveira (2019), Alves (2019) e Pereira e Saito (2019b) são estudos realizados pelos membros do GPEHM, que se assemelham à pesquisa que está sendo feita. Esses estudos desenvolveram-se a partir de tratados que continham a descrição da fabricação e do uso de instrumentos históricos matemáticos, que eram construídos e levados para a formação de professores, a fim de se identificarem possíveis potencialidades didáticas no manuseio desses instrumentos.

Em linhas gerais, os estudos descritos têm como foco a formação de professor atrelada a conteúdos matemáticos voltados, em sua maioria, à geometria e à trigonometria, em que o instrumento matemático é o recurso histórico mediador dessa investigação. Entre todos os instrumentos mencionados, há uma ausência do compasso de proporção, ou seja, ele ainda não foi estudado. Isso intensifica ainda mais o desenvolvimento desta proposta de pesquisa.

Logo, como não foram encontradas pesquisas na BDTD e no portal da Capes sobre o compasso de proporção, verificou-se o Google Acadêmico, buscando-se pesquisas que se

relacionassem com o instrumento. Foram achadas várias, das quais duas chamaram atenção devido ao caráter histórico dado ao estudo, sendo Rodríguez, Lires e Beviá (2010) e Fraile (2019) que retrataram o compasso de proporção, informando que também era conhecido como Pantometra.

Rodríguez, Lires e Beviá (2010) trouxeram a visão de Fray Martin Sarmiento⁴ sobre a utilização do Pantometra (ou compasso de proporção) para o ensino das matemáticas e da astronomia do século XVII e XVIII, afirmando que era o instrumento preferido de Sarmiento, pois poderia ser adaptado para ser utilizado em —[...]várias profissões ou para diversos fins educativos], expondo, assim, o Pantometra comum⁵, o cronológico⁶ e o circular⁷.

Já Fraile (2019) abordou os diferentes tipos de compassos de proporção que há no Museu Arqueológico Nacional da Espanha, trazendo um breve contexto de cada um dos compassos da coleção. São quatro compassos que são apresentados, sendo *compás de proporción español*, *compás de proporción francés*, dos compases de proporción de plata e *Compás de proporción francés firmado por Butterfield*. Além de informar sobre esses compassos, também descreveu as linhas do instrumento, que se apresentam na frente e no verso. As linhas da frente são: líneas de partes iguais, linha dos planos e dos polígonos. E as linhas do verso são: linha das cordas, linha dos sólidos, linha de metais e linha de medição de peças.

Dessa forma, partindo-se do levantamento realizado e da ausência de pesquisas brasileiras vinculadas ao compasso de proporção, em particular, o mencionado na obra *L'usage du compas de proportion* (1631), de Didier Henrion e por ser nosso objeto dentro da interface entre história e ensino de matemática para o estudo de conceitos geométricos, temos a seguinte pergunta diretriz: Como o instrumento compasso de proporção pode contribuir para o ensino de geometria na formação inicial do professor de matemática?

Para responder à pergunta, tem-se o objetivo geral: conhecer os rudimentos geométricos do ensino advindos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção por meio da formação inicial do professor de matemática. Para alcançar o objetivo geral, foram divididos os objetivos específicos em três: conhecer o contexto de elaboração do instrumento compasso de proporção compreendido no tratado *L'usage du compas de*

⁴ Considerado por Rodríguez, Lires e Beviá (2010) um pedagogo do século XVIII.

⁵ Com o Pantometra, podem-se medir todas as linhas, superfícies e corpos (RODRÍGUEZ; LIRES; BEVIÁ, 2023, p. 40, tradução nossa).

⁶ Sarmiento desenvolveu vários pantômetros, que poderiam ser usados no ensino de diferentes disciplinas. Assim, ele desenhou um “Pantometra Cronológico”, que poderia ser útil no estudo da História (RODRÍGUEZ; LIRES; BEVIÁ, 2010, p. 41, tradução nossa).

⁷ Por meio do Pantometra circular, pode-se exercitar a capacidade combinatória, buscando-se novos teoremas; ou aplicando aqueles que já foram compreendidos (RODRÍGUEZ; LIRES; BEVIÁ, 2010, p. 41, tradução nossa).

proportion (1631), de Didier Henrion; descrever os conhecimentos geométricos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção; relatar os rudimentos destacados na aplicação das UBP desenvolvidas no estudo dos conceitos geométricos emergidos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, por meio da formação inicial do professor de matemática.

Dessa maneira, a proposta de estudo está pautada na produção de atividades investigativas dentro da interface entre história e ensino de matemática com o instrumento compasso de proporção para serem aplicadas em um grupo de licenciados em matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

Essa interface proporciona um diálogo entre as duas áreas, a história da matemática e o ensino de matemática, através de dois movimentos que o pesquisador faz para construí-la. O primeiro movimento relaciona-se —[...]com o pensamento na formação do conceito matemático, na qual busca no processo histórico o movimento do pensamento da apreensão do objeto e, portanto, do desenvolvimento do conceito|| (PEREIRA; SAITO, 2018, p. 113).

O segundo movimento —[...]refere-se ao contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos|| (PEREIRA; SAITO, 2018, p. 113). Nesse momento, identifica-se o conteúdo matemático, os motivos que levaram à elaboração dos documentos, as expertises necessárias para sua utilização, entre outras características.

O intuito é estudar como os conceitos geométricos são articulados na fabricação e no uso do instrumento pelos docentes, fazendo a exploração desses conhecimentos, que, por sua vez, poderão gerar reflexões e debates sobre a construção, além de ampliar o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem dos alunos (SAITO, 2019).

No que se refere à sustentação da metodologia de pesquisa, foi adotada a concepção multirreferencial, por ser necessária a utilização de elementos de diferentes metodologias e complexidades. Por exemplo, no estudo de natureza contextual, utilizou-se uma abordagem qualitativa descritiva com cunho documental, pois —[...]será selecionado, tratado e interpretado a informação, visando compreender a interação dos fenômenos e conhecer a forma como estes têm sido desenvolvidos a partir das perspectivas contidas nos documentos|| (KRIPKA; SCHELLER; BONOTTO, 2015, p. 57), em que foi traduzida a versão francesa de 1631 do tratado *L'usage du compas de proportion*, que ainda não foi analisado. Para a compreensão de elementos do tratado não entendidos apenas com a análise do documento, é utilizado o cunho bibliográfico, visto que —[...]permite ao investigador a cobertura de uma gama de fenômeno|| a partir de leituras secundárias (GIL, 2008, p. 50).

Com relação à construção das atividades e à sua aplicação, o embasamento da pesquisa ocorreu por meio dos pressupostos da etnografia, que, por existir um —[...]contato direto do pesquisador com a situação pesquisada, permite reconstruir os processos e as relações que configuram a experiência escolar diária|| (ANDRÉ, 2013, p. 34). Portanto, a elaboração e a aplicação das atividades ocorreram mediante as Unidades Básicas de Problematização (UBP), que são —[...]uma atividade materializada por um texto que descreve claramente uma prática sociocultural, preservando seus aspectos históricos e técnicos|| (MARTINS, 2021, p. 203). A coleta e a análise de dados foram realizadas pela análise de conteúdos de Bardin, definida como: —[...]Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens|| (BARDIN, 1977, p. 42).

Com base nas abordagens metodológicas e nas perspectivas dos objetivos exibidos anteriormente, esta pesquisa está dividida em seis seções. A primeira seção é esta introdutória, na qual encontra-se a apresentação da pesquisa juntamente com elementos que compõem a introdução.

Na segunda seção, intitulada —[...]Didier Henrion e o compasso de proporção||, há elementos históricos sobre o desenvolvimento do contexto de elaboração do instrumento contido no tratado *L'usage du compas de proportion* (1631), de Didier Henrion. Informam-se os motivos da elaboração do tratado, o qual incorpora o contexto de uso do compasso de proporção no século XVII, evidenciando as instruções matemáticas utilizadas com o uso do instrumento pelo professor Didier Henrion.

Na terceira seção, encontra-se o mapeamento de saberes geométricos contidos nas descrições sobre a marcação e o uso das linhas de partes iguais do compasso de proporção, ou seja, são explanados os conhecimentos identificados ao compreender a fabricação e o uso do instrumento por meio da leitura do tratado levando a questões de cunho matemático identificadas pelas pesquisadoras.

Na quarta seção, apresenta-se a definição de Unidades Básicas de Problematização (UBP), além de expor as UBP desenvolvidas para estudar a fabricação e o uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção através da interface entre história ensino de matemática.

A quinta seção aborda as metodologias que serão utilizadas no decorrer da pesquisa, explorando os elementos usados no caminho metodológico. Nessa seção, faz-se uma breve descrição do curso de extensão universitária por intermédio das atividades investigativas realizadas na formação inicial dos licenciandos de Matemática da UECE.

A sexta seção descreve os dados e os resultados gerados ao realizar-se a aplicação do curso de extensão, em que suas informações foram relatadas e analisadas pelas categorias desenvolvidas a partir da análise de conteúdo de Bardin (2016). Por fim, nas considerações finais, retomam-se os objetivos específicos e o geral apresentados nesta introdução, mostrando como e em que momento eles foram alcançados, além de expor novos caminhos que esta pesquisa pode criar.

2 DIDIER HENRION E O COMPASSO DE PROPORÇÃO

Entre os séculos XVI e XVII na Europa, havia várias oficinas que fabricavam diversos instrumentos matemáticos, tais como: astrolábio, esfera armilar, quadrante, régua de cálculo, entre outros, que eram utilizados por marinheiros, astrônomos, senhores da guerra (SAITO, 2015; CUOMO, 1998). Essas pessoas que faziam parte desse cenário eram consideradas praticantes de matemática, que tinham como finalidade —[...]ganhar a vida ensinando, escrevendo e construindo instrumentos|| (CORMACK, 2017, p. 3). Dentre os praticantes, pode-se encontrar o francês Didier Henrion, que dedicou seu tempo a escrever *L'usage du compas de proportion* (1631)⁸, no qual descreve a fabricação e o uso do compasso de proporção.

Esta seção está dividida em cinco subseções, tendo, na primeira, uma exploração das circunstâncias em que o tratado, o instrumento e o autor estavam inseridos, tentando evidenciar as características do contexto de elaboração a partir das informações que o documento traz, sempre realizando um confronto com literaturas secundárias, que podem auxiliar a compreensão do contexto.

Posteriormente, na segunda subseção, é realizada uma discussão sobre a identidade de Henrion, Cyriaque e Hérigone, baseada em autores que defendem que Henrion e Hérigone são pseudônimos de Cyrique e outro que discorda. Dessa forma, a terceira subseção apresenta uma breve descrição sobre Henrion, relatando informações que estão relacionadas ao seu ofício, às suas publicações e ao seu meio social. Na quarta, foi realizado um breve confronto entre as edições publicadas por Henrion, antes e após sua morte, nomeadas *L'usage du compas de proportion*, dando ênfase nas encontradas pela pesquisadora nos acervos das bibliotecas digitais. E a quinta subseção é composta por uma descrição da publicação de 1631, que será estudada nesta pesquisa.

2.1 Contexto de elaboração do tratado *L'usage du compas de proportion*

O documento *L'usage du compas de proportion* é um tratado que foi publicado em 1631, em Paris, por Didier Henrion. Ele descreve a fabricação e o uso do instrumento compasso de proporção, que é composto pelas —[...]quatro linhas principais que são a linha das partes iguais, a das cordas, a dos planos e a dos sólidos|| (HENRION, 1631, carta ao leitor)⁹.

⁸ No artigo de Masseno e Pereira (2021), há uma descrição e algumas outras informações desse tratado.

⁹ les quatre principales, i est à sçauoir la ligne des parties égales, celle des cordes, la ligne des plans e celle des solides (HENRION, 1631, carta ao leitor).

O compasso de proporção é um exemplo de instrumentos de levantamento e de desenho topográfico, que permitia resolver problemas aritméticos, medir ângulos e inclinações no terreno. Além disso, ele pode ser adaptado para *Mecometrie*¹⁰, basta —[...]acrescentar pínulas, um pé ou bastão para cruzar o compasso de proporção|| (HENRION, 1631, p. 12, tradução nossa)¹¹. Tudo isso é possível por causa das ramificações de ângulo variável, equipadas com pínulas e, às vezes, montadas em um pé (DUPRAZ, 1991).

Esses conhecimentos podem ser identificados nas proposições do tratado, como no exemplo da —[...]Prop. 24: Dado número qualquer, encontre a raiz quadrada|| (HENRION, 1631, p. 41, tradução nossa)¹². Note-se que esta proposição é um exemplo de um problema aritmético, que pode ser solucionado utilizando o compasso de proporção. Observem-se também as proposições de 5 a 9:

Prop. 5: Abra o compasso de proporção em um ângulo de quantos graus desejar; Prop. 6: Com o Compasso de proporção ainda aberto, encontre os graus de sua abertura; Prop. 7: Numa determinada linha reta, faça um ângulo retilíneo de quantos graus desejar; Prop. 8: Dado um ângulo retilíneo, abra o compasso na proporção de um ângulo igual a ele; Prop. 9: Dado um ângulo retilíneo, descubra quantos graus ele contém (HENRION, 1631, p. 21 a 24, tradução nossa)¹³.

Todas as proposições de 5 a 9 estão relacionadas a encontrar os graus dos ângulos mediante o uso do compasso de proporção, como sugerida na citação acima. Além disso, com o uso do instrumento, é possível desenhar e descrever mapas e fortificações no chão, podendo ser evidenciado nas seguintes proposições: —[...]Prop. 47: Como é necessário tomar e ler o plano de algum lugar para fazer o mapa e a descrição; Prop. 53: Como é necessário construir uma fortificação na terra, ou qualquer outra figura como se deseja|| (HENRION, 1631, p. 80 e 96, tradução nossa)¹⁴.

As proposições 47 e 53 retratam o mapeamento, a descrição e as fortificações na terra, tendo, assim, a necessidade de se compreender a região de Paris, cidade na qual o tratado foi publicado, para saber os motivos que levaram a estudar esses conhecimentos. Essa região, na

¹⁰ *Mecometrie* é arte de medir longitude (NAUTONIER, 1603).

¹¹ *si on veut que le dit Compas de proportion ferue aussi à la Mecometrie, il faut y appliquer des pinulles, e auoir un pied ou baston fur lequel on puisle poser e arrefter ledit Compas* (HENRION, 1631, p. 12).

¹² Prop. 24: *Estant donné quelque nombre, trouuer la racine quaree d'iceluy* (HENRION, 1631, p. 41).

¹³ Prop. 5: *Ouurir le Compas de proportion d'un angle de tant de degrez qu'on voudra; PROP. 6: Le Compas de proporrion estant ouert; trouuer les degrez de son ouuerture; PROP. 7: Sur une ligne droicte donnee, faire un angle rectiligne de tant de degrez qu'on voudra; PROP. 8: Estant donné un angle rectiligne, ouurir le compas de proportion d'un angle égal à icelui; PROP. 9: Estant donné un angle rectiligne, trouuer combien il contient de degrez* (HENRION, 1631, p. 21 a 24).

¹⁴ Prop. 47: *Comme il faut prendre; & leuer le plan de quelque place, ou autre lieu, pour en faire la carte & description. PROP. 53: Comme il faut trasser sur la terre une fortification, ou telle autre figure qu'on voudra* (HENRION, 1631, p. 80 e 96).

atualidade, conhecida como território francês, passou por grandes transformações políticas, econômicas e sociais, principalmente, em relação ao território no qual suas fronteiras, no final do século XV, aproximavam-se das atuais. Essas descrições de território, ou seja, de construção de mapas, dependiam de conhecimentos práticos desenvolvidos a partir de instrumentos como o compasso de proporção.

Outra proposição que menciona o contexto da época é a —[...]prop. 25: Sendo proposto um certo número de homens a serem colocados em batalhão, para saber quantos se deve colocar na frente e no flanco|| (HENRION, 1631, p. 44, tradução nossa)¹⁵. Veja que a proposição está ligada aos batalhões, ou seja, à arte da guerra, sendo o compasso de proporção útil também para as estratégias de batalha dos chefes das tropas.

Isso porque os séculos XVI e XVII foram marcados por grandes e pequenos conflitos, por exemplo, as guerras religiosas na França, guerra dos trinta anos, entre outras, em que todos esses eventos requeriam conhecimentos práticos. As guerras, nesse período, tiveram seu papel político, segundo Cuomo (1998, p. 34), —[...]ganhar uma batalha tornou-se uma questão de quem disparou melhor as armas||. Por esse motivo, emergiram as necessidades de tratados militares que apresentassem problemas análogos das categorias teóricas e práticas, as artes da guerra, tendo como público-alvo os senhores das guerras.

Dentre esses tratados, encontram-se três publicações de Didier Henrion: *Briefve instruction pour construire les fortifications pratiquées au Pays-Bas*, publicado em 1621; *Mémoires Mathematiques recueillies et dressez en faveur de la noblesse Française*, publicado em 1613 (volume 1) e em 1627 (volume 2). Esta obra, que teve dois volumes direcionados aos estudos dos senhores das guerras da nobreza francesa, possui algumas seções que retratam o uso do compasso de proporção, evidenciando sua utilidade para realizar os cálculos advindos da arte da guerra.

Esses —[...] tratados de matemáticas e mecânica envolviam as questões militares como artilharia, arranjos de tropas ou fortificação, ou afirmavam que matemáticas e mecânica eram indispensáveis aos líderes militares|| (CUOMO, 1998, p. 31), por serem esses os conhecimentos que diferenciavam o chefe das pessoas que operavam artilharia, estas possuíam experiência de campo que os seus superiores não tinham. Os líderes, por sua vez, deveriam estar sempre estudando e conhecendo as novas invenções voltadas às artes da guerra, já que eram realizados altos investimentos pelos seus governantes.

¹⁵ PROP. 25: *Estant proposé certain nombre d'hommes à mettre en bataillon, trouuer combien on en doit mettre au front & au flanc* (HENRION, 1631, p. 44).

As disputas por território, nesse período, aumentaram e, assim, houve a elevação da economia dos vitoriosos. Para a França participar dos conflitos militares, era preciso um saber específico sobre artilharia, fortificação e até instruções reais, que informavam as funções de cada membro das províncias, tendo como exemplo o édito do rei Charles IX, publicado em 1574.

As guerras possibilitaram o trabalho de construir esses tratados e de desenvolver instrumentos que ajudassem a fazer os cálculos da artilharia e das fortificações, além de instruir oficiais sobre os conhecimentos necessários para a liderança das tropas no campo de batalha. Este ofício seria realizado pelos praticantes de matemáticas, que, conforme Taylor (1954), eram fabricantes de almanaques, astrólogos, marinheiros, topógrafos e artilheiros, que, além de trabalharem em seus ofícios, escreviam, instruíam, construía e vendiam instrumentos.

Consoante Saito (2015, p. 187), —[...]muitos deles se denominavam professores de matemáticas, no sentido que professava a arte matemática||, ou seja, instruíam seus alunos sobre determinado ofício. Além dessas instruções privadas, havia as palestras (lectures), nas quais o praticante de matemáticas apresentava a fabricação e o uso do instrumento e informava que escreveu um tratado, que poderia ser adquirido pelo público interessado. Feingold (1984) expõe o exemplo de George Atwell¹⁶, que, mesmo sem uma formação universitária, estabeleceu relações com uma faculdade, tornando-se até professor particular.

Outro personagem que pode ser considerado um praticante de matemática, por realizar instruções privadas aos filhos da nobreza francesa, que seriam os futuros oficiais da França, é Didier Henrion ou Pierre Hérigone ou Cyriaque de Magin? Este é um questionamento que será discutido na próxima subseção.

2.2 A confusão entre as identidades: Henrion, Cyriaque e Hérigone

Foi relatado, na subseção anterior, que Didier Henrion era um praticante de matemática, mas quem foi esse homem? Por que essa confusão de identidade entre estes três personagens: Henrion, Cyriaque e Hérigone?

Pierre Hérigone (1580-1643) foi um matemático, que fez parte da comunidade matemática francesa por volta da metade do século XVII, teve apenas uma publicação nomeada

¹⁶ —[...]George Atwell, começou sua carreira como agrimensor, em 1624 se estabeleceu em Cambridge, ofereceu seus serviços como professor de matemática, fabricante de instrumentos, astrólogo e agrimensor por um quarto de século. Embora, ao contrário de seus colegas de Oxford, Atwell não fosse um graduado universitário, ele estabeleceu relações estreitas com membros da faculdade|| (FEINGOLD, 1984, p. 85, tradução nossa).

de *Cursus Mathematicus* (1634), em francês e em latim, que introduziu um sistema lógico de notação matemática, que, até então, não era conhecido nesse período (STROMHOLM, 1972).

Já Clemente Cyriaque de Mangin (1570-1642) estudou filosofia, teologia e matemática. Viajou muito e era hábil nas línguas, principalmente, quando se tratava de hebraico, grego e latim. O Châtelet de Paris comentou que os textos que apareceram sob o nome de Henrion ou Hérigone eram de Clément Cyriaque de Mangin (Papillon, 1742). Entretanto, até o momento, não foram encontradas provas que possam comprovar esse comentário do Châtelet.

Didier Henrion (~1580 - ~1632), —[...]traduzia clássicos latinos e era professor de matemáticas, que realizava instruções privadas aos filhos da nobreza francesa]], em que construiu até tratados sobre as fortificações utilizadas nas artes da guerra, apresentando, em seu tratado, o uso do compasso de proporção, que, futuramente, gerou-lhe várias publicações, até mesmo, após a sua morte (ITARD, 1972, p. 271).

Papillon (1742) e Itard (1972) colaboravam com a ideia de que Henrion era pseudônimo de Cyriaque de Mangin, é tanto que o terceiro volume do *Dictionary of Scientific Biography*, de Itard, publicado em 1972, não apresenta a bibliografia de Cyriaque, informando apenas que deve ser vista a biografia de Didier Henrion, por ser a mesma pessoa. Contudo, Métin (2019) apresenta motivos que fazem com que essa hipótese de Henrion e Hérigone serem pseudônimos de Cyriaque de Mangin seja questionada.

Métin (2019, p. 71, tradução nossa) aponta a possível origem da confusão entre as identidades:

A confusão entre os três personagens permanece até hoje, pois os catálogos de grandes estabelecimentos como a *Bayerische Staatsbibliothek* ou a *Biblioteca Sainte Geneviève* em Paris referenciam as obras de Henrion e Hérigone sob o nome de Cyriaque de Mangin. Essa confusão provavelmente se originou em meados do século XVII em uma antologia de escritores da Borgonha cujo autor afirma ter lido sob a pena de Claude Hardy a identificação entre Hérigone e de Mangin. Bastava então que alguns sublinhassem as fortes semelhanças entre várias passagens das obras de Henrion e o *Cursus* de Hérigone para confundir os três autores, ou mesmo acusá-los de plágio mútuo (Métin, 2019, p. 71, tradução nossa)¹⁷.

A partir do trecho, percebe-se que essa confusão ocorreu por causa dos catálogos da Biblioteca Estadual da Baviera, que se referem aos textos de Henrion e Hérigone sob o nome

¹⁷ La confusion entre les trois personnages subsiste à l'heure actuelle puisque les catalogues de grands établissements comme la Bayerische Staatsbibliothek ou la Bibliothèque sainte Geneviève à Paris référencent les œuvres d'Henrion et d'Hérigone sous le nom de Cyriaque de Mangin. Cette confusion trouve probablement son origine dès le milieu du XVII^e siècle dans une anthologie d'écrivains bourguignons dont l'auteur affirme avoir lu sous la plume de Claude Hardy l'identification entre Hérigone et de Mangin. Il a ensuite suffi à quelques-uns de souligner les fortes ressemblances entre plusieurs passages des œuvres d'Henrion et le *Cursus* d'Hérigone pour confondre les trois auteurs, voire les accuser de plagiat mutuel (Métin, 2019, p. 71).

de Cyriaque de Mangin. Nota-se também a origem desse conflito ocorrendo em meados do século XVII, em que autores como Perry (1659), Papillon (1742) e Itard (1972) acreditavam que Henrion e Hérigone eram pseudônimos de Cyriaque de Mangin, partindo das antologias de escritores borgonheses, que afirmavam terem lido de Claude Hardy ¹⁸a identificação de Hérigone a Cyriaque de Mangin.

Procedendo dessas informações, bastava identificar algumas semelhanças entre as várias passagens das publicações de Henrion com *Cursus Mathematicus* (1634) para confundir os três autores. Todavia, apenas comparações de trechos de publicações e de comentários de autores não são suficientes para efetivar essa hipótese dos pseudônimos de Cyriaque de Mangin.

Com isso, é relatado o primeiro motivo que contradiz a hipótese:

os três personagens de nosso misterioso caso realmente existiram de maneiras independentes, o que é evidente a partir de suas datas de morte: vimos que Henrion havia desaparecido o mais tardar em julho de 1632. Agora, o desaparecimento de Mangin também está localizado no tempo, porque ele se tornou perto do cardeal Perron e, portanto, os eventos de sua vida adulta são conhecidos, em particular sua morte em 24 de outubro de 1642 no Collège de Bourgogne em Paris. Além disso, o inventário após a morte de Pierre Hérigone encontra-se na ata do notário Etienne Paisant (MC/ET/LXVI/157), e o relatório situa a morte em 1º de fevereiro de 1643. Conclui-se que como uma pessoa só morrer uma vez, Henrion, Hérigone e de Mangin são realmente três pessoas diferentes (MÉTIN, 2019, p. 72, tradução nossa)¹⁹.

Esse trecho afirma que não teria como os três personagens serem a mesma pessoa, pois cada um deles tem uma data de morte diferente, sendo comprovadas através de documentos citados. O segundo motivo evidenciado por Métin (2019) foi justificado pela citação a seguir:

Didier Henrion traduziu para o francês palavra por palavra, sem reclamar, ele tinha bons ajudantes e pagava bem as pessoas que o socorriam, que não teriam se matado, por ocasião da apreensão. O mesmo livro do Givé de Euclides, para evitar que ele fosse concluído, como aconteceu, pois, eles teriam uma ótima maneira de descrevê-lo. O Sr. Herigone página 248 do suplemento ao seu curso de Matemática reconhece claramente ter seguido esta mesma edição, em seu primeiro volume, onde ele a

¹⁸ Claude Hardy foi um matemático nascido em 1598 ou 1605. Em 1625, ele era um advogado ligado ao tribunal de Paris e, em 1626, um conselheiro no Chatelet. Hardy deveu sua maior fama ao seu conhecimento de árabe e de outras línguas exóticas e, em particular, à sua edição de Dados de Euclides (1625), traduziu textos gregos e latinos (BUSARD, 1972, p. 112, tradução nossa).

¹⁹ *les trois personnages de notre mystérieuse affaire ont bel et bien existé indépendamment, ce qui est manifeste par leurs dates de décès : nous avons vu qu'Henrion avait disparu au plus tard en juillet 1632. Or la disparition de de Mangin est également bien située dans le temps, car celui-ci était devenu un proche du cardinal du Perron et par conséquent les événements de sa vie d'adulte sont connus, en particulier son décès, le 24 octobre 1642 au Collège de Bourgogne à Paris. Par ailleurs, l'inventaire après décès de Pierre Hérigone se trouve dans les minutes du notaire Etienne Paisant (MC/ ET/LXVI/157), et le procès-verbal situe le décès au 1er février 1643. Nous pouvons donc affirmer, puisqu'on ne meurt qu'une fois, qu'Henrion, Hérigone et de Mangin sont bien trois personnes différentes* (MÉTIN, 2019, p. 72).

acomodou às notas e marcas que ele usou em todo o seu trabalho (HARDY, 1643, p. 39, tradução nossa)²⁰.

Antes de citar esse trecho como a prova de seu segundo motivo, Métin (2019) faz o questionamento: se são pessoas distintas, qual a relação entre eles? Para responder à pergunta, traz o trecho de Hardy (1643), por ter sido um grande filólogo e estudioso, que conhecia bem o meio matemático parisiense ao qual pertencia, pois, a partir do trecho, efetiva a afirmação de Henrion e Hérigone serem pessoas distintas, pois não confundia os dois personagens.

Para mais, Métin (2019) ainda desenvolveu a seguinte hipótese perante a citação acima: Henrion era um pobre tradutor, um matemático mediano e um herdeiro²¹ rico, podendo, assim, ser rodeado de pessoas de alto nível como Hérigone e Cyriaque de Mangin, para a realização dos aprofundamentos matemáticos e para as traduções do latim e do grego.

Outro motivo era os centros de interesses e os leitores, que eram diferentes de Hérigone, o qual dirigia seu trabalho aos seus colegas acadêmicos, que tinham o seu mesmo nível de conhecimento. Já Henrion era um divulgador de conhecimentos para seus alunos iniciantes, — [...]adepto dos exercícios que promovia uma geometria para a construção de problemas, dos quais ofereciam múltiplas variações, bem como as recreações matemáticas|| (MÉTIN, 2019, p. 73, tradução nossa).

Portanto, a confusão de identidades entre Henrion, Cyriaque e Hérigone existiu por falta de informação sobre o autor, principalmente, devido às dificuldades de rastreamento da posterioridade familiar de Henrion. Logo, esta pesquisa concorda com Métin (2019), que acreditava na existência dos três personagens de forma distinta. Partindo dessa perspectiva, a próxima subseção descreve quem foi Didier Henrion e suas publicações realizadas antes e após sua morte.

2.3 Didier Henrion (~1580 – ~1632)

As informações sobre Didier Henrion não são fáceis de serem identificadas, mesmo sendo o autor da maioria dos livros de matemática da França no século XVI, de acordo com Métin (2019), que atesta pela sua presença em muitas bibliotecas públicas e ainda salienta como

²⁰ *Didier Henrion l'a traduit en François de mot à mot, sans s'en plaindre, luy qui avoit de bonnes aides, & qui payoit bien les personnes qui le soulageoient, qui ne se fussent pas teuës, à l'occasion de la saisie qu'il avoit faite d'une autre impression du mesme livre des Donnez d'Euclide, pour empescher qu'elle ne fuste parachevee, comme il est arrivé, puisqu'ils eussent eu beau moyen de la descrier. Que le sieur Herigone page 248 du supplement de son cours Mathematic reconnoist nettement avoir suivy ceste mesme edition, en son premier tome, où il l'a accomodee aux notes & marques dont il s'est servy en tout son ouvrage* (HARDY, 1643, p. 39).

²¹ As explicações sobre ser um herdeiro rico serão explanadas na subseção 2.3 Didier Henrion (~1580 - ~1632).

um professor tão redundante, tão polêmico é tão pouco conhecido na atualidade. Sendo isso efetivado por Martin (1999, p. 245) quando informa que não encontrou nada sobre Didier Henrion, mas o considera um matemático valioso por ser o autor de inúmeras obras e porque, nos seus frontispícios, —[...]se autodenominou professor de matemáticas, ensinando sobre as matemáticas e a fortificação para uma série de jovens nobres||. Deve-se acrescentar que

Em 1613, ele fala de sua juventude e como havia sido engenheiro no exército do príncipe de Orange antes de se estabelecer em Paris em 1607, seu nascimento pode ser colocado por volta de 1580. A data de sua morte é um tanto delimitada pelo aparecimento em 1632 da edição francesa dos Elementos de Euclides e Data, em seu nome, vendeu *en l'Isle du Palais, a l'Image S. Michel* (ITARD, 1972, p. 271, tradução nossa)²².

Esses dados só foram identificados pelas publicações de Henrion, sendo certificados quando Itard (1972) relata que, em 1613, ele fala de sua juventude. Esses poucos elementos trazidos pela citação, na qual diz ele que era engenheiro do exército de príncipe Orange da França, nascido por volta de 1580 e que sua data de morte é delimitada pelo aparecimento, em 1632, da edição dos Elementos, de Euclides, são informações estipuladas por intermédio de suas publicações.

Perceba-se que Henrion se autodenominava professor de matemáticas, conforme Martin (1999), porém, no contexto do século XVI e XVII, o que seria um professor de matemáticas? Para compreender esse ofício, é necessário entender como o estudo das matemáticas estava sendo realizado nesse período, pois Saito (2015, p. 172) relata sobre —[...]os eruditos e os praticantes das matemáticas, um estava diretamente relacionado com as universidades e outro muitas das vezes não tinham formações universitárias||. Vale ressaltar que os dois tinham os conhecimentos das matemáticas, sejam eles teóricos ou práticos, Feingold (1984, p. 122) afirma que —[...]alguns praticantes de matemática também estavam nas universidades||. Com isso, a distinção dos eruditos e dos praticantes deve ser cautelosa, visto que nem sempre os eruditos estudavam apenas a matemática teórica e o praticante a matemática prática, podendo haver conversações entre elas.

Por exemplo, enquanto a universidade ainda considerava —[...]aritmética e geometria|| como disciplinas distintas, que eram —[...]definidas como ciências dos números e das grandezas||, respectivamente, —[...]Os praticantes de matemáticas aplicaram números às grandezas geométricas, algo que os teóricos não realizaram||, uma vez que, para eles, eram

²² In 1613 he speaks of his youth; and since he had been na engineer in the army of the prince of Orange before settling in Paris in 1607, his birth may be placed around 1580. The date of his death is somewhat delimited by the appearance in 1632 of the French edition of Euclid's Elements and Data, under his name, sold *en l'Isle du Palais, a l'Image S. Michel* (ITARD, 1972, p. 271).

ciências distintas que não poderiam se misturar (SAITO, 2015, p. 172 e 173), isso, posteriormente, foi considerado pelos eruditos em seus estudos.

Esse período ainda estava relacionado com o mito da origem²³, cujas buscas por textos mais antigos desenvolviam diferentes discussões de ordem filosófica, metafísica, axiológica, física etc. (SAITO, 2015). Por isso, segundo Roque (2012, p. 283), a —[...]França tinha o desejo de recuperar e dominar os clássicos latinos e gregos, disponíveis em traduções latinas desde o século XII através das escolas do período|. Assim, as traduções de Henrion dos Elementos, de Euclides, eram importantes para a localidade, pois

Se considerarmos que a maioria desses tradutores, alguns dos quais eram engenheiros militares, se autodenominavam professores de matemática, temos o direito de pensar que essas traduções múltiplas dos Elementos de Euclides eram então consideradas livros didáticos introdutórios à matemática, o que correspondia, aliás, a um antigo costume (MARTIN, 1999, p. 249, tradução nossa)²⁴.

Isso pode ser confirmado ao se observar os tratados desse período, que, mesmo sendo relacionados aos praticantes de matemática, havia um embasamento dos Elementos, de Euclides. Além disso, Didier Henrion ficou conhecido —[...]através do seu tratado de logaritmo (1626) retirado do texto de Briggs que seu nome ganhou mais importância por ser a segunda publicação sobre o assunto na França| (ITARD, 1972, p. 271).

Em conformidade com Masseno e Pereira (2021, p. 55), —[...]as atividades ligadas à ciência de Henrion eram dedicadas principalmente à instrução privada e a tradução para o francês de textos matemáticos latinos|, construindo-se, desse modo, a seguinte bibliografia²⁵ explanada por Itard (1972, p. 271 e 272), no Quadro 1.

Quadro 1 – Bibliografia de Didier Henrion

TÍTULO	LOCAL E ANO DE PUBLICAÇÃO
<i>Memoires mathématiques recueillis et dresser en faveur de la noblesse française,</i>	Paris, Vol. 1, 1613 e Vol. 2, 1627
<i>Traicté des triangles sphériques</i>	Paris, 1617
<i>L'usage du compas de proportion</i>	Paris, 1618: 1ª ed., Paris, 1624: 2ª ed., Paris, 1626: nova ed., Paris, 1631: 4ª ed., Rouen,

²³ O verdadeiro conhecimento estava perdido entre os escritos mais antigos (SAITO, 2015, p. 192).

²⁴ *Si l'on considère que la plupart de ces traducteurs, dont certains étaient ingénieurs militaires, se disaient professeurs de mathématiques, on est en droit de penser que ces multiplex traductions des Eléments d'Euclides faisaient alors figure de manuels d'initiation aux mathématiques, ce qui correspondait d'ailleurs à une coutume ancienne* (MARTIN, 1999, p. 249).

²⁵ Vale ressaltar que nem todos os textos apresentados por Itard (1972) foram encontrados nas bibliotecas digitais, por esse motivo, algumas dessas publicações não se encontram nas referências desta pesquisa.

	1637, 1664, 1680, edições posteriores por Deshayes (Paris, 1681, 1685)
<i>Canon Manuel des sinus, touchantes et coupantes</i>	Paris, 1619
<i>Cosmographie ou traicté général des choses taut celestes qu'elementaires</i>	Paris, 1620; Paris, 1626: 2 ^a ed.
<i>Sommaire de l'algebre très nécessaire pour faciliter l'interprétation du dixiesme liure d'Euclide</i>	Paris, 1623
<i>Sinuum, tangentiunt et secantium canon manualis</i>	Paris, 1623
<i>Logocanon, ou Regle proportionelle sur laquelle sont appliquées plusieurs lignes et figures divisées selon diverses proportions et mesures</i>	Paris, 1626
<i>Traicté des logarithmes</i>	Paris, 1626
<i>L'usage du mecometre, qui est un instrument géométrique avec lequel on peut très facilement mesurer toutes sortes de longueurs</i>	Paris, 1630
Henrion editou ou traduziu <i>Les trois livres des Eléments sphériques de Théodose Tripolitain</i>	Paris, 1615
<i>Les quinze livres des Elémens d'Euclide</i>	Paris, 1614, 1615: 2 ^a ed., Paris, 1621: 3 ^a ed., Paris, 1623: 4 ^a ed., Paris, 1631: 5 ^a ed., Rouen, 1649
<i>Traduction et annotations du Traicté des globes et de leur usage, de Robert Hues</i>	Paris, 1618
<i>Edition de la Géométrie et pratique generale d'icelle de Jean Errard</i>	Paris, 1619
<i>Les tables des directions et profections de Jean de Montroyal, corrigées, augmentées, et leur usage...</i>	Paris, 1625 e 1626

<i>Nottes sur les Récréations mathématiques du Père Jean Leurechon</i>	Paris, 1627, 1630, 1638, 1659, 1660, 1669
<i>Les quinze livres des Elémens géométriques... plus le livre des Donnez du mesme Euclide...</i>	Paris, 1632; Rouen, 1676; Paris, 1677, 1683; Rouen, 1683, 1685

Fonte: Adaptada de Itard (1972, p. 271 e 272).

Com a difusão desses tratados, os praticantes matemáticos²⁶ foram mais evidenciados, já que, antes desse período, apenas os eruditos eram considerados importantes para a sociedade. Nesse contexto, Didier Henrion (~1580 – ~1632) publica seus dois volumes do tratado *Mémoires Mathematiques recueilliset dressez en faveur de la noblesse Françoise*, um em 1613 e outro em 1627, que possuem instruções para os oficiais da nobreza francesa, ou seja, eram voltados à arte da guerra. Trazem ainda breves instruções sobre como usar o instrumento compasso de proporção sem mencionar sua construção, porque Henrion acreditava que o engenheiro do rei, Monsieur Jacques Alleaume (1562 - 1627)²⁷, a quem atribui ser o desenvolvedor do instrumento, publicaria sobre o assunto (HENRION, 1631, carta ao leitor).

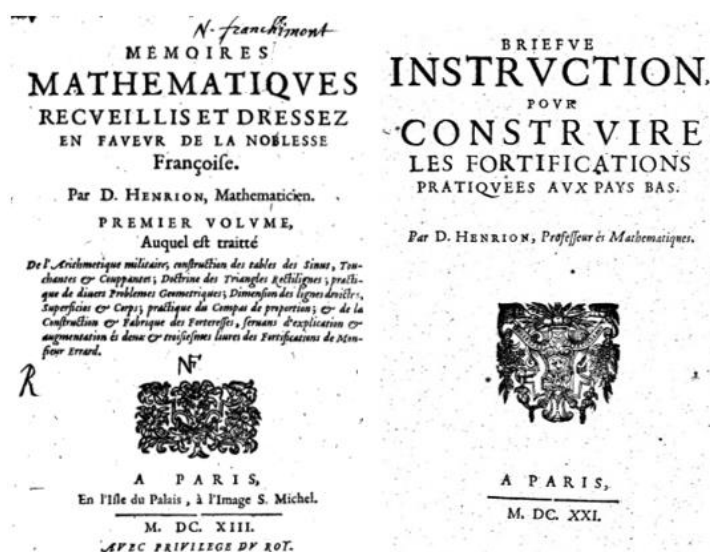
Como Monsieur Jacques não o fez, então, a partir de suas *Mémoires Mathematiques*, publicou sobre a construção e o uso do compasso de proporção, a pedido de leitores e amigos que queriam uma publicação mais direta que retratasse sobre a fabricação e o uso do instrumento sem muitas demonstrações matemáticas. Isso lhe rendeu quatro edições de *L'usage du compas de proportion*, sem mencionar as publicações ocorridas após sua morte (HENRION, 1631, carta ao leitor).

Vale ressaltar que, segundo Métin (2019), em algumas publicações de Didier Henrion, há uma ausência do nome de um livreiro em seus frontispícios, por exemplo, no primeiro volume de *Mémoires Mathematiques* (1613) e em *Briefue Instruction pour les fortifications pratiquées aux pays bas* (1621) (Figura 1).

²⁶ (SAITO, 2015, p. 172 e 178)

²⁷ Nascido em Orleans, reformado, trabalhou como engenheiro nas Províncias Unidas, depois na França a serviço do rei. Ele também é o professor de matemática do jovem Gaston d'Orléans. Alleaume era um ancião na comunidade acadêmica parisiense dos anos 1610-1620. Assim, ele aconselha o matemático inglês Edmund Wingate a dedicar sua “regra da proporção” a Gaston d'Orléans. A sua residência nas galerias do Louvre, onde expôs várias curiosidades e instrumentos, colocou-o em contacto com outros engenheiros, como Didier Henrion, que o apresentou como o inventor do compasso proporcional. Quando ele morreu, seus livros e manuscritos foram vendidos (RUELLET, 2014, p. 2, tradução nossa).

Figura 1 – Frontispícios de Didier Henrion



Fonte: Henrion (1613 e 1621).

Constate-se que os dois frontispícios da Figura 1 não possuem o nome de um livreiro e Métin (2019) relata que, nesse endereço de *Mémoires Mathématiques* (1613), não se encontra nenhuma casa de impressão. Além disso, retrata que, mesmo Didier Henrion não sendo um grande estudioso, a forte presença de suas obras em bibliotecas públicas indica a popularidade de seus escritos, reconhecido como o primeiro autor francês a lidar com logaritmo na França (MÉTIN, 2019).

Dessa forma, Henrion era uma figura essencial da França por publicar mais de vinte livros sobre diversos assuntos, que vão da aritmética à fortificação, cosmografia, álgebra e uso de diversos instrumentos matemáticos (MÉTIN, 2019). Mas nem todas essas publicações foram financiadas pela nobreza francesa, algumas ocorreram pelo próprio autor. Contudo, como Henrion foi capaz de publicar tantos tratados por conta própria?

A explicação é simples, Henrion era rico e sua fortuna foi adquirida por intermédio de uma herança de sucessão não sua, mas de seu tio Jean Henrion, que apenas foi estabelecida em 1634, trinta anos após sua morte (MÉTIN, 2019). Para clarear a compreensão sobre essa herança, leia o trecho:

Jean Henrion, natural de Grand in the Vosges, ocupou altos cargos na administração parisiense, foi promotor do Chatelet e reitor de vários municípios da região de Paris (Montreuil, Vincennes, La Villette, Belleville, anteriormente não vinculado a Paris): Obviamente, ele era muito rico. O exame da escritura de encerramento da sucessão de 13 de dezembro de 1633 revela que Didier Henrion era legatário universal de metade

de sua fortuna, o que provavelmente explica sua visível facilidade financeira (MÉTIN, 2019, p. 71, tradução nossa)²⁸.

A origem da fortuna de Didier Henrion (~1580 – ~1632) e a sua posição na sociedade francesa confirmam o autofinanciamento de suas publicações e a possibilidade de Henrion ter relações com Cyriaque de Mangin e Hérigone.

Logo, pensando nas publicações de Didier Henrion (~1580 – ~1632) ocorridas antes e após sua morte, houve a necessidade de confrontá-las para identificar os motivos de tanta repercussão das obras, sejam elas realizadas por Henrion ou cópias não autorizadas, que serão abordadas na próxima subseção.

2.4 Um breve confronto entre as edições de *L'usage du compas de proportion*

O tratado *L'usage du compas de proportion*²⁹ foi bastante produzido na Europa entre os séculos XVII e XVIII. Consoante Michaud (1857), chegou a ter quase vinte edições publicadas, um número expressivo para um tratado desse período, isso porque publicar era bastante difícil pelos altos custos das publicações. Entretanto, apenas quatro das edições foram publicadas pelo autor antes de sua morte, ou seja, a de 1618, 1624, 1626 e 1631. Mediante uma busca em repositórios acadêmicos, foram encontradas apenas as edições a seguir:

Quadro 2 - Versões encontradas nos repositórios acadêmicos

Ano	1618	1624	1626	1631	1637	1680	1681
Casa de impressão	Michel Daniel	Melchior Mondier	-	Vende Samuel Thiboust	Jean Boulley	David Berthelin	L'auther / R. J. B. de la Caille
Impresso por	-	-	Jean Bourriquant	-	-	-	-
Impresso para	-	-	-	Autor	-	-	-
Local	Paris.	Paris.	Paris.	Paris.	Rouen	Rouen	Paris.
Atualizado	-	Henrion	Henrion	Henrion	-	-	Deshayes
Edição	1 ^a	2 ^a	Nova edição	4 ^a	5 ^a	-	-

²⁸ Jean Henrion, natif de Grand dans les Vosges, avait occupé de hautes fonctions dans l'administration parisienne, il était procureur au Châtelet et prévôt de plusieurs communes de la région parisienne (Montreuil, Vincennes, La Villette, Belleville, autrefois non rattachées à Paris) : à l'évidence, il était très riche. L'examen de l'acte de clôture de succession du 13 décembre 1633 fait apparaître que Didier Henrion était légataire universel de la moitié de sa fortune, ce qui explique probablement sa visible aisance financière.

²⁹ É interessante ressaltar que ainda está sendo realizada uma pesquisa para saber se a expansão desse tratado estava relacionada com a sua utilização nas universidades da época, isto por ainda não saber se estava sendo utilizado nas universidades.

Carta para leitor	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
Privilegio do rei	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Sim
Prefácio	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Sim
Apêndice	Não	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Tabela das principais proporções	Sim	Sim	Não	Não	Não	Não	Sim
Falhas de impressão	Não	Não	Sim	Não	Não	Não	Não

Fonte: Elaborado pela autora.

A edição de 1618 configura-se como a primeira que foi publicada, em Paris, por Henrion, na tipografia barroca³⁰, segundo Bringhurst (2018). Editada na casa de impressão de Michel Daniel, ela contém uma carta ao leitor; um extrato de privilégio ao rei; duas imagens do compasso de proporção antes de iniciar o desenvolvimento do texto, intitulado *Les plus belles et utiles operations qui se pratiquent sur le compas de proportion*; logo em seguida, têm-se as quarenta e sete *propositions* e finaliza-se o tratado com *Table des principales propositions de ce traicté*.

A carta ao leitor de 1618 fala sobre os motivos que levaram Henrion a construir esse tratado, salientando que —[...]o principal deles foi a necessidade demonstrada pelos seus seguidores de conhecer a fabricação e o uso do instrumento, pois em suas *Mémoires Mathematiques* não abrangia a demanda da fabricação do compasso de proporção|| (HENRION, 1618, carta ao leitor). Além disso, é deixado clara a insatisfação do autor por ter como produto final um texto com muitas demonstrações.

Talvez por causa dessa insatisfação, Henrion publicou novas edições, chegando até a quarta edição, na qual finalmente conseguiu desenvolver o conteúdo do seu tratado visando à fabricação e ao uso do compasso de proporção, sem reproduzir tantas demonstrações matemáticas no corpo do texto. Sanando, exatamente, a necessidade de seu público-alvo, que não estava interessado em suas demonstrações.

As edições de 1618 e 1624 são praticamente iguais, percebe-se que suas composições, apresentadas no Quadro 2, são as mesmas, entretanto, é perceptível, no frontispício (Figura 2), que são alterados os locais em que os livros foram impressos, em que o primeiro foi na casa de impressão de Michel Daniel e o segundo, na casa de impressão de Melchior Mondiere. Porém,

³⁰ BARROCA (século 17): traço modulado; eixo variável; serifas adnatas; terminais em gota; abertura moderada; itálico subordinado e intimamente ligado ao romano. Nas letras barrocas, é comum o aparecimento de um eixo secundário vertical – mas o eixo primário do traço é normalmente oblíquo (BRINGHURST, 2018, p. 18).

a carta ao leitor permanece sendo o mesmo texto, bem como a estrutura principal de todas as edições publicadas por Henrion em vida.

Figura 2 – *L'usage du compas de proportion* (1618 e 1624)

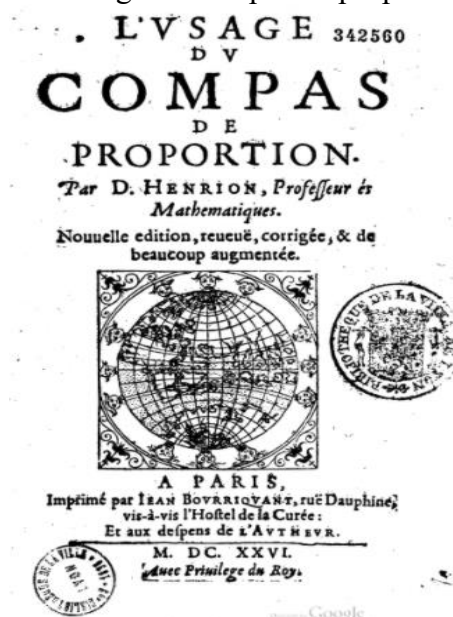


Fonte: Henrion (1618; 1624).

A edição de 1626, vista no Quadro 2, difere-se das edições de 1618 e 1624 por não possuir casa de impressão, em vez disso, possui a seguinte informação: Impresso por Jean Bourriquant às custas do autor. Dessa forma, pode-se concluir que Didier Henrion (~1580 – ~1632) pediu para Jean imprimir uma versão para ele, não sendo financiada pela nobreza francesa.

Diferencia-se também por não possuir, em seu frontispício (Figura 3), numeração da edição, tendo apenas em sua capa “nova edição”, além disso, não tem a tabela das principais proposições (ou problemas), como as de 1618 e 1624 (HENRION, 1626, frontispício). Ainda se observando o Quadro 2, é notório que essa edição de 1626 é a primeira a ter um apêndice, aliás, essa edição é a única que possui falhas de impressão no final do tratado.

Figura 3 – L'usage du compas de proportion (1626)



Fonte: (HENRION, 1626, frontispício).

A quarta edição, de 1631, teve uma crítica sobre as várias demonstrações que queria adicionar, fazendo-o repensar na versão impressa, passando, desse modo, a fazer um apêndice no qual acrescentou mais informações sobre as linhas e as proporções contidas no instrumento. Consoante Henrion (1631, carta ao leitor, tradução nossa)³¹,

quando me comprometi a fazer este extrato, minha intenção era entrelaçar nele várias demonstrações que julguei necessárias para a realização e aperfeiçoamento do texto: mas fui então dissuadido pela maioria dos meus leitores, na qual disseram que as demonstrações, e as várias operações que eu queria colocar, eram mais curiosas do que necessárias, engrandeceriam tanto o livro, mas nada faria por eles, visto que seria mais fácil para eles buscar nas minhas ditas *Mémoires Mathématiques* do que neste livro. Assim, para satisfazê-los, coloco apenas neste livro a composição e fabricação do referido compasso de proporção, com todas as mais belas e úteis operações e isto pura e simplesmente, com preceitos e exemplos: necessário para a inteligência de seu uso, sem nenhuma demonstração.

Depreende-se pelo trecho que Henrion foi persuadido por seu público leitor a não construir a quarta edição de 1631 com muitas demonstrações matemáticas, justificando que apenas iria aumentar a encadernação, não os ajudando e, se fosse assim, era melhor retirarem as informações das *Mémoires Mathématiques*. Isso porque seu público-alvo não era os

³¹quand i'entrepris de faire cét extraict, mon dessein estoit d'y entremesler plusieurs demonstrations que i'estimois necessaires pour l'accomplissement & perfection de l'œuvre: mais i'en fus puis apres dissuadé, par la pluspart de ceux à la priere desquels i'auois entrepris ce liure, disant que les demonstrations, & plusieurs operations que i'y voulois aussi mettre, plus curieuses que necessaires, grossiroient tellement ce liure, que ie ne ferois rien pour eux, veu qu'il leur seroit aussi facile detrouuer ce qu'ils airoient besoin en mesdits Memoires qu'en ce liure cy. Pour donc les contenter, ie mis seulement en ce livre la confiruction & fabrique dudict Compas de proportion, avec toutes les plus belles & utiles operations d'iceluy, & ce purement & simplement, avec preceptes & exemples: necesaires pour l'intelligence d'iceles, sans aucunes demonstrations (HENRION, 1631, carta ao leitor).

acadêmicos das universidades, mas seus alunos, que eram aprendizes, ou seja, iniciantes em busca de um ofício. Henrion (1631, carta ao leitor, tradução nossa)³² ainda acrescenta:

no ano de 1624, para também satisfazer aqueles que apreciam mais a especulação do que a prática, mandei fazer outra impressão deste livro. Neste volume maior, acrescentei as referidas demonstrações, que pelos mesmos motivos e razões que acima, nós não relatamos nesta terceira edição, mas, anexamos um apêndice referente à construção e uso das outras linhas. Vale ressaltar que nas duas edições anteriores, nossa intenção era apenas ensinar ali o necessário: tanto que o pretexto daqueles que julgaram nosso uso do compasso imperfeito, porque não colocamos nele o que diz respeito às linhas e proporções que agora estamos discutindo ali, não acontecerá mais.

Constata-se que, nesse trecho, Henrion (1631) evidencia outro tipo de público leitor, o qual deleita-se mais com a especulação do que com a prática. Além dos praticantes de matemática, os eruditos também eram seu público-alvo, por isso, construiu o apêndice da quarta edição de 1631, para deixar o uso do compasso de proporção mais completo, não permitindo aberturas a críticas que considerassem seu uso imperfeito, pois, nas edições anteriores, só ensina sobre as linhas aquilo que considerava necessário.

Portanto, a quarta edição permanece com os mesmos conteúdos das edições anteriores, com apenas alguns acréscimos que Henrion (1631) achou essenciais para torná-la mais completa aos olhos de seus leitores. Vale ressaltar que, posteriormente, será descrita, mais detalhadamente, essa edição, por ser a estudada nesta pesquisa.

As edições posteriores à de 1631, isto é, 1637, 1680 e 1681, supostamente, foram publicadas após a morte de Henrion, sendo revisadas e ampliadas em Rouen e em Paris por Deshayes. A edição de 1637 (Figura 4) possui o mesmo conteúdo das edições anteriores, porém, sendo revisada, aumentada e publicada em Rouen. Não se sabe quem realizou essas atualizações, já que, nesse período, supõe-se que Henrion havia morrido.

Como as edições, anteriormente apresentadas, possuem casas de impressão diferentes, essa de 1637 não será uma exceção, tendo a casa de Jean Boulley, não foi publicada em Paris, segundo o Quadro 2 e não possui privilégio do rei, ou seja, é uma cópia não autorizada.

³² *en l'annee 1624 pour aussi contenter ceux qui se deleéent plus en la speculative qu'en la pratique, ie fis faire une autre impression de ce livre, & en plus grand volume, où i'adjoustay lesdites demonastrations, lesquelles pour les memes couses & raisons que dessus, nous ne rapportons pas en ceste troisieme edition, mais nous y adiognons un appendice concernant la construition & usage des autrès lignes & diuisions que nous auions delaissé és deux precedentes editions, esqueles nostre dessein n'estoit que d'y enseigner les & necessaires: tellement que le pretexte de ceux qui cstimoient nostre usage du Compas impar faict, à cause que nous n'y auions pas mis ce qui concerne les lignes & proportions que nous y adicustons maintenant, n'aura plus lieu.*

Figura 4 – L'usage du compas de proportion (1637 e 1680)



Fonte: Henrion (1637 e 1680).

Em relação à publicação de 1680 (Figura 4), em Rouen, como a edição de 1637, não possui privilégio do rei. Com isso, tem-se a hipótese de que essas publicações, em Rouen, foram cópias da edição 1631 de Henrion, que foram revisadas e corrigidas de acordo com as necessidades do público-alvo dessa região. Tendo a edição de 1680 acréscimos de imagens para ilustrar as instruções descritas no tratado.

Além disso, a publicação de 1680 possui uma pequena carta ao leitor no início do documento, que diz:

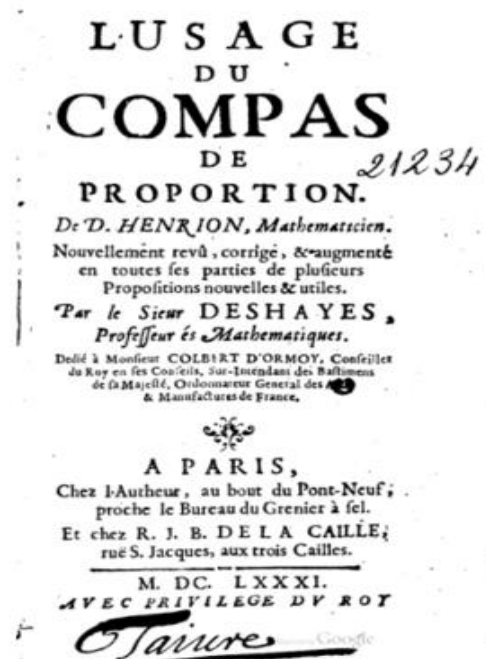
O Sr. Leitor, vendo que ninguém, nesta cidade ou em qualquer outro lugar, de fato se propôs a trazer à luz este uso atual do Compasso de Proporção, que por muitos anos foi perdido por negligência dos Impressores que não o trouxeram de volta à luz. E por consequência poderia desaparecer totalmente, com isso vendo a grande necessidade e utilidade de seu uso, na qual era muito requisitado por pessoas amadoras nas Ciências Matemáticas, que de maneira alguma souberam se recuperar, os fizeram perder o belo e útil conhecimento que seu uso ensina e que iam se privar totalmente de sua mente, o que me levou a retirá-la da escuridão onde estava enterrada, para fazer com que ele voltasse a vê-lo (HENRION, 1680, carta ao leitor, tradução nossa)³³.

Nesse trecho da carta ao leitor, o revisor justifica os motivos que levaram a desenvolver atualizações no tratado *L'usage du compas de proportion*, de Didier Henrion. Entre esses motivos, estão: a negligência dos impressores, ao não realizarem atualizações do uso do instrumento; a preocupação do conhecimento atual (referente ao período) sobre o uso do

³³ *Mr Leçteur, voyant que personne, tant en cette Ville qu'en quelqu'autre lieu, ne se mettoit en effet de remettre au jour ce present usage du Compas de Proportion, qui depuis quantité d'années avoit esté comme perdu par la négligence des Imprimeurs qui ne l'avoient remis en lumiere, & confiderant que par ce moyen il se pourroit totalement évanouïr, & voyant pareillement la grande nécessité & utilité de son usage, & qu'il estoit grandement requis par quantité de personnes amateurs des sciences Mathematiques, qui s'en sçachant aucunement recouvrer, leur faisoient perdre les belles & utiles connoissances qu'enseigne fon usage & qui s'alloient totalement priver de leur esprit, te qui m'a incité à le retirer des tenebres où il estoit ensevely, pour luy faire revoir te jour* (HENRION, 1680, carta ao leitor).

compasso de proporção desaparecer; a importância do uso do instrumento, bastante procurado pelos entusiastas das ciências matemáticas, que perderam o mais belo e útil conhecimento que seu uso ensina.

Figura 5 – *L'usage du compas de proportion* (1681)



Fonte: Henrion (1681, frontispício).

A edição de 1681 (Figura 5), que também foi publicada após a morte de Henrion, dessa vez, em Paris, como o Quadro 2 informa, possui privilégio do rei, entretanto, não tem carta ao leitor. A edição foi atualizada por Sieur Jean Deshayes, que, segundo Pritchard (2003), era agrimensor marinho e hidrógrafo real da Nova França. Essa versão está mais organizada que as anteriores, com uma linearidade que permite compreender melhor a construção e o uso do compasso de proporção em relação às outras edições.

Henrion (1681, dedicatória) relata que o tratado é dedicado ao —[...]Monsieur Colbert D'Ormoys, conselheiro do rei e oficial autorizador geral de arcos e fabricações da França||, em que ressalta a distinção do documento com o primeiro publicado por ele, pois —[...]realizou acréscimos e modificações para ser digno do conselheiro||, palavras de Henrion em sua dedicatória.

No extrato de privilégio, é concedida, pelo rei, autorização a Deshayes a — [...]reimprimir, vender e receber pelo tratado *L'usage du compas de proportion* em todas as regiões do rei (reinos, países, terras e senhoriais) ||, que —[...]revisitou, corrigiu e aumentou em

todas as suas partes, de regras mais úteis e das novas propostas geométricas|| (HENRION, 1681, privilégio).

Além da dedicatória e do privilégio, o prefácio constitui um resumo evidenciando — [...]as alterações e acréscimos|| que foram realizados. Nesse tópico, também é destacada a — [...]ajuda que instrumento proporciona a geometria prática, mecânica, arquitetura civil e militar, e a navegação por atentar as latitudes e longitudes utilizando tabelas|| (HENRION, 1681, prefácio).

Itard (1972) não atribuiu a publicação de 1681 a Deshayes em seu levantamento das publicações de Didier Henrion, emergindo a hipótese de que nem todas as edições de *L'usage du compas de proportion* foram informadas, podendo ser confirmada por Michaud (1857, p. 213) mediante seu relato de —[...]quase vinte edições||.

Para mais, as duas primeiras edições não possuem tabelas, diferenciando-se das outras edições do Quadro 2. As tabelas, que aparecem nas publicações de 1626, 1631, 1637, não possuem identificações e nem legendas que possam explicá-las, dificultando a compreensão de sua função. Já as tabelas apresentadas nas versões de 1680 e 1681 trazem legendas, que facilitam o entendimento daquilo a que estão relacionadas.

As sete publicações estudadas contêm a explicação da fabricação e do uso do instrumento, logo após, retratam algumas proposições (ou problemas), que fazem parte do uso do compasso de proporção, variando entre quarenta e seis a cinquenta e três proposições (ou problemas). Por sua vez, a de 1680 é uma ampliação da quarta edição de 1631, na qual as tabelas e os textos estão mais organizados, até com imagens para ilustração (HENRION, 1680). E a publicação de 1681 diferencia-se das outras por não ter a mesma estrutura, expondo a fabricação e o uso do instrumento de forma diferente das outras.

Tudo nesta subseção enfatiza a importância do instrumento para a época e os motivos de tantas publicações do tratado *L'Usage du compas de proportion*, mesmo após a morte de Henrion, que, no que lhes concerne, eram imprescindíveis, pois havia a demanda de organização do conhecimento que fazia parte das rotinas dos praticantes de matemática. Nesse sentido, dentre todas as edições mostradas nesta subseção, foi preciso escolher apenas uma edição para, a partir dela, estudar o instrumento compasso de proporção.

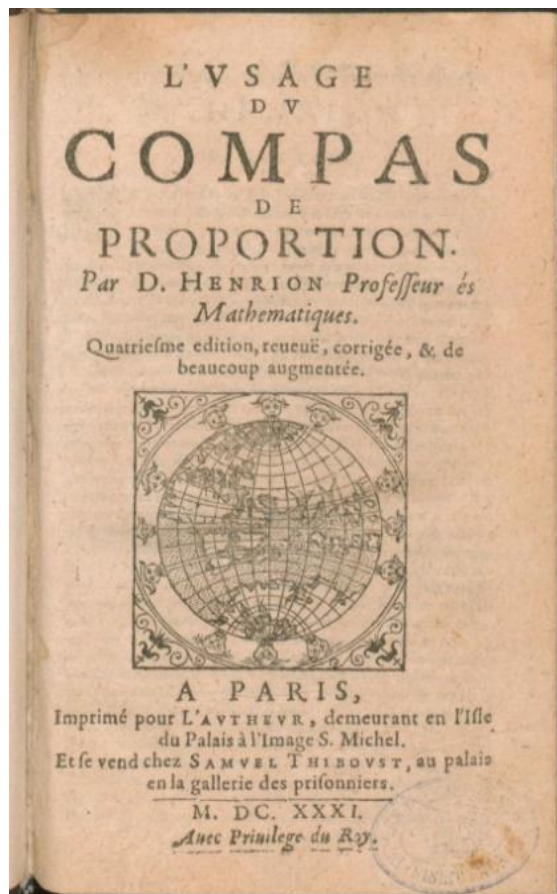
Os critérios utilizados na escolha foram dois: ser uma publicação original de Henrion, sem atualizações de outras pessoas e ser a atualização mais nova de Henrion. Partindo desses princípios, as edições de 1637, 1680 e 1681 não poderiam ser escolhidas, visto que o primeiro critério não aceita atualizações de outras pessoas, que não seja Henrion. E seguindo o segundo critério, também não poderiam ser as edições de 1618, 1624 e 1626, dessa maneira, a edição

escolhida para ser estudada foi a 4ª edição, de 1631, a última edição publicada por Henrion antes de sua morte, conforme Itard (1972), cuja descrição será apresentada na próxima subseção.

2.5 Descrição do tratado *L'usage du compas de proportion* de 1631

A partir do frontispício (Figura 6) do tratado *L'Usage du compas de proportion*, do francês Didier Henrion, publicado em 1631, é possível identificar algumas características expostas na seção anterior.

Figura 6 – *L'usage du Compas de Proportion* (1631)



Fonte: Henrion (1631, frontispício).

Os motivos que levaram Didier Henrion a publicar esse tratado estão relacionados com seu ofício de professor das matemáticas dos jovens da nobreza francesa. Como foi citado nas subseções anteriores, Didier Henrion realizava traduções de clássicos latinos, como os *Elementos*, de Euclides, que era base dos conhecimentos necessários às instruções de matemáticas. Principalmente, de acordo com Métin (2019), no século XVII, em que havia

poucos matemáticos e professores, embora o reino da França carecesse desses conhecedores da ciência.

Desse modo, o conhecimento circulava mediante as traduções e publicações de Didier Henrion, isso —[...]era essencial na disseminação das matemáticas no meio dos iniciantes (ou aprendizes)||, sendo ele —[...]o autor da maioria dos livros de matemática atestados por sua presença nas bibliotecas públicas|| (MÉTIN, 2019, p. 67). Com isso, visando à circulação dos conhecimentos matemáticos voltados à arte da guerra na nobreza francesa, Henrion publicou seu primeiro volume de *Memoires Mathematiques*, que possuía breves informações sobre o uso do compasso de proporção.

Um instrumento que Didier Henrion expôs o uso por volta de quatro ou cinco anos, sendo apresentado por Monsieur Alleaume, que, por seu turno, não tinha tempo para construir um texto sobre a fabricação e o uso do compasso de proporção, pois suas atividades, advindas do ofício de engenheiro do rei, não permitiam (HENRION, 1631). Sendo assim, Didier Henrion, atendendo a pedidos de seu público, desenvolveu o texto, com o objetivo de instruir os leitores sobre a fabricação e o uso do compasso de proporção, que teve uma grande repercussão com quatro edições publicadas por ele, como foram mostradas na subseção precedente.

Essas informações sobre a justificativa da escrita do tratado podem ser verificadas no trecho a seguir:

E depois de ter ensinado o uso deste compasso durante quatro ou cinco anos, trouxe à luz o primeiro volume das minhas *Memoires Mathematiques*, ao qual também tratei do seu próprio uso, mas muito brevemente, mesmo sem dizer nada sobre a construção do compasso. O instrumento acima mencionado, na esperança de que o dito Sr. Alleaume desse ao público um relato completo disso. Mas no ano de 1616, vendo que os negócios com os quais seu cargo de Engenheiro o ocupava, não lhe davam tempo para fazê-lo, atendendo aos pedidos de vários de meus amigos e meus discípulos, ou seja, extraíndo de meu dito *Memoires Mathematiques*. Relatei neste livro as operações mais úteis e necessárias do dito compasso de proporção, explicando-as da forma mais clara e inteligível possível (HENRION, 1631, carta ao leitor, tradução nossa)³⁴.

Nota-se que esse compasso de proporção não foi uma invenção de Didier Henrion, sendo um instrumento existente em sua época e utilizado por Monsieur Alleaume, porém com apenas duas divisões. Nessa perspectiva, começou a estudá-lo e descobriu características, —

³⁴ *Et apres auoir enseigné l'usage de ce compas pendant quatre ou cinq ans, ie mis en lumiere le premier volume de mes memoires mathematiques, auquel ie traictay aussi d'uceluy usage, mais fort briesuement, voire mesme sans rien dire de la construction dudit compas, en esperance que ledit fleur Alleaume en donneroit au public un ample traicté. Mais en l'annee 1616, voyant que les affaires ausquels sa charge d'Ingenieur l'occupent, ne luy en donnoint le loisir, acquiesçant aux prieres de plusieurs de mes amis, e Gentils-hommes mes diseiples, ie tiray de mesdits Memoires Mathematiques e rapportay en ce liuret les plus utiles e necessaires operations dudit compas de proportion, e icelles expliquay le plus clairement e intelligiblement qu'il me fust possible* (HENRION, 1631, carta ao leitor).

[...]ditos pontos||, que dificultavam as operações. Então, adicionou seus conhecimentos sobre —[...]linhas de igual partes, linhas das cordas, a linha dos planos e dos sólidos||, isso resultou no seu primeiro volume de *Memoires Mathematiques*, impresso em 1612, posteriormente, no segundo e nas edições de *L'usage du compas de proportion* (HENRION, 1631, carta ao leitor).

Logo, os três motivos que levaram Didier Henrion a escrever *L'usage du compas de proportion* são: o primeiro, Alleaume, o desenvolvedor do instrumento, que não tinha tempo de publicar sobre a fabricação e o uso do compasso de proporção por causa das responsabilidades que tinha como engenheiro do rei; o segundo motivo era que seu volume de *Memoires Mathematiques* não relatava sobre a fabricação do instrumento e o terceiro, por consequência dos pedidos de seus discípulos e amigos, que queriam conhecer esse instrumento tão útil para o período.

Ainda afirma ser dele a descrição do uso do compasso, porque a fez sem ver nenhuma outra, deixando evidente que não existiam publicações anteriores à dele, todavia, mesmo aqueles que publicaram algo parecido, ignoraram as melhores operações do dito compasso (HENRION, 1631). Entretanto, apenas o —[...]Sr. Edmund Gunter³⁵ possui o uso do compasso impresso em inglês, que continham alguns adereços conduzidos por Henrion doze anos antes, no seu primeiro volume *Memoires Mathematiques* impresso em 1612|| (HENRION, 1631, carta ao leitor).

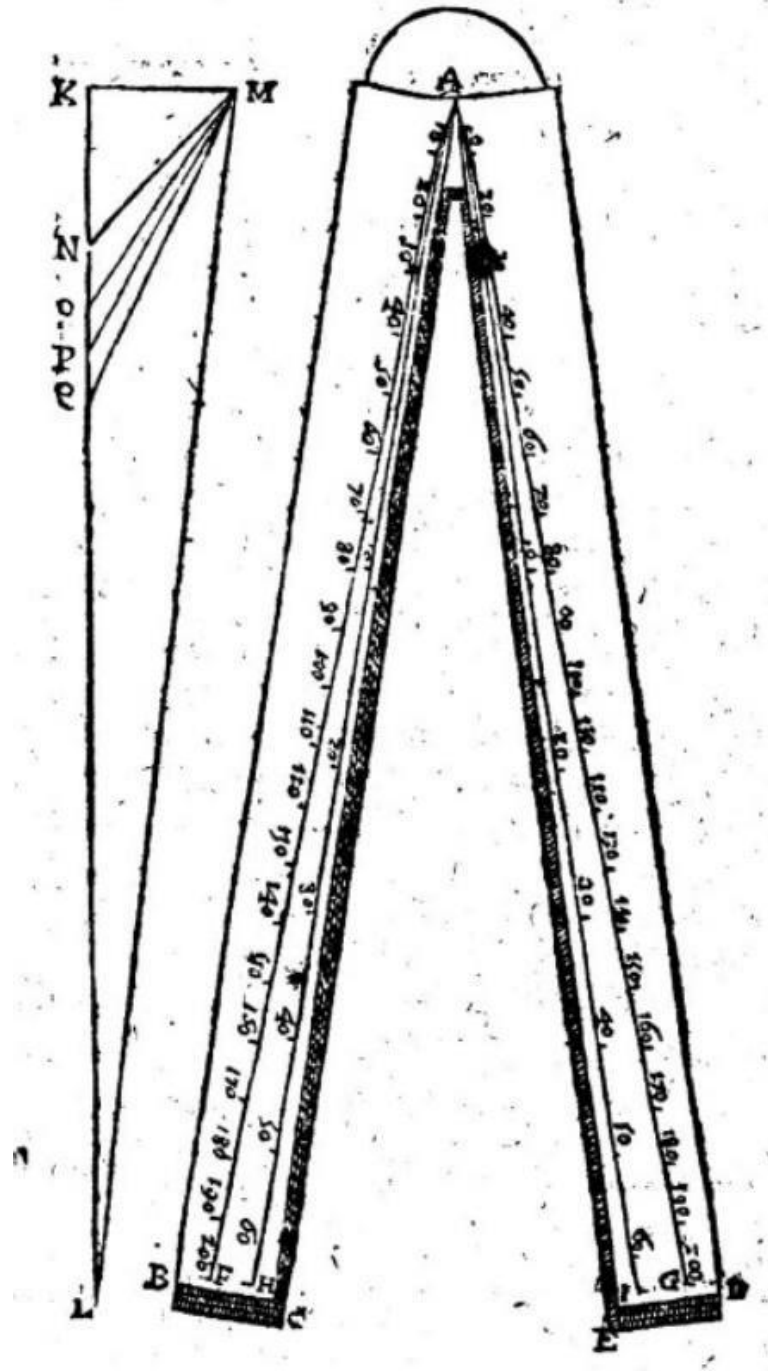
Em uma —[...]carta de privilégio||, ao final do tratado, o rei informa a Didier Henrion que —[...]os custos da impressão não devem ser pagos por ele||, deixando sua contribuição para a publicação subentendida. Além disso, fica claro que —[...]a autoria é de Didier Henrion||, e que —[...]qualquer cópia impressa que não se refere a ele, seria multada|| (HENRION, 1631, privilégio).

Contudo, o tratado de Henrion (1631) é dividido em duas partes, sendo a primeira parte intitulada *Les plus belles et utiles operations qui se pratiquent sur le compas de proportion*, composta por 53 proposições (ou problemas), que enfatizam —[...]as operações úteis, praticadas com o Compasso de proporção|| (Henrion, 1631, carta ao leitor). Há, ademais, um apêndice fragmentado, dividido em seis capítulos, que mostram como o compasso de proporção foi fabricado e utilizado, além de apresentar novas linhas estudadas por Henrion.

³⁵Edmund Gunter (1581 -1626) foi navegador e matemático. Em março de 1619, tornou-se professor de astronomia no *Gresham College* em Londres, algumas publicações: *Logarithmorum chilias* (1617), *The Description and Use of the Sector, Crosse-staffe, and Other Intruments: With a Canon of Artificiall Lines and Tangents, to a Radius of 100,000,000 parts, and the use Thereof in Astronomie, Navigation, Dialling and Fortification*, entre outros (Londres, 1636) (GILLISPIE, 1981, p. 593 - 594, tradução nossa).

Antes das 53 proposições, é exibida uma breve descrição da fabricação do compasso (Figura 7), relatando sobre o material do instrumento e salientando a construção das linhas de partes iguais e dos planos.

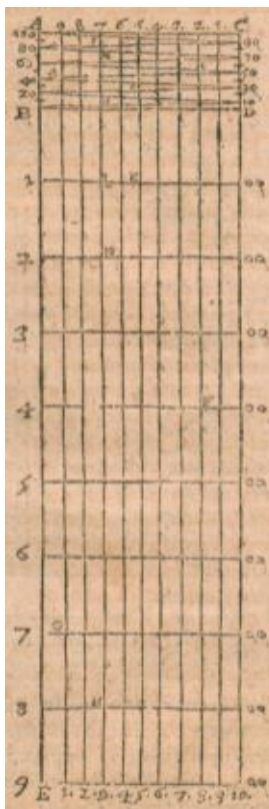
Figura 7 – Compasso de proporção



Fonte: (HENRION, 1631, p. 3).

Henrion (1631) afirma que, além de construir o instrumento, representado na Figura 7, também será preciso criar uma nova régua de treliça com a forma mostrada na Figura 8.

Figura 8 - Terceira régua construída de latão



Fonte: (HENRION, 1631, p. 6).

Logo depois de descrever a construção das Figuras 7 e 8, Henrion (1631, p. 10) informa que —[...]o compasso de proporção pode ser adaptado para ser utilizado na Mecometrie, basta colocar *pinulles* e um pé ou bastão no qual possa colocar e cruzar o dito compasso||.

Então, começa a explicar o uso por meio das 53 proposições que envolvem uma nova geometria, a qual conecta tamanho e números que, inicialmente, encontram dificuldades, como cortar uma linha reta ou extrair uma raiz de um número, ler a planta de um local para criar um mapa e fornecer uma descrição (HENRION, 1631). Veja-se o exemplo de uma proposição (ou problema) exposta por Henrion (1631, p. 12 a 14, tradução nossa)³⁶:

Proposição 1: Sendo, portanto, uma linha reta, corte a parte que quiser.

Já o apêndice descreve a construção e a utilização de novas linhas ou o acréscimo das existentes, estudadas por Henrion (1631). Assim, o apêndice está dividido em sete capítulos, descritos a seguir:

Capítulo 1: *Construction & usage du Compas de Proportion*

Capítulo 2: *De la ligne des Polygones*

Capítulo 3: *De la ligne des corps in scriptibles*

³⁶ Proposition 1: Estant donee une ligne droicte, couper telle partie qu'on voudra d'icelle (HENRION, 1631).

Capítulo 4: *De la ligne d'esgalité*

Capítulo 5: *De la ligne Metalique*

Capítulo 6: *De la ligne des Tangentes*

Capítulo 7: *Des quatre ligne ordinairement marquées au Compas de Proportion*

O Capítulo 1, construção e uso do compasso de proporção, descreve a construção da nova linha mencionada no segundo e no sexto capítulo. Essas linhas não estão incluídas nos compassos de proporção comuns estudados na época.

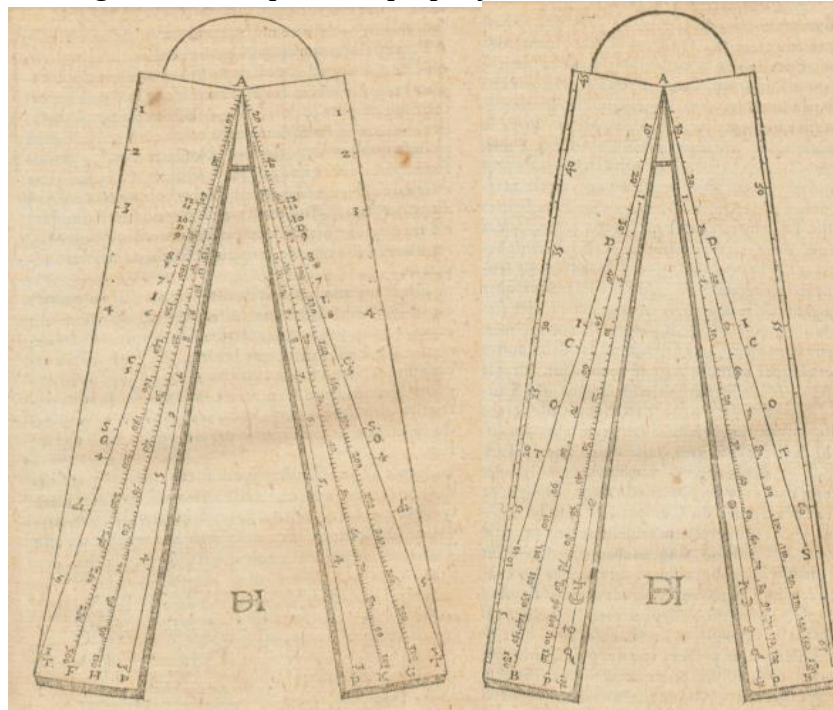
Henrion (1631, p. 102), por sua vez, observou que poderiam —[...]existir mais linhas que deveriam ser colocadas no Compasso||, deixando explícito que —[...]essas linhas são de pouca utilidade||, porque —[...]o compasso teria que ser maior para caber tantas linhas||. No entanto, ele decidiu escrever um apêndice para satisfazer os leitores que desejavam essas linhas no compasso de proporção.

Os Capítulos 2, 3, 4, 5 e 6, respectivamente, —[...]as linhas de polígonos||, de —[...]corpos inscritos||, de —[...]igualdade||, de —[...]metal|| e das —[...]Tangentes||, descrevem o uso de cada linha, as de —[...]polígonos é a mesma ensinada para praticar com a linha de cordas|| e os —[...]corpos inscritos também podem ser praticados por meio das linhas de sólidos e cordas||, que tinham o compasso de proporção comum (HENRION, 1631, p. 117 e 119).

A linha de igualdade deve ser vista —[...]em relação a planos iguais, ou em relação aos corpos, ou a explicação do diâmetro de um círculo à sua circunferência|| (HENRION, 1631, p. 134). A linha de metal expõe —[...]o uso mediante proposições||, que partem do pressuposto de que —[...]todo metal é puro||. Em relação à —[...]linha Tangente||, há dois tipos: as —[...]Tangentes Horárias|| e a —[...]Tangente geral||, entretanto, ele não explica a primeira, por —[...]já ter ensinado nas aulas de *Horologeographie*|| (HENRION, 1631, p. 145).

Por fim, o Capítulo 7 trata das linhas apresentadas no apêndice. Essas linhas não são marcadas no compasso proporcional, mas são úteis de forma simplificada para operação. No início do apêndice, Henrion apresenta a Figura 9. Isso marca uma nova linha na teoria proporcional.

Figura 9 – Compasso de proporção com as novas linhas



Fonte: Henrion (1631, p. 105 e 109).

Nesta descrição panorâmica do tratado escrito por Henrion (1631), pode-se perceber a existência de uma geometria prática atrelada ao instrumento matemático, compasso de proporção, que mediante a utilização das linhas corretas e realizando as devidas adaptações, pode ser utilizado na astronomia, na Mecometrie, na geografia e principalmente na compreensão da construção e uso das linhas contidas no compasso. Assim, devido Didier Henrion ser professor das matemáticas na França, várias hipóteses podem ser levantadas sobre as possíveis finalidades do documento em escolas e universidades francesas (MASSENO; PEREIRA, 2020, p. 63).

Segundo a informação, o instrumento é importante por ser possível adaptá-lo de acordo com as necessidades, sejam elas: matemáticas, astronômicas ou geométricas. Existindo, assim, a possibilidade de o instrumento ter sido utilizado nas universidades ou nas escolas de ábacos.

Portanto, nesta subseção, foi possível perceber a importância do tratado *L'usage du compas de proportion* no século XVII, por ser um tratado que relata sobre um instrumento muito utilizado pelos praticantes de matemática em distintos ofícios. Além de se conhecerem mais informações sobre Didier Henrion, um autor que teve grande influência na circulação dos conhecimentos matemáticos na França do século XVII e que é pouco reconhecido na atualidade, mesmo tendo várias publicações em seu nome.

A próxima seção será dedicada à tentativa de um estudo epistemológico e matemático da confecção e do uso do compasso de proporção.

3 A FABRICAÇÃO E O USO DO COMPASSO DE PROPORÇÃO NA BUSCA POR CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS

O compasso de proporção foi bastante evidenciado nos tratados do século XVII e XVIII, como por Connette (1626), Bullet (1675), Fiorentino (1640), Ascarra (1758) e pelos marinheiros, artilheiros e engenheiros até o século XIX. Esse instrumento era conhecido também por Pantometra na Espanha e sector na Inglaterra, o qual era uma régua articulada com escalas radiais, em que se utilizam as proporções para fazer multiplicações, divisões e regras de três subsidiadas pela semelhança de triângulos (FRAILE, 2019).

Desse modo, esta seção foi fragmentada em três partes: a primeira apresenta o instrumento compasso de proporção definido a partir de sua composição e função. A segunda descreve apenas a fabricação das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção. Na terceira, é exposto o uso da linha de partes iguais por meio das proposições contidas no tratado, em que foi escolhida uma das proposições para demonstrar a utilização da linha. Tudo isso dá suporte para a identificação e a compreensão dos conhecimentos que estavam circulando nesse período.

3.1 O compasso de proporção contido no tratado *L'usage du compas de proportion* (1631)

Muitos instrumentos, como o quadrante geométrico, o quadrante em um quarto de círculo, o báculo, o astrolábio náutico, os círculos de proporção, o jacente no plano, the sector, cross-staff, foram desenvolvidos nos séculos XVI e XVII, dada —[...]a demanda por novos métodos matemáticos e experimentais||, que eram necessários para —[...]os mapeamentos de terra, a construção de fortificações, divisão de terras para agricultura e pecuária|| e aqueles que ajudavam os marinheiros a localizar-se no mar (SAITO, 2015, p. 186 e 187). Dentre esses instrumentos, havia várias categorias, como aqueles chamados de —[...]matemáticos||, que se tratavam de —[...]todo artefato utilizado por diferentes segmentos do saber para medir aquilo que Aristóteles denominava quantidade|| (SAITO, 2019, p. 575).

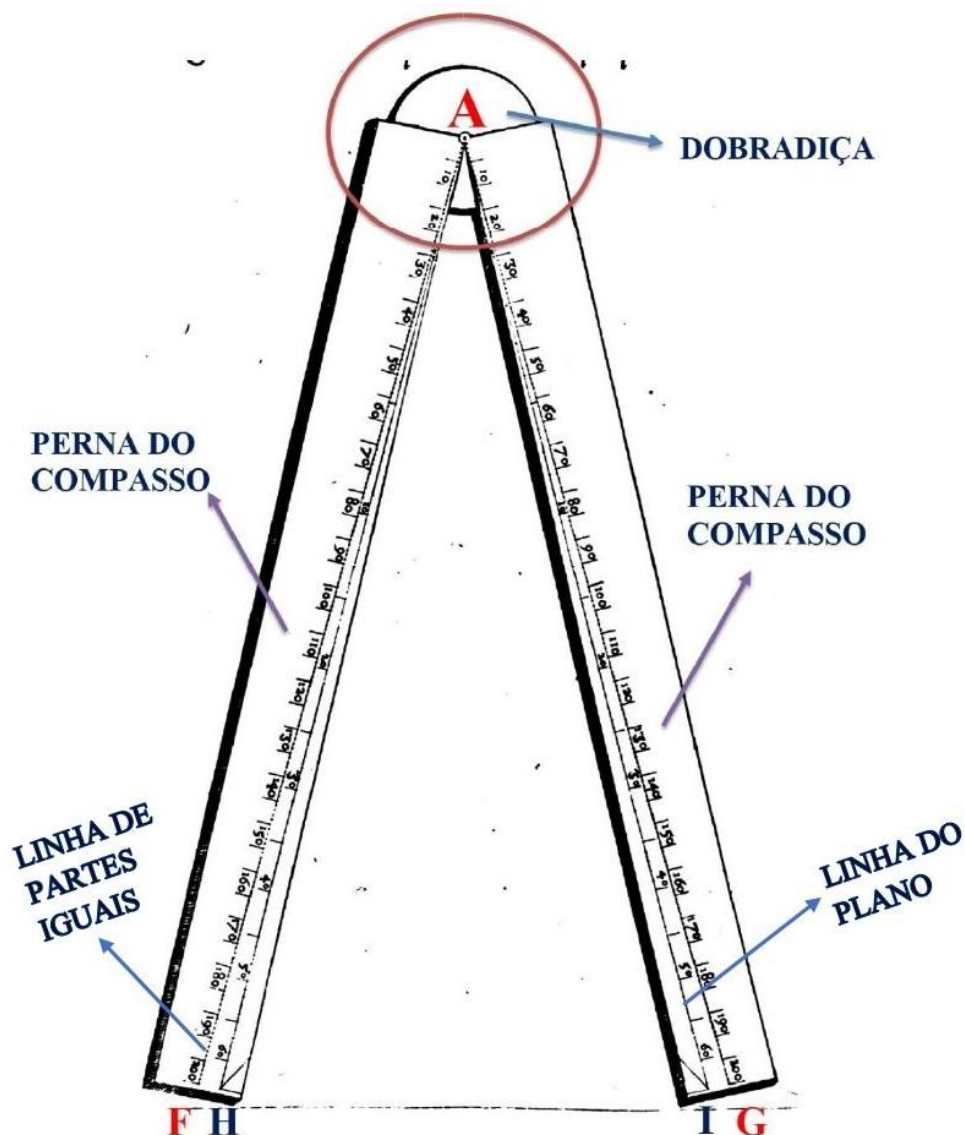
Entre os instrumentos matemáticos, tem-se o compasso de proporção (Figura 10), descrito por Henrion (1631) como sendo

duas réguas unidas por meio de uma dobradiça tão bem ajustada que elas possam sentir-se, movendo-se de maneira uniforme, fechando e abrindo para tal abertura que um vai desafiá-la. Essas réguas ou partes principais assim unidas recebem o nome de pernas do compasso de proporção, na qual o centro A da dobradiça é o ponto central do instrumento assinalado com A: a partir do qual devem ser traçadas as linhas que

estão descritas no plano das réguas de cada um dos lados do referido compasso (HENRION, 1681)³⁷.

Nesse trecho, é possível identificar as partes do compasso de proporção a partir de sua descrição. Henrion (1681) relata que o compasso de proporção é composto de uma dobradiça, do ponto central A contido na dobradiça, de duas réguas que ele chama de pernas do compasso e das linhas contidas nos dois lados das réguas, em que a dobradiça permite o instrumento abrir e fechar de maneira uniforme. Vejam-se as partes do instrumento na Figura 10.

Figura 10 – Partes do compasso de proporção (Frente)



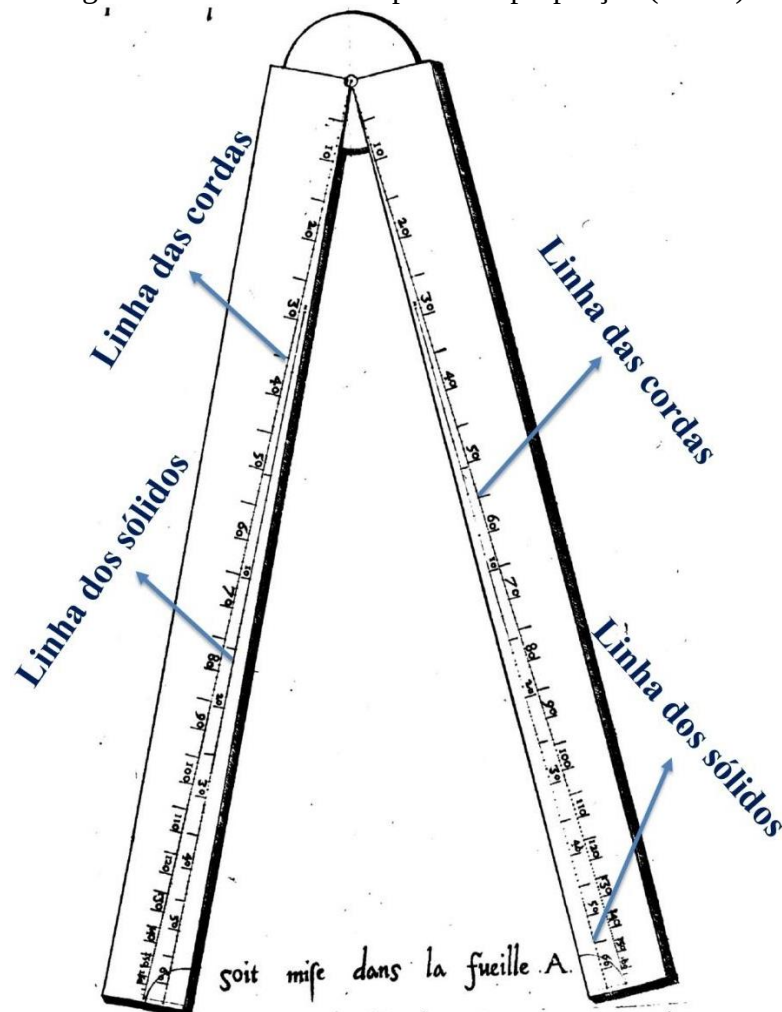
Fonte: Adaptado de Henrion (1631).

³⁷ jointes ensembles par le moyen d'une charniere si bien ajustée, qu'elles puis sent fe mouvoir d'une maniere uniforme, se fermer & se mettre à telle ouverture qu'on le defirera. Ces regles ou parties principales ainsi jointes, reçoivent le nom de jambes du Compas de proportion, dont le centre de la charniere est le point central de l'instrument marqué A: duquel point central doivent estre tirées les lignes qui font décrites sur le plan des regles de chacun des costez dudit compas (HENRION, 1681).

Na Figura 10, há duas escalas enumeradas, estas são chamadas de —[...]linhas de partes iguais e linhas dos planos|| (HENRION, 1631, carta ao leitor). As linhas de partes iguais ou linhas retas, também conhecidas de aritmética, são representadas por AF e AG, as quais têm seu raio dividido em 200 partes iguais, que possibilitam realizar multiplicações, divisões e regras de três auxiliadas de um compasso comum, ou seja, o compasso convencional sem escalas (FRAILE, 2019; HENRION, 1681; HENRION, 1631).

As linhas dos planos ou linhas geométricas ou quadradas são representadas por AH e AI na Figura 10, estas são as escalas dos quadrados cujo raio é dividido em 8 partes iguais, sendo utilizado para calcular superfícies proporcionais e obter a média proporcional de dois segmentos (FRAILE, 2019; HENRION, 1681; HENRION, 1631). Além dessas duas escalas apresentadas, têm-se mais duas, as linhas dos sólidos e as linhas das cordas (Figura 11), que se encontram no verso do instrumento.

Figura 11 – Partes do compasso de proporção (Verso)



Fonte: Adaptado de Henrion (1631).

As linhas dos sólidos ou linhas cúbicas da Figura 11 mostram a escala de dois sólidos semelhantes, sendo dividida em quatro partes, que permitem inserir duas médias proporcionais, as quais possibilitam a extração da raiz cúbica (FRAILE, 2019). E as linhas das cordas ou graus do círculo da Figura 11 apresentam o comprimento da corda de uma circunferência, que permite determinar o ângulo central entre 0 e 180 graus, desempenhando o papel de uma escala trigonométrica não padrão (FRAILE, 2019).

Porém, essas não são as únicas escalas citadas por Henrion (1631). Em seu apêndice, retrata mais cinco linhas advindas das quatro anteriores: a linha dos polígonos; a linha dos corpos inscritos; a linha de igualdade; a linha de metal; a linha das tangentes. Fraile (2019) ainda retrata a linha dos calibres de peças. Essas linhas, todavia, não serão estudadas nesta pesquisa, em que o foco é apenas a linha de partes iguais.

Na próxima subseção, ela será estudada mediante trechos do tratado de Henrion (1631) sobre a fabricação das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção. Isso permitirá identificar os conhecimentos geométricos que estão articulados nessa fabricação, visando futuros potenciais didáticos.

3.2 A marcação das linhas de partes iguais do compasso de proporção

Ao se realizar a leitura do tratado *L'usage du compas de proportion*, em sua primeira parte, intitulada *Les plus belles et utiles operations qui se pratiquent sur le compas de proportion*, encontra-se a descrição de como construir o compasso de proporção. Em princípio, Henrion (1631, p. 1) descreve o material utilizado na construção das duas réguas, nomeadamente —[...]latão ou outro material sólido||.

Esse material, por sua vez, foi bastante utilizado nesse período, pois o latão é uma liga de cobre e zinco, em que seu aquecimento tem as tensões provenientes de trabalho mecânico, podendo ser cortado, fundido e soldado facilmente, sendo um material relativamente barato de ser produzido (GRANATO, 2003, p.144 *apud* GRANATO et al., 2007, p. 9-10). Logo após apresentar o material, Henrion (1631, p. 1) realiza as instruções a seguir:

Primeiro você tem que fazer de latão, ou outro material sólido, duas regras ABC, ADE, absolutamente iguais, que são tão unidas em A contida na dobradiça, que fluem livre e uniformemente em torno do referido centro A: depois, ao longo do plano das ditas regras do ponto A, segue as retas AF, AG, que cortam BC, DE também em duas, ou na forma que cada parte faz à sua correspondente (TRADUÇÃO NOSSA)³⁸.

³⁸ *Premierement il faut faire de laton, ou autre matiere solide, deux regles ABC, ADE, du tout egales, lefquelles foient tellement conjointes en A, avec vu cloud & charniere, qu'elles te puiffent librement & uniformément mouuoira l'entour dudit centre A: en apres, fur le plan desdites regles du poinct A, foient menees les lignes*

Percebe-se que Henrion (1631), em suas primeiras instruções, já informa sobre a construção do compasso de proporção, indicando que sejam feitas de latão, ou de outro material sólido, duas regras ABC e ADE iguais, sendo unidas em A. Mas, o que é “regra” no século XVII? A régua tem origem no francês (regle), que significa “lei ou regra”, portanto, a regra à qual está se referindo Henrion (1631) é a régua de medição.

Observa-se que ele não descreve nenhuma sugestão de como deve ser realizada a construção do compasso de proporção, ou seja, não informa as medidas do diâmetro da dobradiça ou como deve ser realizada a união da dobradiça com as réguas. Segundo Saito e Dias (2011), isso ocorre por ser um texto destinado a pessoas que já tinham o conhecimento prático de construção desse instrumento.

Mesmo não possuindo todas as instruções, foi construído, na Figura 12, um esboço das réguas descritas na citação anterior de Henrion (1631), em que se necessita de duas réguas, isto é, das pernas do compasso de proporção ABC e ADE (Figura 12).

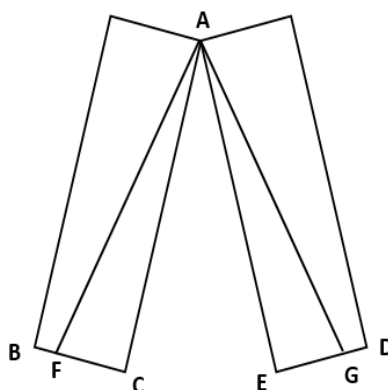
Antes de continuar a descrição da construção das pernas do instrumento, é preciso lembrar que a linguagem geométrica utilizada no período é diferente da linguagem utilizada na atualidade, por ter passado por grandes transformações. Assim, as linguagens matemáticas, que fundamentam esta pesquisa, são de Euclides (2009) e de Henrion (1631).

Após relatar sobre as pernas do compasso de proporção ABC e ADE, o autor realiza a segunda instrução, conforme —[...]as regras do ponto A acima mencionadas, são conduzidas as retas AF, AG, que também cortam BC, DE em duas|| (HENRION, 1631, p. 1). Novamente, Henrion (1631) não detalha informações relevantes para a construção das retas AF e AG, não indica a distância entre BF e DG ou FC e EG. Nesse sentido, deve-se recorrer à Figura 7³⁹ para observar o posicionamento das retas, concluindo com a Figura 12.

droictes AF, AG, qui coupent BC, DE en deux également, ou en forre que chaque partie foit à sa correspondante (HENRION, 1631, p. 1).

³⁹ A figura 7 encontra-se no capítulo 2.

Figura 12 – Representação das linhas AF e AG



Fonte: Elaborada pela autora (2022).

Após as instruções da elaboração da Figura 12, Henrion (1631) quer continuar a fazer novas instruções sobre a fabricação das linhas de partes iguais:

então cada um desses AF, AG é dividido em 100 ou 200 partes iguais, ou em outro número que desejarmos, conforme o tamanho do instrumento permitir: e porque o que usamos normalmente tem apenas 5 ou 6 polegadas de comprimento, & com menos de uma polegada de largura, cada uma dessas linhas AF, AG é dividida apenas em 200 partes, cuja divisão é tão fácil que não é necessário ensiná-la; apenas diremos que para maior praticidade é necessário primeiro dividir a linha inteira em duas outras partes iguais, depois uma dessas partes em duas outras partes iguais, e novamente uma dessas metades em cinco partes iguais, e assim você terá a 20ª parte de toda a linha, que consequentemente valerá 10 partes; isso faz com que pegue com um pequeno compasso o tamanho desta última parte, & transfira-o ao longo destes AF, AG, & cada um será dividido de 10 em 10 (TRADUÇÃO NOSSA)⁴⁰.

Henrion (1631, p. 1 e 2) continua indicando o que deve ser feito com as retas AF e AG, falando que —[...]dependendo do tamanho do instrumento construído estas retas devem ser divididas em cem ou duzentas partes, ou qualquer outro valor desejado. Informando, logo em seguida, que, normalmente, seu instrumento possui —[...]cinco ou seis polegadas de comprimento, e menos de uma polegada de largura (HENRION, 1631, p. 1-2). Vê-se que, ao indicar as dimensões do seu instrumento, ele utiliza uma unidade de medida de seu período, a polegada, por não haver uma unidade de medida universal.

⁴⁰ puis chascune d'icelles AF, AG soit divifée en 100 ou 200 parties égales, ou en tel autre nombre qu'on voudra, felon que la grandeur de l'instrument le pourra permettre: et pource que celui dont nous nous servons ordinairement n'a que 5 ou 6 poulces de long, & moins d'un poulce de large, chascune decs lignes AF, AG n'est divifée qu'en 200 parties, laquelle division est si aisée qu'il n'est besoin de l'en seigner; seulement dirons nous que pour le plus feur & cômode il faut premierement diviser toute la ligne en deux autres parties égales, puis l'une de ces parties en deux autres parties égales, & encore l'une de ces moitez cy en cinq parties égales, & par ainsi vous aurez la 20^e partie de toute la ligne, qui par consequent vaudra 10 parties; ce faict prendre avec un petit compas la grandeur de ceste dernière partie, & la transferez le long d'icelles AF, AG, & chascune sera divifée de 10 en 10 (HENRION, 1631, p. 1-2).

Além da unidade de medida, Henrion (1631, p. 1-2) fala também que essa linha deve ser dividida em duzentas partes, sendo bastante simples, —[...]basta dividir a linha em duas iguais, e uma destas partes em mais duas partes iguais, e novamente uma destas metades em cinco partes iguais, e assim terá a vigésima parte de toda a linha, que valerá dez||. Henrion (1631) explica o que deve ser feito para dividir uma linha em partes iguais, mas não diz como o processo de divisão dessas linhas deve ocorrer, além disso, não cita estudos da época que possam ajudar.

Porém, na subseção anterior, especificamente, na nomeada Didier Henrion, é possível identificar a tradução dos Elementos, de Euclides, ou seja, Henrion (1631) conhecia e tinha estudado os Elementos, de Euclides. Então, provavelmente, para dividir uma linha em duas partes iguais, era utilizada a proposição 10 do livro I dos Elementos, de Euclides:

Cortar em duas a reta limitada dada: Seja a reta limitada dada AB; é preciso, então, cortar a reta limitada AB em duas. Fique construído sobre ela o triângulo equilátero ABC, e si que cortado o ângulo sob ACB em dois pela reta CD; digo que a reta AB foi cortada em duas no ponto D. Pois, como a AC é igual à CB, e a CD é comum, então, as duas AC, CD são iguais às duas BC, CD, cada uma a cada uma; e o ângulo sob ACD é igual ao ângulo sob BCD; portanto, a base AD é igual à base BD. Portanto, a reta limitada dada AB foi cortada em duas no D; o que era preciso fazer (EUCLIDES, 2009, p. 106).

Nessa citação, é dado um segmento AB sendo dividido em duas partes, AD e DB, que, segundo a proposição 10, são de mesma medida; visto que, ao construir o triângulo equilátero ABC e dividir o ângulo ACB em dois pela reta CD, ele está traçando a bissetriz do ângulo ACB e, por consequência, traçando a mediatriz D no segmento AB.

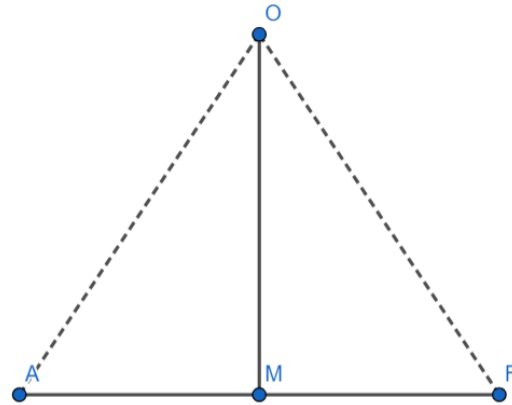
Ele demonstra que o segmento foi dividido em duas partes iguais, pela semelhança de triângulo, ao informar que —[...]AC é igual à CB, e a CD é comum, então, as duas AC, CD são iguais às duas BC, CD, cada uma a cada uma; e o ângulo sob ACD é igual ao ângulo sob BCD; portanto, a base AD é igual à base BD|| (EUCLIDES, 2009, p. 106). Isso mostra que AD e BD são iguais pela propriedade lado, ângulo, lado da semelhança de triângulo.

A proposição 10 utiliza-se de semelhança de triângulos, bissetriz e mediatriz para cortar em duas a reta limitada AB. Destarte, utilizando essa proposição 10 de Euclides (2009) e seguindo as orientações dadas por Henrion (1631) para dividir em 20 partes iguais, serão construídas as linhas de partes iguais.

—[...]A linha AF|| contida no compasso de proporção, Figura 12, —[...]deve ser dividida em duas partes iguais|| (HENRION, 1631, p. 2). Então, desenha-se o triângulo equilátero AFO (Figura 13) e traça-se a bissetriz no ângulo AOF, ou seja, corta-se o ângulo sob AOF em dois

pela reta OM, em que a reta AF foi cortada em duas no ponto M, que é a mediatriz de AF, como mostra a Figura 13:

Figura 13 – Divisão da linha AF em duas partes iguais

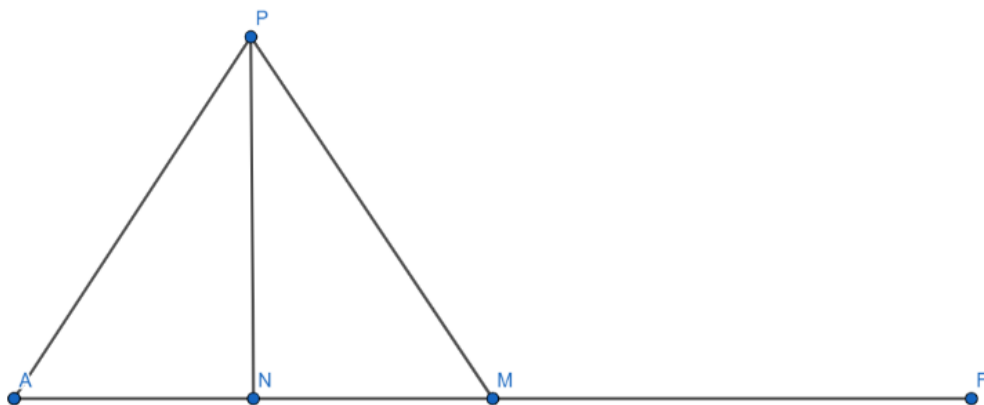


Fonte: Elaborada pela autora (2022).

Em consonância com Euclides (2009), a Figura 13 indica a divisão de AF em duas partes iguais, pois como AO é igual a OF e OM é comum, dessa maneira, AO e OM são da mesma medida de FO e OM, respectivamente e o ângulo sob AOM é igual ao ângulo sob FOM. Logo, pela propriedade lado, ângulo, lado, a base AM é igual à base FM.

Após dividir a linha AB em duas partes iguais, AM e AF, deve ser realizado o mesmo processo novamente, dividindo —[...]uma destas partes em duas outras partes iguais|| (HENRION, 1631, p. 2). Sendo assim, a linha AM será dividida em duas partes utilizando a proposição 10 de Euclides (2009). Por isso, desenha-se o triângulo equilátero AMP (Figura 14) e traça-se a bissetriz no ângulo APM, isto é, corta-se o ângulo sob APM em dois pela reta PN, em que a reta AM foi cortada em duas no ponto N, que é a mediatriz de AM, como mostra a Figura 14:

Figura 14 – Divisão da linha AM em duas partes iguais



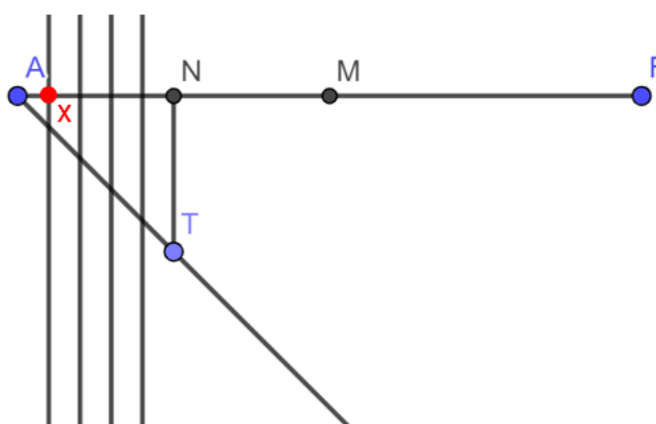
Fonte: Elaborada pela autora (2022).

A Figura 14 indica a divisão de AM em duas partes iguais, segundo Euclides (2009), porque como AP é igual a PM e PN é comum, então, AP e PN são iguais a MP e PN, respectivamente e o ângulo sob APN é igual ao ângulo sob MPN. Pela propriedade lado, ângulo, lado, a medida da base AN é igual à base MN.

Depois, Henrion (1631, p. 2) instrui que —[...]uma dessas partes encontradas deve ser dividida em cinco partes iguais||, entretanto, não informa como deve ser realizado. E não é possível utilizar a semelhança de triângulo para encontrar a mediatriz, como os processos anteriores, pois estes apenas dividiram-se em duas, quatro ou seis partes iguais, nunca em cinco partes. Com isso, será necessário ser anacrônico⁴¹ e utilizar o teorema de Tales, —[...]um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais|| (GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JUNIOR, 2007, p. 206).

À vista disso, sucedeu-se à demanda de um segmento de reta AT na transversal AF, com abertura de um ângulo qualquer, partindo do ponto A, em que esse segmento, com a ajuda de um compasso comum, foi fragmentado em cinco segmentos congruentes. Após, realizando-se uma ligação do último ponto T com o ponto N, obteve-se a linha NT, que permite a construção de feixes de paralelas, segundo a proposição 30: —[...]as paralelas à mesma reta são paralelas entre si|| (EUCLIDES, 2009, p. 121). Veja-se a construção na Figura 15.

Figura 15 – Dividindo AF em cinco partes iguais



Fonte: Elaborada pela autora (2022).

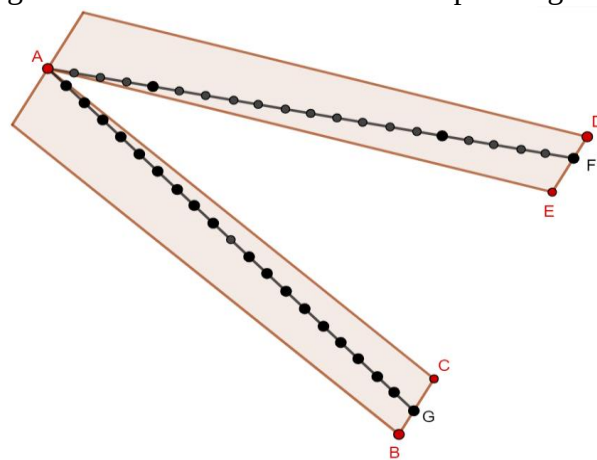
Vale ressaltar que Henrion (1631) não informa como devem ser divididas essas partes das linhas. Portanto, essas divisões foram realizadas por meio dos conhecimentos de Euclides

⁴¹ Contrário aos usos da época a que se refere (RIOS, 1999, p. 97).

(2009) e de noções atuais de semelhança de triângulo, bissetriz, mediatriz e teorema de proporcionalidade.

Por fim, há seguinte instrução: —[...]a última parte vale dez, transferia com um compasso o tamanho desta última parte em toda as linhas AF e AG, sendo assim divididas 10 em 10|| (HENRION, 1631, p. 2). Observe-se que a Figura 16 expõe a transferência do tamanho da última parte, que é a distância entre os pontos A e X da Figura 15, para todo o comprimento da linha AF e AG.

Figura 16 – Divisão de AF e AG em partes iguais



Fonte: Elaborada pela autora (2022).

Essas linhas AF e AG, conhecidas por linhas de partes iguais, são as únicas linhas que Didier Henrion descreve a construção ao iniciar o documento, em que as outras linhas podem ser demarcadas utilizando-se as mesmas ideias. Henrion (1631) deixa algumas proposições que exemplificam o uso das quatro linhas: partes iguais, dos planos, dos sólidos e das cordas. Optou-se, nesta pesquisa, por estudar apenas a linha de partes iguais a partir de uma proposição sugerida no tratado *L'usage du compas de proportion*.

3.3 Uso da linha de partes iguais contida no compasso de proporção advindo de Henrion (1631)

Com a linha de partes iguais do compasso de proporção, podem-se estudar alguns conceitos de proporcionalidade geométricos, auxiliando na agrimensura e na arte da guerra. Henrion (1631) relata 53 proposições, que carecem do uso das quatro linhas (linha de partes iguais, linha das superfícies ou plano, linha das cordas, linha dos sólidos). Dentre elas, estão relacionadas à linha de partes iguais as proposições do Quadro 3:

Quadro 3 – Proposições relacionadas às linhas de partes iguais

PROP. 1	Sendo, portanto, uma linha reta, corte a parte que quiser;
PROP. 2	Dadas duas ou mais linhas retas, uma das quais é estimada para conter quantas partes iguais desejar, das quais o número não exceda 200; descubra, quantas dessas partes estão contidas em cada uma das outras linhas fornecidas;
PROP. 3	Para dois números dados, encontre um terceiro proporcional; & às três, um quarto;
PROP. 4	Para duas retas dadas, encontre uma terceira proporcional; & às três, um quarto;
PROP. 10	Conhecendo um ângulo, encontre o seno dele.
PROP. 19	Dado um círculo, encontre o lado de qualquer polígono regular que você deseja inscrever no referido círculo.
PROP. 20	Dada uma linha reta para o lado de qualquer polígono regular, encontre o semidiâmetro do círculo no qual o referido polígono pode ser inscrito e faça a referida inscrição;
PROP. 24	Dado algum número, encontre a raiz quadrada dele;
PROP. 27	Entre duas linhas retas fornecidas, encontre uma média proporcional.

Fonte: Tradução adaptada de Henrion (1631).

Essas proposições expostas no Quadro 3 não estão apenas relacionadas às linhas de partes iguais, por exemplo, a prop. 10 relaciona-se à linha das cordas e das partes iguais. Diferentemente da prop. 1, que utiliza apenas as linhas de partes iguais.

Dentre todas as proposições apresentadas, o foco está na prop. 27, que retrata a média proporcional de duas linhas retas, que será explanada na próxima subseção, dando ênfase em explicar a proposição mediante exemplos advindos de Henrion (1631).

3.3.1 Média proporcional de duas linhas retas

A média proporcional de duas linhas retas é enunciada por Henrion (1631, p. 49, tradução nossa)⁴² como a vigésima sétima proposição sobre o uso: —[...]Entre duas linhas retas fornecidas, encontre uma média proporcional||. As duas linhas retas fornecidas serão construídas a partir da manipulação da linha de partes iguais, seguindo-se as instruções:

É necessário primeiro abrir o compasso de proporções em ângulo reto, depois transferir as linhas dadas para uma das linhas retas do dito Compasso, para saber quantas partes cada uma das linhas dadas contém, como as contidas no Compasso: depois de ler as ditas linhas ou números das partes que eles contem, e tomar com o Compasso Comum metade da soma, ou colocar um dos pontos do referido Compasso Comum assim aberto em um dos Compassos de proporção à diferença entre a referida

⁴² Lê-se no original: “Entre deux lignes droites donnees, trouuer une moienne proportionnelle” (Henrion, 1631, p. 49).

metade e a linha ou número menor; e local em que o outro ponto cairá na outra perna, será o tamanho da média proporcional necessária mostrada (Henrion, 1631, p. 49)⁴³.

Inicialmente, o autor informa que é preciso abrir o compasso de proporção em um ângulo reto, ou seja, de 90 graus. Em seguida, deve-se transferir as linhas para uma das linhas do compasso de proporção. A linha de partes iguais foi a escolhida para a transferência, assim, será possível identificar o tamanho dessas linhas de acordo com as partes iguais do instrumento.

Depois de identificar o tamanho das duas linhas, é essencial somar as linhas e calcular a metade da soma das linhas, seguidamente da diferença entre a metade e o menor valor, desse modo, traçando a média proporcional das duas linhas. Quando Henrion (1631) sugere pegar um compasso, ele refere-se ao compasso comum, que proporciona a construção do semicírculo, tendo como raio a diferença entre a metade da soma das linhas e o menor valor, consequentemente, mostra a média proporcional das duas linhas.

Imediatamente após a explicação, há o exemplo:

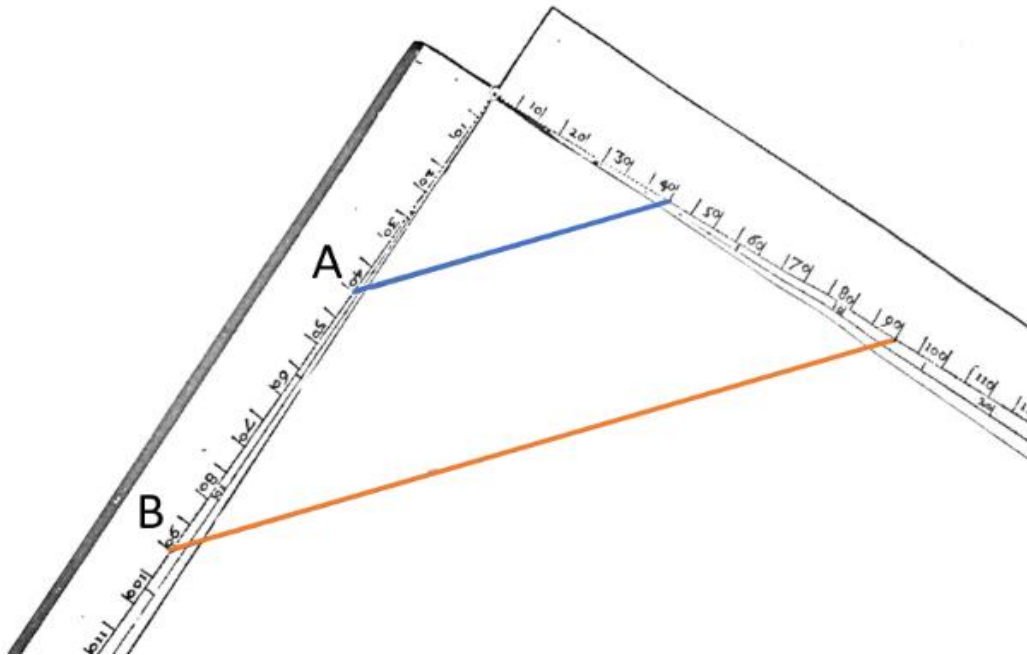
É necessário encontrar uma média proporcional entre as duas linhas retas A e B: tendo aberto o compasso de proporção em ângulos retos, pegue as ditas linhas A e B, e o transporte na perna do compasso de proporção à linha direita. Descubra que A termina no número 40, B no número 90, que dois números somados fazem 130, na qual metade é 65, que eu tomo na dita linha reta, e coloco um dos pontos em uma das pernas do compasso de proporção ao número 25, que é a diferença entre a dita metade 65 e a linha menor 40. Em que o outro ponto cairá sobre a outra perna no número 60, que é a quantidade da proporção média necessária, que dá a linha C (Henrion, 1631, p. 49., tradução nossa)⁴⁴.

Traz-se a problemática de duas linhas A e B, a linha A é a representada pela cor azul e a linha B pela cor laranja na Figura 17, em que se deve encontrar a média proporcional entre A e B. Seguindo as instruções de Henrion (1631), primeiro, abre-se o instrumento em um ângulo reto com a ajuda de um esquadro, depois, colocam-se as linhas A e B no compasso de proporção referentes aos valores 40 e 90, como mostra a Figura 17.

⁴³ *Qu'il faut premierement ouvrir le Compas de proportion à angle droict, puis transferer les lignes donnees sur l'une des lignes droites dudit Compas, afin de sçavoir combien chacune d'icelles lignes donnees contient de parties, telles que celles contenues en iceluy Compas: puis ayant adiousté lesdites lignes ou nombres des parties qu'elles contiennent, & pris avec le Compas commun la moitié de la somme, soit posee l'une des pointes dudit Compas commun ainsi ouvert sur l'une des jambes du Compas de proportion à la difference d'entre ladite moitié & la moindre ligne ou nombre; & où l'autre pointe ira tomber sur l'autre jambe, sera montré la grandeur de la moyenne proportion nelle requise* (Henrion, 1631, p. 49).

⁴⁴ *Qu'il faille trouver une moyenne proportion nelle entre les deux lignes droictes A & B: Ayant ouvert le Compas de prop. à angle droict, ie prends lesdites lignes A & B, & les transporte sur la jambe du Compas de proportion à la ligne droicte, & trouue que A se termine au nombre 40, & B au nombre 90, lesquels deux nombres i'adiouste ensemble, & font 130, dont la moitié est 65, que ie prends sur ladite ligne droite, & pose l'une des pointes sur l'une des jambes du Compas de proportion au nombre 25, difference d'entre ladite moitié 65 & la moindre ligne 40, & l'autre pointe va tomber sur l'autre jambe au nombre 60, & telle est la quantité de la moyenne proportion nelle requise, qui donne la ligne C* (Henrion, 1631, p. 49).

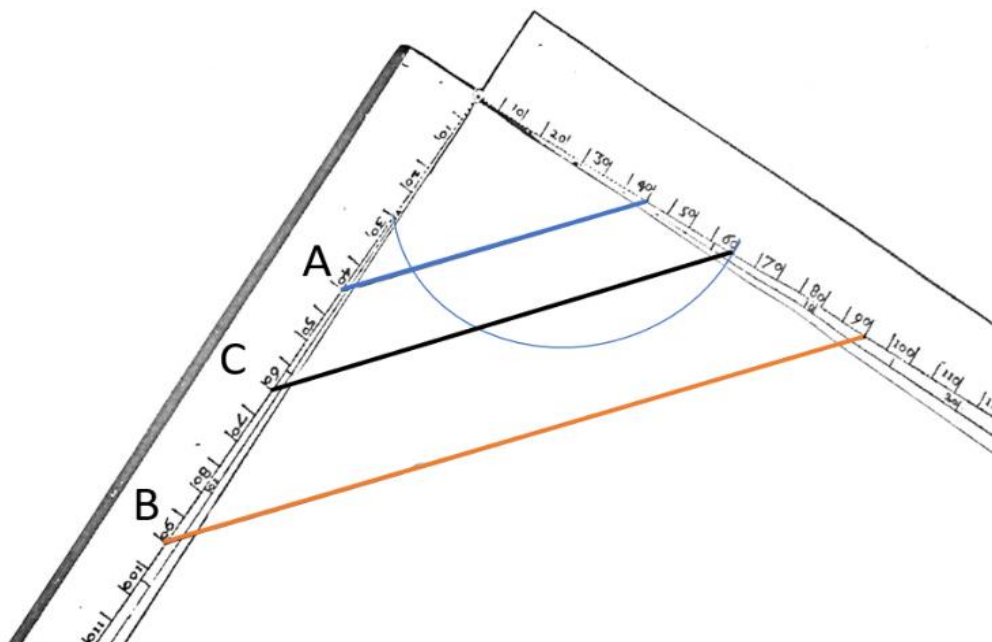
Figura 17 – Linha A e B no compasso de proporção



Fonte: Elaborada pela autora (2022).

Após identificar os valores de A e B, Henrion (1631) instrui somar os valores e calcular a metade dessa soma. Se A é 40 e B é 90, então, $40 + 90 = 130$, logo, metade de 130 é 65. Em seguida, retira-se a diferença entre a metade encontrada e o menor valor, isto é, $65 - 40 = 25$, em que esse valor encontrado é o raio do semicírculo, que permite encontrar C, a média proporcional das duas linhas, sendo 60, veja-se na Figura 18.

Figura 18 – Média proporcional de A e B



Fonte: Elaborada pela autora (2022).

Ainda observando a Figura 18, é possível identificar alguns conhecimentos geométricos, como semelhança de triângulos, teorema das proporcionalidades, paralelismo, perpendicularismos, ângulos internos e externos, soma dos ângulos internos de um triângulo e vários outros. Esses conhecimentos, por sua vez, serão mais estudados no capítulo subsequente.

4. UNIDADE BÁSICA DE PROBLEMATIZAÇÃO (UBP)

Esta seção tem o intuito de apresentar as atividades investigativas e problematizadoras elaboradas a partir do estudo do instrumento compasso de proporção contido no tratado *L'usage du compas de proportion*, que são conhecidas como Unidades Básicas de Problematização (UBP). Essas atividades proporcionam reflexões sobre os conhecimentos geométricos emergidos da utilização do compasso de proporção.

As UBP fazem parte da interface entre história e ensino de matemática, sendo mostradas, nesta seção, mediante dois fragmentos. O primeiro define a UBP por meio de comparação das fases da interface e dos exemplos desenvolvidos por Martins (2021); Pereira e Tavares (2017); Lima Filho, Santos e Mendes (2013); dentre outros expostos no decorrer desta seção. Já o segundo fragmento apresenta as três UBP desenvolvidas para estudar o contexto, a fabricação e o uso do compasso de proporção.

4.1 O que é a UBP?

A Unidade Básica de Problematização (UBP), segundo alguns pesquisadores, pode ser um meio de implementação das práticas de transversalidade do conhecimento nas salas de aulas. Mendes (2009) relata que, pela transversalidade, a matemática passa a ser olhada como um dos aspectos de um caleidoscópio no qual se evidenciam várias possibilidades cognitivas de explicação/compreensão das realidades vistas pelo olhar humano.

Através da utilização dessa transversalidade, será possível dar sentido à matemática, esta, muitas vezes, ensinada como um conjunto de regras a serem seguidas. Fazer os alunos investigarem é dar-lhes uma oportunidade para compreenderem e procurarem, no seu meio social, algo que faça sentido para aprenderem determinado conhecimento matemático/geométrico. Com isso, a construção do conceito de transversalidade é

uma ação reflexiva na qual interferem o contexto, a trajetória pessoal, os intercâmbios sócio-culturais, os diálogos entre os diversos significados das informações produzidas e utilizada em cada contexto social, bem como a importância dessas informações em todos os contextos ligados aos possíveis temas tomados sob a luz da transversalidade (MENDES, 2009, p. 14).

Logo, utilizar a transversalidade é relacionar estratégias matemáticas com temas advindos da sociedade, propiciando o desenvolvimento da Educação Matemática globalizada e

decisiva para a formação de valores humanos (MENDES, 2009), que se relacionam com a UBP, que é definida como

um *flash discursivo memorialístico* que descreve uma prática situada em um determinado campo de atividade humana, e que teria sido de fato realizada para se responder a uma necessidade posta a uma comunidade de prática, em algum momento do processo de desenvolvimento dessa atividade na história (MIGUEL; MENDES, 2021, p. 129).

A prática evidenciada, na definição da UBP, será adquirida na aplicação das atividades ao se estudar o tratado de Henrion (1631), por gerar ação e reflexão do professor ao ensinar geometria, permitindo discussões de fatos históricos que influenciaram o uso do instrumento compasso de proporção, ocasionando o *flash discursivo* nos participantes ao executarem as atividades.

Assim, a UBP proporciona vários modos de problematização indisciplinar⁴⁵ em busca de respostas no âmbito da aprendizagem escolar, que conduzem os estudantes à prática de ações e de reflexões, que possam gerar novos conhecimentos (MEDEIROS; MENDES, 2022). Pela problematização das atividades, os alunos podem —[...]aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades|| (BRASIL, 2018, p. 14).

Contudo, o intuito da construção de um conjunto de UBP é a mobilização das práticas escolares da cultura matemática por meio da problematização (MEDEIROS; MENDES, 2022). A UBP, por sua vez, desenvolve-se a partir de três etapas: 1) mobilização de história para elaboração de uma UBP; 2) foco em práticas escolares específicas e relacioná-las com os objetos matemáticos que serão abordados; 3) elaboração de oficinas e de materiais didáticos. Nessa conjuntura, na

primeira fase da mobilização de história para elaboração de uma UBP, o professor deve buscar identificar diferentes usos e contextos das práticas escolares da matemática e em seguida, recordar de suas vivências escolares mobilizando objetos específicos da cultura matemática – podendo considerar objetos matemáticos estudados e/ou trabalhados nas práticas de ensino, metodologias de ensino, materiais didáticos, normas de comportamentos, práticas avaliativas, etc. – e produzir uma primeira versão de um conjunto analítico – com categoria, descrição e interpretação – de textos que mais tarde serão usados pelos estudantes como *flash discursivo memorialístico* (MEDEIROS; MENDES, 2022, p. 3).

⁴⁵Independentemente de pertencer a qualquer disciplina, ou seja, por se tratar de uma prática sociocultural (MEDEIROS; MENDES, 2022, p. 3).

Os autores sugerem que a primeira fase é a mobilização de histórias para elaboração de uma UBP, ou seja, o docente necessitará estudar o contexto relacionado à sua prática escolar. Nesta pesquisa, a primeira etapa está relacionada com o contexto de elaboração do compasso de proporção, pois é, por ele, que se consegue construir a contextualização do problema que será proposto na UBP. Já

na segunda etapa, o docente deve focar em práticas escolares específicas que estão relacionadas com os objetos matemáticos que serão abordados, elaborando questões norteadoras de natureza pedagógica, histórica, filosófica, epistemológica, lógica, sociológica, etc., considerando sempre as suas expectativas e interesses didáticos e pedagógicos, e os imprevistos (surpresas, diferentes perguntas e respostas dos educandos, falta de materiais, entre outros) que podem ocorrer durante as aulas (MEDEIROS; MENDES, 2022, p. 3).

Os autores informam que, na segunda etapa, é imprescindível focar em práticas escolares específicas e relacioná-las com os objetos matemáticos que serão estudados. Nesta pesquisa, será a etapa da escolha da parte do instrumento que será estudada, nesse caso, escolheu-se estudar a linha de partes iguais contida no compasso de proporção a partir da marcação e do uso dessa escala que envolve conhecimentos geométricos do teorema de proporcionalidade. E, por fim,

na terceira etapa, que pode ser realizada com a precedente, pesquisas documentais orientadas pelas questões estruturadas anteriormente devem ocorrer em programas oficiais e materiais didáticos com vistas a estabelecer novos jogos discursivos de memórias alternativas de práticas escolares, que potencialmente são mobilizadoras da cultura matemática (MEDEIROS; MENDES, 2022, p. 3).

Medeiros e Mendes (2022) salientam que a terceira etapa é a elaboração de oficinas e de materiais didáticos. Nesta pesquisa, são as UBP, ou seja, as atividades e o curso de extensão universitária desenvolvidos para a discussão de conhecimentos geométricos advindos do estudo da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, tendo como público-alvo os licenciandos de Matemática, em que as atividades foram orientadas pelas etapas anteriores.

As três etapas apresentadas anteriormente das UBP, quando observadas pela primeira vez, assemelham-se aos três estágios de construção da interface entre história e ensino de matemática: —[...]o movimento do pensamento na formação do conceito matemático, por meio do processo histórico; o movimento que busca contextualizar os conteúdos matemáticos; a confecção das atividades|| (ALVES; PEREIRA, 2018a, p. 90). No Quadro 4, é possível visualizar melhor essa relação entre a interface e a UBP.

Quadro 4 – Fases da interface e da UBP

FASES DA UBP	FASES DA INTERFACE
A mobilização de história para a elaboração de uma UBP.	O movimento busca contextualizar os conteúdos matemáticos por meio do processo histórico.
Focar em práticas escolares específicas e relacioná-las com os objetos matemáticos que serão abordados.	O movimento do pensamento na formação do conceito matemático.
A elaboração de oficinas e materiais.	A confecção das atividades da interface.

Fonte: Adaptado de Medeiros e Mendes (2022) e Alves e Pereira (2018).

O estágio inicial da interface, em que o movimento busca contextualizar os conteúdos matemáticos pelo processo histórico, assemelha-se direta ou indiretamente com a primeira etapa da UBP (Quadro 4), visto que a interface e a UBP utilizam conteúdo histórico, que dá suporte para o desenvolvimento da atividade, conduzindo a um diálogo interativo com outros aspectos da matemática investigativa (MENDES, 2009).

O movimento do pensamento na formação do conceito matemático é o estágio da interface similar ao segundo da UBP (Quadro 4). Consoante Alves e Pereira (2018), o foco desse estágio da interface é o desenvolvimento do conceito em si, pautando-se na construção de ideias lógicas por meio do objeto matemático. Constata-se que as duas tentam, a partir do objeto matemático, construir ideias norteadoras para as práticas escolares e a formação do conceito matemático, isto é, as duas evidenciam o estudo do objeto matemático.

Outra semelhança é a confecção das atividades da interface e a elaboração de oficinas e materiais da UBP. A confecção dessas atividades é resultado dos estágios apresentados anteriormente, buscando refletir o processo de produção do conhecimento, podendo ser orientada para diferentes propostas de ensino (ALVES; PEREIRA, 2018; SAITO; DIAS, 2013). Nota-se que os produtos tanto da interface quanto da UBP, desenvolvidos após suas devidas etapas, são voltados para o ensino, através da elaboração de materiais didáticos, sejam eles atividades, oficinas, recursos ou cursos de extensão.

Com a comparação realizada entre as etapas da UBP e os estágios da interface, conclui-se que os dois movimentos caminham juntos dentro de suas semelhanças, possibilitando o uso da UBP para a elaboração de interface entre história e ensino de matemática.

Para compreender melhor uma UBP e sua estrutura, foi realizada uma busca de UBP já desenvolvidas, dentre elas, tem-se Lima Filho, Santos e Mendes (2013), que apresentam uma UBP sobre o instrumento quadrante geométrico, em que procuram fazer relações de conceitos geométricos e trigonométricos, tendo sua organização composta por uma problematização e atividades numeradas de 1 a 3.

A problematização é um texto contínuo, que expõe o objetivo da UBP, que é tornar o ensino de matemática significativo por meio de práticas sociais advindas da história, proporcionando ensinar conceitos na matemática escolar. Além disso, traz um pequeno resumo sobre o que contém o livro *Instrumentos nuevos de geometria muy necessários para medir distancia y alturas sem que interuengan numeros como se demuestra en la practica*, de Andrés de Céspedes, publicado em Madrid, em 1606. E finaliza com a exposição de como se obter a medida da altura de uma torre vista ao longo de uma superfície plana, descrita por Céspedes (1606) no seu livro.

Os elementos da problematização são, respectivamente, introdução, objetivo, apresentação do documento histórico em que se baseou a UBP, informando a parte do documento que será estudada, em seguida, expõe o instrumento matemático histórico e finaliza descrevendo um problema e a sua resolução utilizando o instrumento. Após a problematização, exibe a atividade 1:

Imagine que você é um engenheiro civil e trabalha em uma empresa contratada para reformar o Farol de Natal, mais conhecido como Farol de Mãe Luiza, localizado em Natal, Rio Grande do Norte. Para realizar tal empreitada você precisa, entre outros dados, da altura do farol. O problema é que a empresa não dispõe de muitos recursos e então precisa realizar tal medição com soluções criativas. Considere que você havia pesquisado sobre a utilização do quadrante proposto por De Céspedes. Neste caso qual seria o resultado da medição visto que você resolveu utilizar esse recurso? (LIMA FILHO; SANTOS; MENDES, 2013).

A questão é composta da mesma ideia do exemplo mostrado na problematização, trazendo uma referência atual. Mas, ao observar essa atividade pelo olhar da interface entre história e ensino de matemática, é perceptível o anacronismo, por estar buscando, no passado, uma solução para um problema atual.

O desenvolvimento da atividade 2 teve como intuito significar as ações realizadas na resolução da atividade 1, pedindo que se mostre o número de divisões observadas no quadrante A e B, representando o número dos passos da torre medida (LIMA FILHO; SANTOS; MENDES, 2013).

Por fim, a atividade 3, aparentemente, fortalece as reflexões das atividades anteriores, orientando as discussões perante 12 perguntas, que auxiliam na investigação das contribuições da UBP e dos conhecimentos matemáticos emergidos do processo de resolução da atividade anterior.

Martins (2021), em sua tese, apresenta exemplos de várias UBP voltadas a diversos fins, contextual e matemático. Vê-se, no Quadro 5, as UBP e seus devidos objetivos.

Quadro 5 – As UBP de Martins (2021) e seus objetivos

UBP	OBJETIVO
UBP 1: Leonardo da Vinci, seu tempo, sua obra e a matemática por ele estudada	Conhecer Da Vinci e sua obra; relacionar a geometria refletida no Códice Atlântico aos objetos de aprendizagem em Geometria da Educação Básica.
UBP 2: A geometria da folha 100r do Códice Atlântico de Leonardo da Vinci	Investigar que geometria está refletida na folha 100r do Códice Atlântico; estabelecer relações entre essa geometria e aquela estudada na Educação Básica.
UBP 3: O círculo e o triângulo isósceles em Leonardo da Vinci	Explorar elementos da circunferência e do triângulo isósceles.
UBP 4: Leonardo da Vinci: artista, cientista ou geômetra?	Conhecer Da Vinci, seus estudos e o Códice Atlântico.
UBP 5: A folha 300r	Estabelecer relações entre o conteúdo da folha 300r e a geometria escolar.
UBP 6: O moinho de água de Leonardo da Vinci para o ensino de geometria plana	Relacionar o desenho de Leonardo da Vinci, na folha 8r, ao estudo de círculo, circunferência e triângulo retângulo.
UBP 7: O guindaste de Da Vinci	Discutir em sala de aula os possíveis temas de geometria que podem emergir do guindaste de Leonardo da Vinci.
UBP 8: As lúnulas de hipócrates e o teorema de pitágoras: um estudo da folha 389 do Códice Atlântico de Leonardo da Vinci	
UBP 9: Lúnulas de Hipócrates relacionadas ao quadrado e ao hexágono	

Fonte: Martins (2021).

De forma geral, o Quadro 5 trouxe as UBP desenvolvidas por Martins (2021) e os seus objetivos, cuja estrutura resume-se ao título da UBP, ao objetivo, à problematização em formato de texto, às instruções para o professor e aos blocos de questões.

A UBP 1, exposta no Quadro 5, é composta por uma problematização de dois parágrafos, abordando um breve relato sobre a vida e as coleções do pintor renascentista Leonardo da Vinci (1452 - 1519), dando ênfase à coleção Atlântico recorrendo a uma sucinta descrição. Em seguida, há questionamentos que fazem os participantes investigarem e aprofundarem-se nos assuntos apresentados na problematização, além disso, permite a movimentação das discussões até chegar nos objetos de aprendizagem da geometria na Educação Básica.

Após o contexto histórico da UBP 1, Martins (2021) segue as atividades visando investigar a geometria que está inserida na folha 100r do Códice Atlântico pela UBP 2. Para isso, ele introduz um texto problematizador, que inicia apontando que Leonardo da Vinci, além

de pintor, também realizou estudos sobre óptica, arquitetura, hidráulica e geometria, dando abertura para explicar o que a folha 100r do Códice Atlântico abordava.

Segundo Martins (2021), essa folha traz dois assuntos: construção de uma espécie de lâmina para a utilização na escultura e traçados de desenhos geométricos. Após retratar essa folha, ele faz uma pequena instrução ao professor que irá aplicar a UBP, informando que a — [...]UBP contém três blocos de questões: o primeiro versa sobre aspectos mais gerais; o segundo trata a respeito da geometria plana; e, o terceiro discorre quanto à geometria espacial|| (MARTINS, 2021, p. 214).

Na UBP 3, Martins (2021) explora os elementos da circunferência e do triângulo isósceles contido na folha 36r a partir do texto problematizador. Nesse texto, ele informa sua composição, que é

um grupo de desenhos geométricos: duas Pirâmides decompostas em outras pirâmides, círculos e lúnulas. Na metade inferior, um grupo de desenhos mecânicos, como rodas dentadas (engrenagens) entre os quais encontram-se algumas operações aritméticas (MARTINS, 2021, p. 217).

Depois desse texto problematizador, ele instrui os professores sobre como elaborar as perguntas, informando que é preciso focar nos temas da geometria escolar a serem mobilizados mediante os desenhos de Leonardo da Vinci (MARTINS, 2021). Em seguida, descreve as perguntas voltadas para a geometria escolar através dos desenhos de Leonardo da Vinci.

Diferente da UBP 1, a UBP 4 tenta aprofundar-se na vida de Leonardo da Vinci, em seus estudos e no Códice Atlântico, fazendo com que a UBP 4 responda à pergunta do título, se ele era artista, cientista ou geômetra. Como nas UBP anteriores, ele inicia com o texto problematizador, dessa vez, explicando o motivo do sobrenome de Da Vinci e mostrando que ele tinha várias funções na sociedade de seu período, como pintor, escultor, engenheiro arquiteto, mecânico, inventor, produtor e, no decorrer, cita as suas duas principais pinturas: — [...]a Mona Lisa|| e —[...]a Última Ceia||, além de aprofundar-se na exposição do Códice Atlântico (MARTINS, 2021, p. 219).

Após o texto problematizador, Martins (2021) faz, novamente, as instruções para os professores, apontando que, na sua tese, há mais informações sobre Leonardo da Vinci e o Códice Atlântico, o que pode ajudar na construção do texto introdutório das UBP. E, em seguida, expõe os blocos de questões para o aprofundamento e a investigação sobre o assunto que foi abordado.

Na UBP 5, Martins (2021) estabelece uma nova relação entre a folha 300r de Leonardo da Vinci e a geometria escolar. Nessa ocasião, seu texto problematizador é bastante sucinto,

apresentando a imagem da folha 300r que será estudada e um pequeno texto informando que deve ser realizada uma relação entre as descrições feitas em Martins (2021), as anotações e os desenhos de Leonardo da Vinci vistos na folha 300r.

As descrições feitas por Martins (2021), em relação à folha 300r, encontram-se após os blocos de questões, provavelmente, ele fez isso para, primeiramente, serem observadas as anotações e os desenhos da folha 300r, para só depois fazer a relação com sua descrição, que, segundo Martins (2021), trata de uma relação entre o retângulo e o triângulo retângulo.

Tudo isso, ele aborda como instrução para o professor, modificando um pouco a estrutura da UBP, que antes era título, objetivo, texto problematizador, instrução para o professor e bloco de questão. Essa UBP, em princípio, traz o bloco de questão e, depois, a instrução para o professor juntamente com a continuidade do texto problematizador.

Na UBP 6, Martins (2021) volta a utilizar a estrutura anterior de título, objetivo, texto problematizador e bloco de questão, exceto a instrução para o professor. Ela é direcionada a relacionar o desenho de Leonardo da Vinci, na folha 8r, ao estudo de círculo, circunferência e triângulo retângulo.

O texto problematizador da UBP 6 descreve e explica a folha 8r, que —[...]apresenta uma roda de moinho de dez braças de diâmetro, movido por água, com anotação|| (MARTINS, 2021, p. 226). Posteriormente, expõe três blocos de questões sobre o círculo 1, o triângulo CDE e a circunferência 1, respectivamente. E finaliza citando que a —[...]intenção é fornecer encaminhamentos pedagógicos para a sala de aula do professor que ensina matemática nesse nível|| (MARTINS, 2021, p. 229).

A UBP 7 possui a mesma estrutura vista na UBP 6, por sua vez, é voltada a discutir, em sala de aula, os possíveis temas de geometria que podem emergir do guindaste de Leonardo da Vinci por meio do estudo da folha 54ar. Seu texto problematizador explana sobre a folha 54ar, que —[...]contém o desenho de um guindaste que está dentro de uma valeta estreita, e serve para retirar a terra escavada de lá|| (MARTINS, 2021, p. 230). Mediante a exposição do texto anterior, são elaborados dois blocos de questões retratando um triângulo e a pirâmide retangular.

Nas UBPs 8 e 9, ele não destacou o objetivo como fez nas UBPs anteriores, mas, na UBP 8, descreveu orientações de como um professor pode construir uma UBP utilizando as folhas de Leonardo da Vinci.

Ele informa que, primeiramente, deve ser escolhido o que será problematizado da folha de Leonardo da Vinci e, após, elabora-se a problematização, que é —[...]um pequeno texto de apresentação da folha que contenha aspectos gerais e específicos sobre o contexto do conteúdo

da folha|| (MARTINS, 2021, p. 234). Em seguida, mostra exemplo de texto para a problematização e o bloco de questões, descrevendo mais orientações para o professor, dessa vez, apresentando o que tem na folha de Leonardo da Vinci.

O grupo de pesquisa do GPEHM também desenvolveu a UBP nomeada: medição da profundidade do açude Castanhão como um projeto de conscientização ambiental, exposta em um artigo elaborado por Pereira e Tavares (2017). A organização da UBP é composta pelos seguintes tópicos: título da UBP, introdução, conteúdos, objetivos, público-alvo, metodologia, problematização histórica, problematização atual e questionários.

Na introdução, Pereira e Tavares (2017) dizem o que será realizado na UBP, explicando que os alunos foram convidados a pensarem no ato de determinar a profundidade de um açude. Seguidamente, relatam que os conteúdos que serão estudados são densidade e volume, tendo como objetivo —[...]utilizar os conceitos sobre densidade e volume para calcular a profundidade de grandes extensões de água|| (PEREIRA; TAVARES, 2017, p. 31).

O público-alvo dessa UBP são os alunos do Ensino Fundamental II, em particular, do 9º ano, cuja metodologia foi estruturada pela proposta de UBP (PEREIRA; TAVARES, 2017). A problemática histórica de Pereira e Tavares (2017) é uma descrição advinda do livro *Matemática Lúdica*, de Leon Battista Alberti, publicada em 2006, que apresenta como determinar —[...]a profundidade de uma laguna da qual não consegue atingir o fundo nem com a sonda nem com uma grande extensão de cabos grandes profundidades|| (ALBERTI, 2006, p. 41).

Baseadas na problemática histórica, Pereira e Tavares (2017) desenvolvem a problemática atual relatando informações e curiosidades sobre o açude Castanhão, que abastece a grande cidade de Fortaleza e, no período em que o artigo foi publicado, estava com sua capacidade reduzida, finalizando com um suposto problema no qual os alunos necessitaram calcular o volume do açude utilizando o método sugerido por Alberti (2006). Para realizar as discussões e reflexões, utilizaram o questionário que auxilia a relação entre a problemática histórica e a atual.

Portanto, observando os três exemplos apresentados de UBP desenvolvidos por Lima Filho, Santos e Mendes (2013); Martins (2021) e Pereira e Tavares (2017), notou-se que há várias maneiras diferentes de desenvolver uma UBP, em que cada um elaborou de sua forma, tendo como propósito comum a atividade investigativa.

Seguindo as ideias de UBP elaboradas por Martins (2021), desenvolveu-se o modelo utilizado nesta pesquisa, composto por: 1) título da UBP; 2) objetivo; 3) conteúdo estudado; 4) texto problematizador; 5) questionário; 6) notas para o professor. Esse modelo foi utilizado na

elaboração das atividades investigativas, ou seja, as UBP que serão exibidas na próxima subseção.

4.2 O ensino de geometria a partir das UBP e o uso do compasso de proporção

Na sequência, serão apresentadas as UBP desenvolvidas com o intuito de realizar atividades investigativas que possibilitem a identificação de possíveis potenciais didáticos para o ensino de geometria por meio do estudo das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção. No total, foram elaboradas três UBP: a primeira evidenciando o contexto de elaboração do tratado; a segunda, a marcação das linhas de partes iguais do compasso de proporção e a terceira, o uso das linhas de partes iguais do instrumento.

4.2.1 UBP 1: O contexto de elaboração do instrumento compasso de proporção

A primeira UBP é uma atividade de pesquisa, que visa entender os antecedentes da criação do compasso de proporção, mas requer uma compreensão do cenário em que o tratado, que descreve o compasso e o autor foram inseridos. Sendo assim, foi necessário fragmentar a primeira UBP em três partes: 1) Observando o frontispício; 2) Aspectos contextuais: vida e obras de Didier Henrion; 3) Aspectos contextuais e matemáticos do tratado *L'usage du compas de proportion* (1631).

Vê-se, a seguir, os três fragmentos da primeira UBP:

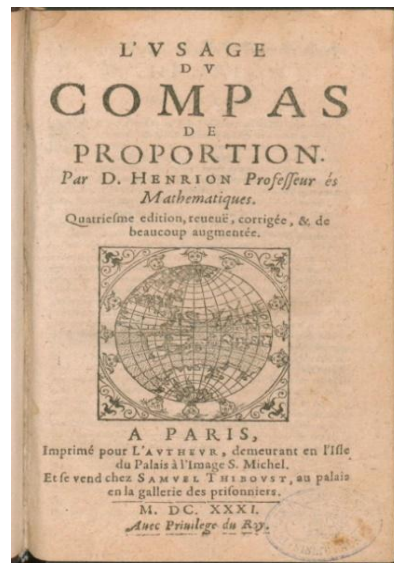
Título: UBP 1 (parte 1) - Observando o frontispício.

Objetivo: identificar elementos contextuais do documento a partir do frontispício.

Conteúdo estudado: o frontispício.

Texto problematizador: nessa primeira parte da UBP 1, a problemática apresentada não foi um texto, mas a imagem do frontispício (Figura 19).

Figura 19 – Frontispício



Fonte: Henrion (1631, frontispício).

Nesse frontispício, os participantes devem identificar os elementos contextuais e o assunto abordado no tratado, sendo norteados pelo **questionário** a seguir:

- 1) Observando esse frontispício, saberia informar a quais elementos contextuais a imagem remete? Observe a imagem e identifique-os?
- 2) Ao observar o frontispício, é possível identificar o assunto que esse documento histórico aborda, qual é o assunto?
- 3) Ao visualizar a imagem contida no frontispício, a que ela remete para você?
- 4) Mesmo com o tratado em francês arcaico, você saberia informar quem é o autor da obra e a sua função na sociedade naquele período? Como chegou a essa conclusão? Explique.
- 5) Após toda essa observação do frontispício, quais foram as ideias do grupo desenvolvidas a partir dos elementos contextuais contidos no frontispício?

Notas ao professor: essas questões norteadoras foram intencionalmente elaboradas para conduzir os participantes a investigarem o frontispício, possibilitando o primeiro contato com os elementos que esboçam o contexto de elaboração do instrumento.

Título: UBP 1 (parte 2) - Aspectos contextuais: vida e obras de Didier Henrion.

Objetivo: conhecer aspectos da vida de Didier Henrion e os elementos da obra *L'usage du compas de proportion* (1631).

Conteúdo estudado: a vida de Didier Henrion e seus escritos.

Texto problematizador: nesse texto, são apresentados alguns acontecimentos ocorridos por volta dos séculos XVI e XVII, de maneira sucinta, como as mudanças proporcionadas por causa da abertura do comércio marítimo e das guerras civis advindas das reformas religiosas. Essas mudanças influenciaram as transformações políticas, econômicas, sociais e científicas, por exemplo, —[...]ganhar uma batalha tornou-se uma questão de quem disparou melhor as armas|| (CUOMO, 1998, p. 34), sendo, assim, um papel político no período. Contudo, emergiram as necessidades de tratados militares que apresentassem problemas análogos das categorias teóricas e práticas, as artes da guerra, tendo como público-alvo os senhores das guerras.

É nesse contexto que Didier Henrion se encontrava, publicando seus dois volumes de *Mémoires Mathematiques recueillies et dressées en faveur de la noblesse Française* (1613) e (1627), que possuem instruções para os oficiais da nobreza francesa. Traz, também, breves instruções sobre o uso do instrumento compasso de proporção, sem fazer referências à sua construção, pois Henrion acreditava que o engenheiro do rei Monsieur Jacques Alleaume (1562 - 1627), o desenvolvedor do instrumento, publicaria sobre o assunto.

Percebendo que Monsieur Jacques não fez a publicação, Henrion, a partir de suas *Mémoires Mathematiques*, publica sobre a fabricação e o uso do compasso de proporção, que renderam quatro edições (1618, 1624, 1626 e 1631) de *L'usage du compas de proportion*, dentre outras publicações que ocorreram após sua morte.

Dessa forma, Masseno e Pereira (2021, p. 55) concluem que —[...]as atividades ligadas à ciência de Henrion eram dedicadas principalmente à instrução privada e tradução para o francês de textos matemáticos latinos||. Construindo, assim, a seguinte bibliografia, explanada por Itard (1972, p. 271 e 272):

- Memoires mathématiques recueillis et dresser en faveur de la noblesse française, 2 vols. (Paris, 1613-1627; 2ª ed., Vol. 1, 1623);
- Traicté des triangles sphériques (Paris, 1617);
- L'usage du compas de proportion (Paris, 1618: 2ª ed., Paris, 1624: 4ª ed., Paris, 1631; 5ª ed., Rouen, 1637, 1664, 1680), edições posteriores por Deshayes (Paris, 1681, 1685);
- Canon Manuel des sinus, touchantes et coupantes (Paris, 1619);
- Cosmographie ou traicté général des choses tant celestes qu'elementaires (Paris, 1620; 2ª ed., Paris, 1626);
- Sommaire de l'algebre très nécessaire pour faciliter l'interprétation du dixiesme liure d'Euclide (Paris, 1623), que também aparece nas várias edições de Henrion de Euclides;
- Sinuum, tangentium et secantium canon manualis (Paris, 1623);

- Logocanon, ou Regle proportionnelle sur laquelle sont appliquées plusieurs lignes et figures divisées selon diverses proportions et mesures (Paris, 1626);
- Traicté des logarithmes (Paris, 1626);
- L'usage du mecometre, qui est un instrument géométrique avec lequel on peut très facilement mesurer toutes sortes de longueurs (Paris, 1630);
- Henrion editou ou traduziu Les trois livres des Eléments sphériques de Théodose Tripolitain (Paris, 1615);
- Les quinze livres des Elémens d'Euclide (Paris, 1614, 1615; 2^a ed., Paris, 1621; 3^a ed., Paris, 1623; 4^a ed., Paris, 1631; 5^a ed., Rouen, 1649);
- Traduction et annotations du Traicté des globes et de leur usage, de Robert Hues (Paris, 1618);
- Edition de la Géométrie et pratique generale d'icelle de Jean Errard (Paris, 1619);
- Les tables des directions et profections de Jean de Montroyal, corrigées, augmentées, et leur usage... (Paris, 1625; nova edição anotada, Paris, 1626);
- Nottes sur les Récréations mathématiques du Père Jean Leurechon (Paris, 1627, 1630, 1638, 1659, 1660, 1669);
- Les quinze livres des Elémens géométriques... plus le livre des Donnez du mesme Euclide... (Paris, 1632; Rouen, 1676; Paris, 1677, 1683; Rouen, 1683, 1685).

Questionário:

- 1) Ao realizar a leitura do texto, foi possível identificar quais elementos contextuais?
- 2) Quais os elementos contextuais do século XVI e XVII lhe chamaram mais atenção?
- 3) Você já conhecia Didier Henrion? Quais aspectos da vida de Didier Henrion você destacou no texto? Pesquise um pouco mais sobre ele e compartilhe o que mais você descobriu sobre esse autor.
- 4) Quais foram as obras desenvolvidas por Didier Henrion? Esses trabalhos tiveram repercussão em seu período? Como chegou a essa conclusão?
- 5) Após toda essa leitura e pesquisa, quais foram os motivos que levaram à elaboração do tratado *L'usage du compas de proportion* por Didier Henrion?

Notas ao professor: perceba que todas as perguntas e os textos são pensados para fazerem os participantes refletirem sobre o contexto de elaboração e realizarem investigações sobre o assunto.

Título: UBP 1 (parte 3) - Aspectos contextuais e matemáticos do tratado *L'usage du compas de proportion* (1631).

Objetivo: identificar aspectos contextuais e matemáticos advindos do tratado *L'usage du compas de proportion*, publicado em 1631, por Didier Henrion.

Conteúdo estudado: aspectos contextuais e matemáticos do tratado.

Texto problematizador: nessa terceira parte da primeira UBP, o texto problematizador foi o tratado *L'usage du compas de proportion* (1631), de Didier Henrion, entregue aos participantes de forma impressa para serem folheados e observados os aspectos contextuais e matemáticos do tratado.

Questionário:

- 1) Ao realizar uma leitura panorâmica de *L'usage du compas de proportion* (1631), o que foi possível perceber sobre a organização do tratado?
- 2) Nessa leitura, foi possível identificar aspectos contextuais? Quais?
- 3) Dentre os aspectos contextuais identificados anteriormente, alguns deles são sociais? Ou políticos? Ou econômicos?
- 4) Nessa leitura, foi possível notar algum conhecimento geométrico no decorrer do tratado? Quais?
- 5) Na leitura panorâmica do tratado, foi possível notar algum conhecimento astronômico? Quais?
- 6) E em relação aos conhecimentos aritméticos, encontrou algum? Quais?

Notas ao professor: o questionário da parte 3 possibilita o fechamento do contexto de elaboração do instrumento contido no tratado, no qual os participantes podem responder aos questionamentos por meio da identificação, em quadro, dos aspectos contextuais e matemáticos. Possibilitando compreender o objeto matemático e seu contexto de elaboração, transformação e transmissão, bem como a análise dos papéis que o mesmo desempenha em outras esferas do conhecimento, sobretudo, nas esferas sociais (BARBOSA, 2022).

4.2.2 UBP 2: A marcação das linhas de partes iguais do compasso de proporção

Além da UBP 1, direcionada ao contexto de elaboração do tratado, há a UBP 2 voltada a estudar a marcação das linhas de partes iguais, ou seja, uma das escalas do compasso de proporção. O objetivo dessa UBP é compreender os conhecimentos geométricos contidos na marcação das linhas de partes iguais.

Antes de iniciar o estudo da marcação dessa escala, é necessário que os participantes conheçam primeiro as partes do compasso de proporção. Com isso, a segunda UBP foi fragmentada em duas partes: na primeira, nomeada *o compasso de proporção*, os participantes

conheceram o instrumento e suas partes; e na segunda, nomeada *a construção das linhas de partes iguais*, eles desenvolveram a marcação das linhas de partes iguais. Vê-se, a seguir, a primeira e a segunda parte da UBP 2:

Título: UBP 2 (parte 1) - O compasso de proporção.

Objetivo: conhecer diferentes tipos de compasso de proporção e as partes do instrumento que está contido no tratado de Henrion (1631).

Conteúdo estudado: as partes do compasso de proporção.

Texto problematizador: o texto aborda o compasso de proporção descrito no tratado *L'usage du compas de proportion*, de Didier Henrion, publicado em 1631, o qual é definido como um instrumento

unido por meio de uma dobradiça bem encaixada, na qual pode-se sentir o movimento uniforme, de fechar e colocar-se numa abertura que será desfeita. Estas réguas ou partes principais assim unidas, recebem o nome de pernas do Compasso de proporção, cujo centro da dobradiça é o ponto central do instrumento marcado A: a partir do ponto central deve ser traçado as linhas descritas no plano das réguas de cada um dos lados do referido compasso (HENRION, 1681, tradução nossa)⁴⁶.

No trecho de Henrion (1681), são notáveis as partes do compasso de proporção, como a dobradiça, as pernas do compasso de proporção, o ponto central A e as linhas da frente e do verso das pernas do instrumento. No total, esse instrumento possui quatro linhas, ou seja, quatro escalas: as linhas de partes iguais, dos planos, dos sólidos e das cordas, respectivamente, as duas primeiras encontram-se na frente do instrumento e as outras duas no verso.

As linhas de partes iguais têm seu raio dividido em 200 partes iguais, possibilitando realizar multiplicações, divisões e regras de três auxiliadas de um compasso comum (FRAILE, 2019; HENRION, 1681; HENRION, 1631). As linhas dos planos são as escalas dos quadrados, cujo raio é dividido em 8 partes iguais, sendo utilizadas para calcular superfícies proporcionais e obter a média proporcional de dois segmentos (FRAILE, 2019; HENRION, 1681; HENRION, 1631).

As linhas dos sólidos mostram a escala de dois sólidos semelhantes, sendo divididas em quatro partes, que permitem inserir duas médias proporcionais, as quais possibilitam a extração da raiz cúbica (FRAILE, 2019). E as linhas das cordas apresentam o comprimento da corda de uma circunferência, que permite determinar o ângulo central entre 0 e 180 graus, desempenhando o papel de uma escala trigonométrica não padrão (FRAILE, 2019).

⁴⁶ *jointes ensembles par le moyen d'une charniere si bien ajustée, qu'elles puis sent fe mouvoir d'une maniere uniforme, se fermer & se mettre à telle ouverture qu'on le defirera. Ces regles ou parties principales ainsi jointes, reçoivent le nom de jambes du Compas de proportion, dont le centre de la charniere est le point central de l'instrument marqué A: duquel point central doivent estre tirées les lignes qui font décrites sur le plan des regles de chacun des costez dudit compas* (HENRION, 1681).

Segundo Fraile (2019), o instrumento compasso de proporção era conhecido por diferentes nomenclaturas, dependendo da região em que estivesse sendo utilizado, por exemplo, na Espanha, era chamado de Pantometra; na Inglaterra, de *The sector*. Rodríguez, Lires e Beviá (2010) também confirmaram que o compasso de proporção era comumente conhecido por Pantometra, pois podia medir todas as linhas, superfícies e corpos, tendo todas as proporções.

Além disso, Fraile (2019) retrata os diferentes tipos de compassos de proporção que há no Museu Arqueológico Nacional da Espanha, abordando um breve contexto de cada um dos compassos da coleção. São quatro compassos mostrados, sendo: *compás de proporción español*, *compás de proporción francés*, dos compases de proporción de prata e *Compás de proporción francés firmado por Butterfield*. Além de informar sobre esses compassos, ainda descreve as linhas do instrumento que se apresentam na frente e no verso. As linhas da frente são: líneas de partes iguais, linha dos planos e dos polígonos. E as linhas do verso são: linha das cordas, linha dos sólidos, linha de metais e linha de medição de peças.

Rodríguez, Lires e Beviá (2010) complementam trazendo a visão de Fray Martin Sarmiento⁴⁷ sobre a utilização do Pantometra (ou compasso de proporção) para o ensino das matemáticas e da astronomia do século XVII e XVIII, afirmando que era o instrumento preferido de Sarmiento, pois esse instrumento se adaptava, podendo ser utilizado em várias profissões ou para diversos fins educativos, expondo o Pantometra comum, o cronológico e o circular.

Logo, conclui-se que, nesse período, o instrumento compasso de proporção era bastante requisitado, por adaptar-se de acordo com a necessidade de seu usuário, e que não existia apenas um tipo, mas vários, que foram construídos para diferentes fins.

Questionário:

- 1) Por meio do trecho de Henrion (1681) apresentado no texto, quais as partes do compasso de proporção?
- 2) O que são as linhas? E quais as suas funções no instrumento?
- 3) Após a leitura do texto problematizador, conseguiu identificar se havia apenas um tipo de compasso? Em qual momento do texto percebeu?
- 4) Por quais as nomenclaturas o compasso era conhecido?
- 5) Quais os tipos de compasso encontrados no museu e expostos por Sarmiento?
- 6) O que o texto problematizador lhe acrescentou?

⁴⁷ Considerado por Rodríguez, Lires e Beviá (2010) um pedagogo do século XVIII.

Notas ao professor: os questionários norteiam a leitura do texto para que ocorra a investigação e a discussão dos participantes sobre as partes e as funções do compasso de proporção, tendo a finalidade de atingir o objetivo proposto. Os participantes, por sua vez, podem utilizar quadros para organizar e compreender os componentes e as funções do instrumento e, por meio da imagem do compasso de proporção, identificar a localização de cada elemento do instrumento. Essas ferramentas têm como intuito facilitar a organização das ideias desenvolvidas pelos participantes.

Título: UBP 2 (parte 2) - A marcação das linhas de partes iguais.

Objetivo: identificar os conhecimentos matemáticos necessários ao construir a marcação das linhas de partes iguais a partir da leitura de um trecho do tratado *L'usage de compas de proportion*, publicado em 1631, por Didier Henrion.

Conteúdo estudado: semelhança de triângulo, bissetriz, mediatriz e teorema de proporcionalidade, entre outros.

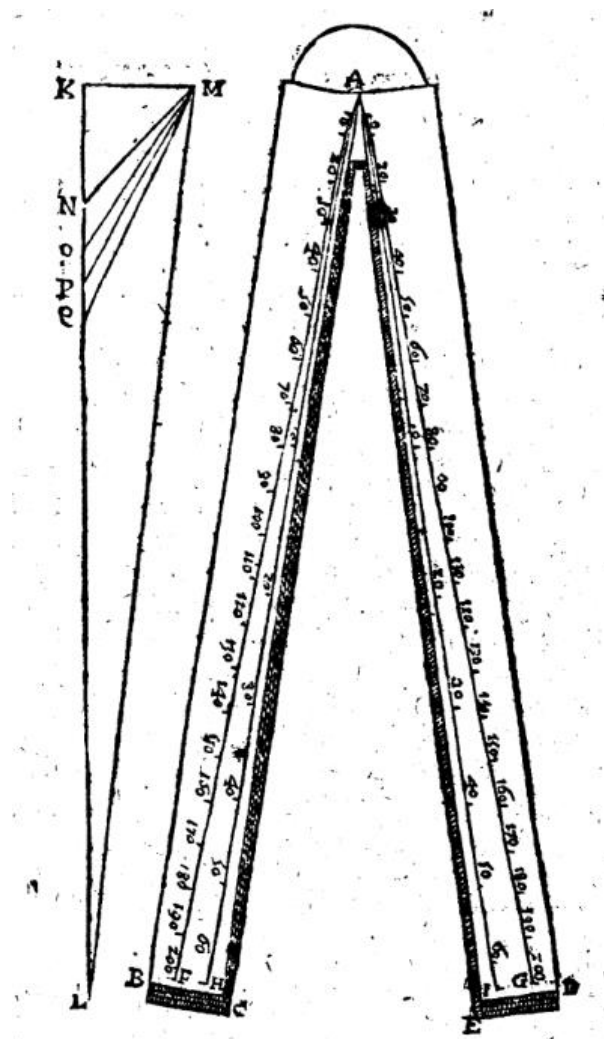
Texto problematizador: neste texto, é apresentada aos participantes uma citação do tratado, a qual descreve a construção das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, veja-se, a seguir, a citação:

Primeiro, você tem que fazer de latão, ou de outro material sólido, duas régua ABC, ADE, iguais sendo unidas em A, com uma dobradiça, que possam mexer livremente e uniformemente em torno do referido centro A: a seguir, conforme as regras do ponto A acima mencionadas, são conduzidas as retas AF, AG, que também cortam BC, DE em dois, ou faça que cada parte seja relacionada ao seu correspondente: então, cada um desses AF, AG é dividido em 100 ou 200 partes iguais, ou em qualquer outro número que se desejar, de acordo com o tamanho do instrumento que permitir: Porque o que faremos normalmente tem apenas 5 ou 6 polegadas de comprimento, e com menos de uma polegada de largura, cada uma dessas linhas AF, AG é dividida apenas em 200 partes, cuja divisão é tão fácil que não precisa ser aprendida; diremos apenas que para o método mais confiável, devemos primeiro dividir toda a linha em duas outras partes iguais, então uma dessas partes em duas outras partes iguais, e novamente uma dessas metades em cinco partes iguais, e assim você terá a 20ª parte de toda a linha, que valerá, portanto, 10 partes; depois deste fato, com um pequeno compasso pegue o tamanho desta última parte, e transfira-a ao longo das AF, AG, e cada uma será dividida de 10 a 10; & tendo marcado essas divisões por pontos, & desenhado pequenas linhas através da régua, você dividirá uma dessas partes em duas igualmente, & levará esta metade da mesma maneira por todas as dezenas, de modo que cada uma das ditas linhas AF, AG sejam divididas 5 em 5: Finalmente, divida uma dessas partes em 5 outras partes iguais, e você terá unidade, com a qual você dividirá cada uma das outras partes das ditas linhas AF, AG, que assim serão divididas em 200 partes iguais. Agora, esta linha assim dividida é geralmente chamada de linha reta, ou liga de partes iguais (TRADUÇÃO NOSSA)⁴⁸.

⁴⁸ *Premierement il faut faire de laton, ou autre matiere solide, deux regles ABC, ADE, du tout egales, lefquelles foient tellement conjointes en A, avec vu cloud & charniere, qu'elles se puissent librement & uniformement mouuoir l'entour dudit centre A: en apres, sur le plan desdites regles du poinct A, foient menees les lignes droictes AF, AG, qui coupent BC, DE en deux également, ou en forre que chafque partie soit à sa correspondante: puis*

Além da citação, o texto problematizador contém a Figura 20, para auxiliar a compreensão da descrição de Henrion (1631).

Figura 20 – Compasso de proporção



Fonte: Henrion (1631, p. 3).

chascune d'icelles AF, AG soit divisée en 100 ou 200 parties égales, ou en tel autre nombre qu'on voudra, selon que la grandeur de l'instrument le pourra permettre: et pource que celui dont nous nous servons ordinairement n'a que 5 ou 6 poulces de long, & moins d'un poulce de large, chascune de ces lignes AF, AG n'est divisée qu'en 200 parties, laquelle division est si aisée qu'il n'est besoin de l'en seigner; seulement dirons nous que pour le plus feur & cōmode il faut premierement diviser toute la ligne en deux autres parties égales, puis l'une de ces parties en deux autres parties égales, & encore l'une de ces moitiés cy en cinq parties égales, & par ainsi vous aurez la 20^e partie de toute la ligne, qui par consequent vaudra 10 parties; ce fait prendre avec un petit compas la grandeur de ceste dernière partie, & la transferez le long d'icelles AF, AG, & chascune sera divisée de 10 en 10; & ayant marqué ces divisions par poincts, & tiré de petites lignes em traucers de la règle, vous diviserez l'une d'icelles parties en deux également, & porterez semblablement ceste moitié par toutes les dixaines, afin que chascune desdites lignes AF, AG soit divisée de 5 en 5: Finalement divisez l'une de ces parties en 5 autres parties égales, & vous aurez l'unité, avec laquelle vous diviferez chascune des autres parties desdictes lignes AF, AG, qui par ce moyen feront divisées en 200 parties égales. Or ceste ligne ainsi divisée s'appelle ordinairement ligne droite, ou ligne des parties égales (HENRION, 1631, p. 1 e 2).

A Figura 20 expõe duas linhas que estão contidas no compasso de proporção, a de partes iguais e a dos planos (ou superfícies). Sobre a citação anterior, Henrion (1631) dá a dica do material que deve ser utilizado na construção do instrumento e, depois, descreve-o, mas não informa como deve ser realizada essa construção. Por exemplo, quando mostra a construção das duas réguas iguais sendo unidas por A, tendo uma dobradiça que a faça mexer livremente. Ele não diz como fazer essas réguas ou qual o tamanho da dobradiça, ou como deve ser colocada. Essas informações não são dadas, porque o público-alvo já detém essas expertises, sendo desnecessárias serem informadas pelo autor.

Questionário:

- 1) Ao realizara a leitura da descrição da marcação das linhas de partes iguais, quais os pontos da descrição que ajudaram a compreender a construção dessa escala?
- 2) No decorrer da marcação das linhas de partes iguais, foi identificado algum tipo de conhecimento geométrico? Quais foram eles? E em qual momento da descrição dos passos, eles podem ser identificados?
- 3) Sobre os conhecimentos geométricos identificados, saberia formalizar com suas palavras os conteúdos geométricos? Qual seria a formalização dos conteúdos? Utilize os seus conhecimentos prévios ou pesquise em livros.

Notas ao professor: esse tipo de atividade é uma oportunidade de estudar conhecimentos de construção geométrica por meio do protagonismo dos participantes, em que a ideia dos questionamentos é orientá-los nesse momento. Em relação à compreensão dos passos ao realizar a marcação das linhas de partes iguais, os participantes podem utilizar quadros para descrever os passos, os conteúdos geométricos e ainda formalizá-los, permitindo significar, ressignificar e até aprender conhecimentos esquecidos ou nunca aprendidos.

4.2.3 UBP 3: O uso das linhas de partes iguais do compasso de proporção

A terceira UBP direcionada ao uso do compasso de proporção, especificamente das linhas de partes iguais contidas no instrumento, tem como objetivo compreender os conhecimentos geométricos articulados no uso das linhas de partes iguais ao solucionar os problemas propostos para a formação do professor de matemática.

Porém, antes de usar essa escala do compasso de proporção, é fundamental entender como deve ser realizada sua manipulação no instrumento, por causa disso, houve a demanda de decompor a terceira UBP em duas partes, em que a primeira parte, nomeada *manipulando o compasso de proporção*, mostra um exemplo de como manipular as linhas de partes iguais para

calcular a média proporcional entre duas linhas (ou segmentos de retas) dadas. Já a segunda parte da terceira UBP, nomeada *uso do compasso de proporção*, apresenta dois problemas, em que os participantes devem resolver usando a escala das linhas de partes iguais do compasso de proporção. A seguir, estão as duas partes da terceira UBP:

Título: UBP 3 (parte 1) – Manipulando o compasso de proporção.

Objetivo: compreender as ações necessárias de posição do instrumento, que possibilitaram a manipulação adequada do compasso de proporção.

Conteúdo estudado: ações de manipulação do instrumento, semelhança de triângulos, teorema das proporcionalidades, paralelismo, perpendicularismos, ângulos internos e externos, soma dos ângulos internos de um triângulo e vários outros.

Texto problematizador: neste texto, foram recapitulados os tipos de compasso de proporção encontrados no Museu Arqueológico Nacional da Espanha, segundo Fraile (2019), descrevendo as escalas da frente e do verso do instrumento. Destacou-se o instrumento, que é estudado nesta pesquisa, o compasso de proporção contido no tratado *L'usage du compas de proportion*, de Didier Henrion.

Contudo, o foco deste texto é o exemplo retirado de *L'usage du compas de proportion* descrito, a seguir:

Dissemos no problema 34 da nossa Geometria Prática, que é necessário primeiro abrir o compasso de proporções num ângulo reto, depois transferir as linhas dadas para uma das linhas retas do dito Compasso, para saber quantas partes cada uma das linhas dadas contém, como as contidas no Compasso: depois de ler as ditas linhas ou números das partes que eles dispõem e tomar com o Compasso Comum metade da soma ou colocar um dos pontos do referido Compasso Comum assim aberto em um dos Compassos de proporção à diferença entre a referida metade e a linha menor; onde o outro ponto cair na outra perna, o tamanho da média proporcional necessária será mostrado. Exemplo: É necessário encontrar uma média proporcional entre as duas linhas retas A e B: Tendo aberto o compasso de Proporção em ângulos retos, ou seja, pegue as ditas linhas A e B, transporte na perna do compasso em proporção à linha direita, descubra que A termina no número 40 e B no número 90, que os dois números somam e fazem 130, sua metade é 65, que eu tomo na dita linha reta e coloco um dos pontos em uma das pernas do compasso de proporção ao número 25, a diferença entre a dita metade 65 e a linha menor 40 será o outro ponto que cairá sobre a outra perna no número 60, ou seja, a quantidade da proporção média necessária, que dá linha C (HENRION, 1631, p. 49 e 50).

No trecho anterior, Henrion (1631) descreve como deve ser utilizado o compasso de proporção e algumas ações a serem realizadas para os cálculos da média proporcional entre duas linhas dadas, mostrando um exemplo prático, que é necessário para calcular a média proporcional entre as linhas A e B.

CURIOSIDADES: no tratado, após descrever o exemplo, Henrion (1631) expõe a relação com a matemática do seu período.

Questionário:

- 1) Após realizar a leitura do texto problematizador, qual o primeiro passo descrito na citação para solucionar o problema? Qual foi a ação posicional necessária para manipular o instrumento nesse passo?
- 2) Quantos passos foram descritos na citação de Henrion (1631) para solucionar o problema da média proporcional das duas linhas? Quais foram os passos descritos?
- 3) Quais foram as ações posicionais necessárias para a manipulação do instrumento e a realização dos passos descritos anteriormente?
- 4) Ao realizar a identificação dos passos e das suas respectivas ações, notou-se algum tipo de conhecimento geométrico? Quais?
- 5) Ao manusear o instrumento e reconstruir a solução do problema da média proporcional entre duas linhas, houve a identificação de alguma limitação? Quais foram?

Notas ao professor: a primeira parte da terceira UBP foi pensada para auxiliar os participantes sobre como devem ser realizadas as manipulações do instrumento, ou seja, as ações necessárias de posição do compasso de proporção, que possibilitaram a sua manipulação. No caso, o texto problematizador traz um exemplo de uso das linhas de partes iguais a partir de um trecho do tratado, que propicia aos participantes, a partir desse exemplo, entender essas ações que devem ser realizadas e, por meio do questionário, os participantes serão norteados na sua compreensão, podendo até responder às perguntas mediante o preenchimento de quadros, tornando as ideias mais organizadas.

Título: UBP 3 (parte 2) – Uso do compasso de proporção.

Objetivo: compreender os conhecimentos geométricos articulados no uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção ao solucionar os dois problemas propostos.

Conteúdo estudado: semelhança de triângulos, teorema das proporcionalidades, paralelismo, perpendicularismos, ângulos internos e externos, soma dos ângulos internos de um triângulo e vários outros.

Texto problematizador: neste texto problematizador, são propostos dois problemas contextualizados, nos quais deve ser feito o uso das linhas de partes iguais para solucioná-los. Seguem os problemas:

PROBLEMA 1:

No início do século XVII, o Cardeal Richelieu governa a França após expulsar a mãe de Henrique IV, o verdadeiro sucessor do trono, que ainda não tinha idade para governar. O cardeal é considerado o arquiteto do absolutismo francês, criando um corpo de inspetores

para vigiar a nobreza, acabou com a força militar dos protestantes e reorganizou o exército francês. Suponha que o cardeal queira organizar seu primeiro batalhão de frente das tropas em três linhas, em que a primeira deve ter 80 homens e a terceira deve ter 30 homens. Sabendo-se que a segunda linha deve ter uma média proporcional entre as duas outras linhas, qual será a quantidade de homens necessários para a segunda linha?

PROBLEMA 2:

No século XVII, havia muitas oficinas que trabalhavam construindo, vendendo instrumentos matemáticos e armas para guerras. Em uma dessas oficinas, um artesão de espadas estava vendendo 140 espadas por 35 libras. Então, o chefe das tropas de Luís XIII queria comprar apenas 60 para completar a coleção de espadas de sua tropa. Porém, não sabia quantas libras iria precisar. Logo, o chefe das tropas de Luís XIII pegou o compasso de proporção e verificou quanto iria pagar pelas espadas.

Questionário:

PROBLEMA 1

- 1) Utilizando as ideias da UBP 2 (parte 1), você consegue solucionar o PROBLEMA 1 por meio do uso do compasso de proporção? Qual a sua ideia para solucioná-lo?
- 2) Quais foram os passos e as ações utilizados para solucionar o PROBLEMA 1?
- 3) No processo de resolução do problema, quais conhecimentos geométricos foram articulados ao usar as linhas de partes iguais do instrumento?
- 4) Quais as definições, os teoremas ou os postulados que formalizam esses conhecimentos destacados?

PROBLEMA 2

- 5) Na tentativa de solucionar o PROBLEMA 2, foi necessário matematizar? Como?
- 6) Utilizando as ideias da UBP 2 (parte 1), você consegue solucionar o PROBLEMA 2 por meio do uso do compasso de proporção? Qual a sua ideia para solucioná-lo?
- 7) Quais foram os passos e as ações utilizados para solucionar o PROBLEMA 2?
- 8) No processo de resolução do problema, quais conhecimentos geométricos foram articulados ao usar as linhas de partes iguais do instrumento?
- 9) Quais as definições, os teoremas ou os postulados que formalizam esses conhecimentos destacados?
- 10) Na tentativa de solucionar o PROBLEMA 2, foi necessário matematizar? Como?

Notas ao professor: note que essa UBP 3 (parte 2) diferencia-se das anteriores por não possuir um texto informativo como problematização, mas problemas adaptados de exemplos

propostos no tratado de Henrion (1631). E, para auxiliar na compreensão do processo de resolução dos problemas, têm-se os questionários norteadores e os quadros para a organização dos resultados e das ideias desenvolvidas na atividade investigativa.

5. CAMINHO METODOLÓGICO E DESCRIÇÃO DO CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA

Pensar em uma interface entre a história e o ensino de matemática é projetar uma — [...]aproximação entre o historiador e o educador de modo a elaborar uma estratégia, ou ainda esboçar uma metodologia de trabalho, a fim de articular História da Matemática e Educação Matemática|| (DIAS; SAITO, 2013, p. 7504). A interface, um conjunto de ações e de produções que dialoga entre essas duas áreas, não proporciona um aporte metodológico para a sustentação desta pesquisa, necessitando-se de diferentes elementos metodológicos para a sua efetivação, por isso, nesta pesquisa, caberá uma abordagem multirreferencial.

Esta seção está dividida em três subseções, sendo mostrada, na primeira, a abordagem metodológica geral que fundamentou toda a pesquisa, permitindo o uso de elementos de diferentes metodologias. Na segunda, foram descritos os sujeitos e o lócus da pesquisa. Por fim, na terceira subseção, foram apresentadas as atividades construídas a partir das ideias da Unidade Básica de Problematização (UBP), visando ao planejamento e à aplicação das atividades.

5.1 Caminho metodológico utilizado na pesquisa

Nos estudos realizados na tentativa de desenvolver uma interface entre história e ensino de matemática, perceberam-se algumas explorações relacionadas à formação do professor de matemática, que propiciam uma abordagem qualitativa de investigação. Nessa abordagem, — [...]um dos focos da pesquisa refere-se às práticas educativas que, compreendidas como práticas sociais, encontram na abordagem qualitativa de investigação uma maior possibilidade de serem compreendidas|| (PESCE; VOIGT; GARCIA, 2022, p. 28).

Segundo os autores, isso ocorre quando os sujeitos compreendem os sentidos e os significados de suas ações, refletindo em mudanças no campo social e educacional. Nesse paradigma, foi proposta a exploração dos conhecimentos geométricos incorporados no instrumento compasso de proporção, apresentado no tratado *L'usage du Compas de Proportion*, por Didier Henrion (1631), na formação inicial do professor de matemática.

Tudo isso por meio da tentativa de construir a interface, a teoria que orienta o objeto de pesquisa, o ensino de geometria, através do estudo do compasso de proporção. Buscou-se relacionar questões didáticas e históricas, mediante —[...]o contexto no qual conceitos matemáticos são desenvolvidos e o movimento do pensamento no contexto em que tais conceitos foram concebidos|| (DIAS; SAITO, 2013, p. 7502).

Na mesma perspectiva, os estudos de Batista (2018), Alves (2019) e Oliveira (2019) foram desenvolvidos e enfatizaram que, diferente de outras teorias, a interface entre história e ensino de matemática ainda não possui uma metodologia ou métodos que possam embasar toda uma pesquisa. Com isso, como visto anteriormente, houve a necessidade de utilizar a abordagem multirreferencial, que —[...]propõe-se a uma leitura plural de seus objetos (práticos ou teóricos), sob diferentes pontos de vista|| (ARDOINO, 1998, p. 24). Essa

perspectiva multirreferencial se propõe a abordar os fenômenos sociais, mais especificamente, os relativos à educação, de modo a estabelecer um novo “olhar”, um olhar mais plural sobre o “humano”, a partir da conjugação de várias correntes teóricas, o que se desdobra em uma nova perspectiva epistemológica na construção do conhecimento (MARTINS, 2014, p. 468 e 469).

Essa abordagem permite o desprendimento de apenas um único método, que pode restringir a investigação a um caminho. Segundo o autor, a abordagem multirreferencial concede a ligação de diversas correntes teóricas, resultando na construção do conhecimento.

O estudo da geometria, por meio do compasso de proporção, foi realizado tentando-se entender sua fabricação e seu uso por diferentes pontos de vista, pois a compreensão de seu funcionamento se enriquece ao considerar diversas óticas (historiográficas, sociais, epistemológicas e matemáticas), fornecendo —[...] um clima político propenso à descentralização, unidade operacional do sistema educativo|| (ARDOINO, 1998, p. 24).

Pelo aprimoramento da abordagem multirreferencial, é possível a ação das duas primeiras fases, precedentes, da interface entre história e ensino de matemática. Estas estão relacionadas com o contexto de elaboração e o estudo dos conhecimentos geométricos do compasso de proporção contido no tratado *L'usage du Compas de Proportion* (1631), de Didier Henrion.

Para fundamentar essas fases, é essencial um subsídio metodológico de uma pesquisa qualitativa documental, que —[...]é aquela em que os dados logrados são absolutamente provenientes de documentos, como o propósito de obter informações neles contidos, a fim de compreender um fenômeno|| (LIMA JUNIOR; OLIVEIRA; SANTOS; SCHNEKENBERG, 2021, p. 42).

Sendo esse o caso do instrumento compasso de proporção contido no tratado *L'usage du compas de proportion* (1631), em que foi realizado um estudo de seu contexto de elaboração a partir do documento e constatados os conhecimentos matemáticos ao se descreverem a fabricação e o uso do compasso de proporção. Isso permitiu um caráter inovador ao se utilizar o aporte de investigação qualitativa documental, que —[...]vale-se de materiais que não

receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa|| (GIL, 2008, p. 51).

Fundamentando-se na pesquisa documental, o primeiro passo foi a escolha do documento *L'usage du compas de proportion* (1631); em seguida, foi realizada uma leitura panorâmica tentando entender a organização do documento e os temas principais que estavam sendo evidenciados mediante a identificação de palavras-chave, ou seja, houve uma pré-análise.

Na sequência, foi feita uma ligação entre essas palavras-chave e as possíveis literaturas secundárias que poderiam auxiliar na compreensão do contexto de elaboração do tratado. Tendo-se, assim, um levantamento bibliográfico, que se apoia nas contribuições dos diversos autores sobre determinado assunto, sendo relevante para a compreensão de um documento primário, isto é, a matéria prima da pesquisa documental (RODRIGUES; FRANÇA, 2010).

Posteriormente, fez-se um estudo mais profundo do documento, o que permitiu a escolha da parte que seria estudada na pesquisa e a identificação de conhecimentos matemáticos contidos nessa fração escolhida.

Para efetivar a exploração dos conhecimentos matemáticos pelos recursos didáticos advindos da história da matemática, construídos na formação inicial do professor de matemática, foi preciso utilizar os princípios da pesquisa etnográfica e a Unidade Básica de Problematização (UBP), pois a pesquisa etnográfica

introduz o conceito de etnografia e desenvolve aspectos que envolvem o trabalho etnográfico, informando que fazer etnografia implica em: 1) preocupar-se com uma análise holística ou dialética da cultura; 2) introduzir os atores sociais com uma participação ativa e dinâmica e modificadora das estruturas sociais; 3) preocupar-se em revelar as relações e interações significativas de modo a desenvolver a reflexividade sobre a ação de pesquisar, tanto pelo pesquisador quanto pelo pesquisado (MATTOS, 2011a, p. 49).

Essas três implicações valem para a educação, já que, conforme Mattos (2011b), são princípios básicos: a descrição densa, a clareza sobre o papel da teoria na pesquisa, a objetivação participante e a observação participante. Esses princípios estão correlacionados às definições implicadas pela etnografia defendida por Mattos (2011a). Consoante Mattos (2011b), a descrição densa foca na cultura local dos participantes, na totalidade da cena estudada sem perder a especificidade do particular de cada um.

No segundo princípio, a clareza sobre o papel da teoria na pesquisa está relacionada com a segunda implicação de Mattos (2011a), que retrata a introdução dos participantes de forma ativa e dinâmica na pesquisa, ocasionando uma construção de hipóteses progressivamente à medida que os dados gerados respondem ou não às perguntas dos agentes da pesquisa, podendo dar pouca margem a teorias já testadas e comprovadas em contextos diversos daqueles da

pesquisa que está sendo realizada no momento (MATTOS, 2011b). Ou seja, o pesquisador deve ter cuidado para não fugir da teoria que está estudando ao analisar os dados da pesquisa.

O terceiro princípio, a objetivação participante, é a compreensão objetiva que o pesquisador tem do objeto e que passa a ser parte do seu universo concreto de observador (MATTOS, 2011b, p. 38). Para o autor, isso não pode ser confundido com a observação participante, pois esta tenta observar os eventos sem modificá-los ou realizar conclusões finais, procurando entender os eventos como eles acontecem do ponto de vista dos participantes.

Em relação ao método de investigação das concepções etnográficas na pesquisa educacional, estas ocorrem por meio de três etapas: —[...]exploração, decisão e descoberta|| (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 15). A primeira etapa, em consonância com Lüdke e André (1986), é o momento da seleção e da definição de problemas, a escolha do local onde serão realizados o estudo e o contato para a entrada em campo, além disso, é a etapa inicial das primeiras observações, que possibilitam a seleção dos aspectos que serão destacados para a investigação.

A segunda etapa é o estágio da pesquisa de sistematizar os dados mais relevantes para a investigação, ou seja, que auxiliam na compreensão e na interpretação dos fenômenos que serão estudados, porque —[...]a investigação etnográfica procura descobrir as estruturas de significados dos participantes nas diversas formas em que são expressas|| (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 16). E a terceira etapa corresponde à explicação da realidade, no caso desta pesquisa, são as ações que os participantes realizaram ao participarem do curso de extensão universitária.

Além das concepções etnográficas na pesquisa educacional, também será utilizada a Unidade Básica de Problematização (UBP) para a elaboração e a aplicação da atividade, uma vez que —[...]as UBP's podem propiciar um ambiente onde as pessoas são colocadas em movimento, em busca de respostas para os problemas propostos e gerados por meio das discussões surgidas na realização das atividades|| (MARTINS, 2021, p. 204).

Por meio da UBP, os participantes podem construir hipóteses ou processos que possibilitam discussões sobre a realização das atividades, podendo até emergir potencialidades didáticas mediante os conhecimentos geométricos estudados. As potencialidades didáticas emergem do movimento do pensamento no processo de apropriação do conhecimento, incorporado no tratado e no instrumento ao compor um conjunto de ações voltadas para o ensino de geometria (DIAS; SAITO, 2014).

A coleta de dados amparou-se na observação e na entrevista, pois, de acordo com Lüdke e André (2018), a observação permite ao observador chegar mais perto da —[...]perspectiva dos sujeitos||, possibilitando a compreensão dos significados que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas próprias ações. Ao lado da observação, a entrevista permite a captação

imediate e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos (LÜDKE; ANDRÉ, 2018).

Quanto à análise dos dados, estes serão mais explorados na sexta seção através da análise de conteúdo de Bardin (2016). A seguir, mostram-se os sujeitos, o lócus da pesquisa e as atividades realizadas no curso de extensão universitária, explanando sobre a escolha da metodologia de ensino escolhida para a elaboração e a aplicação das atividades, a descrição das atividades e os seus devidos planejamentos.

5.2 Os sujeitos e o lócus da pesquisa

Para a concretização desta pesquisa, foi preciso realizar um curso de extensão universitária, que faz parte do Programa de Formação Docente (PFD) realizado pelo grupo GPEHM, sendo desenvolvido no Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LabMatEn), da Universidade Estadual do Ceará (UECE). A realização do curso foi autorizada pela Pró-Reitoria de Extensão (PROEX) da UECE, em que participaram alunos da Licenciatura em Matemática e um professor da Educação Básica.

Esse curso foi validado pelo Comitê de Ética do IFCE e da UECE, em que, antes da aplicação do mesmo, submeteu-se a proposta da atividade do curso de extensão pela Plataforma Brasil, obtendo o parecer favorável do Comitê de Ética das duas instituições. Seguindo as normas do IFCE, anexaram-se alguns documentos requeridos para a aplicação coerente do curso, por exemplo, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que todos os participantes do curso de extensão leram e concordaram em participar.

Isso ocorreu por tratar-se de uma atividade/curso voltada a seres humanos, especificamente, a formação de futuros professores de matemática, por isso, necessitou-se da aprovação do Comitê de Ética das instituições. Ao se propor a atividade para esse público, poderão emergir potencialidades didáticas, tendo em vista uma futura organização do ensino, articulando o conhecimento matemático historicamente contextualizado (SAITO, 2016).

Em relação aos sujeitos da pesquisa, eram alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UECE, sendo que quinze alunos iniciaram o curso, mas, no decorrer deste, houve algumas desistências, contabilizando-se dez alunos que o finalizaram. Alguns desses alunos encontravam-se no primeiro e no segundo semestre do curso, logo, não possuíam experiência na docência.

Além desses alunos, havia aqueles que cursaram metade ou mais da metade do curso, estes relataram que já deram aulas na Educação Básica, seja através do estágio ou de bolsas

como o PIBID. Entre todos os participantes destacados anteriormente, havia um docente, que ministrava aula no Ensino Médio de uma escola regular, na qual era professor efetivo do estado do Ceará, tendo sua licenciatura cursada na UECE.

Na próxima subseção, é apresentada a descrição do curso de extensão universitária ocorrido no Laboratório de Matemática da UECE, por meio das atividades investigativas desenvolvidas para estudar os conhecimentos geométricos advindos da fabricação e do uso do compasso de proporção relatado por Henrion (1631).

5.3 Apresentação do curso de extensão universitária por meio das atividades investigativas

O curso de extensão apresentado nesta subseção é intitulado “Estudando alguns conhecimentos geométricos por meio do instrumento do século XVII, compasso de proporção, de Didier Henrion”, que pertence ao Projeto Guarda-chuva do Programa de Formação Docente (PFD), que há alguns anos está sendo desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM).

Esse projeto está diretamente ligado às pesquisas realizadas pelo GPEHM, tendo como finalidade construir a interface entre história e ensino de matemática a partir de estudos elaborados mediante a fabricação e o uso de instrumentos históricos matemáticos. Entende-se que estudos votados à construção da interface indicam um caminho a se pensar, estudar, trabalhar elementos da história da matemática no ensino (ALBUQUERQUE et al., 2018).

O curso de extensão universitária foi realizado nas segundas, quartas e sextas-feiras, no período de 22 de agosto a 30 de setembro de 2022, totalizando dezessete encontros, distribuídos em seis semanas. O curso foi composto por três momentos, tendo uma UBP em cada um para ser aplicada, conforme descrito no planejamento do curso (Apêndice A) e no capítulo 4.

O objetivo da aplicação do curso é conhecer os conceitos geométricos articulados na marcação e no uso das linhas de partes iguais do compasso de proporção pelos discentes, perfazendo, assim, a exploração desses conhecimentos, que, por sua vez, poderão gerar reflexões e debates sobre a construção do conhecimento, além de ampliar o papel do docente no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Essa atividade teve uma longa duração por causa do pouco tempo disponível dos participantes e da ministrante do curso, visto que os participantes eram alunos da Licenciatura em Matemática, que apenas tinham o horário EF da tarde disponível, ou seja, das 17 horas às 18 horas e 30 minutos. Além disso, a ministrante tinha curso nas terças e quintas nesse horário,

assim, o curso somente poderia ser realizado nas segundas, quartas e sextas, ocasionando o prolongamento dos encontros.

Os participantes, ao adentrarem no Laboratório de Matemática, no primeiro encontro, foram sendo distribuídos em três grupos, compostos por 4 ou 5 membros cada, sendo nomeados de Grupos 1, 2 e 3. Eles receberam um kit com o cronograma do curso, folhas de ofício, canetas, post-its, marcadores de texto, canetinhas coloridas, caneta, lápis, borracha, compasso comum, compasso de proporção, esquadros e crachás de identificação individual, todos esses instrumentos tinham o intuito de auxiliar nas atividades que seriam aplicadas.

Nesse mesmo dia, começou-se uma conversa com os participantes, explicando como seria realizado o curso, informando que eles teriam atividades e apresentações a serem realizadas e, ao final de cada encontro, uma avaliação individual do dia (Apêndice B). Ademais, foi explicado o seguinte Quadro 6, sobre as funções dos membros do grupo.

Quadro 6 – Funções nos grupos

Facilitador	Certifica-se de que todos obtenham a ajuda de que precisam para realizar a tarefa; é responsável por procurar respostas para as perguntas dentro do grupo; o professor é consultado apenas se ninguém no grupo puder ajudar.
Verificador	Certifica-se de que todo mundo tenha completado seu relatório individual.
Organizador	É responsável por organizar todos os materiais no centro de aprendizagem.
Gerenciador de materiais	É responsável por obter materiais e recursos e por retirá-los adequadamente.
Relator	É responsável por organizar o relatório do grupo e sua apresentação para a turma.

Fonte: Cohen e Lotan (2017, p. 112).

Essas funções do Quadro 6 seriam modificadas a cada encontro seguindo a orientação da ministrante do curso. Após toda a explicação, foram entregues aos participantes uma sondagem formativa (Apêndice C) e, no encontro posterior, a sondagem diagnóstica (Apêndice D). A sondagem formativa tinha o propósito de identificar o perfil do participante, relacionado à formação acadêmica e à experiência pedagógica na Educação Básica. Já a intenção da sondagem diagnóstica era identificar os conhecimentos prévios geométricos que os participantes possuíam ao iniciarem o curso.

No geral, o curso foi dividido em seis semanas, nas duas primeiras, foi estudado o contexto de elaboração do instrumento compasso de proporção contido no tratado de Henrion (1631), por meio de seu frontispício, textos elaborados pela ministrante e leituras flutuantes do

tratado, em que cada grupo recebeu uma cópia impressa. Ainda nesse período, ao realizarem a observação do tratado, os participantes identificaram conhecimentos geométricos e trigonométricos por todo o documento, entretanto, esse não é o intuito desta pesquisa. Logo, o objetivo desse primeiro momento foi conhecer o contexto de elaboração do instrumento e verificar os primeiros conhecimentos geométricos apontados pelos participantes.

Na terceira e quarta semana, foram aplicadas as atividades (Apêndice E e F) voltadas a identificar as partes do compasso de proporção e como devem ser realizadas as marcações da escala, nomeada linha de partes iguais, contida no instrumento. Por essas atividades, os participantes podem detectar conhecimentos geométricos ao desenvolverem o raciocínio das marcações das linhas de partes iguais, permitindo reflexões sobre seu fazer docente.

Na quinta e sexta semana de encontros, foram aplicadas as atividades (Apêndice G) voltadas a entender como deve ser usada a linha de partes iguais do compasso de proporção ao solucionar problemas, para isso, utilizou-se uma descrição de um problema do tratado de Henrion (1631) sobre a média proporcional de duas linhas⁴⁹ dadas. Após os participantes compreenderem a descrição do problema, foram entregues mais dois problemas adaptados de Henrion (1631), em que as discussões serão realizadas nas próximas subseções.

O programa do curso de extensão universitária⁵⁰ possibilitou uma organização das ações que deveriam acontecer no decorrer do curso a partir de planejamentos individuais, sendo estruturado em três segmentos: o contexto de elaboração do compasso de proporção contido no tratado de Henrion (1631), a marcação e o uso da linha de partes iguais do instrumento compasso de proporção.

⁴⁹ Definir linha por meio dos elementos de Euclides.

⁵⁰ O programa do curso de extensão universitária encontra-se no apêndice A.

6. ANÁLISE DE DADOS

Nesta seção, serão apresentados os dados gerados pela aplicação do curso de extensão com os alunos de Licenciatura em Matemática da UECE, descrevendo as discussões realizadas nas equipes, por meio de relatórios de observação, áudios das conversas e vídeos, que registraram o processo de investigação dos conhecimentos geométricos destacados pelos alunos. O curso foi aplicado a partir de UBP, que estimulam o uso e a marcação das linhas de partes iguais contidas no instrumento compasso de proporção, dando ênfase nos conceitos geométricos que serão abordados.

Dessa forma, esta seção é dividida em três subseções, nas quais a primeira expõe as categorias criadas para a coleta e o estudo dos dados pelo suporte metodológico da análise de conteúdo defendida por Bardin (2016). A segunda apresenta os conhecimentos geométricos identificados pelos licenciandos em Matemática, descritos pelas três categorias. Na terceira, são realizadas reflexões sobre os conhecimentos identificados pelos licenciandos.

6.1 Suporte metodológico da análise de conteúdo: criando categorias

Após a aplicação do curso de extensão universitária e de suas informações recolhidas, iniciou-se a fase de estudar os dados, momento de organizar e de sujeitar os materiais ao processo da análise de conteúdo, que é um conjunto de técnicas de análise das comunicações. O processo é realizado pela descrição analítica, que —[...]funciona segundo procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens|| (BARDIN, 2016, p. 41).

A análise de conteúdo possui fases que —[...]organizam-se em torno de três polos cronológicos: a pré-análise, a exploração do material, e o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação|| (BARDIN, 2016, p.125).

A pré-análise é a fase inicial, que —[...]tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise|| (BARDIN, 2016, p.125). Essa fase é o momento de organizar as primeiras ideias das informações coletadas para análise.

Segundo Bardin (2016), a pré-análise ocorre por meio de três ações: a escolha dos documentos que serão analisados; a formulação das hipóteses e dos objetivos; e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final. Essas três ações não se desenvolvem, essencialmente, nessa ordem, mas permanecem ligadas entre si.

Com isso, a primeira ação deve ser um estabelecimento de contato com os documentos, conhecendo os textos e permitindo o surgimento de orientações e impressões, que se chama de leitura flutuante (BARDIN, 2016). É necessário conhecer o material, realizar uma leitura de todas as informações, sem desenvolver tantas ações, isso permitirá uma ligação dos dados com as hipóteses que serão elaboradas.

A escolha dos documentos analisados ocorre após a leitura flutuante dos materiais, que se encontram em formato de resolução das atividades, avaliações diárias, entrevistas, vídeos e áudios. Esses materiais, por sua vez, foram sistematizados para o tratamento da análise dos dados desta pesquisa, entretanto, nem todo material coletado foi analisado, visto o período de pesquisa de Mestrado de apenas 2 anos.

A segunda ação da pré-análise é a formulação das hipóteses e dos objetivos, em que — [...]uma hipótese é uma afirmação provisória que é proposto verificar|| (BARDIN, 2016, p.128). Pelos procedimentos de análise, poderá ser confirmada ou infirmada a hipótese, em outras palavras, é a suposição ou a intuição que deverá ser provada no decorrer da análise. Já o objetivo é a finalidade geral em que se propõe o quadro teórico e/ou pragmático, no qual os resultados obtidos serão utilizados (BARDIN, 2016).

No que se refere à terceira ação da pré-análise, a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final, basta considerar os textos como uma manifestação de índices que a análise explanará, cuja organização sistemática será os indicadores (BARDIN, 2016).

Conforme Bardin (2016), se as ações da pré-análise forem concluídas proveitosamente, a fase da análise, ou seja, a segunda fase da exploração do material, nada mais é do que uma sistematização das ideias tomadas. Em outras palavras, o procedimento pode ser aplicado com o auxílio do computador, de programas como Excel ou Word e de outros. E a terceira fase do tratamento dos resultados foi realizada ao se discutir sobre as categoriais que serão apresentadas na subseção a seguir, juntamente com a atividade que será analisada.

6. 1. 1 As categorias da análise

Dos três momentos apresentados na seção 5, foram analisadas apenas as atividades/UBP do segundo e do terceiro momento, respectivamente, das marcações e do uso das linhas de partes iguais. Além disso, também foi levada em consideração a sondagem diagnóstica e a entrevista que foi realizada pelos grupos no último encontro.

É importante destacar que se optou pela entrega de quadros para os participantes descreverem as ações realizadas nas atividades investigativas, por ser algo mais dinâmico do que elaborar um relatório. Ao se realizar a leitura flutuante dos quadros preenchidos, referentes às atividades investigativas 3, 4 e 5, apresentadas na seção 5, notaram-se ações semelhantes e distintas entre as equipes. Ademais, nem todos os quadros preenchidos pelas equipes trouxeram uma descrição detalhada das ações, é perceptível a identificação de um quadro que somente reescreveu a ação indicada pelo trecho de Henrion (1631), ao instruir sobre a média proporcional de dois segmentos.

Ao se efetivar a leitura e a análise dos quadros referentes às atividades investigativas 3, 4 e 5, elaborados pelos grupos, observaram-se 26 núcleos de sentidos (Quadro 7), por meio das descrições das ações destacadas nos quadros das três equipes, seguindo as orientações da análise de dados de Bardin (2016).

Quadro 7 – Núcleo de sentido

COMENTÁRIOS EXTRAIDOS DOS QUADROS DAS ATIVIDADES	NÚCLEO DE SENTIDO
“Dobradiça: Permite o instrumento abrir e fechar de maneira uniforme, as duas réguas que estão unidas pela mesma” (GRUPO 1). “Pernas do compasso: comportam as linhas” (GRUPO 2). “Linha de partes iguais: possibilita realizar multiplicação, divisão e regra de três” (GRUPO 3). “Linhas dos planos: utiliza-se para calcular superfície proporcionais e obter a média proporcional dos segmentos” (GRUPO 1). “Linha dos sólidos: extração de raiz cúbicas” (GRUPO 2). “Linha das cordas: papel de uma escala trigonométrica não padrão” (GRUPO 1). “Ponto central: União entre as pernas do compasso” (GRUPO 1).	1. Identificação das partes do instrumento; 2. Função das partes do instrumento; 3. Possibilidade de cálculos de multiplicação, divisão e regra de três; 4. Possibilidade de calcular superfícies proporcionais; 5. Possibilidade de obter-se a média proporcional dos segmentos; 6. Escala trigonométrica não padrão;
“Primeiramente fazemos as duas linhas sendo unidas pelo ponto A, com a ajuda dos triângulos de apoio identificamos o ângulo agudo” (GRUPO 1). “Construir dois segmentos AF e AG” (GRUPO 2). “Construímos uma reta que corta a folha A4 de ponta a ponta no sentido paisagem” (GRUPO 3).	7. Traçar segmento de reta; 8. Uso de esquadros; 9. Construção de ângulo agudo;
“Começamos as divisões das linhas, através da mediatriz para assim fazer a divisão em 4 partes iguais” (GRUPO 1). “Dividir ao meio o segmento AF e AG” (GRUPO 2). “Traçar uma mediatriz com um compasso e repetir 4 vezes” (GRUPO 3).	10. Divisão de um segmento de reta em duas partes iguais; 11. Obtenção de mediatriz e bissetriz; 12. Obtenção de ponto médio;
“Transferir os pontos de mediatriz usando um compasso, obtendo oito divisões” (GRUPO 3).	13. Divisão de um segmento de reta em 8 partes iguais;
“Divide-se a oitava parte do segmento em cinco partes utilizando o teorema de Tales: Traçando uma reta auxiliar e dividindo a em cinco, traçamos cinco retas paralelas utilizando dois esquadros para a reta principal. Assim, encontramos a vigésima parte da reta” (GRUPO 3).	14. Utilização do teorema de proporcionalidade; 15. Obtenção de retas paralelas; 16. Obtenção de perpendicularidade; 17. Divisão do segmento de reta em 20 partes iguais;
“Usando os esquadros colocamos o compasso de proporção em uma abertura de 90°” (GRUPO 3).	18. Abrir o compasso de proporção em 90°;

“Dados dois segmentos distintos usando o compasso comum, faz-se a medição dos segmentos, depois transfere para o compasso para encontrar o tamanho” (GRUPO 3). “Medir os seguimentos de 0→40 e 0→90” (GRUPO 1).	19. Medir segmentos com o compasso comum e transferir para o compasso de proporção;
“Somar os segmentos $40 + 90 = 130$ e tirar a média aritmética que é 65” (GRUPO 1). “Calcular a média aritmética do tamanho dos dois segmentos” (GRUPO 3).	20. Somar os valores representativos dos segmentos; 21. Calcular a média aritmética;
“Calcula-se a diferença da média aritmética entre os tamanhos de um segmento” (GRUPO 3). “Pegamos a distância entre o final do ponto 1 (40) e a média aritmética (65) que é 25” (GRUPO 1).	22. Calcular a diferença entre 65 e 40 que é 25;
“Com o compasso comum, tomar o tamanho do segmento obtido no passo 3” (GRUPO 3).	23. Tomar o tamanho 65;
“Com o compasso comum aberto com a medida do passo anterior, coloca o ponto seco no compasso de proporção na seção referente ao valor obtido no passo 4” (GRUPO 3).	24. Ao tomar o tamanho 65, coloca-se a ponta seca do compasso comum no valor 25 do compasso de proporção;
“Nas condições dos passos anteriores movimenta-se o compasso comum até o ponto do grafite tocar na outra perna do compasso de proporção, então assim, encontra-se a média proporcional” (GRUPO 3).	25. Manuseio do compasso para encontrar a média proporcional;
“De tanto usá-lo, o instrumento passa a ficar frouxo; não sendo múltiplo de 5 torna-se mais difícil utilizar o instrumento” (GRUPO 3). “As pernas do compasso não ficaram fixas; a ponta do compasso pode causar uma variação; imprecisão do compasso (GRUPO 1). “A limitação foi onde colocar os segmentos na outra perna” (GRUPO 2).	26. Limitações ao usar o compasso de proporção.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Os núcleos de sentidos, mostrados no Quadro 7, foram reorganizados em três categorias de análise (Quadro 8), que embasam os estudos sobre as partes do compasso de proporção, as marcações e o uso das linhas de partes iguais contidas no instrumento: instrumento/limitações, conhecimentos geométricos na marcação das linhas de partes iguais, conhecimentos geométricos no uso da linha de partes iguais.

Quadro 8 – Categorias

NÚCLEO DE SENTIDO	CATEGORIAS
1. Identificação das partes do instrumento 2. Função das partes do instrumento 3. Possibilidade cálculos de multiplicação, divisão e regra de três 4. Possibilidade de calcular superfícies proporcionais 5. Possibilidade de obter-se a média proporcional dos segmentos 6. Escala trigonométrica não padrão 26. Limitações ao usar o compasso de proporção	Instrumento/limitações
7. Traçar segmento de reta 8. Uso de esquadros 9. Construção de ângulo agudo 10. Divisão de um segmento de reta em duas partes iguais 11. Obtenção de mediatriz e bissetriz 12. Obtenção de ponto médio	Conhecimentos geométricos na marcação das linhas de partes iguais

13. Divisão de um segmento de reta em 8 partes iguais 14. Utilização do teorema de proporcionalidade 15. Obtenção de retas paralelas 16. Obtenção de perpendicularidade 17. Divisão do segmento de reta em 20 partes iguais	
18. Abrir o compasso de proporção em 90° 19. Medir segmentos com o compasso comum e o compasso de proporção 20. Somar os valores representativos dos segmentos 21. Calcular a média aritmética 22. Calcular a diferença entre 65 e 40 que é 25 23. Tomar o tamanho 65 24. Ao tomar o tamanho 65, coloca-se a ponta seca do compasso comum no valor 25 do compasso de proporção 25. Manuseio do compasso para encontrar a média proporcional	Conhecimento geométrico no uso da linha de partes iguais

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

A primeira categoria, instrumento/limitação, trata da identificação das partes físicas do compasso de proporção e de suas devidas funções, além de destacar algumas limitações identificadas pelos participantes ao usá-lo. Já a segunda, conhecimentos geométricos na marcação das linhas de partes iguais, refere-se aos conceitos geométricos identificados pelos participantes no decorrer do processo de marcação das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção.

A terceira categoria, conhecimento geométrico no uso da linha de partes iguais, está relacionada com os conhecimentos geométricos identificados pelos participantes ao realizarem as descrições das ações efetuadas no uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção para calcular a média proporcional de dois segmentos de retas. Na subseção seguinte, ocorrem as discussões referentes às três categorias por meio dos dados coletados.

6. 2 O estudo dos conhecimentos geométricos dos licenciandos em Matemática

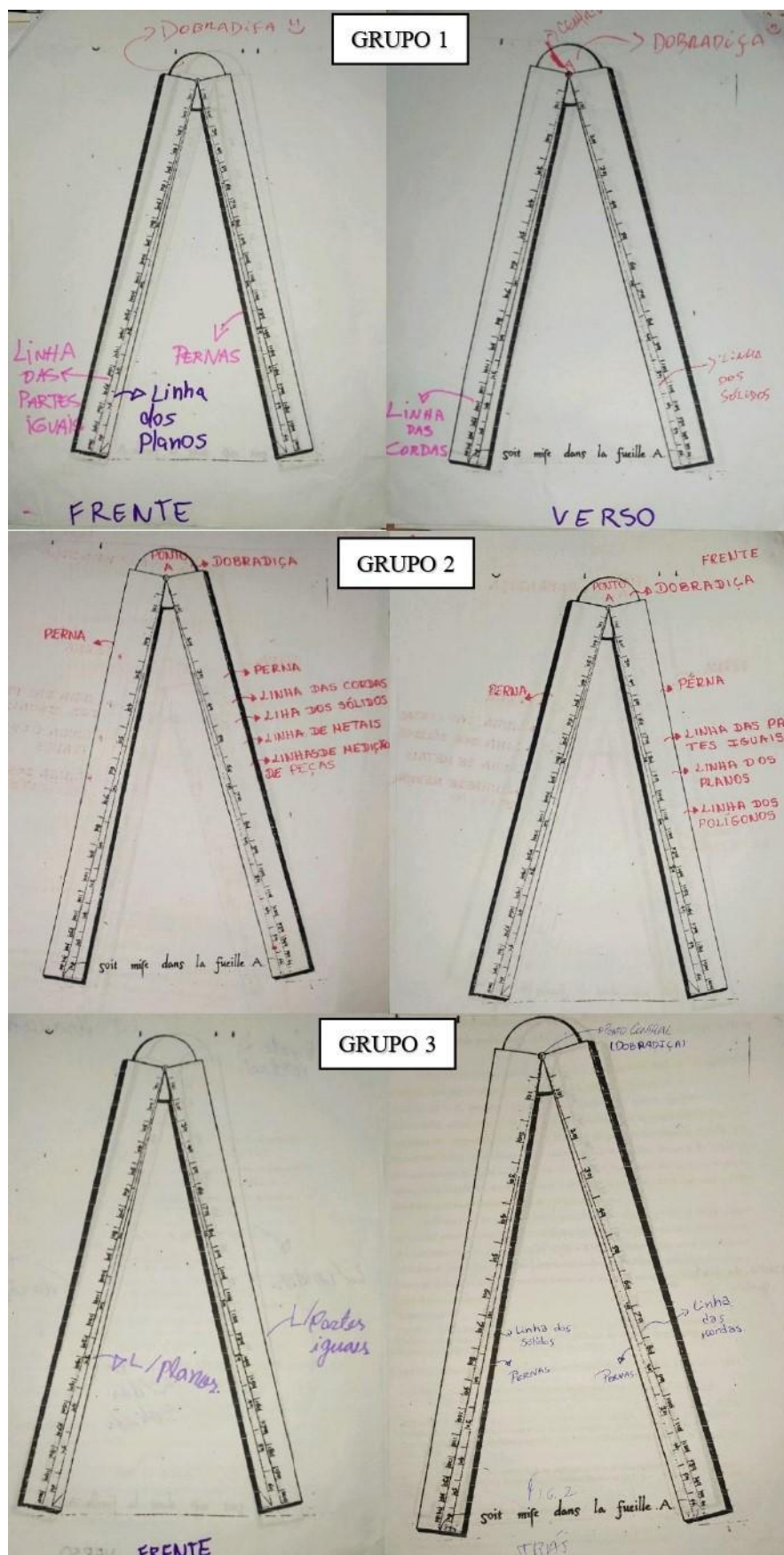
O instrumento compasso de proporção, especificamente, a linha de partes iguais, que é uma das escalas contidas na frente das pernas do compasso, favorece o estudo de conhecimentos geométricos tanto no processo de elaboração de suas marcações como no uso dessa escala. Esses conhecimentos geométricos foram identificados pelos licenciandos em Matemática ao participarem do curso de extensão universitária e serão apresentados através das três categorias, a seguir.

6. 2. 1 Categoria 1: instrumento/limitação

Na atividade investigativa 3, nomeada o compasso de proporção, foi entregue aos participantes o cartão recurso 3, composto por um texto sobre o compasso de proporção e seus vários tipos conhecidos entre os séculos XVI e XVIII, que apresentavam suas diferentes nomenclaturas por região, as partes e as funções do compasso de proporção. Além disso, havia também uma imagem do instrumento frente e verso, na qual os participantes deveriam identificar o nome das partes do compasso de proporção e um quadro para descreverem as funções de cada parte do instrumento.

Observam-se, na Figura 21, as identificações das partes do compasso de proporção destacadas por cada grupo.

Figura 21 – Partes do compasso de proporção segundo os Grupos 1, 2 e 3



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O Grupo 2, Figura 21, conseguiu identificar a dobradiça, o ponto central e as pernas do instrumento, entretanto, não conseguiu diferenciar a frente e o verso do instrumento pelas quatro escalas: de partes iguais, dos planos, dos sólidos e das cordas. Já os Grupos 1 e 3, diferentes do anterior, conseguiram apontar todas as partes do compasso de proporção, principalmente, a frente e o verso do instrumento, destacando as quatro escalas.

Os grupos, além de identificarem as partes dos compassos, descreveram as funções de cada parte, a —[...]dobradiça: permite o instrumento abrir e fechar de maneira uniforme, as duas réguas que estão unidas pela mesma|| (GRUPO 1, 2022). Tanto o Grupo 1 quanto o 2 e o 3 utilizaram a citação do trecho de Henrion (1631) para destacar, no quadro, a função da dobradiça, cuja explicação mais completa foi a dos Grupo 1 e 3, em que o Grupo 3 acrescentou que servia para —[...]unir as pernas e permitir a abertura e fechamento de maneira uniforme|| (GRUPO 3, 2022). A descrição do Grupo 2 (2022) ficou um pouco vaga, por apenas dizer: —[...]movimento uniforme de abertura das pernas||.

Dos três grupos, apenas o Grupo 1 apresentou o ponto central do instrumento como uma parte do compasso de proporção, destacando que a função é de —[...]União entre as pernas do compasso|| (GRUPO 1, 2022), em que indicou o ponto central na dobradiça do instrumento. Mesmo os Grupos 2 e 3 não classificando o ponto central A como uma parte do instrumento, pela Figura 21, é possível notar que eles identificaram o ponto central.

Além da dobradiça e do ponto central, as —[...]pernas do compasso: comportam as linhas|| (GRUPO 2, 2022). Essa parte do instrumento foi apontada pelos três grupos possuindo a mesma função: de conter as linhas (escalas) do compasso de proporção.

Os três grupos também detectaram as serventias das quatro escalas: de partes iguais, dos planos, dos sólidos e das cordas. —[...]Linha de partes iguais: possibilita realizar multiplicação, divisão e regra de três|| (GRUPO 3, 2022). —[...]Linhas dos planos: utiliza-se para calcular superfície proporcionais e obter a média proporcional dos segmentos|| (GRUPO 1, 2022). —[...]Linha dos sólidos: extração de raiz cúbicas|| (GRUPO 2). —[...]Linha das cordas: papel de uma escala trigonométrica não padrão|| (GRUPO 1).

Todas as funções destacadas pelos grupos foram baseadas no texto do cartão recurso 3, nomeado o compasso de proporção. Nota-se que, apenas com as primeiras percepções sobre as funções das escalas do instrumento, enfatizaram ideias de conhecimentos matemáticos, como cálculos de multiplicação, divisão, regra de três, superfícies proporcionais, médias proporcionais de segmentos, extração de raízes cúbicas e até escalas trigonométricas, além de outros conhecimentos que ainda não foram destacados.

Em relação às limitações do instrumento, os participantes verificaram algumas quando estavam manuseando o instrumento, dentre elas, estão: —[...]De tanto usá-lo, o instrumento passa a ficar frouxo; não sendo múltiplo de 5 torna-se mais difícil utilizar o instrumento|| (GRUPO 3, 2022). —[...]As pernas do compasso não ficaram fixas; a ponta do compasso pode causar uma variação; imprecisão do compasso|| (GRUPO 1, 2022). —[...]A limitação foi onde colocar os segmentos na outra perna|| (GRUPO 2, 2022). As limitações dos instrumentos são problemas estruturais históricos, que ocorrem devido aos pesquisadores e aos participantes não possuírem a expertise do período, sobre o material que deve ser utilizado, como deve ser construído e manuseado, da rede de conhecimento que repercutia nessa época.

Logo, como esse instrumento tem um vasto caminho a ser investigado, foi dada ênfase somente nas linhas de partes iguais, sendo que as discussões e as percepções dos conhecimentos geométricos dessa escala serão descritas nas próximas categorias.

6. 2. 2 Categoria 2: conhecimentos geométricos na marcação das linhas de partes iguais

O cartão de atividade investigativa 4, nomeada a construção das linhas de partes iguais, foi entregue aos participantes juntamente com o cartão recurso 4, composto por um texto que retrata o material e as partes do instrumento compasso de proporção por meio de citações de Henrion (1631), em uma dessas citações, ele apresenta como deve ser realizada a marcação das linhas de partes iguais.

Além do cartão de atividade e recurso 4, também foram entregues aos participantes dois quadros nos quais eles deveriam descrever as ações realizadas, ao seguirem as instruções de Henrion (1631), na marcação das linhas de partes iguais, destacando os conteúdos geométricos identificados e formalizando-os através de suas definições, postulados, axiomas e teoremas.

O primeiro passo descrito pelos três grupos, de acordo com a orientação de Henrion (1631), foi —[...]construir dois segmentos AF e AG|| (GRUPO 2, 2022), o Grupo 1 (2022) específica: —[...]primeiramente fazemos as duas linhas sendo unidas pelo ponto A, com a ajuda dos triângulos de apoio identificamos o ângulo agudo||. Com esses dois trechos, destacam-se dois conhecimentos geométricos: construção de segmento de reta e ângulo agudo. O segmento de reta é definido como —[...]o conjunto constituído por dois pontos A e B e por todos os pontos que se encontram entre A e B é chamado segmento AB|| (BARBOSA, 1997, p. 3). Já o ângulo agudo é —[...]chamado de agudo se mede menos de 90° || (BARBOSA, 1997, p. 29).

Após construírem dois segmentos de retas, em conformidade com as instruções de Henrion (1631), eles deveriam —[...]dividir ao meio o segmento AF e AG|| (GRUPO 2, 2022),

ou seja, —[...]traçar uma mediatriz com um compasso e repetir 4 vezes|| (GRUPO 3, 2022). O Grupo 2 retrata que deve ser dividido ao meio os dois segmentos, mas a instrução foi: —[...]primeiro deve ser dividido a linha inteira em duas outras partes iguais|| (HENRION, 1631, p. 2), isto é, deve-se dividir primeiro um dos segmentos e não os dois, entretanto, essa interpretação realizada pelo Grupo 2 não influenciará em sua construção.

Nos trechos, os conhecimentos geométricos salientados são o ponto médio e a mediatriz, em que se define —[...]Um ponto M é denominado ponto médio do segmento AB se M divide AB em dois segmentos, AM e MB, tais que $AM \cong MB$ || (GIOVANNI, MARANGONI, OGASSAWARA, 1996, p. 14). E —[...]traçando pelo ponto médio M uma reta perpendicular ao segmento AB, essa reta recebe o nome de mediatriz do segmento AB|| (GIOVANNI, MARANGONI, OGASSAWARA, 1996, p. 14).

Depois de traçar as mediatrizes, é o momento de —[...]transferir os pontos da mediatriz usando um compasso, obtendo oito divisões|| (GRUPO 3, 2022). Por fim,

Divide-se a oitava parte do segmento em cinco partes utilizando o teorema de Tales: Traçando uma reta auxiliar e dividindo a em cinco, traçamos cinco retas paralelas utilizando dois esquadros para a reta principal. Assim, encontramos a vigésima parte da reta (GRUPO 3, 2022).

A utilização dos dois esquadros citados pelo Grupo 3 é essencial para garantir o paralelismo por meio do perpendicularismo. Contudo, o conhecimento geométrico que pode ser identificado, nesses trechos, é o teorema de Tales, que é conhecido como teorema de proporcionalidade. Nesse caso, eles utilizaram os conceitos de sua construção geométrica, retas transversais, retas paralelas e perpendicularidade, que garante o paralelismo.

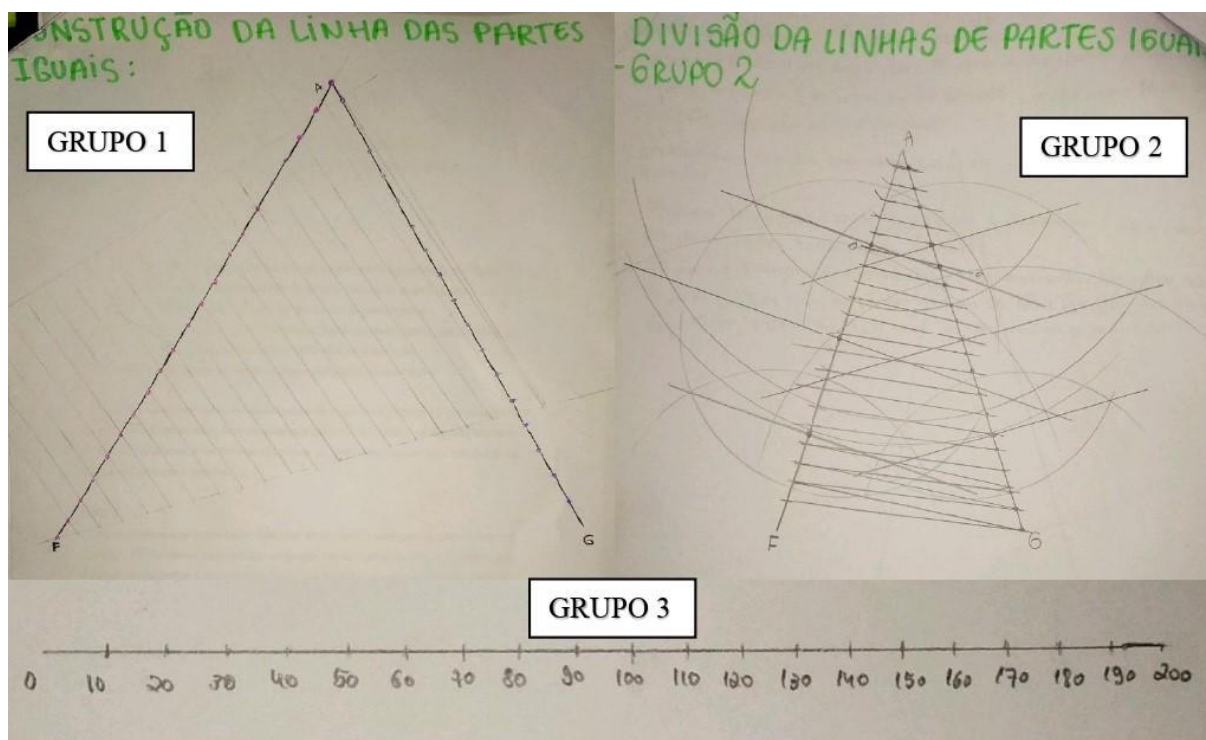
—[...]Dois conjuntos, sendo cada um deles uma reta, uma semirreta, ou um segmento, são perpendiculares se as retas que os contêm determinam um ângulo reto|| (REZENDE; QUEIROZ, 2008, p. 24). Já —[...]Duas retas distintas perpendiculares a uma mesma reta são paralelas|| (REZENDE; QUEIROZ, 2008, p. 55). —[...]Uma transversal a duas retas é uma reta que intersecciona essas duas retas em dois pontos distintos neste caso dizemos que as duas retas são cortadas pela transversal|| (REZENDE; QUEIROZ, 2008, p. 56). Finalmente, o teorema de proporcionalidade (ou teorema de Tales) é quando —[...]um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais|| (GIOVANNI, CASTRUCCI, GIOVANNI JR., 2007, p. 206).

Os Grupos 2 e 3 utilizaram esses raciocínios descritos anteriormente para dividirem o segmento em cinco partes iguais, no entanto, o Grupo 1 percorreu um processo diferente, descrito a seguir:

Agora para a divisão de cada uma das 4 partes em 5 partes iguais seguimos os passos abaixo: Temos o segmento AF. Tracemos uma reta r passando pelo ponto A com um comprimento aproximado de AF (use o compasso p/ isso). Sobre angulação prefere-se que seja ângulo agudo. Vamos descrever arcos de circunferência com raio qualquer, posicionando a ponta seca do compasso sobre o ponto A e descreva um arco interceptando a reta r e marque o ponto P_1 . Faça, isso 5 vezes, em seguida trace uma transversal passando por F até P_5 . Agora tracemos as retas paralelas a este segmento de tal modo que passe por $P_1, P_2, \dots, P_5$. Faça as paralelas da forma: Por serem paralelas, nos pontos em AF, temos retas perpendiculares, por definição, as perpendiculares formam ângulos retos (90°). Assim, as interseções dessas retas serão as divisões que queremos desde o início (GRUPO 1, 2022).

Constata-se que o Grupo 1, além de utilizar conceitos de paralelismo, perpendicularismo, ângulo reto, segmento de retas e retas transversais, ainda utiliza arcos de circunferência. Adiante, percebe-se, na Figura 22, as marcações construídas por cada equipe:

Figura 22 – Marcações das linhas de partes iguais



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Nota-se que os grupos utilizando ou não o mesmo processo de marcação das linhas de partes iguais, exploraram diversos conhecimentos de construções geométricas e conseguiram marcar as escalas sem muitas dificuldades, permitindo até relembrares conhecimentos de construções geométricas esquecidos ou não aprendidos.

6. 2. 3 Categoria 3: conhecimento geométrico no uso da linha de partes iguais

Essa terceira categoria, conhecimento geométrico no uso da linha de partes iguais, foi organizado a partir da aplicação do cartão de atividade investigativa 5, manipulando-se o compasso de proporção, que possui um cartão recurso 5, nomeado compasso de proporção, e um quadro. O cartão recurso 5 é composto por um texto que recapitula os tipos de compasso que havia no século XVI e XVII, com suas devidas nomenclaturas por região, apresenta os compassos que se encontram no Museo Arqueológico Nacional da Espanha, segundo Fraile (2019), e revisando as partes do instrumento. Ademais, mostra um exemplo de problema retirado de Henrion (1631), que descreve como calcular a média proporcional de dois segmentos de retas utilizando a linha de partes iguais.

Já o cartão de atividade investigativa 5 instrui sobre as ações que os participantes devem realizar ao receberem o cartão recurso e o quadro. A finalidade desse quadro é fazer os participantes descreverem os passos utilizados na manipulação, percebendo ações necessárias que devem ser realizadas para manipular o compasso de proporção de forma adequada, a fim de solucionarem problemas a posteriori e destacarem limitações e ideias matemáticas.

O primeiro passo descrito pelas três equipes foi: —[...]Usando os esquadros colocamos o compasso de proporção em uma abertura de 90° || (GRUPO 3, 2022), em que se destaca: — [...]abrir o instrumento no ângulo de 90° || (GRUPO 1, 2022). Nesse caso, tiveram algumas limitações, como: —[...]as pernas do compasso não ficaram fixas|| (GRUPO 1, 2022); —[...]De tanto usar o instrumento passa a ficar frouxo|| (GRUPO 3, 2022); já o Grupo 2 não apontou nenhuma limitação ao realizar o primeiro passo, mas evidenciou como garantiu o ângulo de 90° , —[...]por meio do esquadro determinar o ângulo|| (GRUPO 2, 2022). Veja-se a Figura 23 mostrando a verificação de um ângulo de noventa graus utilizando dois esquadros.

Figura 23 – Verificando o ângulo reto (Grupo 1)



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O segundo passo destacado foi: —[...]dados dois segmentos distintos usando o compasso comum, faz-se a medição dos segmentos, depois transfere para o compasso para encontrar o tamanho|| (GRUPO 3, 2022), ou seja, —[...]medir os segmentos de $0 \rightarrow 40$ e $0 \rightarrow 90$ || (GRUPO 1, 2022). A ação realizada, nesse segundo passo, foi: —[...]medir segmentos com o compasso comum e transferir para o compasso de proporção|| (GRUPO 3, 2022). Os Grupos 1 e 3 (2022) observaram as seguintes limitações, respectivamente: —[...]a ponta do compasso pode causar uma variação|| e —[...]não sendo múltiplo de 5 torna-se mais difícil||.

O terceiro passo efetuado pelos três grupos foi: —[...]calcular a média aritmética do tamanho dos dois segmentos|| (GRUPO 3, 2022), ou seja, com as devidas representações numéricas dos segmentos, deve-se —[...]somar os segmentos $40 + 90 = 130$ e tirar a média aritmética que é 65|| (GRUPO 1, 2022). A ação desenvolvida foi —[...]calcular a média|| (GRUPO 3, 2022) e, dessa vez, nenhum dos três relatou limitações ocorridas nesse passo.

O quarto passo praticado pelos grupos foi: —[...]calcula-se a diferença da média aritmética entre os tamanhos de um segmento|| (GRUPO 3, 2022), isto é, —[...]a distância entre o final do ponto 1 (40) e a média aritmética (65) que é 25|| (GRUPO 1, 2022). A ação cumprida pelos grupos foi: —[...]calcular a diferença|| (GRUPO 3, 2022), em que a única limitação salientada dessa ação —[...]foi onde colocar os segmentos na outra perna|| (GRUPO 2, 2022), isso ocorreu por estarem tentando compreender a ação instruída pela citação de Henrion (1631).

Os passos seguintes foram interpretados de formas diferentes pelos grupos, observe-se o exemplo:

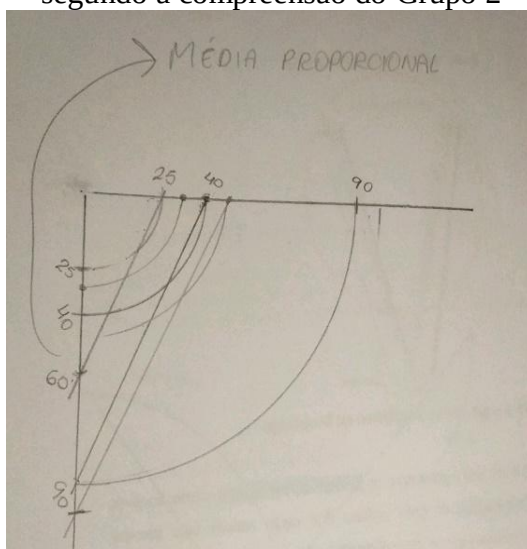
Em um plano cartesiano vamos transportar os pontos obtidos nos eixos x e y , considerando o primeiro quadrante do plano cartesiano. Faremos arcos ligando os pontos correspondentes entre uma reta e outra. Tracemos retas ligando os pontos 25 – 25, 40 – 40, 90 – 90 das retas x e y . Meça o segmento obtido com os pontos delimitados com o compasso e transponha no instrumento observando o valor. Este será a medida da média proporcional (GRUPO 1, 2022).

Na descrição do Grupo 1 (2022), os participantes interpretaram a descrição do problema por meio do olhar das ideias desenvolvidas na atividade anterior de marcação das linhas de partes iguais. Logo, tiveram que construir planos cartesianos com o auxílio do compasso comum, verificando os tamanhos dos segmentos utilizando o compasso de proporção para marcar o tamanho do segmento no plano.

Por exemplo, eles pegaram um compasso comum, mediram o tamanho do segmento 40 e transportaram para os eixos x e y , realizando o mesmo processo para todos os segmentos e valores necessários. Com isso, o compasso de proporção, para eles, tinha a função de medir os tamanhos dos segmentos e a distância de um ponto para outro.

O Grupo 2 seguiu o mesmo raciocínio do Grupo 1, fazendo construções geométricas no papel para conseguir entender o processo de manuseio descrito pelo trecho de Henrion (1631), vê-se essa construção na Figura 24, a seguir.

Figura 24 – Construção geométrica da média proporcional descrita por Henrion (1631), segundo a compreensão do Grupo 2



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

As distâncias desses valores mostrados, na Figura 24, foram medidos por meio do compasso de proporção com o auxílio do compasso comum e de esquadros. Diferente dos Grupos 1 e 2, o 3 não usou construções geométricas para solucionar o problema, apenas valeu-se dos seguintes instrumentos: compasso de proporção, compasso comum e esquadros para garantir o ângulo reto.

Contudo, o quinto passo realizado pelo Grupo 3 foi: —[...]com o compasso comum, tomar o tamanho do segmento obtido no passo 3|| (GRUPO 3, 2022), ou seja, tomar o tamanho 65 com o compasso comum. Em seguida, o sexto passo foi: —[...]com o compasso comum aberto com a medida do passo anterior, coloca o ponto seco no compasso de proporção na seção referente ao valor obtido no passo 4|| (GRUPO 3, 2022), isto é, ao tomar o tamanho 65, coloca-se a ponta seca do compasso comum no valor 25 do compasso de proporção.

Desse modo, executa-se o sétimo passo: —[...]nas condições dos passos anteriores movimenta-se o compasso comum até o ponto de o grafite tocar na outra perna do compasso de proporção, então assim, encontra-se a média proporcional|| (GRUPO 3, 2022). Percebe-se que o Grupo 3 apenas recorreu aos instrumentos para realizar a compreensão de como calcular a média proporcional através das linhas de partes iguais do compasso de proporção, como mostra a Figura 25.

Figura 25 – Manipulando o compasso de proporção (Grupo 3)



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Após toda a descrição dos passos e das ações feitas pelos participantes, que tinham o objetivo de entender como deveria ser realizada a manipulação das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, evidenciaram-se alguns conhecimentos geométricos: ângulo reto, segmento de reta, retas paralelas, plano cartesiano, arcos, médias aritméticas e proporcionais. Por fim, na próxima subseção, serão apresentadas algumas conclusões que foram tomadas após as descrições e a explanação das três categorias.

6. 3 Tirando algumas conclusões por meio dos participantes do curso de extensão universitária

O objetivo dessas atividades organizadas em categorias é conhecer os conceitos geométricos articulados na marcação e no uso das linhas de partes iguais do compasso de proporção pelos discentes, fazendo, assim, a exploração desses conhecimentos que, por sua vez, poderão gerar reflexões e debates sobre a construção do conhecimento, além de ampliarem o papel do docente no processo de ensino dos alunos.

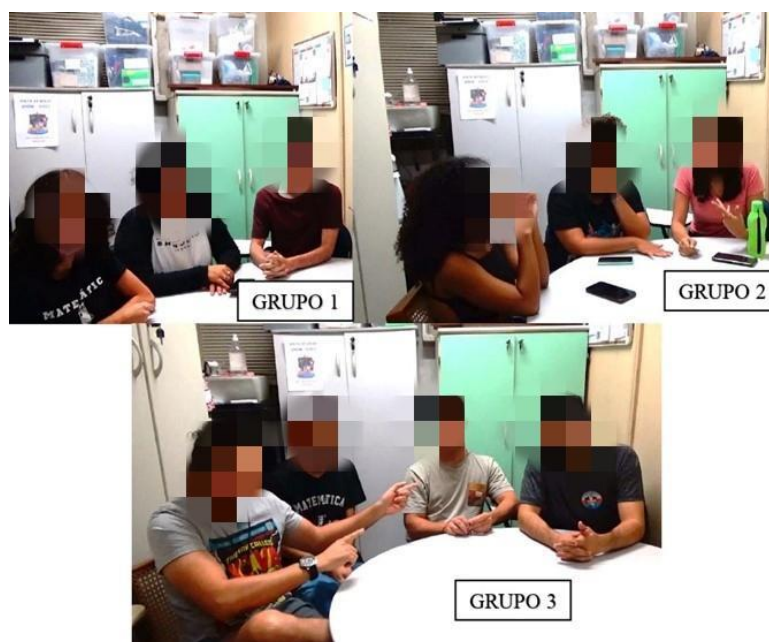
Durante toda a explanação das categorias é possível observar os conhecimentos geométricos apresentados pelos participantes, seja nas partes do instrumento ou na marcação e no manuseio das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção. Dentre eles, estão: segmento de reta, ângulo agudo, ponto médio, mediatriz, retas transversais, retas paralelas e perpendicularidade, teorema de proporcionalidade, arcos de circunferência, ângulo reto, plano

cartesiano, arcos, médias aritméticas e proporcionais. Vale ressaltar que todos esses conhecimentos estão relacionados às suas construções geométricas e foram formalizados por meio dos livros.

Os participantes identificaram todos esses conhecimentos geométricos e ainda destacaram, na entrevista ao final do curso, que não lembravam de alguns conceitos desses ou não sabiam as devidas enunciações das definições, dos teoremas, dos postulados e dos axiomas, ou não conheciam suas construções geométricas, tendo no curso uma oportunidade de relembra-rem, aprenderem e ressignificarem.

Nessas entrevistas realizadas ao final do curso, com os três grupos, Figura 26, os participantes fizeram reflexões interessantes.

Figura 26 – Entrevista ao final do curso



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Dentre essas reflexões voltadas à formação do professor e do licenciando, o Grupo 1 destacou que

o curso permitiu um novo olhar para os conceitos geométricos que estavam sendo estudados, na qual conhecer o compasso de proporção proporciona um maior repertório didático, compreendendo ações das atividades que irão realizar com seus futuros alunos, modificando a ideia de aplicar as atividades apenas por aplicar de maneira mecânica sem sentido (GRUPO 1, 2022, entrevista).

Constata-se que, nessas falas, o Grupo 1 (2022, entrevista) dá significado à aplicação do curso para sua formação mediante o repertório didático que o instrumento pode proporcionar e o novo olhar para o ensino, em que, ao aplicar uma atividade, o professor entende a ação que está realizando.

Eles ainda ressaltam novas aplicabilidades dos conceitos que foram vistos na graduação, possibilitando —[...]mostrar para seus alunos outras formas de calcular médias, por exemplo, por meio de instrumentos, não para ensinar, mas criar interesse dos alunos pela matemática|| (GRUPO 1, 2022, entrevista). Segundo o Grupo 1 (2022, entrevista), os cursos mostram novas formas de ensinar, organizar a aula, tratar um aluno por técnicas distintas de ensino, que, normalmente, não são utilizadas no curso de Licenciatura em Matemática. Para mais, relatam que

A atividade investigativa permite o aluno ir em busca do conceito geométricos, perceber que na ciência abstrata que é a matemática, a geometria permite ser menos abstrata, pois um sólido pode ser pegue e mostrado para o aluno, mas com a fórmula de Bhaskara não é possível (GRUPO 1, 2022, entrevista).

Para o Grupo 1 (2022, entrevista), a metodologia utilizada, de fazer os alunos investigarem seu próprio conhecimento geométrico, é essencial para a aprendizagem do aluno. Através do ensino de geometria, essas atividades podem ser realizadas com facilidade, já que a geometria é identificada no cotidiano e pode “ser tocada”, diferente das outras áreas da matemática.

Já o Grupo 2 (2022, entrevista) relatou, na entrevista, que relembrou alguns assuntos e outros aprendeu no curso, pois não teve a oportunidade de aprender na Educação Básica, por exemplo, —[...]relembrou as construções geométricas e aprendeu a verificar a média proporcional por meios algébricos que antes não conhecia|| (GRUPO 2, 2022, entrevista). Além de tudo, consoante o Grupo 2 (2022, entrevista), o curso permitiu refletir sobre como realizar uma aplicação com os conceitos estudados no curso.

Finalmente, o Grupo 3 (2022, entrevista) informou sobre —[...]a importância do desenho geométrico que foi trabalhado no curso de extensão, mas na licenciatura pouco se utiliza||. Os discentes também relataram sobre o —[...]uso do compasso comum que não tinha sido usado na educação básica|| (GRUPO 3, 2022, entrevista) por um participante do primeiro semestre, que não sabia utilizá-lo, mas, com o curso, conseguiu aprender a fazer algumas construções geométricas com ele.

Eles frisaram que —[...]a metodologia utilizada permite o participante realizar investigações e com isso errar, concertar seu erro e acertar, isso sem falar, na dinâmica de dividir os participantes em grupos e separar funções para cada membro|| (GRUPO 3, 2022, entrevista). Segundo Grupo 3 (2022, entrevista), essa metodologia pode ser adaptada e levada para o ensino da Educação Básica. Além de tudo, o Grupo 3 fez uma breve reflexão sobre o seguinte questionamento: o que importava mais, o processo ou o resultado de um problema?

A partir desse questionamento, o Grupo 3 (2022, entrevista) respondeu que

o uso do compasso de proporção permitiu aprender muitos conceitos geométricos, que se tivessem apenas utilizado álgebra para resolver o problema teriam o resultado mais rápido, mas deixariam de aprender os conceitos de construção como paralelismo, perpendicularismo, teorema de Tales entre outros (GRUPO 3, 2022, entrevista).

Os participantes ainda relataram que, aprender através do processo de construção, possibilitou a reflexão de compreender como os estudiosos da época utilizavam o instrumento. E finalizaram concluindo que, quando se quer ensinar uma pessoa, o processo é mais importante para a aprendizagem do que apenas o resultado (GRUPO 3, 2022, entrevista).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa encarregou-se de desenvolver uma proposta de interface entre história e ensino de matemática, auxiliada pelas Unidades Básicas de Problemática, permitindo destacar questões históricas e didáticas, por meio do diálogo entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Tudo isso pôde ser observado no decorrer das seções que foram apresentadas, as quais possibilitaram o estudo de objeto matemático advindo da história.

O objeto de estudo desta pesquisa é o ensino de geometria, que emergiu através da explanação da marcação e do uso das linhas de partes iguais do compasso de proporção, contido no tratado de Henrion (1631). Ao estudar o instrumento, notaram-se as primeiras relevâncias que ele teria para o ensino de geometria, principalmente, para a formação do professor de matemática.

Visando à construção da interface e às primeiras observações realizadas no compasso de proporção, foram estabelecidos três objetivos específicos.

O primeiro objetivo específico foi conhecer o contexto de elaboração do instrumento compasso de proporção compreendido no tratado *L'usage du Compas de Proportion* (1631), de Didier Henrion. Esse objetivo foi alcançado por meio da segunda seção apresentada nesta pesquisa, em que há um movimento da interface, em que se tem o contexto de elaboração dos conhecimentos geométricos desenvolvidos. Sua metodologia é baseada em uma abordagem qualitativa descritiva, com cunho documental e bibliográfico.

Por essa metodologia, constatarem-se vestígios de evidências que poderiam ajudar na construção da rede contextual, como a publicação ter sido realizada em 1631 e ser a quarta edição, isso forneceu a curiosidade de encontrar as outras edições e observar as diferenças entre elas. Didier Henrion foi professor das matemáticas para os filhos da nobreza francesa e escreveu as memórias matemáticas para a nobreza. O compasso de proporção já existia antes de ele elaborar o tratado, é tanto que havia realizado citações do uso do instrumento em suas memórias matemáticas, publicadas antes de *L'usage du compas de proportion*, além de outras características da época.

As duas fontes do tratado, que permitiram mais informações para conhecer o contexto de elaboração do instrumento, foram o frontispício e a carta ao leitor, por trazerem informações valiosas que ajudaram na busca por mais informações. Também foram realizadas leituras flutuantes e panorâmicas do tratado para conhecer a organização e a estrutura do texto, além de tentar compreender o instrumento. Porém, apenas lendo os trechos apresentados no tratado, não seria possível identificar todo o contexto, sendo necessário realizar leituras de outras fontes.

Nessas leituras, averigou-se que Didier Henrion traduziu e escreveu vários textos, muitos deles foram impressos por ele mesmo, como foi visto nos frontispícios de seus tratados, sendo até confundido por outros dois estudiosos, Clement de Margin e Pierre Herigone, em que se identificou que eram pessoas distintas.

Já o compasso de proporção era bastante utilizado entre os séculos XVII e XVIII, sendo famoso nos museus por estar nas caixas de luxo das pessoas conhecidas como engenheiros nesse período e tinha até Fray Martín Sarmiento (1695 – 1772), um pedagogo do século XVII, defendendo a utilização do instrumento no ensino de geometria e história.

O segundo objetivo específico foi descrever os conhecimentos geométricos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção. Esse objetivo foi cumprido na terceira seção apresentada nesta pesquisa, nomeada: *A fabricação e o uso do compasso de proporção na busca por conhecimentos geométricos*.

Pela terceira seção, foram descritas as partes do instrumento e mostradas as linhas e as funções de cada uma delas, relatando também que o instrumento era adaptado de acordo com a necessidade do usuário, por exemplo, a linha de calibres de peças, que fazia parte de alguns compassos de proporção e de outros, não.

Como o instrumento possuía diversas utilidades conforme as linhas que seriam utilizadas, foi preciso escolher apenas uma das escalas (conhecidas como linhas) para ser estudada. Dentre todas as quatro exibidas, foi escolhida a linha de partes iguais, como vista na terceira seção, ela permite realizar multiplicações, divisões e regras de três auxiliadas de um compasso comum, ou seja, o compasso convencional sem escalas, e ainda realizar cálculos de média proporcional de dois segmentos, como as linhas dos planos.

A descrição da fabricação do compasso de proporção, especificamente, da marcação das linhas de partes iguais, possibilitou a identificação de conhecimentos geométricos, como: semelhança de triângulo, bissetriz, mediatriz e teorema de proporcionalidade, entre outros.

Com o uso das linhas de partes iguais não foi diferente, através da descrição e da explanação do problema referente à média proporcional de dois segmentos de reta, verificaram-se os seguintes conhecimentos geométricos: semelhança de triângulos, teorema das proporcionalidades, paralelismo, perpendicularismos, ângulos internos e externos, soma dos ângulos internos de um triângulo e vários outros.

O terceiro objetivo específico foi relatar os rudimentos destacados da aplicação das UBP desenvolvidas no estudo dos conceitos geométricos emergidos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, por meio da formação inicial do professor de matemática. Esse objetivo foi atingido, inicialmente, com a elaboração das UBP descritas na

quarta seção desta pesquisa e, posteriormente, na aplicação do curso de extensão universitária exposto na quinta e na sexta seção, que permitiu várias reflexões sobre o ensino de geometria na formação inicial dos professores de matemática.

Dentre essas reflexões, encontram-se: a importância de lembrar, aprender e ressignificar conceitos geométricos pelas suas construções; as diferentes maneiras de ensinar geometria pelas metodologias de investigação, permitindo aos alunos buscarem seus próprios conhecimentos; a relevância que o processo de construção geométrica tem para a aprendizagem dos alunos é destacada no novo olhar criado para ensinar geometria, observando que a geometria possibilita aos alunos visualizarem a realidade de forma concreta, diferente da abstração de outras áreas da matemática.

O compasso de proporção, por sua vez, fomenta um maior repertório didático para compreender as ações das atividades que os professores irão realizar com seus futuros alunos. Além de ser um elemento incentivador para os estudantes notarem a existência de novas aplicabilidades de conceitos já vistos na escola, a partir de instrumentos matemáticos.

Através dos três objetivos específicos alcançados, é possível responder à pergunta diretriz utilizando o objetivo geral: conhecer os rudimentos geométricos do ensino advindos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção por meio da formação inicial do professor de matemática.

Contudo, mediante a aplicação do curso, conseguiu-se explorar um pouco mais sobre o ensino de geometria, cuja problematização era a carga horária reduzida voltada ao ensino de geometria nas licenciaturas de Matemática. Com a análise de conteúdo de Bardin (2016), notou-se que o curso de extensão universitária proporcionou aos participantes refletirem sobre a sua formação como futuro professor de matemática, perante novas formas de ensinar geometria, mostrando que eles podem utilizar a geometria como uma aliada nas suas aulas e não como a vilã que os alunos temem.

Com essa análise, pôde-se organizar os dados gerados pelo curso em núcleos de sentidos que, por seu turno, favoreceram a reorganização em três categorias: instrumento/limitações, conhecimentos geométricos na marcação das linhas de partes iguais, conhecimentos geométricos no uso das linhas de partes iguais.

Porém, esta pesquisa possui muitos caminhos a serem trilhados, como estudar as outras três linhas do instrumento compasso de proporção, em que cada linha permite a elaboração de novas atividades voltadas a formações de professores. Após essa primeira fase de estudar todas as linhas, tem-se o momento de realizar novos estudos para saber os conhecimentos matemáticos que cada uma delas mobiliza em seus manuseios.

Portanto, esta pesquisa possui muitos caminhos que ainda não foram traçados ou que poderão ser reabertos para descobertas de potencialidades didáticas e, quem sabe, construções de recursos didáticos para serem utilizados na Educação Básica. Tudo isso ficará para as pesquisas futuras, cujo primeiro passo será a publicação dos resultados e dos dados que não cabiam nesta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ALBERTI, L. B. **Matemática Lúdica**. Edição apresentada e comentada por Pierre Souffrin. Tradução de André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006.
- ALBUQUERQUE, S. M. et al. Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no gpehm. **Boletim Online de Educação Matemática**, [S.I.], v. 6, n. 12, p. 128-144, dez. 2018.
- ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019
- ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. O instrumento “círculos de proporção” exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, [S.I.], v. 7, n. 2, p. 89-108, set. 2018.
- ALVES, V. B.; SILVA, H. de F. M. da.; PEREIRA, A. C. C. A inserção da régua de cálculo circular como ferramenta para o ensino de logaritmo. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 4, n. 10, p. 48-61, 1 jun. 2018.
- ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Etnografia da prática escolar**. Campinas: Papirus, 2013.
- ARAMAN, E. M. de O.; BATISTA, I. de L. Contribuições da história da matemática para a construção dos saberes do professor de matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.I.], v. 27, n. 45, p. 1-30, abr. 2013. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-636x2013000100002>.
- ARDOINO, J. Abordagem multirreferencial (plural) das situações educativas e formativas. In: BARBOSA, J. G. (org.). **Multirreferencialidade nas ciências e na educação**. São Carlos: Edufscar, 1998. p. 24-41.
- CATRO Y ASCARRAGA, P. de. **Construccion, y uso del compas de proporcion**. Madrid: En La Imprenta de Don Gabriel Ramirez, 1758.
- BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Fortaleza: Sociedade Brasileira de Matemática, 1995.
- BARBOSA, M. **Geometria e óptica no primeiro livro do tratado da pintura de Leon Battista Alberti**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Integração Latino-Americana, Foz do Iguaçu, 2022.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BATISTA, A. N. de S. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhastilha, inserida no documento Chronographia, repertório dos tempos..., aplicado na formação de professores.** 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. **História da ciência para formação de professores.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

BENTO, R. T. F. **Um estudo das geometrias práticas e teóricas presentes em The Pathwaie to Knowledge de Robert Recorde: possíveis diálogos.** 2018. Tese (Doutorado em Educação) - Curso de Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

BORBA, S. da C. Aspectos do conceito de multirreferencialidade nas ciências e nos espaços de formação. In: BORBA, S. da C. (Org.). **Reflexões em torno da abordagem multirreferencial.** São Carlos: EdUFSCar, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BRASIL. Resolução nº 2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). **Ministério da Educação Conselho Nacional de Educação Conselho Pleno.** Brasília, 15 abr. 2020.

BRINGHURST, R. **Elementos do estilo tipográfico.** Tradução de André Stolarski. São Paulo: Ubu Editora, 2018.

BRITO, A. de J. O ensino de matemática no século XVII: entre a religião e as disputas político-econômicas. **Zetetike**, Campinas, v. 20, n. 2, p. 11-35, ago. 2013.

BULLET, P. **Traite de l'usage du pantometre: instrument geometrique.** Paris: Chez Andre Pralard, 1675.

BUSARD, H. L. L. HARDY, CLAUDE. In: HACHETTE, Jean; HYRTL, Joseph. **Dictionary of Scientific Biography.** New York: Charles Scribner'S Sons, 1972. p. 112-113.

CALDEIRA, A. M. de A. **Ensino de ciências e matemática, II: tema sobre a formação de conceitos.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009.

CASTILLO, A. R. M. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A boke named tectonicon de Leonard Digges.** 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

CEARÁ. Secretária da Educação do Estado do Ceará. **Documento Curricular Referencial do Ceará: educação infantil e ensino fundamental.** Fortaleza: SEDUC, 2019.

CESPEDES, A. de. **Instrumentos Nuevos de Geometria**. Madri: Juan de La Cuesta, 1606.

CHAMLAY, Jules-Louis B. de. **Mémoire concernant les costes**. [S.I.: s.n.], 1692.

CHANTAREAU, J. **Le Miroir des armes militaires et instruction des gens de pied**. Lyon, 1540.

COHEN, E. G.; LOTAN, R. A. **Planejando o trabalho em grupo: estratégias para salas de aula heterogêneas**. 3. ed. Tradução Luís Fernando Marques Dorvillé, Mila Molina Carneiro, Paula Márcia Schmaltz Ferreira Rozin. Porto Alegre: Penso, 2017.

CONNETTE, M. **La geometrie à reduite en une facile et beuesve pratique**: pantometre ou compas de proportion de Michel Connette; l'usage du compas huict poinctes, inuenté par Fabrice Mordente. Paris: Chez Charles Hulpeau, 1626.

CORMACK, Le. B. Introduction: Practical Mathematics, Practical Mathematicians, and the Case for Transforming the Study of Nature. In: CORMACK, L. B.; WALTON, S. A.; SCHUSTER, J. A. **Mathematical Practitioners and the Transformation of Natural Knowledge in Early Modern Europe**. Nova York: Springer, 2017. p. 1-8.

CUOMO, S. Niccolò Tartaglia, mathematics, ballistics and the power of possession of knowledge. **Endeavour**, [S.I.], v. 22, n.1, p.31-35, 1998.

D'AMBROSIO, U. A interface entre história e matemática uma visão histórico-pedagógica. **Revista História da Matemática para Professores**, [S.I.], v. 7, n. 1, p. 41-64, 2021.

DELEFRATE, E. H. **Um estudo sobre o traçado da elipse em De organica de Frans van Schooten**. 2019. Dissertação (Mestrado) - Curso do Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Algumas potencialidades didáticas do “setor trigonal” na interface entre história e ensino de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 4, p. 1227-1253, dez. 2014.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Interface entre História e Ensino de Matemática: Aspectos teóricos e metodológicos. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, São Paulo. **Actas**. Montevideo: Actas del VII Cibem, 2013. p. 7502-7509.

DÖGEN, M. **L'Architecture militaire moderne, ou Fortification**: confirmée par diverses histoires tant anciennes que nouvelles, et enrichie des figures des principales forteresses qui sont en l'europe. Amsterdam: Louys Elzevier, 1648.

DUPRAZ, H. Le compas de proportion. **Diagonal Verlags Ag**, [S.I.], v. 89, n. 11, p. 627-634, abr. 1991. Diagonal Verlags AG. <http://dx.doi.org/10.5169/SEALS-234612>.

ERRARD, J. **La Géométrie et pratique generale d'icelle**. Paris: Michel Daniel, 1619. (Reueuë, corrigée,& grandement augmentée par Didier Henrion).

EUCLIDE; HENRION, D. **Les quinze livres des Elémens d'Euclide**. Paris: Abraham Pacard, 1615.

EUCLIDE. **Les quinze livres des éléments géométriques d'Euclide**. Traduits en françois par D. Henrion. Paris: [S.I.], 1632.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

FEINGOLD, M. **The mathematicians' apprenticeship: science, universities and society in england**. New York: Cambridge University Press, 1984.

FIORENTINO, G. G. N. **La operazione del compasso geometrico et militare**. Padova: Paolo Frambotto, 1640.

FRAILE, Á. R. Instrumentos de cálculo y geometría en la colección Rico y Sinobas del Museo Arqueológico Nacional. **Boletín del Museo Arqueológico Nacional**, Madrid, v. 38, n. 8, p. 133-148, fev. 2019.

FRITACH, A. **L'architecture militaire ou La fortification nouvelle**: augmentée et enrichie de forteresses regulieres, irrégulieres et de dehors, le tout à la pratique moderne. Paris: Toussaint Quinet, 1640.

GESSNER, S. The conception of a mathematical instrument and its distance from the material world: the pantometra in lisbon, 1638. **Studium**, Lisboa, v. 4, n. 4, p. 210-227, 15 mar. 2012. Uopen Journals..

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GILLISPIE, C. C. **Dictionary of scientific biography**. v. 5. New York: Chief, 1981.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JUNIOR, J. R. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2007.

GIOVANNI, J. R.; MARANGONI, T.; OGASSAWARA, E. **Desenho Geométrico**. [S.I]: FTD, 1996.

GOLDMAN, N. **La Nouvelle fortification**. [S.I.]: Les Elseviers, 1645.

HARDY, C. **Refutation du libelle de J. Pujos, intitulé Futilitez des raisonnemens, &c. Refutation de la fausse quadratrice du mesme Pujos. Troisieme refutation de la fausse quadrature de Mr. de Laleu, où il est demonstré que le quarré des huit neufvièmes du diametre d'un cercle est plus grand que la figure de XXIV costez conscrite independemment de la XLVII proposition du premier livre d'Euclide**. Paris: [s.n.], 1643.

GRANATO, M. et al. Objetos de ciências e tecnologia como fontes documentais para a história das ciências: resultados parciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM CIÊNCIA DA INFORMAÇÃO, 8., 2007, Salvador. **Debates em Museologia e Patrimônio**. Salvador, 2007.

HENRION, D. **Briefve instruction pour construire les fortifications pratiquées au Pays-Bas, par D. Henrion.** Paris: [s.n], 1621.

HENRION, D. **Canon Manuel des sinus touchantes, et coupantes.** Paris: Abraham Pacard, 1619.

HENRION, D. **Cosmographie ou Traicte general des choses tant celestes qu'elementaires.** Paris: Abraham Pacard, 1620.

HENRION, D. **L'vsage du compas de proportion.** 1. ed. Paris: Michel Daniel, 1618.

HENRION, D. **L'vsage du compas de proportion.** 2. ed. Paris: Melchior Mondiere, 1624.

HENRION, D. **L'vsage du compas de proportion.** 3. ed. Paris: Jean Bourriquant, 1626.

HENRION, D. **L'vsage du compas de proportion.** 4. ed. Paris: L'Avthevr, 1631.

HENRION, D. **L'vsage du compas de proportion.** 5. ed. Rouen: Iean Bouley, 1637

HENRION, D. **L'Usage du Compas de Proportion.** Rouen: David Berthelin, 1680.

HENRION, D. **L'Usage du Compas de Proportion.** Paris: R. J. B. DE LA CAILLE, 1681. Atualizações realizada por Jean Deshayes.

HENRION, D. **L'usage du Mecometre.** Paris: Isaac Dedin, 1630.

HENRION, D. **Mémoires mathematiques recueilliset dressez en favevr de la noblesse françoise.** Paris: L'Avthevr, 1613.

HENRION, D. **Mémoires mathematiques recueilliset dressez en favevr de la noblesse françoise.** Paris: L'Avthevr, 1627.

HENRION, D. **Sinuum, tangentiunt et secantium canon manualis.** Paris: [s.n.], 1623.

HENRION, D. **Sommaire de l'algebre tres-necessaire pour faciliter l'interpretation du dixiesme liure d'Euclide.** Paris: Iean Anthoine Ioallin, 1623.

HENRION, D. **Traicté des logarithmes.** Paris: L'Autheur, 1626.

HENRION, D. **Traicte des triangles spheriques.** Paris: [s.n.], 1617

HENRION, D. **Vso de la regla pantometra.** [S.I.: s.n.], 1668.

HÉRIGONE, P. **Cursus Mathematicus, Nova, Brevi Et Clara Methodo Demonstratus.** Paris: L'Autheur Et Henry Le Gras, 1634.

HUES, R.; HENRION, D.; GOTH, L. de. **Traduction et annotations du Traicté des globes et de leur usage, de Robert Hues.** Traducteur: Didier Henrion; Dédicataire: Louis de Goth. Paris: Michel Daniel, 1618.

ITARD, J. HENRION, DENIS or DIDIER. In: HACHETTE, J.; HYRTL, J. **Dictionary of Scientific Biography**. New York: Charles Scribner'S Sons, 1972. p. 271-272.

KRIPKA, R. M. L.; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. de L. Pesquisa documental na pesquisa qualitativa: conceitos e caracterização. **Revista de Investigaciones UNAD**, Bogotá, v. 14, n. 2, p. 55-73, dez. 2015.

LEURECHON, P. J.; HENRION, D.; MYDORGE, C. **Les Receptions Mathematiques**. Paris: Rollet Boutonne, 1638.

LIMA FILHO, R. R. C.; SANTOS, R. M. dos; MENDES, I. A. Proposta de elaboração de UBP a partir de práticas sociais encontradas na história. In: X SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2013, Campinas. **Anais do X Seminário Nacional de História da Matemática**. Campinas: SBHMat, 2013. p. 1-11.

LIMA JUNIOR, E. B. et al. Análise documental como percurso metodológico na pesquisa qualitativa. **Cadernos da Fucamp**, v. 20, n. 44, p. 36-51, abr. 2021.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2018.

MARTIN, Henri-Jean. **Livre, pouvoirs et société à paris au XVII siècle (1598-1701)**. Genève: Droz, 1999.

MARTINS, J. P. **Uma linguagem geométrica singular refletida no Códice Atlântico de Leonardo da Vinci: contribuições para a geometria escolar**. 2021. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

MARTINS, J. B. A formação de professores no âmbito da abordagem multirreferencial. **Revista da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, São Paulo, v. 18, n. 3, set./dez. 2014.

MASSEN, T. C. de S.; PEREIRA, A. C. C. Um estudo preliminar do tratado L'usage du compas de proportion (1631) do francês Didier Henrion. **Revista História da Ciências e Ensino: Construindo interfaces**, [S.I.], v. 24, p. 52-64, 24 dez. 2021.

MATTOS, C. L. G. de. A abordagem etnográfica na investigação científica. In: MATTOS, Carmen Lúcia Guimarães de; CASTRO, Paula Almeida de. **Etnografia e educação: conceitos e usos**. Campina Grande: Eduerpb, 2011a. p. 49-84.

MATTOS, C. L. G. de. Estudos etnográficos da educação: uma revisão de tendências no Brasil. In: MATTOS, C. L. G. de; CASTRO, P. A. de. **Etnografia e educação: conceitos e usos**. Campina Grande: Eduerpb, 2011b. p. 25-48.

MAXIMILIEN, C. **Édict du Roy, pour la création en tiltre d'office des controolleurs & gardes provinciaux en l'artillerie, és treze provinces & gouvernemens de ce royaume, avec reglement de leurs charges & estats.** Paris: Federic Morel, 1574.

MEDEIROS, Á. L. M.; MENDES, I. A. A geometria de René Descartes por meio de unidade básica de problematização. **Research, Society And Development**, [S.I.], v. 11, n. 3, p. 1-15, mar. 2022.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de aula.** 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MÉTIN, F. Didier Henrion, Compilateur de récréations mathématiques des années 1620. In: TOURNÈS, D. et al. **Mathématiques récréatives.** Les Ulis: Edp Sciences, 2019. p. 65-83.

MICHAUD, L. G. **Biographie universelle ancienne et moderne : ou histoire, par ordre alphabétique, de la vie publique et privée de tous les hommes qui se sont fait remarquer par leurs écrits, leurs talents, leurs vertus ou leurs crimes.** Vol.19. Paris: C.D. Chez Madame C. Desplaces, 1857.

MIKUSKA, M. I. S. Uma análise do Ensino da geometria no curso de formação de docentes do ensino fundamental. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 10., 2011, Curitiba. **I Seminário Internacional de Representações sociais, subjetividade e educação.** Curitiba: Sirsse, 2011. p. 6951-6963.

MIGUEL, A.; MENDES, I. A. Mobilizando histórias na formação inicial de educadores matemáticos: memórias, práticas sociais e jogos discursivos. **Revista Matemática, Ensino e Cultura**, Belém, v. 16, fluxo contínuo, p. 120-140, jan-dez. 2021.

MONTROYAL, J. de; HENRION, D. **Les tables des directions et profections de Jean de Montroyal.** Paris: [s.n.], 1626.

MORAES, M. de S. **Setor Trigonal: Contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática.** 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência Para A Educação Básica) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2017.

MORETTI, V.; PANOSSIAN, M. L.; RADFORD, L. Entrevista a Luis Radford. **Revista Obutchénie**, [S.I.], v. 2, n. 1, p. 251-272, 2018.

NAUTONIER, Guillaume de. **Mecometrie De Leymant C'est A Dire La Maniere De Mesurer les longitudes par le moyen de l'eymant:** par laquelle est enseigné, un trescertain moyen, au paravant inconnu, de trouver les longitudes geographiques de tous lieux Toulouse: Chez L'Autheur, 1603.

LAPETRIERE, A. de. **Instruction de l'ordre militaire, servant a tous chefs et conducteurs d'armee, & autres ayans charge de gens de guerre... Ensemble un advertissement concernant l'artillerie...** Lyon: Benoist Rigaud, 1595.

OLIVEIRA, F. W. S. **Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento Jacente no plano de Pedro Nunes (1502 - 1578) na formação do**

professor de matemática. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

OLIVEIRA, G. P.; PEREIRA, A. C. C. O uso da engenharia didática como ferramenta facilitadora para utilização e produção de objetos de aprendizagem a partir da formação inicial e continuada de professores de matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 5, n. 13, p. 46-65, jun. 2018.

PAPILLON, M. L'Abbé. **Bibliothèque des auteurs de Bourgogne**. Place Du Palais: Philippe Marteret, 1742.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Maringá, v. 1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

PEREIRA, A. C. C.; BATISTA, A. N. de S.; OLIVEIRA, G. P. O programa de formação docente do gpehm/uece e sua contribuição para as atividades extensionistas. In: CUNHA, Juliene Rezende... et al. (org.). **Atividades de extensão inseridas no currículo**: contribuições sobre o fazer pedagógico. Recife: Edupe, 2022. p. 156-175.

PEREIRA, A. C. C.; TAVARES, M. O. A UBP e sua inserção no ensino de Matemática: Uma proposta utilizando a obra Matemática Lúdica de Leon Battista Alberti (1404-1472). **Boletim Online de Educação Matemática**, v. 5, p. 21-36, 2017.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Cocar**, v. 13, n. 25, p. 342-372, fev. 2019a.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus The concept of perpendicularity and parallelism mobilized in an activity with the use of the baculum (1636) of Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [S.I.], v. 21, n. 1, p. 405-432, 29 abr. 2019b.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S.I.], v. 5, n. 14, p. 109-122, 25 ago. 2018.

PERRY, P. C. **Histoire civile et ecclesiastique, ancienne et moderne de la ville et cité de Chalon svr Saone**. Chalon: Philippe Tan, 1659.

PESCE, M. K. de; VOIGT, J. M. R.; GARCIA, B. R. Z. Abordagem qualitativa em pesquisas educacionais: uma perspectiva socio-histórica. **Revista Intersaberes**, v. 7, n. 40, p. 26-39, jan. 2022.

PRITCHARD, J. S. DESHAYES, JEAN, in **Dictionary of Canadian Biography**, vol. 2, University of Toronto/Université Laval, 2003, accessed January 3, 2022, http://www.biographi.ca/en/bio/deshayes_jean_2E.html.

RENTY, G. de. **Traité, ou Manuel de la fortification**. Paris: Gervais Alliot, 1639.

REZENDE, E. Q. F.; QUEIROZ, M. L. B. de. **Geometria Euclidiana Plana**: construções geométricas. Campinas: Unicamp, 2008.

RIOS, D. R. **Minidicionário escolar da língua portuguesa**. São Paulo: DCL, 1999.

RODRIGUES, D. S.; FRANÇA, M. do P. S. G de S. A. de. A pesquisa documental sócio-histórica. In: MARCONDES, M. I.; TEIXEIRA, E.; OLIVEIRA, I. A. de. **Metodologias e técnicas de pesquisa em educação**. Belém: Eduepa, 2010. p. 55-74.

RODRÍGUEZ, U. P.; LIRES, M. Á.; BEVIÁ, J. L. Fray Martín Sarmiento y la Educación Científica. II. La enseñanza de las matemáticas y la astronomía. **Revista de Investigación En Educación**, Pontevedra, v. 7, n. 2, p. 37-49, mar. 2010.

ROQUE, T. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

RUELLET, A. **Les fabricants d'instruments mathématiques logés dans la Grande Galerie du Louvre (ca. 1600 – ca. 1660): quelques notices biographiques**. 2014.

SAITO, F. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para formação de professores. **Educação: Teoria e Prática**, [S.I.], v. 29, n. 62, p. 571-589, 19 dez. 2019.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino de matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 3-19, mar. 2016.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI. Natal: **Sociedade Brasileira de História da Matemática**, 2011.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SCHMITT, T. T. Dificuldades no ensino-aprendizado da geometria: Por que os educadores não ensinam e os educandos não aprendem? In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. **Anais do VII CIEM**. Canoas: Ulbra, 2017.

SILVA, A. A. da.; ARCARO, K.; SILVA, R. S. da. Contributos da componente curricular História da Matemática na formação inicial do professor de matemática. **Revista Educar Mais**, [S.I.], v. 3, n. 1, p. 27-44, maio 2019.

SILVA, I. C. da; PEREIRA, A. C. C. Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 35, n. 69, p. 223-241, jan. 2021.

STROMHOLM, P. HERIGONE, PIERRE. In: HACHETTE, Jean; HYRTL, Joseph. **Dictionary of Scientific Biography**. New York: Charles Scribner'S Sons, 1972. p. 271-272.

TAYLOR, E. G. R. **The mathematical practitioners**. Cambridge: Institute of Navigation at the University Press, 1954.

TRIPOLI, T. de; HENRION, Didier. **Les trois livres des Éléments sphériques de Théodose Tripolitain**. Traduits de latin en françois, par D. Henrion. Paris: Abraham Pacard, 1615.

VALTURIN, R. **Les Douze Livres de Robert Valturin**: touchant la discipline militaire. Translatez de langue latine en francoyse par Loys Meigret Lynnois. Paris: Charles Perier, 1555.

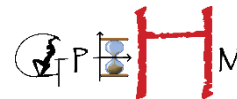
VIEIRA, J. E. L.; FONSECA, L. S. da; SOUZA, D. do N. Professores de matemática frente ao processo formativo para ensinar geometria na educação básica. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 63, p. 18-33, jul./set. 2019

WEBER, M. **A ética protestante e o “espírito” do capitalismo**. 6. ed. Tradução José Marcos Mariani de Macedo; revisão técnica, edição de texto, apresentação, glossário, correspondência vocabular e índice remissivo Antônio Flávio Pierucci. São Paulo: Companhia das Letras, 2004.

APÊNDICE A – PLANEJAMENTO DO CURSO



Os conceitos geométricos mobilizados na construção e manipulação do compasso de proporção apresentado por Didier Henrion



Atividade

Os conceitos geométricos mobilizados na construção e manipulação do compasso de proporção apresentado por Didier Henrion

Thalya Cristiny de Sousa Masseno

Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira

1. CRONOGRAMA DA FORMAÇÃO

DATA	Unidades Básicas de Problemática	TEMPO
Atividade 1	Introdução	10 min
	UBP 1 – Estudo sobre o contexto do tratado de Henrion (1631)	50 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
Atividade 1	Introdução	05 min
	UBP 1 – Estudo sobre o contexto do tratado de Henrion (1631)	55 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
Atividade 2	Introdução	10 min
	UBP 2 – Estudo da construção da linha de iguais partes do instrumento compasso de proporção	50 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min

Atividade 2	Introdução	05 min
	UBP 2 – Estudo da construção da linha de iguais partes do instrumento compasso de proporção	55 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
Atividade 3	Introdução	10 min
	UBP 3 – Manipulando o compasso de proporção 1	50 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
Atividade 3	Introdução	05 min
	UBP 3 – Manipulando o compasso de proporção 1	55 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
Atividade 3	Introdução	05 min
	UBP 3 – Manipulando o compasso de proporção 1	55 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
Atividade 4	Introdução	10 min
	UBP 3 – Manipulando o compasso de proporção 1	50 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
Atividade 4	Introdução	05 min
	UBP 3 – Manipulando o compasso de proporção 2	55 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia	10 min
	Introdução	05 min

Atividade 4	Introdução	05 min
	UBP 3 – Manipulando o compasso de proporção 2	55 min
	Investigação e discussão	20 min
	Fechamento Formulário de tarefa e ficha de avaliação do dia Entrevista	10 min

2. OBJETIVO

Conhecer os conceitos geométricos articulados na marcação e no uso das linhas de partes iguais do compasso de proporção pelos discentes, perfazendo, assim, a exploração desses conhecimentos, que, por sua vez, poderão gerar reflexões e debates sobre a construção do conhecimento, além de ampliar o papel do docente no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

3. MATERIAIS

SERÃO DISPONIBILIZADOS POR GRUPO:

- Duas réguas não milimetradas
- Dois Compassos
- Um instrumento matemático: compasso de proporção
- UBP 1
- UBP 2
- UBP 3
- UBP 4
- Fichas de avaliação do dia
- Relatórios de atividade

APÊNDICE B – AVALIAÇÃO DO DIA INDIVIDUAL

Avaliação do dia ____/____/____

Nome (Opcional): _____

O que você aprendeu hoje, que não sabia antes?

O que deu certo na aula de hoje?

O que não funcionou ou ficou faltando? Seja específico/a.

Do que você precisa? Seja específico/a.

APÊNDICE C – SONDAGEM FORMATIVA

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
PRO-REITORIA DE EXTENSÃO**



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA-PGECM/IFCE
PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE**

Esta **SONDAGEM FORMATIVA** chegou até você, pois julgamos a sua contribuição muito importante para a *pesquisa de mestrado* que estamos realizando. Pedimos sua colaboração e total honestidade para que possamos realizar um estudo rico, de modo a construir um curso que contribua para a sua formação inicial.

Desde já, agradecemos sua colaboração!

CONHECENDO OS PARTICIPANTES

Sexo: () Masculino () Feminino

Idade: _____

Qual semestre está cursando no momento?

1. Você estudou no Ensino Fundamental (6º a 9º ano) em escola:

☐ Pública e/ou ☐ Privada

2. No caso do Ensino Médio, em escola:

☐ Pública e/ou ☐ Privada

3. Possui experiência na Educação Básica como docente? Qual?

☐ Sim, professor substituto/temporário da Prefeitura (1º a 5º ano do Ensino Fundamental)

☐ Sim, professor substituto/temporário do Estado/da Prefeitura (6º a 9º ano do Ensino Fundamental)

☐ Sim, professor substituto/temporário do Estado (1º a 3º ano do Ensino Médio)

☐ Sim, professor de escola particular (1º a 5º ano do Ensino Fundamental)

☐ Sim, professor de escola particular (6º a 9º ano do Ensino Fundamental)

☐ Sim, professor de escola particular (1º a 3º ano do Ensino Médio)

☐ Sim, Reforço Escolar (1º a 5º ano do Ensino Fundamental)

☐ Sim, Reforço Escolar (6º a 9º ano do Ensino Fundamental)

☐ Sim, Reforço Escolar (1º a 3º ano do Ensino Médio)

☐ Sim, aulas particulares

☐ Sim, Programas de Formação do Estado/da Prefeitura (Mais Educação, Tutoria e/ou Areninha)

☐ Sim, Programas de Formação Docente na Universidade (PIBID e/ou Monitoria)

☐ Sim, regência durante a disciplina de Estágio Supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática

☐ Não tenho experiência na Educação Básica como docente

Outros (Tipo de experiência/Nível de Ensino): _____

Você já participou de programas institucionais que visam promover a formação inicial de discentes (como PIBID, Residência Pedagógica, Monitoria Acadêmica etc.)?

☐ Sim ou ☐ Não

Em caso afirmativo, especifique o programa:

4. Você cursou a disciplina de História da Matemática?

☐ Sim ☐ Estou cursando ☐ Não

Em caso afirmativo, responda: você acredita que a História da Matemática pode contribuir com a formação inicial dos professores de Matemática? Justifique sua resposta.

5. Em algum momento da sua vida estudantil (Ensino Fundamental, Médio ou Superior), foram utilizados recursos didáticos advindos da História da Matemática?

☐ Sim ou ☐ Não

Em caso afirmativo, marque, a seguir, o nível de ensino e o recurso didático utilizado:

☐ Ensino Fundamental

☐ Ensino Médio

☐ Ensino Superior

☐ Biografia de matemáticos

☐ Demonstração histórica de teoremas

☐ Métodos de calcular de antigas civilizações

☐ Fatos históricos sobre algum conteúdo matemático

☐ Uso de instrumentos históricos de medida

☐ Resolução de problemas antigos

☐ Notação e terminologia das matemáticas na antiguidade

Outros: _____

6. Você já participou de curso de extensão/oficina/palestra que abordasse recursos didáticos advindos da História da Matemática?

☐ Sim ou ☐ Não

Em caso afirmativo, qual foi esse momento (curso de extensão, oficina, palestra etc.), quais foram os recursos didáticos e o conteúdo matemático abordados nessa formação?

7. Você cursou a disciplina de Desenho Geométrico (ou outra disciplina na qual realizou construções geométricas com régua e compasso)?

☐ Sim ou ☐ Não

Em caso afirmativo, responda: você ainda lembra como realizar essas construções geométricas? Quais são elas?

8. Por que você escolheu participar deste curso?

☐ Atividade Complementar

☐ Curiosidade sobre o assunto

☐ Ampliar os conhecimentos sobre a História da Matemática

☐ Ampliar os conhecimentos matemáticos

☐ Conhecer novas ideias para levar para a sala de aula

☐ Ampliar a formação para além do curso de Licenciatura em Matemática

☐ Outros: _____

APÊNDICE D – SONDAÇÃO DIAGNÓSTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
PRO-REITORIA DE EXTENSÃO



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA-PGECM/IFCE
PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE

Este **PRÉ-TESTE** chegou até você, pois julgamos a sua contribuição muito importante para a *pesquisa de mestrado* que estamos realizando. Pedimos sua colaboração e total honestidade para que possamos realizar uma pesquisa rica, construindo uma formação que contribua para nossa formação inicial.

Desde já, agradecemos sua colaboração!

CONHECENDO OS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS DOS PARTICIPANTES

1. Defina os seguintes conhecimentos geométricos:

- a) Retas perpendiculares
- b) Retas paralelas
- c) Retas transversais

2. Defina o que é proporcionalidade entre duas grandezas.

3. Você conhece algum teorema da geometria que envolve proporcionalidade de segmentos?

- ☐ Sim
- ☐ Não

Em caso afirmativo, qual é esse teorema?

4. Encontre a solução do problema utilizando os seus conhecimentos matemáticos atuais, indicando o passo a passo da sua **resolução**:

Encontre a média proporcional (C) de duas linhas A e B, sabendo que A vale 40 e B vale 90.

Obs.: Represente a sua resolução com um desenho geométrico e matematize.

APÊNDICE E – CARTÃO RECURSO E ATIVIDADE INVESTIGATIVA 3

CARTÃO RECURSO 3 - O COMPASSO DE PROPORÇÃO

GRUPO ____

Nos séculos XVI e XVII, muitos instrumentos foram desenvolvidos, devido à demanda por novos métodos matemáticos e experimentais, que eram necessários para “os mapeamentos de terra”, “a construção de fortificações”, a “divisão de terras para agricultura e pecuária”, além dos instrumentos que ajudavam os marinheiros a localizar-se no mar (SAITO, 2015, p. 186 e 187). Desses instrumentos, havia várias categorias, dentre eles, os chamados “matemáticos”, que eram “todo artefato utilizados por diferentes segmentos do saber para medir aquilo que Aristóteles denominava quantidade” (SAITO, 2019, p. 575).

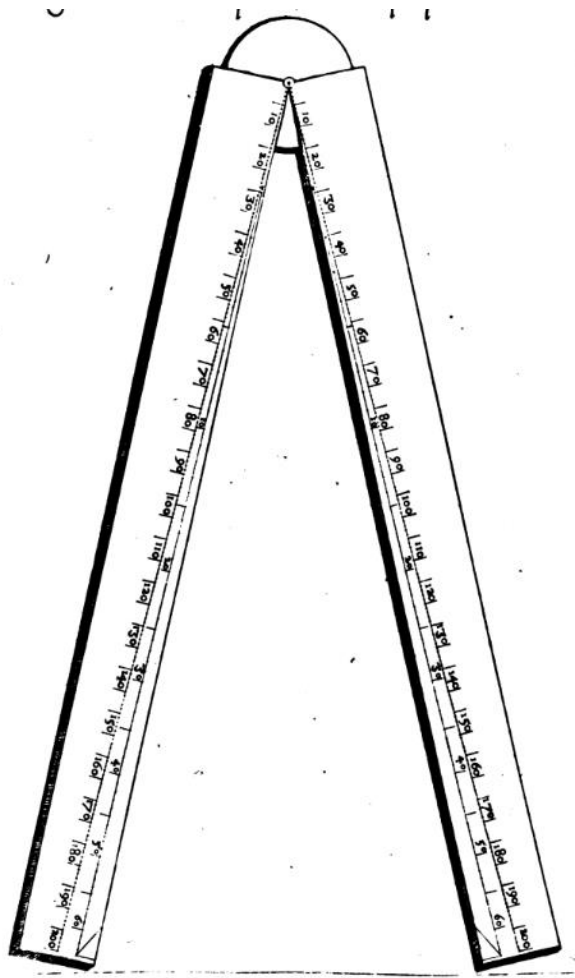
Dos instrumentos matemáticos, tem-se o compasso de proporção (Figura 1), que é

unido por meio de uma dobradiça bem encaixada, na qual pode-se sentir o movimento uniforme, de fechar e colocar-se numa abertura que será desfeita. Estas réguas ou partes principais assim unidas, recebem o nome de pernas do Compasso de proporção, cujo centro da dobradiça é o ponto central do instrumento marcado A: a partir do ponto central deve ser traçado as linhas descritas no plano das réguas de cada um dos lados do referido compasso (HENRION, 1681)⁵¹.

Nesse trecho, é possível identificar as partes do compasso de proporção a partir de sua descrição. Henrion (1681) relata que o compasso de proporção é constituído de uma dobradiça, que permitirá o instrumento abrir e fechar, de maneira uniforme, as duas réguas que estão unidas pela mesma. Essas réguas serão chamadas de pernas do compasso (Figura 1).

⁵¹ *jointes ensembles par le moyen d'une charniere si bien ajustée, qu'elles puis sent fe mouvoir d'une maniere uniforme, se fermer & se mettre à telle ouverture qu'on le defirera. Ces regles ou parties principales ainsi jointes, reçoivent le nom de jambes du Compas de proportion, dont le centre de la charniere est le point central de l'instrument marqué A: duquel point central doivent estre tirées les lignes qui font décrites sur le plan des regles de chacun des costez dudit compas* (HENRION, 1681).

Figura 1 – Compasso de proporção (frente)

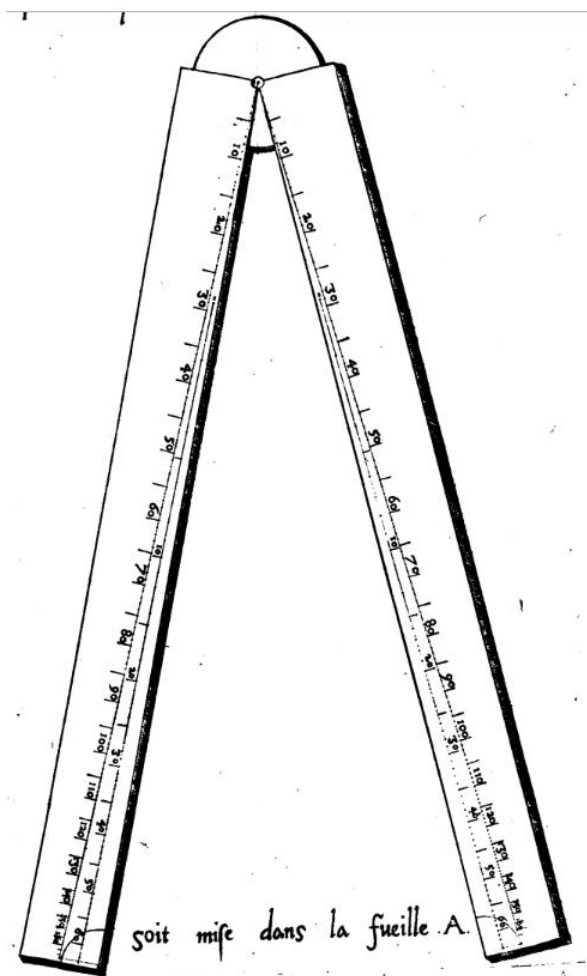


Fonte: Henrion (1631).

Veja que, na Figura 1, há duas escalas enumeradas, estas são chamadas de linhas de partes iguais e linhas dos planos. As linhas de partes iguais são AF e AG, tendo seu raio dividido em 200 partes iguais, possibilitando realizar multiplicações, divisões e regras de três auxiliadas de um compasso comum (FRAILE, 2019; HENRION, 1681; HENRION, 1631).

As linhas dos planos (Figura 1) são AH e AI, estas são as escalas dos quadrados em que seu raio é dividido em 8 partes iguais. Sendo utilizado para calcular superfícies proporcionais e obter a média proporcional de dois segmentos (FRAILE, 2019; HENRION, 1681; HENRION, 1631). Além dessas duas escalas apresentadas na Figura 1, têm-se mais duas, as linhas dos sólidos e as linhas das cordas, que se encontram na parte reversa do instrumento (Figura 2).

Figura 2 – Compasso de proporção (verso)



Fonte: Henrion (1631).

As linhas dos sólidos mostram a escala de dois sólidos semelhantes, sendo dividida em quatro partes, que permitem inserir duas médias proporcionais, as quais possibilitam a extração da raiz cúbica (FRAILE, 2019). E as linhas das cordas apresentam o comprimento da corda de uma circunferência, que permite determinar o ângulo central entre 0 e 180 graus, desempenhando o papel de uma escala trigonométrica não padrão (FRAILE, 2019).

Porém, essas não são as únicas escalas citadas por Henrion (1631). Em seu apêndice, retrata mais cinco linhas advindas das quatro anteriores: a linha dos polígonos; a linha dos corpos inscritos; a linha de igualdade; a linha de metal; a linha das tangentes; e Fraile (2019) ainda retrata a linha dos calibres de peças. Estas, por sua vez, não serão estudadas nesta pesquisa, em que o foco será apenas a linha de partes iguais.

Segundo Fraile (2019), o instrumento *compas de proportion* era conhecido por diferentes nomenclaturas, dependendo da região que estivesse sendo utilizado, por exemplo, na Espanha, era chamado de Pantometra; na Inglaterra, de *The sector*. Rodríguez, Lires e Beviá

(2010) também confirmaram que o *compas de proportion* era comumente conhecido por Pantometra, pois podia medir todas as linhas, superfícies e corpos, tendo todas as proporções.

Além disso, Fraile (2019) retrata os diferentes tipos de compassos de proporção que há no Museu Arqueológico Nacional da Espanha, abordando um breve contexto de cada um dos compassos da coleção. São quatro compassos que são apresentados, sendo *compás de proporción español*, *compás de proporción francés*, dos compases de proporción de plata e *Compás de proporción francés firmado por Butterfield*. Além de informar sobre esses compassos, também descreve as linhas do instrumento, que se apresentam na frente e no verso. As linhas da frente são: líneas de partes iguais, linha dos planos e dos polígonos. E as linhas do verso são: linha das cordas, linha dos sólidos, linha de metais e linha de medição de peças.

Rodríguez, Lires e Beviá (2010) complementam trazendo a visão de Fray Martin Sarmiento⁵² sobre a utilização do Pantometra (ou compasso de proporção) para o ensino das matemáticas e da astronomia do século XVII e XVIII, afirmando que era o instrumento preferido de Sarmiento, pois esse instrumento poderia ser adaptado para ser utilizado em várias profissões ou para diversos fins educativos, expondo, assim, o Pantometra comum, o cronológico e o circular.

CARTÃO DE ATIVIDADE 3 - O COMPASSO DE PROPORÇÃO

Em grupo:

- (1) Façam a leitura do cartão recurso 3, que aborda o compasso de proporção.
- (2) Identifiquem os tipos de compassos apresentados no cartão recurso 3.
- (3) Releiam o texto, marquem os elementos que compõem as partes do compasso de proporção e relacionem-no à imagem do instrumento (cartão auxiliar 3).
- (4) Relacionem as partes do compasso de proporção e as suas respectivas funções.

PARTE	FUNÇÃO

PRODUTO FINAL

O grupo deve identificar, no cartão auxiliar 3, as partes do instrumento e suas funções. Depois, coletivamente, junto com as outras equipes, devem identificar novamente no cartaz as partes e suas funções, seguindo as orientações da docente.

⁵² Considerado por Rodríguez, Lires e Beviá (2010) um pedagogo do século XVIII.

APÊNDICE F – CARTÃO RECURSO E ATIVIDADE INVESTIGATIVA 4

CARTÃO RECURSO 4 - A CONSTRUÇÃO DAS LINHAS DE PARTES IGUAIS

GRUPO ____

O tratado *L'usage du compas de proportion* foi bastante produzido na Europa entre os séculos XVII e XVIII, segundo Michaud (1843, p. 212), chegou a ter “quase vinte edições publicadas”, um número expressivo para um tratado desse período. Isso porque publicar era bastante difícil pelos altos custos das publicações, entretanto, apenas quatro das edições foram publicadas pelo autor antes de sua morte, ou seja, a de 1618 (1ª ed.), 1624 (2ª ed.), 1626 (nova ed.) e 1631 (4ª ed.).

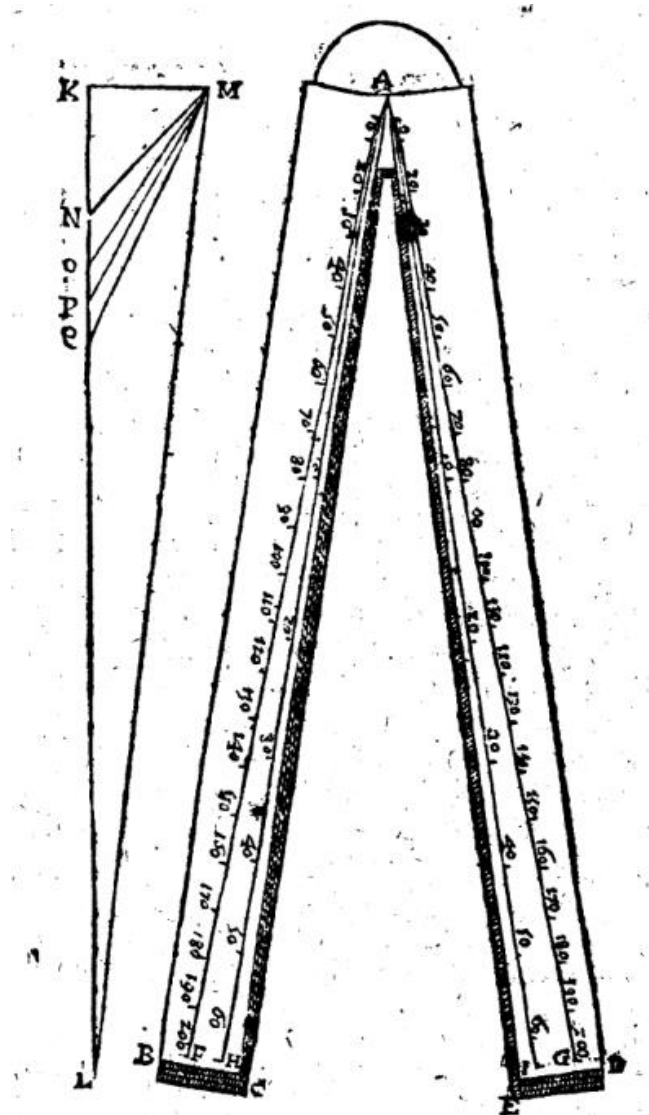
Dentre elas, a edição escolhida para ser realizado o estudo do compasso de proporção foi a quarta edição, de 1631, permanecendo com os mesmos conteúdos das edições anteriores, possuindo apenas alguns acréscimos, que Henrion (1631) achou necessário para torná-la mais completa aos olhos de seus leitores. Essa edição, por sua vez, traz a seguinte descrição da construção da linha de iguais partes, que está contida no compasso de proporção:

Primeiro, você tem que fazer de latão, ou de outro material sólido, duas réguas ABC, ADE, iguais sendo unidas em A, com uma dobradiça, que possam mexer livremente e uniformemente em torno do referido centro A: a seguir, conforme as regras do ponto A acima mencionadas, são conduzidas as retas AF, AG, que também cortam BC, DE em dois, ou faça que cada parte seja relacionada ao seu correspondente: então, cada um desses AF, AG é dividido em 100 ou 200 partes iguais, ou em qualquer outro número que se desejar, de acordo com o tamanho do instrumento que permitir: Porque o que faremos normalmente tem apenas 5 ou 6 polegadas de comprimento, e com menos de uma polegada de largura, cada uma dessas linhas AF, AG é dividida apenas em 200 partes, cuja divisão é tão fácil que não precisa ser aprendida; diremos apenas que para o método mais confiável, devemos primeiro dividir toda a linha em duas outras partes iguais, então uma dessas partes em duas outras partes iguais, e novamente uma dessas metades em cinco partes iguais, e assim você terá a 20ª parte de toda a linha, que valerá, portanto, 10 partes; depois deste fato, com um pequeno compasso pegue o tamanho desta última parte, e transfira-a ao longo das AF, AG, e cada uma será dividida de 10 a 10; & tendo marcado essas divisões por pontos, & desenhado pequenas linhas através da régua, você dividirá uma dessas partes em duas igualmente, & levará esta metade da mesma maneira por todas as dezenas, de modo que cada uma das ditas linhas AF, AG sejam divididas 5 em 5: Finalmente, divida uma dessas partes em 5 outras partes iguais, e você terá unidade, com a qual você dividirá cada uma das outras partes das ditas linhas AF, AG, que assim serão divididas em 200 partes iguais. Agora, esta linha assim dividida é geralmente chamada de linha reta, ou liga de partes iguais (TRADUÇÃO NOSSA)⁵³.

⁵³ *Premierement il faut faire de laton, ou autre matiere solide, deux regles ABC, ADE, du tout egales, lefquelles foient tellement conjointes en A, avec vu cloud & charniere, qu'elles te puiffent librement & uniformément mouuoir l'entour dudit centre A: en apres, fur le plan desdites regles du poinct A, foient menees les lignes droictes AF, AG, qui couppent BC, DE en deux également, ou en forre que chafque partie foit à sa correspondante: puis chascune d'icelles AF, AG soit divifée en 100 ou 200 parties égales, ou en tel autre nombre qu on voudra, felon que la grandeur de l'instrument le pourra permettre: et pource que celui dont nous nous seruons ordinairement n'a que 5 ou 6 poulces de long, & moins d'un poulce de large, chascune de ces lignes AF, AG n'est divifée qu'en 200 parties, laquelle division est si aisé qu'il n'est besoin de l'en seigner ; seulement dirons nous que pour le plus*

Para auxiliar na construção dessa linha, o tratado apresenta a Figura 1.

Figura 1 – Compasso de proporção



Fonte: (HENRION, 1631, p. 3).

A Figura 1 apresenta duas linhas que estão contidas no compasso de proporção, a de partes iguais e a dos planos (ou superfícies). Sobre a citação anterior, Henrion (1631) dá a dica

feur & cōmode il faut premierement diviser toute la ligne en deux autres parties egales, puis l'une de ces parties en deux autres parties egales, & encore l'u'ne de ces moitez cy en cinq parties egales, & par ainsi vous aurez la 20 e partie de toute la ligne, qui par consequent vaudra 10 parties; ce faict prendre avec un petit compas la grandeur de ceste derniere partie, & la transferez le long d'icelles AF, AG, & chacune sera divisée de 10 en 10; & ayant marqué ces divisions par poincts, & tiré de petites lignes em trauers de la reigle, vous diviserez l'une d'icelles parties en deux egalemt, & porterez semblablement ceste moitié par toutes les dixaines, afin que chacune desdites lignes AF, AG foit divisée de 5 en 5: Finalement divifez l'une de ces parties en 5 autres parties egales, & vous aurez l'unité, avec laquelle vous diviferes chacune des autres parties desdictes lignes AF, AG, qui par ce moyen feront divisées en 200 parties égales. Or ceste ligne ainsi divisée s'appelle ordinairement ligne droicte, ou ligue des parties égales (HENRION, 1631, p. 1 e 2).

do material que deve ser utilizado na construção do instrumento e depois o descreve, mas não informa como deve ser realizada essa construção. Por exemplo, quando apresenta a construção das duas réguas iguais sendo unidas por A, tendo uma dobradiça que a faça mexer livremente. Ele não diz como fazer essas réguas ou o tamanho da dobradiça, ou como deve ser colocada. Essas informações não são dadas, porque o público-alvo já detém essas expertises, sendo desnecessárias serem informadas pelo autor.

CARTÃO DE ATIVIDADE INVESTIGATIVA 4 - A CONSTRUÇÃO DAS LINHAS DE PARTES IGUAIS

GRUPO ____

Parte 1

- (5) Façam a leitura do cartão recurso 4, que aborda a construção das linhas de partes iguais, destacando (marcador de texto e post-it) os pontos da descrição que ajudaram a compreender a construção das linhas de partes iguais;
- (6) A partir dos pontos destacados, construam as linhas de partes iguais, identificando, em post-it, os conhecimentos matemáticos utilizados na construção;
- (7) Utilizem os post-its para descreverem os passos realizados na construção.

OBS.: Após realizarem as ações anteriores, preencham o Quadro 1 (Anexo 1), que possui três colunas: na primeira coluna, deve-se colocar os números dos passos; na segunda, descrever os passos realizados e, na terceira, identificar os conteúdos matemáticos utilizados em cada passo da coluna anterior.

Parte 2

- (1) Após finalizarem a primeira parte, formalizem os conteúdos matemáticos identificados no Quadro 1. Utilizem livros para auxiliar o grupo nessas formalizações e os post-its para construírem os rascunhos e descreverem as ideias que poderão ser compartilhadas, visando ao produto final.

Obs.: Após realizarem a ação, preencham o Quadro 2 (Anexo 2), que possui duas colunas: a primeira é voltada para a identificação do conteúdo matemático e a segunda, para a formalização desses conteúdos da coluna anterior mediante as definições, os postulados, os teoremas e os corolários encontrados nos livros.

PRODUTO FINAL

Compartilhamento de ideias advindas do preenchimento dos Quadros 1 e 2
(ANEXOS).

Obs.: O compartilhamento será mediado pela docente.

APÊNDICE G – CARTÃO RECURSO E ATIVIDADE INVESTIGATIVA 5

CARTÃO RECURSO 5 - COMPASSO DE PROPORÇÃO

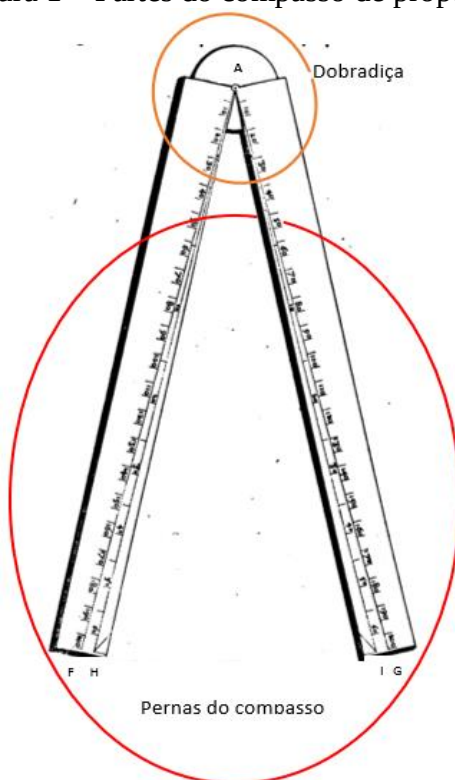
GRUPO ____

Como dito nos cartões recursos anteriores, o *compas de proportion* era conhecido por diferentes nomenclaturas entre os séculos XVI e XVII, dependendo da região que estivesse sendo utilizado, por exemplo, na Espanha, era chamado de *pantometra*; na Inglaterra, de *the sector* e, na França, de *compas de proportion*.

Fraile (2019) apresenta alguns tipos de compassos de proporção que há no Museu Arqueológico Nacional da Espanha, tais como: *compás de proporción español*, *compás de proporción francés*, dos compases de proporción de plata e *Compás de proporción francés firmado por Butterfield*. Além de informar as descrições das linhas desses instrumentos, que se apresentam na frente e no verso. As linhas da frente são: linhas de partes iguais, linha dos planos e dos polígonos. As linhas do verso são: linha das cordas, linha dos sólidos, linha de metais e linha de medição de peças.

Entretanto, os estudos desta pesquisa estão voltados a um tipo de compasso específico, aquele apresentado, em *L'usage du compas de proportion*, por Didier Henrion. O compasso de proporção é constituído de uma dobradiça, que permitirá o instrumento abrir e fechar, de maneira uniforme, as duas réguas que estão unidas pela mesma (HENRION, 1631). Essas réguas são chamadas de pernas do compasso, como pode-se verificar na Figura 1.

Figura 1 – Partes do compasso de proporção



Fonte: Adaptado de Henrion (1631).

Observe a Figura 1, a dobradiça possui o centro A, que é a base para a construção das linhas, contidas nas pernas do compasso, e para as resoluções dos problemas. Veja o exemplo retirado de *L'usage du compas de proportion*:

Dissemos no problema 34 da nossa Geometria Prática, que é necessário primeiro abrir o compasso de proporções num ângulo reto, depois transferir as linhas dadas para uma das linhas retas do dito Compasso, para saber quantas partes cada uma das linhas dadas contém, como as contidas no Compasso: depois de ler as ditas linhas ou números das partes que eles dispõem e tomar com o Compasso Comum metade da soma ou colocar um dos pontos do referido Compasso Comum assim aberto em um dos Compassos de proporção à diferença entre a referida metade e a linha menor; onde o outro ponto cair na outra perna, o tamanho da média proporcional necessária será mostrado. Exemplo: É necessário encontrar uma média proporcional entre as duas linhas retas A e B: Tendo aberto o compasso de Proporção em ângulos retos, ou seja, pegue as ditas linhas A e B, transporte na perna do compasso em proporção à linha direita, descubra que A termina no número 40 e B no número 90, que os dois números somam e fazem 130, sua metade é 65, que eu tomo na dita linha reta e coloco um dos pontos em uma das pernas do compasso de proporção ao número 25, a diferença entre a dita metade 65 e a linha menor 40 será o outro ponto que cairá sobre a outra perna no número 60, ou seja, a quantidade da proporção média necessária, que dá linha C (HENRION, 1631, p. 49 e 50).

No trecho anterior, Henrion (1631) descreve como deve ser utilizado o compasso de proporção e algumas ações a serem realizadas para os cálculos da média proporcional entre duas linhas dadas. Mostrando um exemplo prático que é necessário para calcular a média proporcional entre as linhas A e B.

CURIOSIDADES: No tratado, após descrever o exemplo, Henrion (1631) expõe a relação com a matemática do seu período.

CARTÃO DE ATIVIDADE INVESTIGATIVA 5 - MANIPULANDO O COMPASSO DE PROPORÇÃO

GRUPO ____

- (8) Façam a leitura do cartão recurso 5, que aborda o compasso de proporção, destacando, com marcador de texto, as ações necessárias para manipular o instrumento e conseguir resolver o exemplo proposto.
- (9) A partir dos pontos destacados, resolvam o exemplo utilizando o compasso de proporção e anatem, no Quadro 1, os passos realizados, lembrem-se de anotar ações necessárias para manipular o instrumento na penúltima coluna do Quadro 1.
- (10) Existe alguma limitação de cálculo? Se sim, identifiquem-na na coluna de observação do Quadro 1.

OBS.: Segue, em anexo, o Quadro 1, o qual possui quatro colunas: a primeira, para a enumeração dos passos; a segunda é voltada para a descrição dos passos; a terceira (penúltima), para anotar as ações necessárias na manipulação do instrumento e a quarta (última) é uma coluna de observação, na qual devem ser expostas as limitações ou as ideias matemáticas advindas da resolução do exemplo apresentado.

PRODUTO FINAL

Apresentação do Quadro 1 pelas equipes.
