

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Marcelo Araújo Torres

**Planejamento de Trajetória Adaptativo com Preservação de Momento:
Otimizando a Navegação em Ambientes com Obstáculos**

Fortaleza – CE

27 de junho de 2025

Marcelo Araújo Torres

Planejamento de Trajetória Adaptativo com Preservação de Momento: Otimizando a Navegação em Ambientes com Obstáculos

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação.

Linha de Pesquisa: Processamento Digital de Imagens

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Luis Bezerra Ramalho

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação (PRPI)

Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação (PPGCC)

Fortaleza – CE

27 de junho de 2025



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)
Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação (PRPI)
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação (PPGCC)

Marcelo Araújo Torres

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação, sendo aprovada pela Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará e pela banca examinadora:

**Orientador: Prof. Dr. Geraldo Luis Bezerra
Ramalho**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Francisco Nélcio Costa Freitas

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará (IFCE)

Prof. Dr. George André Pereira Thé

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Fortaleza – CE
27 de junho de 2025

Este trabalho é dedicado a Deus, que me sustenta. A minha esposa que me apoia em todas as dificuldades. E aos meus pais que até hoje me incentivam a estudar.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus, de quem provém a sabedoria, e da cuja boca emanam inteligência e discernimento. A minha esposa, que me apoiou com sua doçura e sempre acreditou que eu poderia realizar todos os meus sonhos. À minha mãe, que sempre insistiu para que eu seguisse no caminho dos estudos. Ao meu pai, que me ensinou a resolver problemas de forma prática. Aos meus colegas de curso, Anderson Lima e Alberto Régio, pelas inúmeras ideias compartilhadas ao longo deste trabalho. Ao Prof. Dr. Josias Guimarães Batista, que me auxiliou a aprofundar meus conhecimentos em robótica. E ao Prof. Dr. Geraldo Luis Bezerra Ramalho, pela dedicação, incentivo e contribuição ao longo de toda essa jornada.

“Cada vez que você faz uma opção está transformando sua essência em alguma coisa um pouco diferente do que era antes.”
(C.S. Lewis)

Resumo

Este trabalho propõe um método inovador de planejamento de trajetória denominado Planejamento de Trajetória Adaptativo com Preservação de Momento (AMP, do inglês Adaptive Momentum-Preserving Path Planning). O AMP é direcionado ao planejamento de trajetórias em ambientes com configurações complexas de obstáculos, buscando a otimização de aspectos essenciais, como segurança, eficiência e preservação do momento linear durante o movimento do agente. A abordagem é baseada em uma função de custo multi-criterial que avalia fatores como a proximidade dos obstáculos, a suavidade do caminho e a manutenção da direção do movimento, crucial para reduzir mudanças bruscas de aceleração e, assim, melhorar a eficiência do sistema. A principal característica do método AMP é sua capacidade de adaptar a trajetória, utilizando dados locais para ajustar dinamicamente o caminho do agente e preservar seu momento linear. O algoritmo distribui pontos ao longo de uma região de interesse (ROI) ao redor da posição do agente, avaliando cada ponto com base em critérios de segurança, distância até o objetivo, colisão e preservação da direção do movimento. Os resultados experimentais, realizados em cenários simulados, demonstram que o AMP supera métodos tradicionais descritos na literatura em termos de suavidade e segurança das trajetórias. O AMP gerou trajetórias significativamente mais suaves, reduzindo a complexidade computacional e a intensidade das acelerações, o que se traduz em maior estabilidade e conforto no movimento. Além disso, a abordagem apresentou vantagens significativas em termos de eficiência, tornando-se uma solução promissora para melhorar a segurança e a eficácia de sistemas de robótica colaborativa em ambientes dinâmicos e complexos.

Palavras-chave: Planejamento de Trajetória. Preservação de Momento. Robótica colaborativa.

Abstract

This work proposes an innovative trajectory planning method called Adaptive Momentum-Preserving Path Planning (AMP). AMP is designed for trajectory planning in environments with complex obstacle configurations, aiming to optimize essential aspects such as safety, efficiency, and the preservation of linear momentum during the agent's movement. The approach is based on a multi-criteria cost function that evaluates factors such as proximity to obstacles, path smoothness, and the maintenance of movement direction, which is crucial for reducing abrupt changes in acceleration and thereby improving system efficiency. The main feature of the AMP method is its ability to adapt the trajectory by using local data to dynamically adjust the agent's path while preserving its linear momentum. The algorithm distributes points within a region of interest (ROI) around the agent's position, evaluating each point based on criteria such as safety, distance to the goal, collision risk, and preservation of movement direction. Experimental results, conducted in simulated scenarios, demonstrate that AMP outperforms traditional methods described in the literature in terms of trajectory smoothness and safety. AMP generated significantly smoother trajectories, reducing computational complexity and the intensity of accelerations, which translates into greater stability and comfort during movement. Additionally, the approach showed significant advantages in terms of efficiency, making it a promising solution to enhance the safety and effectiveness of collaborative robotics systems operating in dynamic and complex environments.

Keywords: Trajectory Planning. Momentum Preservation. Collaborative Robotics.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Interação colaborativa entre humanos e robôs	18
Figura 2 – Robô SCARA com 2 graus de liberdade	21
Figura 3 – Comparação entre os modelos de Planejamento Global e Planejamento Local	23
Figura 4 – Métodos de Planejamento de Trajetória	24
Figura 5 – Exemplo de construção de um roteiro probabilístico (PRM), onde amostras aleatórias são conectadas para formar um grafo de navegação no ambiente	25
Figura 6 – Exemplo de expansão de uma árvore utilizando o método RRT	25
Figura 7 – Representação de um Diagrama de Voronoi Generalizado (GVD), destacando o caminho livre de colisão obtido a partir dos pontos equidistantes entre obstáculos	26
Figura 8 – Processo de planejamento de caminho topológico (TPP)	27
Figura 9 – Processo de planejamento de caminho utilizando o TPP*	27
Figura 10 – Representação do campo potencial artificial (APF): forças de repulsão (obstáculos e origem) e força de atração (destino)	28
Figura 11 – Funcionamento do algoritmo Bug 1: contorno completo do obstáculo	29
Figura 12 – A reta pontilhada azul liga o ponto inicial P ao final Q e representa a inclinação armazenada pelo agente. Ao encontrar um obstáculo, o agente o contorna até que a inclinação entre sua posição e o destino coincida com a da reta	30
Figura 13 – Em um alcance d , há algum obstáculo na região A	30
Figura 14 – Histograma polar gerado pelo método VFH, representando a densidade de obstáculos ao redor do robô em diferentes direções. As direções com densidade abaixo do limiar são consideradas livres para a movimentação segura do robô	31
Figura 15 – (a) Exemplo de um cenário. (b) Pontos distribuídos na borda da ROI	33
Figura 16 – (a) O ponto destacado é o mais próximo do objetivo Q . (b) O ponto destacado é o mais distante dos obstáculos. (c) Caminho entre A_t e B_i : verde (livre), vermelho (obstruído). (d) O ponto B_i maximiza $\cos \theta_i$	35
Figura 17 – (a) Ponto B^* selecionado após o cálculo de $\phi(B_i)$. (b) A_{t+1} é o centro da próxima ROI	36
Figura 18 – Fluxograma ilustrando as etapas do método AMP	38
Figura 19 – Desempenho dos métodos globais de planejamento de caminho em diferentes cenários simulados. Retângulos amarelos indicam regiões com colisões.	42

Figura 20 – Desempenho dos métodos locais de planejamento de caminho em diferentes cenários simulados	43
Figura 21 – Comportamento da suavidade para distância ao obstáculo $\alpha_2 = 0,0$. .	44
Figura 22 – Comportamento do <i>max jerk</i> para distância ao obstáculo $\alpha_2 = 0,0$. .	45
Figura 23 – Comportamento da distância para distância ao obstáculo $\alpha_2 = 0,0$. .	45
Figura 24 – Exemplos de trajetórias com desvios desnecessários	46
Figura 25 – Distância ao ponto final $\alpha_1 = 0,1$ e orientação angular $\alpha_3 = 0,1$	47
Figura 26 – Comportamento do <i>max jerk</i> para α_2 (distância ao obstáculo) = $0,01$.	48
Figura 27 – Exemplo de configuração de parâmetros que resulta na ausência de uma trajetória viável. Neste caso, com $\alpha_1 = 0,1$ e $\alpha_3 = 1,0$, o agente prioriza excessivamente a direcionalidade, comprometendo a capacidade de avançar em direção ao destino	49
Figura 28 – Distribuição dos parâmetros $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ que otimizam a métrica <i>max jerk</i> para os 20% melhores resultados. A mediana de cada <i>boxplot</i> é utilizada como referência para a escolha dos parâmetros.	50
Figura 29 – Distribuição dos parâmetros $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ que otimizam a métrica distância para os 20% melhores resultados. A mediana de cada <i>boxplot</i> é utilizada como referência para a escolha dos parâmetros	50
Figura 30 – Distribuição dos parâmetros $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ que otimizam a métrica suavidade para os 20% melhores resultados. A mediana de cada <i>boxplot</i> é utilizada como referência para a escolha dos parâmetros	51
Figura 31 – Algoritmo Genético - Melhor <i>max jerk</i>	52
Figura 32 – Métricas considerando diferentes tamanhos da Região de Interesse (ROI)	53
Figura 33 – Variação no Tamanho da Região de Interesse (ROI) - Os círculos azuis representam o tamanho da ferramenta, enquanto o círculo pontilhado roxo indica a Região de Interesse (ROI)	54
Figura 34 – Relação entre o tamanho da região de interesse (ROI) e o número de colisões observadas	55
Figura 35 – Exemplo de colisão considerando o tamanho da ferramenta	56
Figura 36 – Análise do Comprimento do Passo	60
Figura 37 – Número de pontos na fronteira do ROI	60
Figura 38 – Trajetórias de diferentes pontos de origem (representados em verde) para os respectivos pontos de destino (representados em vermelho), com imagem segmentada do cenário	62
Figura 39 – Análise das métricas de desempenho — distância, <i>max jerk</i> , suavidade e tempo — com intervalos de confiança de 95%. A métrica de suavidade foi normalizada para que valores mais próximos de zero indiquem maior suavidade da trajetória	62

Figura 40 – Análise da repetibilidade nas trajetórias geradas: para cenários idênticos, os algoritmos PRM e RRT produzem caminhos distintos. Os retângulos amarelos destacam regiões próximas a obstáculos, onde pode ocorrer colisão	64
Figura 41 – Exemplo de ocorrência de mínimo local na trajetória gerada	65
Figura 42 – Análise da influência dos obstáculos na geração de desvios desnecessários nas trajetórias obtidas pelos métodos TPP e TPP*. O retângulo amarelo destaca o desvio no caminho	66
Figura 43 – Caminhos gerados pelo AMP, PRM e RRT	68
Figura 44 – Exemplo de comportamento cíclico do agente ao contornar o obstáculo em formato de “H”. O ponto inicial é representado em verde, enquanto o ponto final está em vermelho. As regiões de interesse são indicadas pelos círculos roxos e vermelhos	69
Figura 45 – Cenários com trajetórias em espaços restritos	70
Figura 46 – Cenário 1 simulado em 3D no Klampt - Trajetórias de diferentes pontos de origem para os respectivos pontos de destino	79
Figura 47 – Cenário 2 simulado em 3D no Klampt - Trajetórias de diferentes pontos de origem para os respectivos pontos de destino	80

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros D-H para o manipulador SCARA	21
Tabela 2 – Médias das métricas de desempenho dos métodos de planejamento de caminho apresentados nas Figuras 19 e 20, calculadas a partir de 100 cenários	44
Tabela 3 – Melhores parâmetros encontrados com algoritmo genético	52
Tabela 4 – Taxa de sucesso de cada método considerando as colisões	56
Tabela 5 – Parâmetros utilizados no método AMP nos experimentos de avaliação das colisões	57
Tabela 6 – Relação entre o número de pontos distribuídos na fronteira do ROI e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_2 = 0,125$, $\alpha_3 = 0,340$, e passo de 6% do ROI, com ROI igual a 2,25 vezes T	57
Tabela 7 – Relação entre o tamanho do passo e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_2 = 0,125$, $\alpha_3 = 0,340$, com ROI igual a 2,25 vezes T	58
Tabela 8 – Relação entre o parâmetro α_1 e a quantidade de colisões, observadas no método AMP, para os parâmetros $\alpha_2 = 0,125$, $\alpha_3 = 0,340$, com passo de 6% do ROI, ROI igual a 2,25 vezes T e 100 pontos	58
Tabela 9 – Relação entre o parâmetro α_2 e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_3 = 0,340$, com passo de 6% do ROI, ROI igual a 2,25 vezes T e 100 pontos	59
Tabela 10 – Relação entre o parâmetro α_3 e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_2 = 0,025$, com passo de 6% do ROI, ROI igual a 2,25 vezes T e 100 pontos	59
Tabela 11 – Consumo médio de energia de motores conjuntos para 100 cenários . .	66
Tabela 12 – Médias e desvios padrão das métricas de desempenho obtidas nos cenários simulados, comparando o método proposto (AMP) com os métodos probabilísticos PRM e RRT	68
Tabela 13 – Médias e desvios padrão das métricas de desempenho obtidas em cenários com maior complexidade geométrica, comparando o método proposto (AMP) com os métodos PRM e RRT	70

Lista de Algoritmos

1	Planejamento de Trajetória Adaptativo com Preservação de Momento . . .	37
---	--	----

Lista de abreviaturas e siglas

SCARA	Selective Compliance Assembly Robot Arm
PRM	Probabilistic Roadmap
TPP	Topological Path Planning
APF	Artificial Potential Field
GVD	Generalized Voronoi Diagram
VFH	Vector Field Histogram

Lista de símbolos

α	Letra grega Alfa
β	Letra grega Beta
γ	Letra grega Gama
θ	Letra grega Teta
ϵ	Letra grega Épsilon

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Desafios na Robótica Colaborativa	17
1.2	Hipótese	18
1.3	Motivação	18
1.4	Justificativa	19
1.5	Objetivos Geral e Específicos	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Requisitos que orientam a busca por trajetórias otimizadas de manipuladores robóticos	20
2.2	Braço robótico de montagem de conformidade seletiva - <i>Selective Compliance Assembly Robot Arm (SCARA)</i>	20
2.2.1	Cinemática direta e cinemática inversa	21
2.3	Métodos de Planejamento de Trajetória	23
2.3.1	Planejamento de Trajetória Global	24
2.3.1.1	Roteiro Probabilístico - <i>Probabilistic Roadmap (PRM)</i>	24
2.3.1.2	Árvore Aleatória de Exploração Rápida <i>Rapidly-exploring Random Trees (RRT)</i>	25
2.3.1.3	Diagrama de Voronoi Generalizado - <i>Generalized Voronoi Diagram (GVD)</i>	26
2.3.1.4	Planejamento de Caminho Topológico - <i>Topological Path Planning - (TPP)</i>	26
2.3.1.5	Campo Potencial Artificial - <i>Artificial Potential Field (APF)</i>	27
2.3.2	Planejamento de Trajetória Local	28
2.3.2.1	Bug 1	28
2.3.2.2	Bug 2	29
2.3.2.3	Histograma de Campo Vetorial - <i>Vector Field Histogram (VFH)</i>	30
2.4	Produção Científica	31
3	METODOLOGIA	33
3.1	Planejamento de Trajetória Adaptativo de Preservação de Momentum - <i>Adaptive Momentum-Preserving Path Planning (AMP)</i>	33
3.2	Métricas	39
3.3	Cenários	40
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
4.1	Análise de desempenho	41
4.1.1	Análise de Trajetos Diretos sem Obstáculos	43
4.1.2	Análise de Cenários com Obstáculo Simples no Trajeto	45

4.1.3	Melhores Valores para Parâmetros	49
4.1.4	Análise do Impacto de Diferentes Tamanhos da Região de Interesse (ROI) .	53
4.1.5	Colisões	54
4.1.6	Análise do Comprimento do Passo	58
4.1.7	Número de Pontos na Fronteira do ROI	60
4.2	Encontrando Caminhos em Imagens Segmentadas	61
4.3	Discussão dos Resultados	61
4.4	Cenários Desafiadores	67
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	71
5.1	Conclusões	71
5.2	Trabalhos Futuros	72
	REFERÊNCIAS	73
	APÊNDICES	77
	APÊNDICE A – SIMULAÇÕES 3D REALIZADAS COM O KLAMPT	78

1 Introdução

1.1 Desafios na Robótica Colaborativa

O conceito de robôs colaborativos, também conhecidos como *cobots*, surgiu no final da década de 1990 como uma resposta às limitações dos robôs industriais convencionais, que eram geralmente grandes, caros e operavam de forma isolada dos seres humanos (George; George, 2023). Segundo Patil, Vasu e Srinadh (2023), os *cobots* diferenciam-se desses robôs tradicionais por serem projetados para trabalhar de maneira segura e eficiente ao lado de pessoas, promovendo a colaboração humano-robô no ambiente de trabalho.

A evolução das revoluções industriais ajuda a contextualizar o papel dos robôs colaborativos no panorama dos avanços tecnológicos. De acordo com Patil, Vasu e Srinadh (2023), embora o conceito de *cobots* tenha surgido antes da Indústria 4.0, sua relevância aumentou significativamente nesse novo paradigma industrial. George e George (2023) destacam que esses robôs evoluíram em aspectos como design e integração com outras tecnologias, passando a desempenhar um papel fundamental na Indústria 4.0.

Makrini et al. (2017) destacam que robôs industriais são especializados em tarefas repetitivas e intensivas, mas têm limitações, como a falta de destreza em atividades mais complexas. Além disso, Dobrokvashina et al. (2022) ressaltam que trabalhos que demandam maior sensibilidade precisam de supervisão humana. Por isso, a integração da destreza humana com a força robótica é indispensável, como destacado por Selvaggio et al. (2021). No entanto, Shi et al. (2012) afirmam que os robôs industriais operam separadamente dos humanos por razões de segurança. Assim, a robótica colaborativa surge, permitindo a cooperação entre humanos e robôs, conforme Franklin et al. (2020).

Nesse contexto, é esperado que os robôs possam desempenhar suas tarefas com inteligência suficiente para colaborar efetivamente com os humanos. De acordo com Batista et al. (2023), evitar colisões é de extrema importância para viabilizar a convivência harmoniosa entre os robôs e quaisquer outros obstáculos no ambiente. A Figura 1 demonstra um ambiente de robôs interagindo com o ser humano.

Figura 1 – Interação colaborativa entre humanos e robôs



Fonte: UNIVERSAL ROBOTS (2023)

1.2 Hipótese

O método proposto busca gerar trajetórias determinísticas, seguras e eficientes em ambientes parcialmente conhecidos. Para isso, ele combina uma estratégia estruturada de amostragem do espaço com critérios bem definidos de otimização. Dessa forma, espera-se superar limitações de abordagens clássicas, oferecendo maior precisão, robustez e adaptabilidade, especialmente em cenários dinâmicos.

1.3 Motivação

O planejamento de trajetórias é um problema central na robótica, especialmente em cenários dinâmicos ou parcialmente conhecidos. Métodos clássicos, como campo potencial artificial (Khatib, 1986), diagrama de voronoi generalizado (Takahashi; Schilling, 1989), roteiro probabilístico (Kavraki et al., 1996a) e planejamento de caminho topológico (Batista et al., 2023) dependem de informações globais do ambiente. No entanto, em ambientes reais, como robótica colaborativa, nem sempre haverá uma visão completa do ambiente (Liu et al., 2023).

Além disso, muitos desses métodos, incluindo os locais, enfrentam dificuldades ao lidar com mínimos locais, o que pode resultar em trajetórias inviáveis ou subótimas. Por fim, métodos não determinísticos podem gerar trajetórias diferentes, mesmo para configurações idênticas de cenário, tornando o comportamento dos robôs imprevisível e comprometendo a eficiência da colaboração.

Essas limitações destacam a necessidade de desenvolver algoritmos que operem com informações parciais, evitando o problema dos mínimos locais e garantindo trajetórias determinísticas.

1.4 Justificativa

Na robótica colaborativa, a segurança desempenha um papel crucial, especialmente em ambientes onde robôs interagem com seres humanos. Como destacado por Zhang et al. (2024), robôs não possuem a mesma destreza de um ser humano e tampouco interagem de maneira semelhante. Em aplicações como escritórios, assistência médica e agricultura, onde humanos e robôs coexistem, sistemas de navegação eficientes são essenciais para equilibrar segurança, eficiência energética e precisão, garantindo operações confiáveis.

O método proposto aborda esses desafios ao combinar exploração local, por meio de uma região de interesse (ROI), com a otimização de múltiplos critérios de navegação, incluindo distância ao destino, segurança em relação a obstáculos, detecção de colisões e orientação do movimento. A utilização de uma ROI permite que o agente se concentre nas áreas mais relevantes para sua navegação, o que resulta em trajetórias mais previsíveis.

Além de minimizar colisões e reduzir a distância percorrida, o método prioriza a manutenção da direção do movimento, reduzindo acelerações desnecessárias e mudanças abruptas de trajetória. Essa característica não só melhora a segurança, mas também otimiza o consumo energético, tornando a navegação mais eficiente e sustentável. Em aplicações como soldagem automatizada ou montagem industrial, essa abordagem pode aumentar a durabilidade dos componentes mecânicos e melhorar a precisão operacional, garantindo maior produtividade com menor desgaste.

Dessa forma, o método proposto se posiciona como uma solução inovadora e prática para sistemas de navegação em robótica colaborativa, atendendo aos requisitos de precisão, segurança e eficiência.

1.5 Objetivos Geral e Específicos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um método para o planejamento local de trajetórias suaves e seguras para robôs, permitindo a navegação eficiente em ambientes com obstáculos, realizando desvios de forma adaptativa e preservando o momento linear do movimento.

Em seu sentido mais particular, os objetivos específicos são:

- Otimizar o posicionamento do próximo movimento do agente.
- Comparar o método com outras abordagens clássicas descritas na literatura, em termos de suavidade, segurança e repetibilidade, utilizando métricas previamente estabelecidas.
- Avaliar o desempenho do método em cenários simulados, considerando diferentes configurações de parâmetros.

2 Fundamentação Teórica

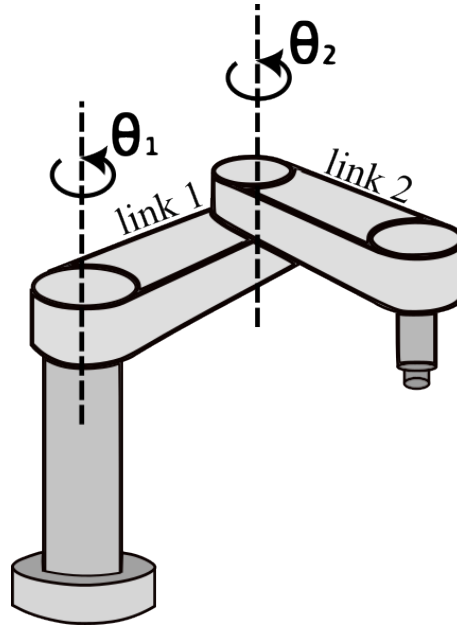
2.1 Requisitos que orientam a busca por trajetórias otimizadas de manipuladores robóticos

Uma trajetória eficiente é definida por vários requisitos, incluindo acelerações contínuas nas juntas, o que limita o valor absoluto do *jerk* e promove um movimento estável (Xu et al., 2023; Gasparetto; Zanotto, 2008; Gasparetto; Zanotto, 2010). Algumas abordagens otimizam para o mínimo *tempo-jerk*, com o objetivo de reduzir esse parâmetro como critério para alcançar uma trajetória ideal (Avalos; Ramos, 2018). Outra estratégia concentra-se na minimização do consumo de energia, resultando em trajetórias mais suaves e reduzindo o desgaste dos atuadores (Gasparetto; Zanotto, 2010). A otimização da energia está diretamente relacionada ao torque e ao *jerk* das juntas, tornando-se um objetivo crucial nesse contexto (Xu et al., 2023).

2.2 Braço robótico de montagem de conformidade seletiva - *Selective Compliance Assembly Robot Arm* (SCARA)

O robô SCARA é um robô industrial com 4 graus de liberdade (DOF), conforme descrito por Ashok et al. (2024). Ele apresenta uma configuração de junta planar com três juntas rotacionais (Zhang et al., 2023), o que lhe confere alta precisão e versatilidade. Devido a essas características, o SCARA é amplamente utilizado em aplicações de montagem de alta eficiência, soldagem e diversas tarefas de manuseio (Kong; Zhong; Wang, 2022), como pegar e posicionar peças, evitando obstáculos e pessoas. Nos experimentos realizados, foram utilizados apenas dois dos quatro graus de liberdade do robô: as duas primeiras juntas rotacionais responsáveis pelos movimentos no plano horizontal (X-Y). Essa escolha se justifica porque a tarefa experimental envolvia apenas o deslocamento da extremidade do robô em trajetórias planas, sem necessidade de ajustes na altura (Z) ou na orientação do efetuador final. A Figura 2 ilustra o SCARA com 2 graus de liberdade.

Figura 2 – Robô SCARA com 2 graus de liberdade



Fonte: Autor

2.2.1 Cinemática direta e cinemática inversa

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg (D-H) (Hartenberg; Danavit, 1964) são amplamente utilizados na robótica para representar a cinemática de manipuladores. O objetivo principal é descrever a posição e a orientação das juntas de um robô em relação às demais. Esses parâmetros são apresentados na Tabela 1. Com eles, é possível montar uma matriz de transformação que define a posição relativa de cada elo do robô em relação aos outros.

Tabela 1 – Parâmetros D-H para o manipulador SCARA

<i>link</i>	a_i	α_i	θ_i
1	0,35	0	θ_1
2	0,30	π	θ_2
3	0,00	0	0

Fonte: Autor.

A cinemática direta consiste no processo de determinar a posição e a orientação final da ferramenta ou extremidade do robô a partir dos ângulos e comprimentos das suas juntas. A matriz de transformação, derivada dos parâmetros de Denavit-Hartenberg (DH), é utilizada para calcular a posição final do efetuador em relação à base do robô. Essa

abordagem permite descrever o movimento do manipulador através das equações a seguir (Batista et al., 2020):

$$P_x = 0,35 \cos(\theta_1) + 0,30 \cos(\theta_1 + \theta_2), \quad (2.1)$$

$$P_y = 0,35 \sin(\theta_1) + 0,30 \sin(\theta_1 + \theta_2). \quad (2.2)$$

Por outro lado, a cinemática inversa trata de calcular os ângulos e deslocamentos das juntas necessários para que a extremidade do robô alcance uma posição ou orientação desejada. Usando as equações 2.1 e 2.2 derivadas da cinemática direta, juntamente com transformações trigonométricas, podemos determinar os ângulos necessários para posicionar o efetuador em uma posição esperada. As equações da cinemática inversa são apresentadas a seguir (Batista et al., 2020):

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{P_y(L_1 + L_2 \cos(\theta_2)) - P_x L_2 \sin(\theta_2)}{P_x(L_1 + L_2 \cos(\theta_2)) - P_y L_2 \sin(\theta_2)} \right], \quad (2.3)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{P_x^2 + P_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1 L_2} \right). \quad (2.4)$$

em que $L_1 = 0,35m$ e $L_2 = 0,30m$ são os comprimentos dos dois primeiros elos do manipulador. As equações 2.3 e 2.4 representam a cinemática inversa para um manipulador com dois graus de liberdade.

Os torques nas juntas 1 e 2 podem ser calculados usando os seguintes parâmetros: $L_1 = 0,35m$, $L_2 = 0,30m$, $m_1 = 7,872kg$, $m_2 = 4,277kg$ e $g = 9,8m/s^2$. As equações que descrevem os torques são:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & [1,873 + 0,898C_2]\ddot{\theta}_1 + [0,384 + 0,449C_2]\ddot{\theta}_2 \\ & - 0,769S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - 0,384S_2\dot{\theta}_2^2 + 12,574C_{12} + 41,671C_1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

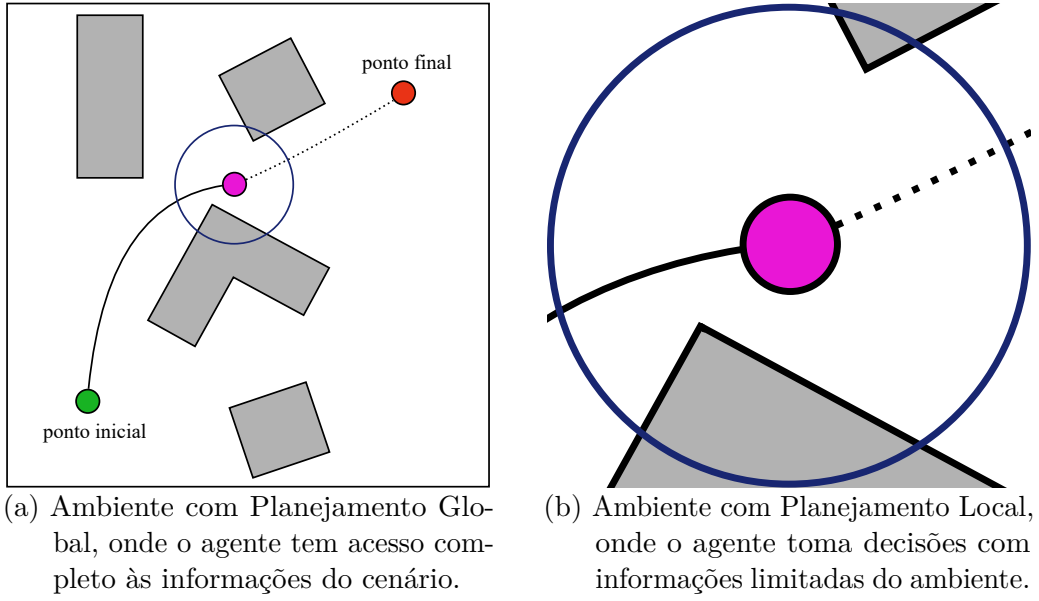
$$\tau_2 = [0,384 + 0,449C_2]\ddot{\theta}_1 + 0,384\ddot{\theta}_2 + 0,449S_2\dot{\theta}_1^2 + 12,574C_{12} \quad (2.6)$$

em que S_1 é $\sin(\theta_1)$, S_2 é $\sin(\theta_2)$, C_1 é $\cos(\theta_1)$, C_2 é $\cos(\theta_2)$, S_{12} é $\sin(\theta_1 + \theta_2)$, e C_{12} é $\cos(\theta_1 + \theta_2)$.

A energia mecânica é estimada com base nos torques das Equações 2.5 e 2.6 para cada motor m nas juntas 1 e 2. O torque é calculado com a expressão (Batista et al., 2020):

$$T_m = 9,55 \frac{P_m}{N_m} \quad (2.7)$$

Figura 3 – Comparação entre os modelos de Planejamento Global e Planejamento Local



Fonte: Autor.

em que T_m é o torque do motor em N_m , P_m é a potência nominal dos motores em W e N_m é a velocidade do motor em rpm (min^{-1}). A energia mecânica E consumida pelo manipulador, em kWh é calculada como:

$$E = \sum_{i=1}^n (P_{m_i} t_i) \quad (2.8)$$

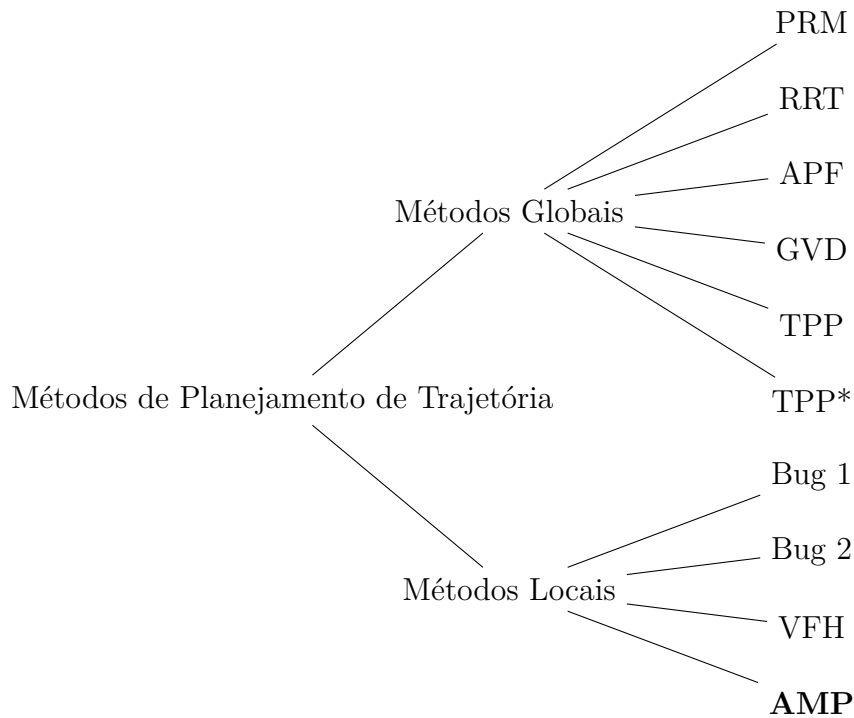
Essas equações permitem calcular de forma precisa tanto a cinemática direta quanto a inversa, além de estimar o torque e a energia consumida pelos motores durante a operação do manipulador.

2.3 Métodos de Planejamento de Trajetória

As estratégias de planejamento de trajetória podem ser classificadas em duas vertentes predominantes: Planejamento Global e Planejamento Local. De acordo com Campbell et al. (2020), no Planejamento Global, o agente tem acesso à informação completa do ambiente, ao passo que no Planejamento Local, apenas uma parte limitada do cenário é considerada para a tomada de decisões. A Figura 3 ilustra essas diferentes abordagens, comparando os ambientes globais e locais.

A seguir, discutem-se alguns métodos de planejamento global e local presentes na literatura. A Figura 4 ilustra esses métodos, destacando a posição do Planejamento de Trajetória Adaptativo de Preservação de Momentum - *Adaptive Momentum-Preserving Path Planning* (AMP) dentro desse contexto.

Figura 4 – Métodos de Planejamento de Trajetória



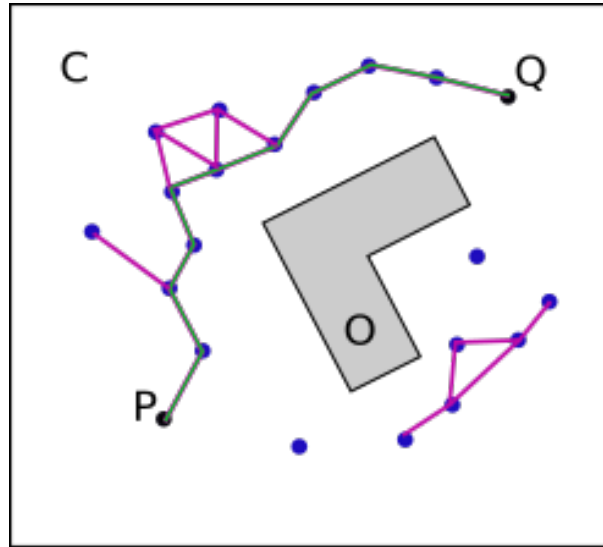
Fonte: Autor.

2.3.1 Planejamento de Trajetória Global

2.3.1.1 Roteiro Probabilístico - *Probabilistic Roadmap (PRM)*

Esse algoritmo, inicialmente proposto por Kavraki et al. (1996b), tem como etapa inicial a geração de um conjunto de pontos amostrais aleatórios no espaço livre do ambiente. A partir dessas amostras iniciais, novos pontos são gerados de forma contínua até que se obtenha um conjunto denso o suficiente de amostras. Em seguida, um algoritmo de busca de caminho é aplicado ao grafo formado, no qual os vértices representam os pontos amostrais e as arestas conectam pontos próximos com o objetivo de encontrar o caminho ótimo entre os pontos de início e fim. Além disso, destaca-se que o PRM pode encontrar soluções diversas para um mesmo cenário. A Figura 5 ilustra o processo. Entre os algoritmos de busca, destaca-se o algoritmo de Dijkstra, que encontra o caminho mais curto em um grafo ponderado. Outra opção é o Algoritmo de Busca em Largura (*Breadth-First Search - BFS*), que explora os vértices vizinhos a partir do ponto inicial até encontrar o caminho.

Figura 5 – Exemplo de construção de um roteiro probabilístico (PRM), onde amostras aleatórias são conectadas para formar um grafo de navegação no ambiente

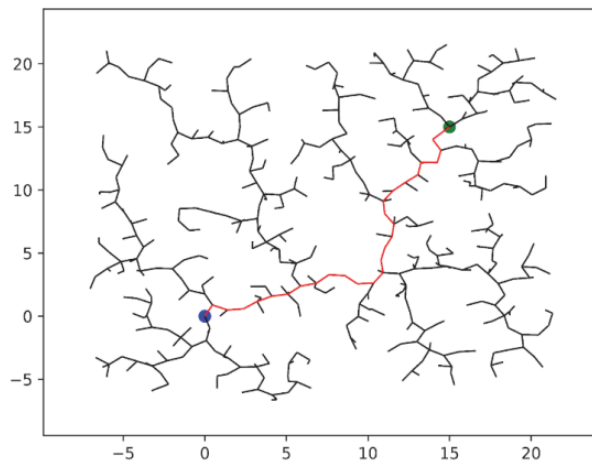


Fonte: Autor.

2.3.1.2 Árvore Aleatória de Exploração Rápida *Rapidly-exploring Random Trees* (RRT)

Outro método de planejamento global, o Rapidly-exploring Random Trees (RRT) (LaValle, 1998) (Fu, 2024), considera o nó inicial como a raiz de uma árvore e explora gradualmente o espaço desconhecido ao expandir-se aleatoriamente por meio de pontos gerados (Hu et al., 2017). De acordo com Wang et al. (2020), o RRT não exige conhecimento prévio do ambiente, mas sua eficiência diminui em cenários mais complexos. Conforme ilustrado na Figura 6, o processo de expansão da árvore é visualizado.

Figura 6 – Exemplo de expansão de uma árvore utilizando o método RRT

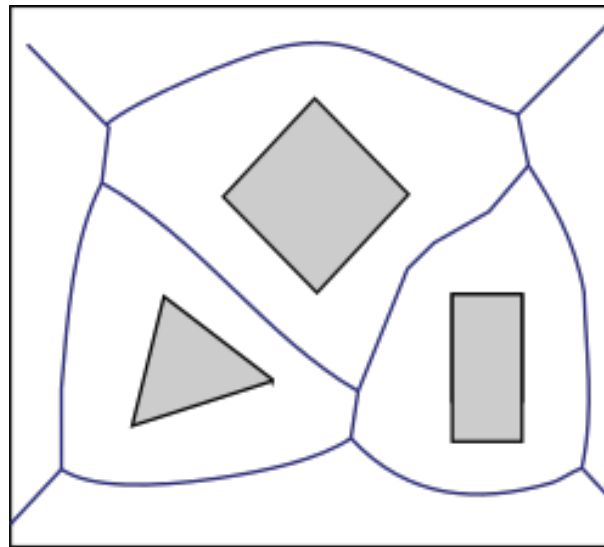


Fonte: Gültekin, Diri e Becerikli (2023)

2.3.1.3 Diagrama de Voronoi Generalizado - *Generalized Voronoi Diagram (GVD)*

O diagrama de Voronoi generalizado (GVD) é um método que é utilizado para reduzir o espaço livre, identificando pontos equidistantes entre os obstáculos, a fim de encontrar um caminho livre de colisão (Ó'Dúnlaing; Yap, 1985). A Figura 7 demonstra uma representação visual desse processo.

Figura 7 – Representação de um Diagrama de Voronoi Generalizado (GVD), destacando o caminho livre de colisão obtido a partir dos pontos equidistantes entre obstáculos

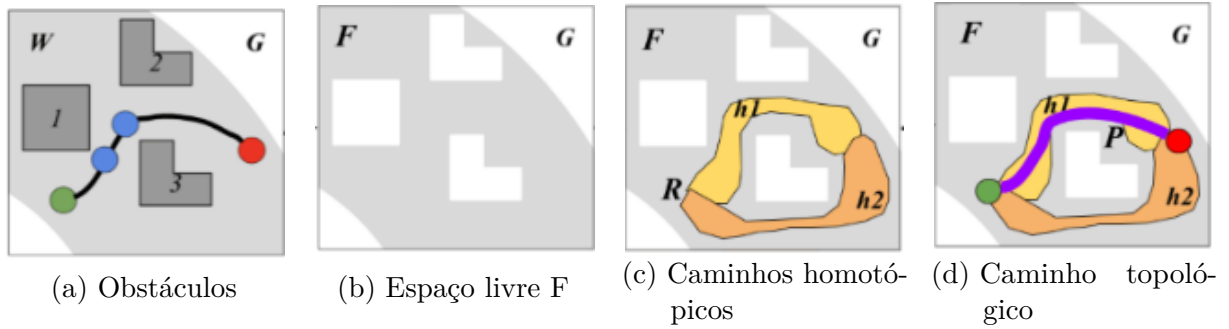


Fonte: Ó'Dúnlaing e Yap (1985).

2.3.1.4 Planejamento de Caminho Topológico - *Topological Path Planning - (TPP)*

O TPP consiste em estimar um conjunto de pontos interligados, obedecendo a restrições topológicas no espaço livre. Esses pontos resultam em diversos caminhos, alguns homotópicos e outros não homotópicos. (Bhattacharya; Likhachev; Kumar, 2012). O método então busca determinar o caminho mais curto dentro desse conjunto de pontos, considerando suas restrições topológicas (Batista et al., 2023), conforme representado na Figura 8.

Figura 8 – Processo de planejamento de caminho topológico (TPP)

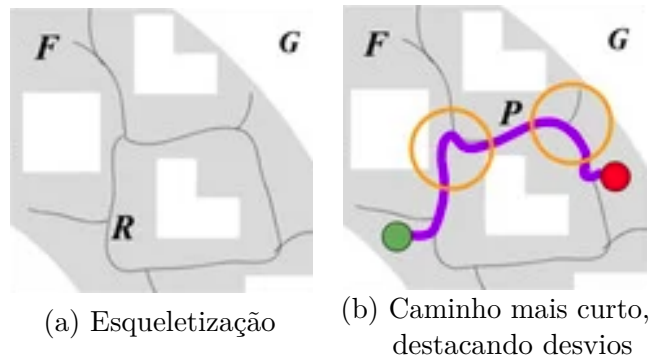


Fonte: Batista et al. (2023).

Neste processo, ocorre um afinamento controlado do espaço livre, influenciado pela presença de zonas de influência que permitem a existência de círculos não máximos. Isso resulta em uma expansão das regiões disponíveis para os possíveis caminhos, o que por sua vez impacta na seleção de caminhos mais curtos quando comparado ao GVD, ao empregar um algoritmo de busca adequado.

Um caso particular do TPP ocorre quando as zonas de influência não são relaxadas. Nessa situação, as regiões homotópicas são progressivamente reduzidas até atingirem uma largura mínima, aproximando-se do conceito de *Generalized Voronoi Diagram* (GVD), sendo esse caso denominado TPP* (Batista et al., 2023). Embora o TPP* ofereça maior segurança ao determinar o caminho, ele pode gerar trajetos com desvios desnecessários, conforme apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Processo de planejamento de caminho utilizando o TPP*



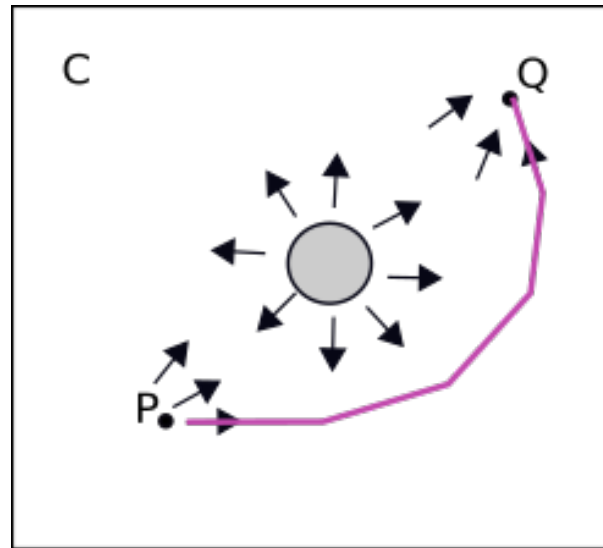
Fonte: Batista et al. (2023).

2.3.1.5 Campo Potencial Artificial - *Artificial Potential Field (APF)*

Proposto inicialmente por Khatib (1985), no APF, a trajetória de um agente pode ser definida com base na soma das forças dos componentes do cenário, conforme apresentado na Figura 10. Assim, os obstáculos e o ponto de origem possuem uma força de repulsão, enquanto o ponto de destino possui uma força de atração (Kazim; Tan; Qaseer, 2021). Dessa forma, a força de repulsão exercida pelo ponto de origem impulsiona o agente

para longe dele, enquanto a força de atração do ponto de destino o atrai para próximo de si. Como os obstáculos também possuem uma força de repulsão, o agente irá percorrer da origem em direção ao destino evitando os obstáculos (Liu et al., 2021). Além disso, é importante ressaltar que o APF pode enfrentar o problema da convergência para mínimos locais, enquanto também requer ajustes em vários parâmetros para um desempenho ideal.

Figura 10 – Representação do campo potencial artificial (APF): forças de repulsão (obstáculos e origem) e força de atração (destino)



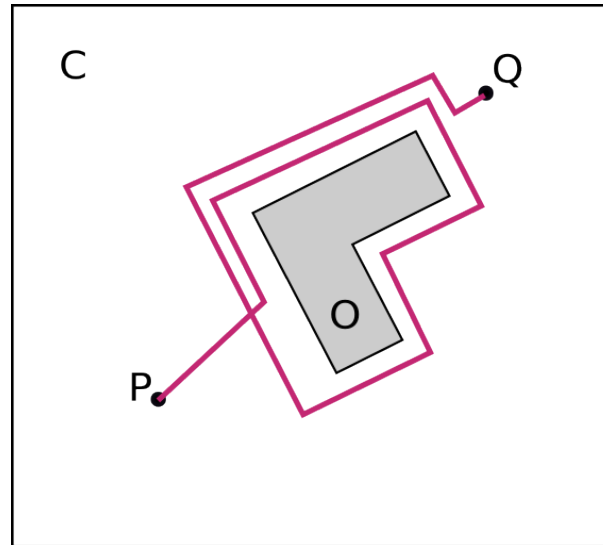
Fonte: Autor.

2.3.2 Planejamento de Trajetória Local

2.3.2.1 Bug 1

No algoritmo Bug 1 (Figura 11), quando o agente encontra um obstáculo em seu caminho, ele o contorna completamente, enquanto faz verificações, a fim de encontrar o ponto do contorno do obstáculo mais próximo ao destino (Campbell et al., 2020). Essa posição é então armazenada para que no próximo ciclo, ou seja, quando o agente contornar o obstáculo mais uma vez, ela seja o ponto de parada do agente (Lumelsky; Stepanov, 1986). A partir desse momento, o agente irá em direção ao alvo (Zohaib et al., 2013).

Figura 11 – Funcionamento do algoritmo Bug 1: contorno completo do obstáculo

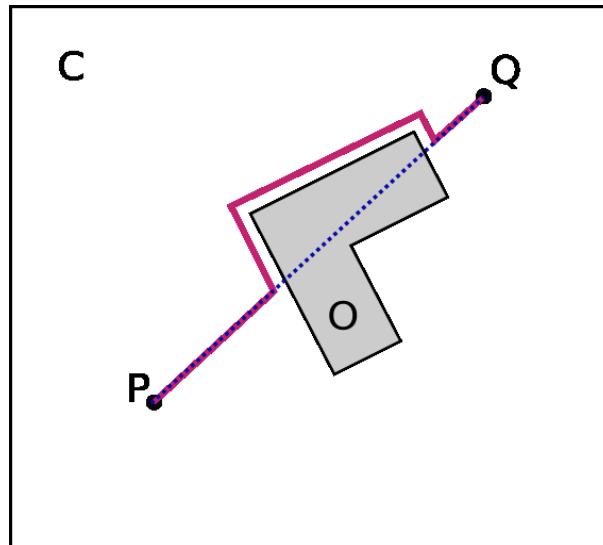


Fonte: Autor.

2.3.2.2 Bug 2

O algoritmo Bug 2 (Figura 12) é mais eficiente que o Bug 1, visto que o agente não precisa contornar todo o obstáculo (Campbell et al., 2020). De acordo com Lumelsky e Stepanov (1986), o algoritmo inicialmente calcula uma reta do ponto inicial ao ponto final e armazena sua inclinação. Dessa forma, quando o agente encontra um obstáculo, ele começa a contorná-lo, mas só até a inclinação da posição atual do agente ao destino ser igual a inclinação da reta que foi armazenada na memória, a partir do qual o agente para e segue em direção ao destino (Lumelsky; Stepanov, 1986).

Figura 12 – A reta pontilhada azul liga o ponto inicial P ao final Q e representa a inclinação armazenada pelo agente. Ao encontrar um obstáculo, o agente o contorna até que a inclinação entre sua posição e o destino coincida com a da reta

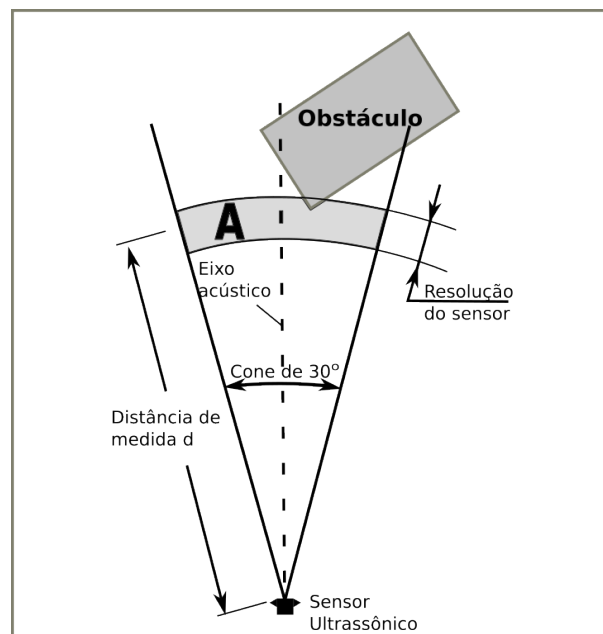


Fonte: Autor.

2.3.2.3 Histograma de Campo Vetorial - *Vector Field Histogram (VFH)*

O método Vector Field Histogram (VFH), desenvolvido por Borenstein e Koren (1991), utiliza um sensor para detectar obstáculos em um ambiente e cria um histograma que mostra a distribuição espacial desses obstáculos (Figura 13).

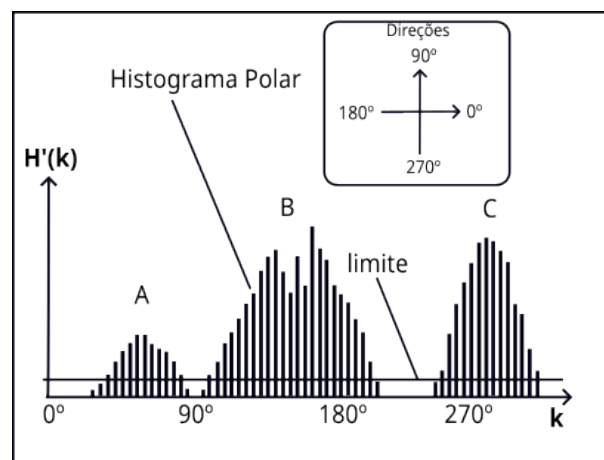
Figura 13 – Em um alcance d , há algum obstáculo na região A



Fonte: Adaptada de Chen e Lou (2021)

Conforme Chen e Lou (2021), o VFH utiliza um histograma para calcular um campo vetorial polar, que guia o movimento do robô em relação aos obstáculos, evitando colisões. A Figura 14 ilustra esse histograma, onde o eixo horizontal k representa as direções angulares ao redor do robô, enquanto o eixo vertical indica a densidade de obstáculos em cada direção. Define-se um limiar, e as direções cuja densidade $H'(k)$ está abaixo desse valor são consideradas potencialmente livres, podendo ser escolhidas como trajetórias seguras para o deslocamento do robô.

Figura 14 – Histograma polar gerado pelo método VFH, representando a densidade de obstáculos ao redor do robô em diferentes direções. As direções com densidade abaixo do limiar são consideradas livres para a movimentação segura do robô



Fonte: Adaptada de Mohanraj, Prasanth e Kalaiarasan (2016)

O processo é iterativo, com o robô atualizando continuamente o histograma à medida que se move no ambiente. Isso permite que o VFH reavalie constantemente a distribuição dos obstáculos e ajuste sua trajetória de acordo, garantindo uma navegação segura e eficiente. Assim como o APF, o VFH também pode ser suscetível ao problema da convergência para mínimos locais, além de demandar ajustes em seus parâmetros para um desempenho otimizado.

2.4 Produção Científica

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, os seguintes trabalhos científicos foram produzidos:

- **Artigo (Torres; Ramalho, 2024) publicado:**
TORRES, M.; RAMALHO, G. Collision-free local path planning: An approach using skeletonization. In: Anais da XXIV Escola Regional de Computação Bahia, Alagoas e Sergipe. Porto Alegre, RS, Brasil: SBC, 2024. p. 39–44.

- **Artigo apresentado:**
Optimized Path Planning in Obstacle-Cluttered Environments apresentado na 1ª Conferência Latino-Americana do IEEE sobre Internet das Coisas.

3 Metodologia

3.1 Planejamento de Trajetória Adaptativo de Preservação de Momentum - *Adaptive Momentum-Preserving Path Planning* (AMP)

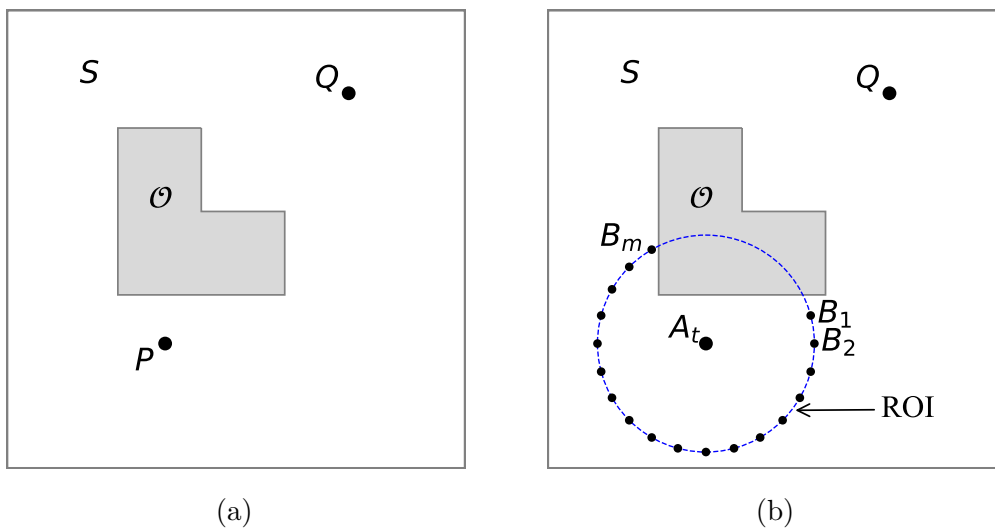
O objetivo é encontrar um caminho seguro entre o ponto P e o ponto Q , evitando obstáculos ao longo do percurso. Considere um espaço $S \subseteq R^2$ contendo um ponto inicial $P \in S$, um ponto de destino $Q \in S$ e um conjunto de obstáculos $\mathcal{O} \subset S$, ilustrado na Figura 15a.

A cada nova iteração t , uma região de interesse (ROI) $R(t)$ é definida ao redor da posição atual $A_t = (x_t, y_t)$. Essa ROI representa uma área sensorizada ao redor da posição atual A_t .

Um conjunto de pontos $B(t) = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ é distribuído uniformemente e equidistantes ao longo da fronteira da ROI $R(t)$, garantindo uma cobertura homogênea da área ao redor da posição atual A_t , conforme ilustrado na Figura 15b.

É necessário escolher o melhor ponto $B^* \in B(t)$ com base em uma função de custo $\phi(B_i)$ que considera quatro requisitos:

Figura 15 – (a) Exemplo de um cenário. (b) Pontos distribuídos na borda da ROI



Fonte: Autor.

1. Distância até o ponto de destino Q :

$$d_Q(B_i) = \|B_i - Q\|. \quad (3.1)$$

Quanto mais próximo B_i estiver de Q , menor será o custo associado, conforme ilustrado na Figura 16a.

2. Distância segura dos obstáculos:

$$d_O(B_i) = \min_{O_j \in \mathcal{O}} \|B_i - O_j\|. \quad (3.2)$$

O ponto B_i deve estar o mais distante possível dos obstáculos visíveis dentro de $R(t)$, como mostrado na Figura 16b.

3. Detecção de colisão: envolve identificar se há alguma interseção com obstáculos dentro da região de interesse (ROI), que representa o espaço visível ao redor da posição atual. A Figura 16c ilustra esse conceito.

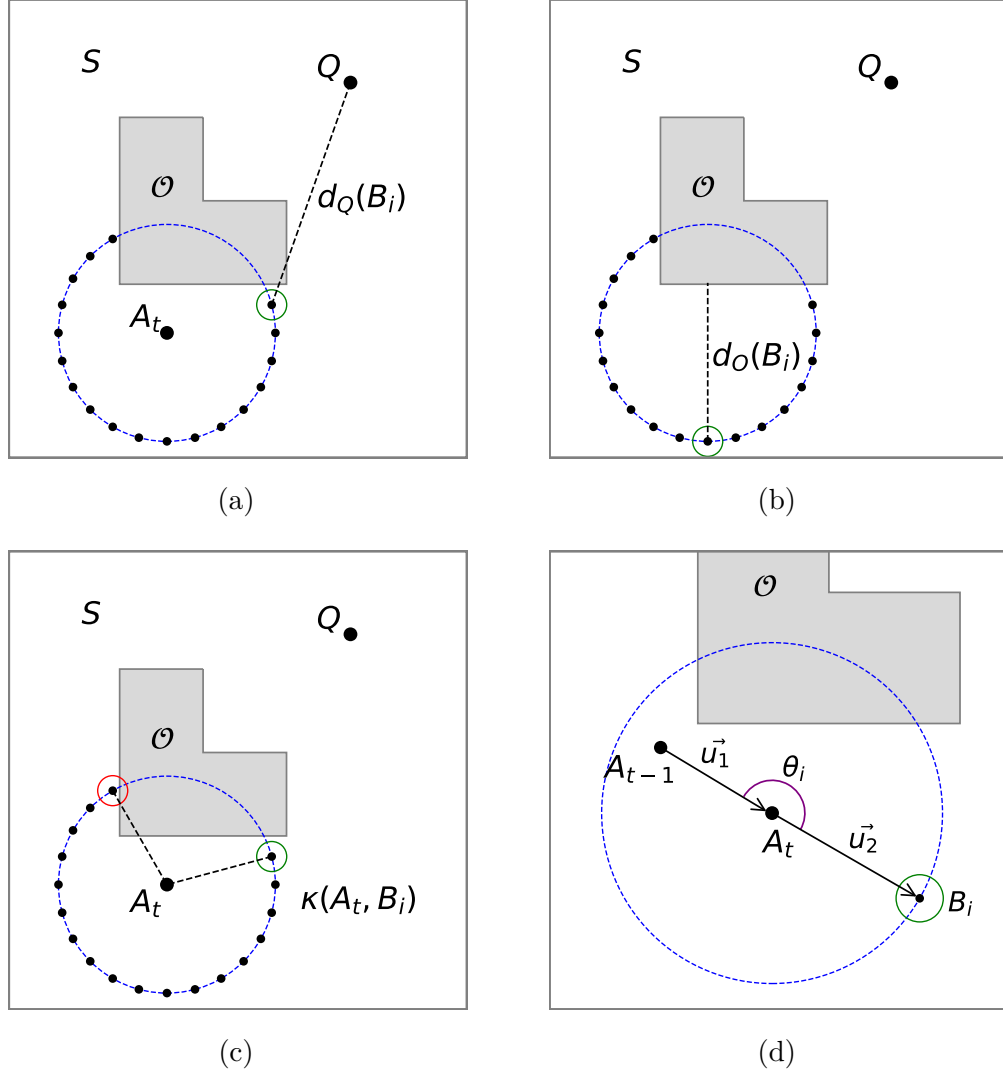
$$\kappa(A_t, B_i) = \begin{cases} 0 & \text{se o caminho de } A_t \text{ até } B_i \text{ for livre de colisão} \\ \infty & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.3)$$

4. Critério de Orientação: enfatiza a manutenção da direção do movimento para minimizar o consumo de energia. Ao preservar sua direção inicial na ausência de forças externas, um corpo em movimento evita acelerações desnecessárias, resultando em um movimento mais eficiente. Afirmar-se que o momento linear é conservado se o movimento principal seguir a direção anterior, mantendo assim a trajetória o mais suave possível. Seja $A_t = (x_t, y_t)$ a posição atual do robô, $A_{t-1} = (x_{t-1}, y_{t-1})$ a posição anterior e $B_i = (x_{B_i}, y_{B_i})$ um ponto na fronteira da ROI atual, como ilustrado na Figura 16d. Assim, para preservar o momento linear, devemos maximizar o cosseno do ângulo θ_i entre os vetores $\mathbf{u}_1$ e $\mathbf{u}_2$, onde:

$$\mathbf{u}_1 = A_t - A_{t-1} = (x_t - x_{t-1}, y_t - y_{t-1}), \quad (3.4a)$$

$$\mathbf{u}_2 = B_i - A_t = (x_{B_i} - x_t, y_{B_i} - y_t). \quad (3.4b)$$

Figura 16 – (a) O ponto destacado é o mais próximo do objetivo Q . (b) O ponto destacado é o mais distante dos obstáculos. (c) Caminho entre A_t e B_i : verde (livre), vermelho (obstruído). (d) O ponto B_i maximiza $\cos \theta_i$.



Fonte: Autor.

A função de custo combinada é expressa por:

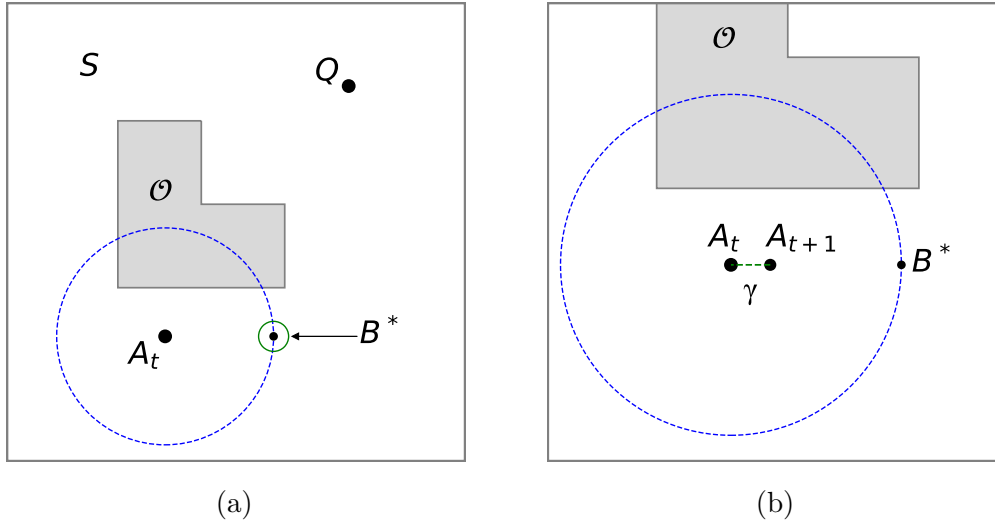
$$\phi(B_i) = \alpha_1 \cdot d_Q(B_i) + \frac{\alpha_2}{d_O(B_i)} + \kappa(A_t, B_i) - \alpha_3 \cdot \cos \theta_i, \quad (3.5)$$

onde $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ são pesos que controlam a importância relativa de cada fator. Assim, o ponto ótimo que minimiza a função de custo em $R(t)$ é definido por:

$$B^* = \arg \min_{B_i \in B(t)} \phi(B_i). \quad (3.6)$$

Uma vez escolhido o melhor ponto B^* , como ilustrado na Figura 17, o robô se move em direção a ele por uma fração $\gamma \in [0, 1]$ da distância da posição anterior, utilizando a expressão de atualização:

Figura 17 – (a) Ponto B^* selecionado após o cálculo de $\phi(B_i)$. (b) A_{t+1} é o centro da próxima ROI



Fonte: Autor.

$$A_{t+1} = (1 - \gamma)A_t + \gamma B^*. \quad (3.7)$$

A cada passo, a ROI $R(t + 1)$ é recentrada na nova posição A_{t+1} . Esse processo é repetido até que a distância entre o robô A_t e o ponto final Q seja menor que um limiar ϵ . O Pseudocódigo 1 descreve o funcionamento do AMP enquanto Figura 18 apresenta um fluxograma simplificado do AMP.

$$\|A_t - Q\| < \epsilon. \quad (3.8)$$

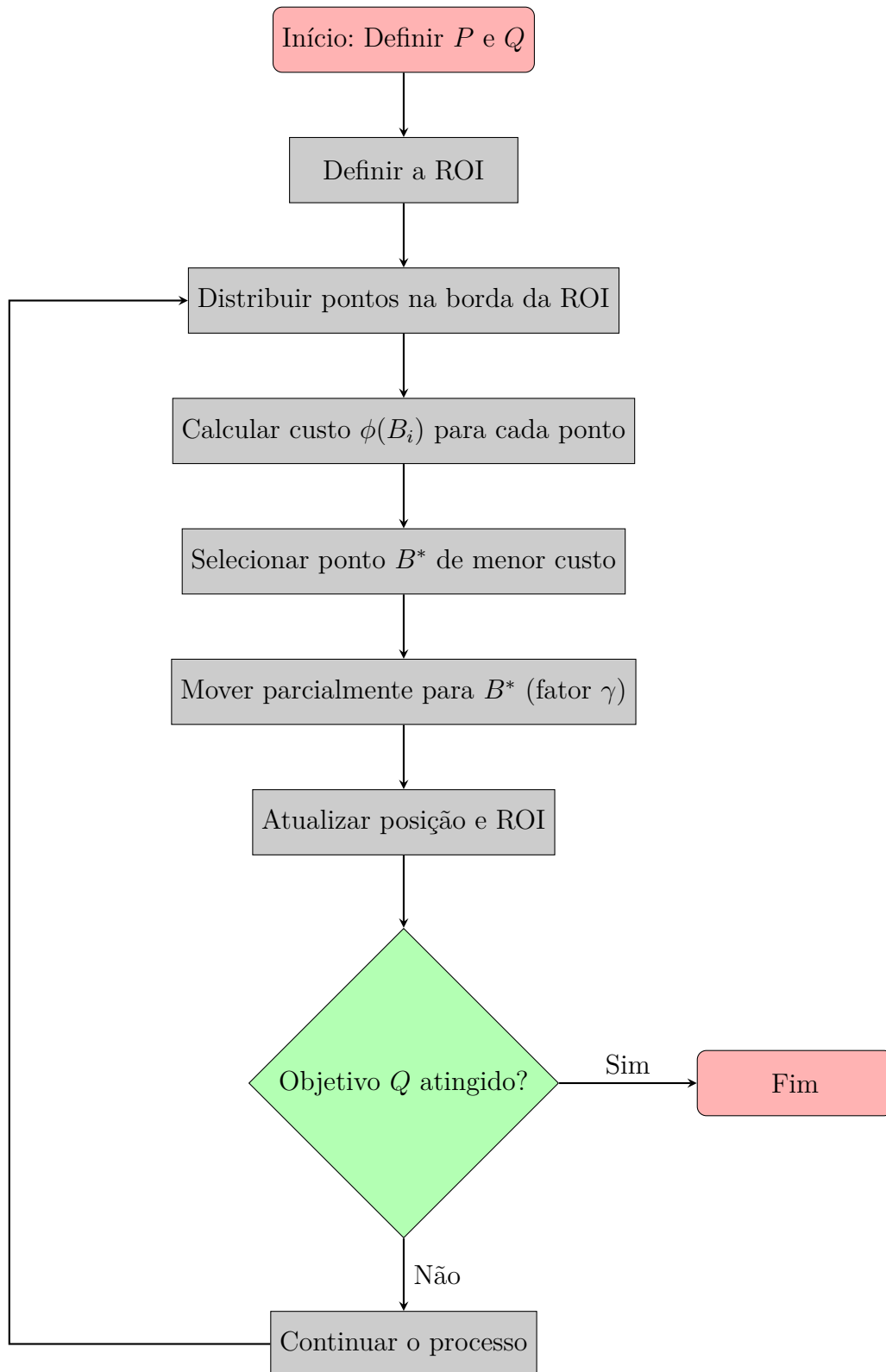
Pseudocódigo 1 Planejamento de Trajetória Adaptativo com Preservação de Momento

```

1: Entrada:
2:    $P$ : ponto inicial no grid  $(x, y) \in N^2$ 
3:    $Q$ : ponto de destino no grid  $(x, y) \in N^2$ 
4:    $S$ : ambiente como imagem binária 2D (1 = obstáculo, 0 = livre)
5:    $\epsilon$ : limiar de proximidade do ponto de destino
6:    $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ : pesos para a função de custo
7:    $\gamma$ : parâmetro de movimento ( $\gamma \in [0, 1]$ )
8:
9: Inicialização:
10:   $A_t \leftarrow P$  ▷ Posição inicial
11:   $A_{t-1} \leftarrow P$  ▷ Posição anterior (inicializada igual à posição atual)
12:  enquanto  $\|A_t - Q\| > \epsilon$  faça ▷ Enquanto a distância até o destino for maior que o
    limiar
13:     $R_t \leftarrow \text{definir\_ROI}(A_t)$  ▷ Definir a região de interesse (ROI) ao redor de  $A_t$ 
14:     $B_t \leftarrow \text{distribuir\_pontos}(R_t)$  ▷ Distribuir pontos ao longo da fronteira da ROI
15:     $B^* \leftarrow \text{nulo}$ 
16:     $\text{custo\_minimo} \leftarrow \infty$ 
17:    para cada  $B_i \in B_t$  faça ▷ Para cada ponto na fronteira da ROI
18:       $d_Q \leftarrow \|B_i - Q\|$  ▷ Distância até o destino
19:       $d_O \leftarrow \min_{O_j \in \mathcal{O}} \|B_i - O_j\|$  ▷ Distância segura dos obstáculos
20:       $\kappa \leftarrow \text{detectar\_colisao}(A_t, B_i)$  ▷ Verificar colisão no caminho
21:       $\mathbf{u}_1 \leftarrow A_t - A_{t-1}$  ▷ Vetor de direção anterior
22:       $\mathbf{u}_2 \leftarrow B_i - A_t$  ▷ Vetor de direção atual
23:       $\cos \theta \leftarrow \frac{\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2}{\|\mathbf{u}_1\| \cdot \|\mathbf{u}_2\|}$  ▷ Critério de orientação
24:       $\phi \leftarrow \alpha_1 \cdot d_Q + \frac{\alpha_2}{d_O} + \kappa - \alpha_3 \cdot \cos \theta$  ▷ Função de custo
25:      se  $\phi < \text{custo\_minimo}$  então
26:         $\text{custo\_minimo} \leftarrow \phi$ 
27:         $B^* \leftarrow B_i$  ▷ Atualizar o ponto ótimo
28:      fim se
29:    fim para
30:     $A_{t+1} \leftarrow (1 - \gamma) \cdot A_t + \gamma \cdot B^*$  ▷ Atualizar a posição do robô
31:     $A_{t-1} \leftarrow A_t$  ▷ Atualizar a posição anterior
32:     $A_t \leftarrow A_{t+1}$  ▷ Preparar para a próxima iteração
33:  fim enquanto

```

Figura 18 – Fluxograma ilustrando as etapas do método AMP



Fonte: Autor.

3.2 Métricas

As métricas para avaliação do método são as mesmas utilizadas por Batista et al. (2023). Elas permitem uma análise objetiva ao quantificar aspectos essenciais como tempo de resposta e estabilidade de movimento. Essas métricas foram selecionadas com base nos requisitos que orientam a busca por trajetórias, conforme descrito na seção 2.1.

- **Distância:** comprimento total do caminho, do ponto de partida até o ponto de chegada. A distância total do caminho é calculada somando as distâncias euclidianas entre pontos consecutivos ao longo da trajetória:

$$D = \sum_{i=1}^{N-1} d(P_i, P_{i+1}) \quad (3.9)$$

em que $P_i = (x_i, y_i)$ representa o ponto i -ésimo da trajetória, e $d(P_i, P_{i+1})$ é a distância euclidiana entre os pontos P_i e P_{i+1} , definida como:

$$d(P_i, P_{i+1}) = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}. \quad (3.10)$$

- **Pontos:** número total de pontos discretos que compõem o caminho. Essa métrica reflete a complexidade do trajeto e impacta diretamente o custo computacional de processamento.
- **Tempo:** tempo necessário para o algoritmo calcular o caminho, medido em segundos. Indica a aplicabilidade em tempo real da trajetória, especialmente em contextos onde decisões rápidas são críticas.
- **Taxa Máxima de Aceleração (jerk):** valor máximo da taxa de variação da aceleração ao longo do caminho, refletindo mudanças súbitas na aceleração. Indica a intensidade das mudanças repentinas na aceleração, o que pode afetar a estabilidade e o conforto do movimento.
- **Suavidade:** é calculada com base na taxa de variação da direção ao longo do caminho. O caminho é composto por uma série de pontos, e cada par consecutivo de pontos forma um segmento de reta. Para cada segmento, é calculada a direção, que é determinada pelo ângulo formado entre os segmentos consecutivos. A suavidade é medida pela variação desses ângulos ao longo do caminho. Quanto menor a variação angular, maior será a suavidade do percurso. O valor da suavidade foi normalizado em um intervalo de 0 a 1, sendo que valores mais próximos de 0 indicam trajetórias mais suaves.

Para cada tripla de pontos consecutivos P_{i-1}, P_i, P_{i+1} , calcula-se o ângulo θ_i entre os vetores que conectam esses pontos (MathWorks, 2019):

$$\theta_i = \arccos \left(\frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_1\| \|\mathbf{v}_2\|} \right), \quad (3.11)$$

em que:

- $\mathbf{v}_1 = P_i - P_{i-1}$ é o vetor entre os pontos P_{i-1} e P_i ,
- $\mathbf{v}_2 = P_{i+1} - P_i$ é o vetor entre os pontos P_i e P_{i+1} ,
- O operador $\cdot$ representa o produto escalar entre os vetores.

A suavidade final do caminho é obtida pela média dos ângulos θ_i :

$$S = \frac{1}{N-2} \sum_{i=2}^{N-1} \theta_i \quad (3.12)$$

A imposição de limites nos valores de jerk é essencial para garantir o funcionamento eficiente dos robôs (Gasparetto; Zanotto, 2007). Sem essa restrição, o desgaste estrutural do robô pode aumentar significativamente, afetando potencialmente suas frequências de ressonância e comprometendo a precisão e a durabilidade de seus componentes mecânicos.

3.3 Cenários

Foi desenvolvido um conjunto de cenários para os experimentos, com o objetivo de avaliar o desempenho do método proposto (AMP) em diferentes níveis de complexidade. Os cenários foram estruturados conforme os seguintes critérios:

- **Ambientes de 60×60 cm:** Cada cenário possui uma área de 60×60 cm, proporcionando um espaço delimitado para a análise.
- **Obstáculos posicionados aleatoriamente:** São incorporados cinco obstáculos, cujas posições são determinadas de maneira aleatória, garantindo a variação dos cenários.
- **Diversidade nos formatos dos obstáculos:** Os obstáculos apresentam diferentes formas, com o intuito de aumentar a complexidade e desafiar o método proposto, avaliando sua capacidade de adaptação a diferentes configurações.
- **Condição de viabilidade do caminho:** Para cada cenário, foi estabelecida uma condição que garante a existência de pelo menos um caminho viável, assegurando que o método proposto tenha sempre a possibilidade de encontrar uma solução.

O método foi avaliado em dois grupos de cenários desafiadores, ambos envolvendo espaços restritos. O primeiro grupo possui dimensões de 60×60 cm e inclui obstáculos organizados em padrões nas formas de H e U, além de trajetórias que exigem navegação evasiva. O segundo grupo, proposto por Kalisiak (2009), é composto por cenários com dimensões de 2000×2000 cm, que apresentam desafios como obstáculos dispostos em zigue-zague e labirintos. Nem todos os mapas da referência Kalisiak (2009) foram utilizados devido a restrições de tempo e escopo. Optou-se por cenários representativos que contemplam os principais desafios visados neste trabalho. Mapas como o *Bugtrap* não foram incluídos, mas podem ser explorados em trabalhos futuros para ampliar a avaliação do método.

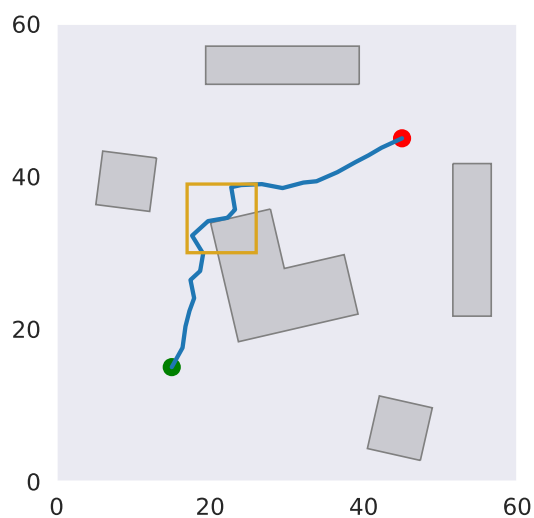
4 Resultados e Discussões

Nos experimentos realizados, simulou-se um robô com 2 graus de liberdade (DoF), utilizando apenas duas das quatro juntas rotacionais disponíveis. Essas duas juntas correspondem aos movimentos no plano horizontal (X-Y). Essa simplificação permite a simulação de trajetórias planas, reduz a complexidade computacional e é suficiente para avaliar o desempenho dos algoritmos em ambientes bidimensionais com obstáculos.

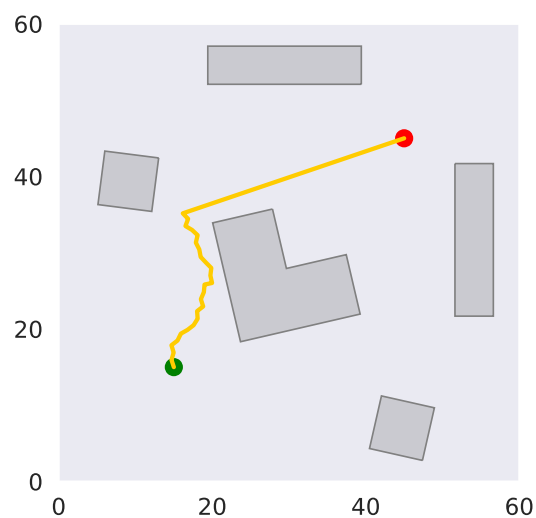
4.1 Análise de desempenho

Nesta seção, apresenta-se a comparação entre o método proposto e os seguintes algoritmos: *Probabilistic Roadmap* (PRM), o *Rapidly-exploring Random Tree* (RRT), o *Artificial Potential Fields* (APF), o *Topological Path Planning* (TPP), o *Topological Path Planning** (TPP*), o BUG 1, o BUG 2 e o *Vector Field Histogram* (VFH). Os resultados obtidos em diferentes cenários são apresentados nas Figuras 19 e 20, onde se compara o desempenho dos métodos utilizando os seguintes parâmetros para o método proposto: $\alpha_1 = 0.790$, $\alpha_2 = 0.05$, $\alpha_3 = 0.330$, e $\gamma = 1$. Além disso, a Tabela 2 exibe a média e o desvio padrão das métricas para os cenários avaliados. Os parâmetros de cada método foram ajustados de forma a permitir a resolução da maior quantidade possível de cenários.

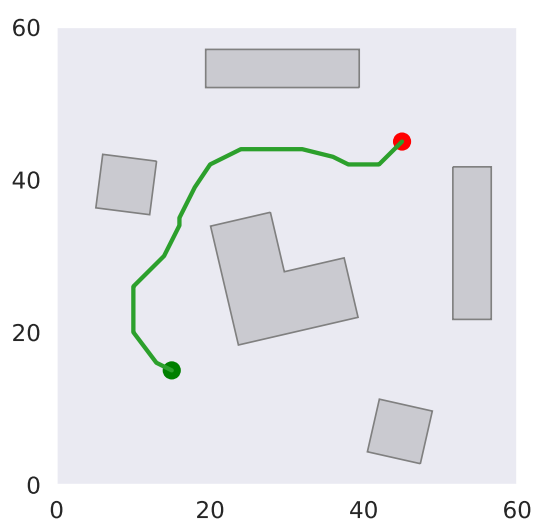
Figura 19 – Desempenho dos métodos globais de planejamento de caminho em diferentes cenários simulados. Retângulos amarelos indicam regiões com colisões.



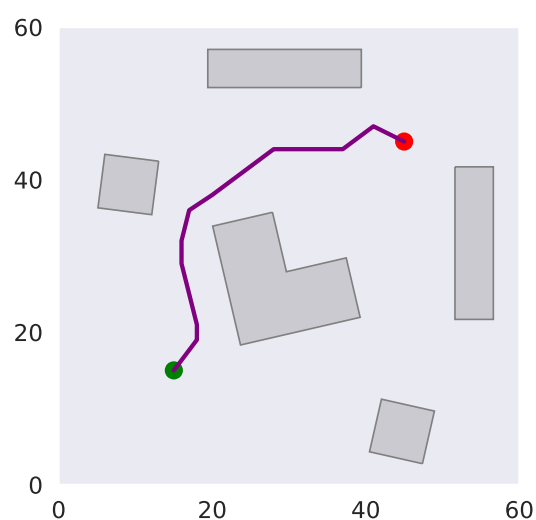
(a) PRM



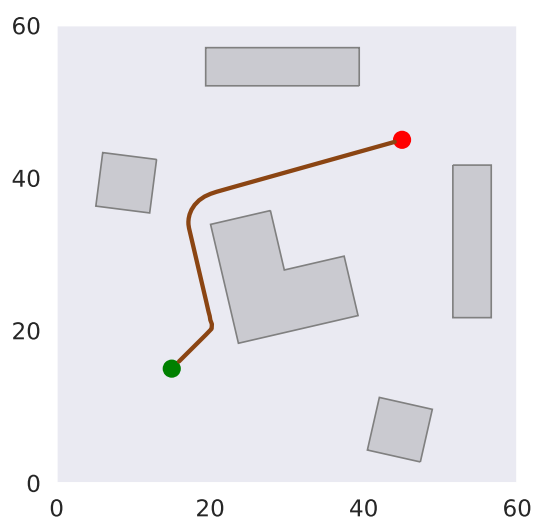
(b) RRT



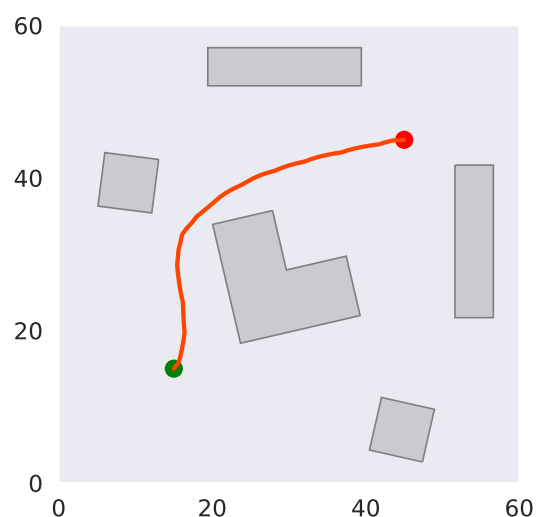
(c) TPP



(d) TPP*



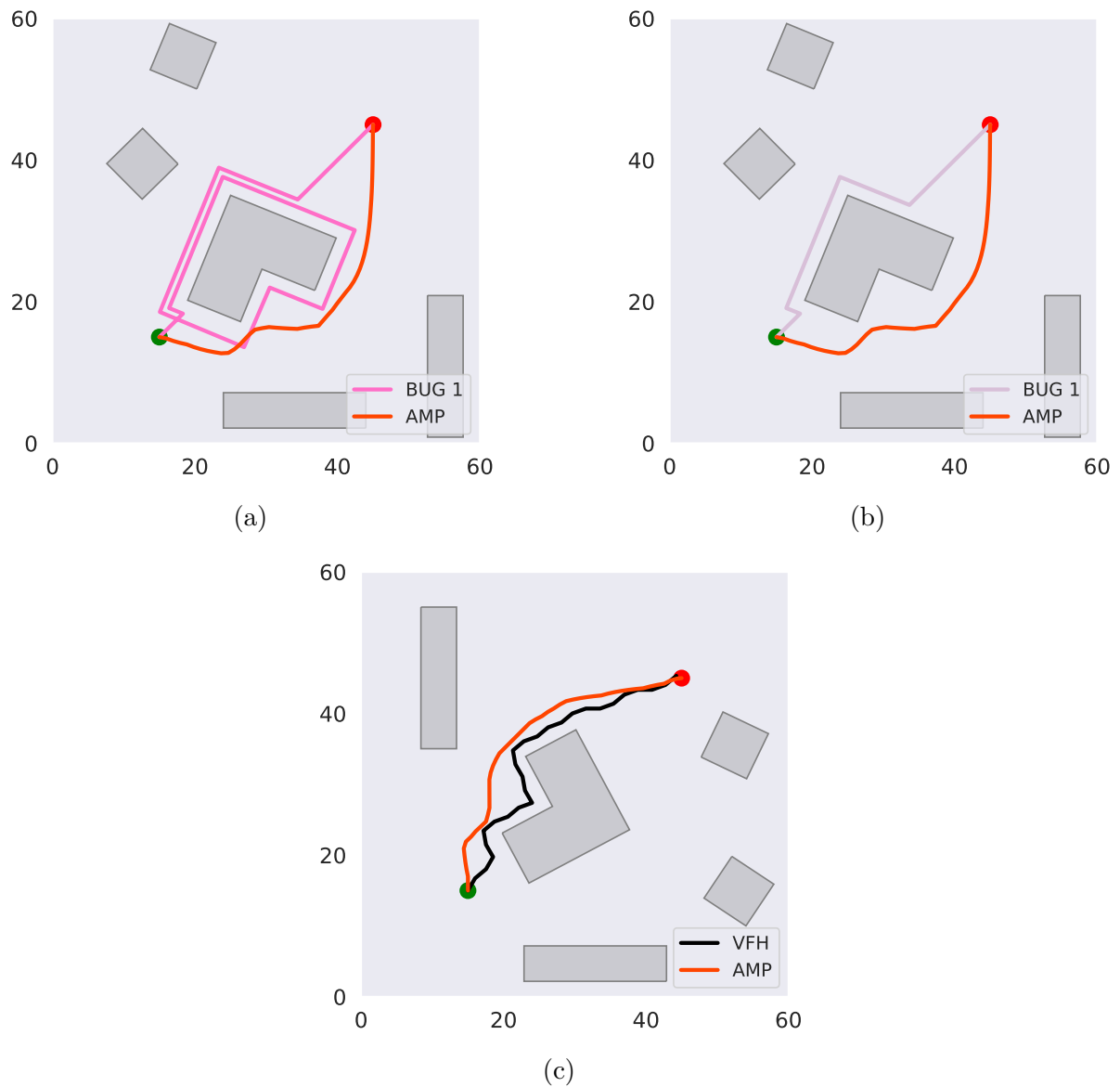
(e) APF



(f) AMP

Fonte: Autor.

Figura 20 – Desempenho dos métodos locais de planejamento de caminho em diferentes cenários simulados



Fonte: Autor.

4.1.1 Análise de Trajetos Diretos sem Obstáculos

Foram realizados testes em um cenário sem obstáculos no trajeto direto entre o ponto inicial e o ponto final. Nesse tipo de configuração, o parâmetro α_2 (distância ao obstáculo) não exerce influência significativa, já que não há necessidade de desviar de obstáculos. A única situação em que α_2 poderia ter algum impacto seria na definição de uma distância de segurança em relação a possíveis obstáculos próximos, caso existissem.

Dessa forma, ao atribuir valor zero ao parâmetro α_2 , é possível analisar o comportamento das métricas apenas em função dos parâmetros α_1 (distância ao ponto final) e α_3 (orientação angular). Essa simplificação permite observar diretamente como esses parâme-

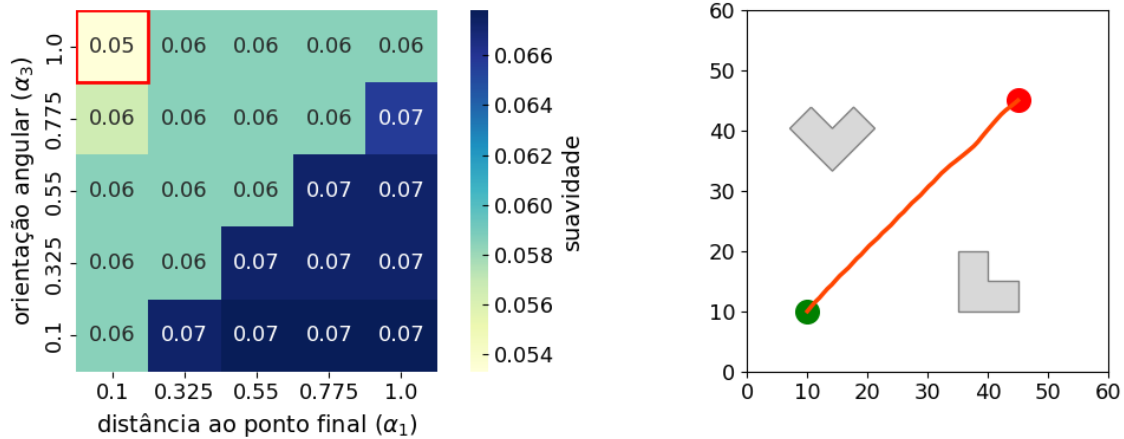
Tabela 2 – Médias das métricas de desempenho dos métodos de planejamento de caminho apresentados nas Figuras 19 e 20, calculadas a partir de 100 cenários

Método	Distância (cm)	Pontos	Suavidade	Max Jerk ($graus/s^3$)	Tempo (s)
AMP	$48,95 \pm 1,43$	$50,30 \pm 1,45$	$0,08 \pm 0,02$	$1,64 \pm 0,88$	$0,25 \pm 0,06$
PRM	$54,01 \pm 4,56$	$24,97 \pm 2,39$	$0,46 \pm 0,09$	$9,52 \pm 3,56$	$2,95 \pm 0,58$
RRT	$53,17 \pm 2,96$	$23,79 \pm 3,95$	$0,61 \pm 0,11$	$64,52 \pm 5,93$	$0,16 \pm 0,06$
APF	$48,86 \pm 1,76$	$152,79 \pm 18,30$	$0,03 \pm 0,02$	$1,51 \pm 0,57$	$0,55 \pm 0,33$
TPP	$59,34 \pm 3,92$	$15,85 \pm 1,26$	$0,33 \pm 0,06$	$17,70 \pm 6,30$	$1,72 \pm 0,46$
GVD	$53,65 \pm 4,80$	$15,09 \pm 1,71$	$0,27 \pm 0,06$	$14,54 \pm 5,52$	$3,24 \pm 0,69$
VFH	$53,27 \pm 2,25$	$27,64 \pm 1,12$	$0,44 \pm 0,06$	$5,20 \pm 1,58$	$0,04 \pm 0,01$

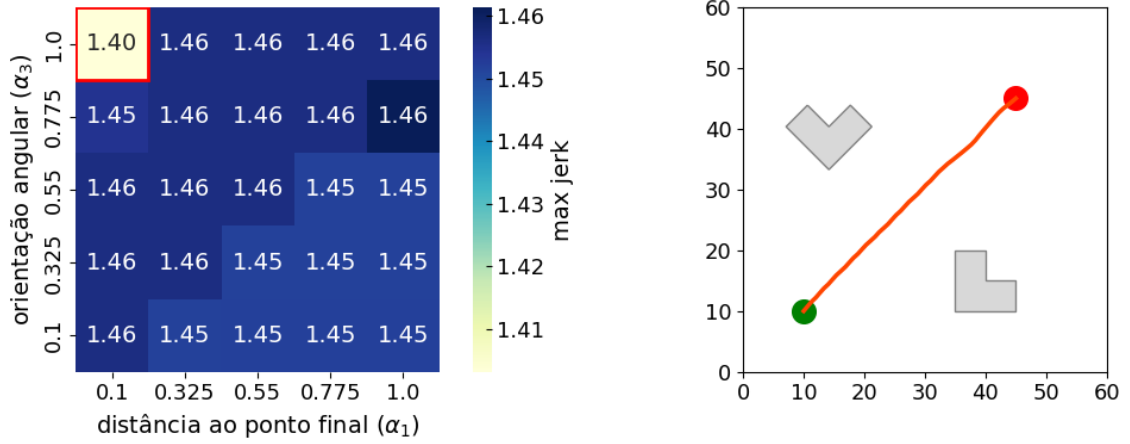
Fonte: Autor.

tros influenciam o desempenho do método, destacando suas contribuições individuais no cálculo da trajetória.

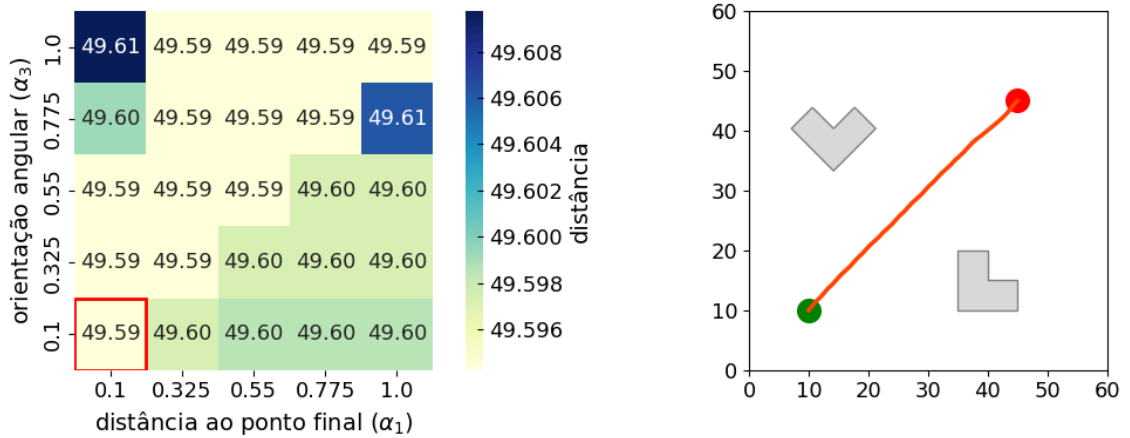
As Figuras 21, 22 e 23 apresentam, respectivamente, os valores das métricas de suavidade, *max jerk* e distância para diferentes combinações dos parâmetros α_1 e α_3 . Observa-se que a métrica de distância é pouco influenciada pelas variações de α_1 (associado à distância ao ponto final) e α_3 (relacionado à orientação angular). O gráfico da Figura 23 evidencia que a distância permanece praticamente constante, variando entre 49,596 e 49,608, independentemente das combinações dos parâmetros avaliados. Esse comportamento ocorre porque, nesse cenário, não existem desvios possíveis para o agente. Como o caminho mais curto é uma trajetória direta, o agente naturalmente segue essa rota.

Figura 21 – Comportamento da suavidade para distância ao obstáculo $\alpha_2 = 0,0$ 

Fonte: Autor.

Figura 22 – Comportamento do *max jerk* para distância ao obstáculo $\alpha_2 = 0,0$ 

Fonte: Autor.

Figura 23 – Comportamento da distância para distância ao obstáculo $\alpha_2 = 0,0$ 

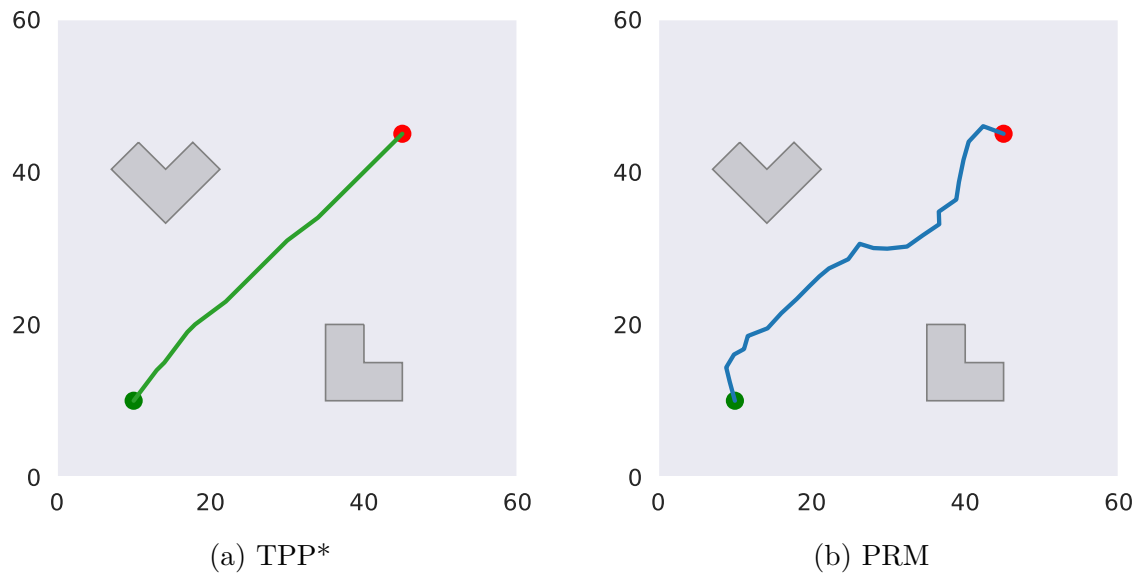
Fonte: Autor.

Para os valores da suavidade e *max jerk*, nota-se uma consistência entre a maioria das combinações de pesos de α_1 e α_3 . Como essas métricas dependem fortemente da sinuosidade do caminho, seus resultados são baixos e próximos, uma vez que o trajeto tende a ser predominantemente reto. Esses experimentos são fundamentais para compreender o desempenho do método em condições ideais, permitindo verificar que a trajetória segue um caminho eficiente tanto em termos de distância quanto de orientação. A Figura 24 apresenta o caminho gerado em um cenário similar, destacando alguns métodos que geraram desvios desnecessários.

4.1.2 Análise de Cenários com Obstáculo Simples no Trajeto

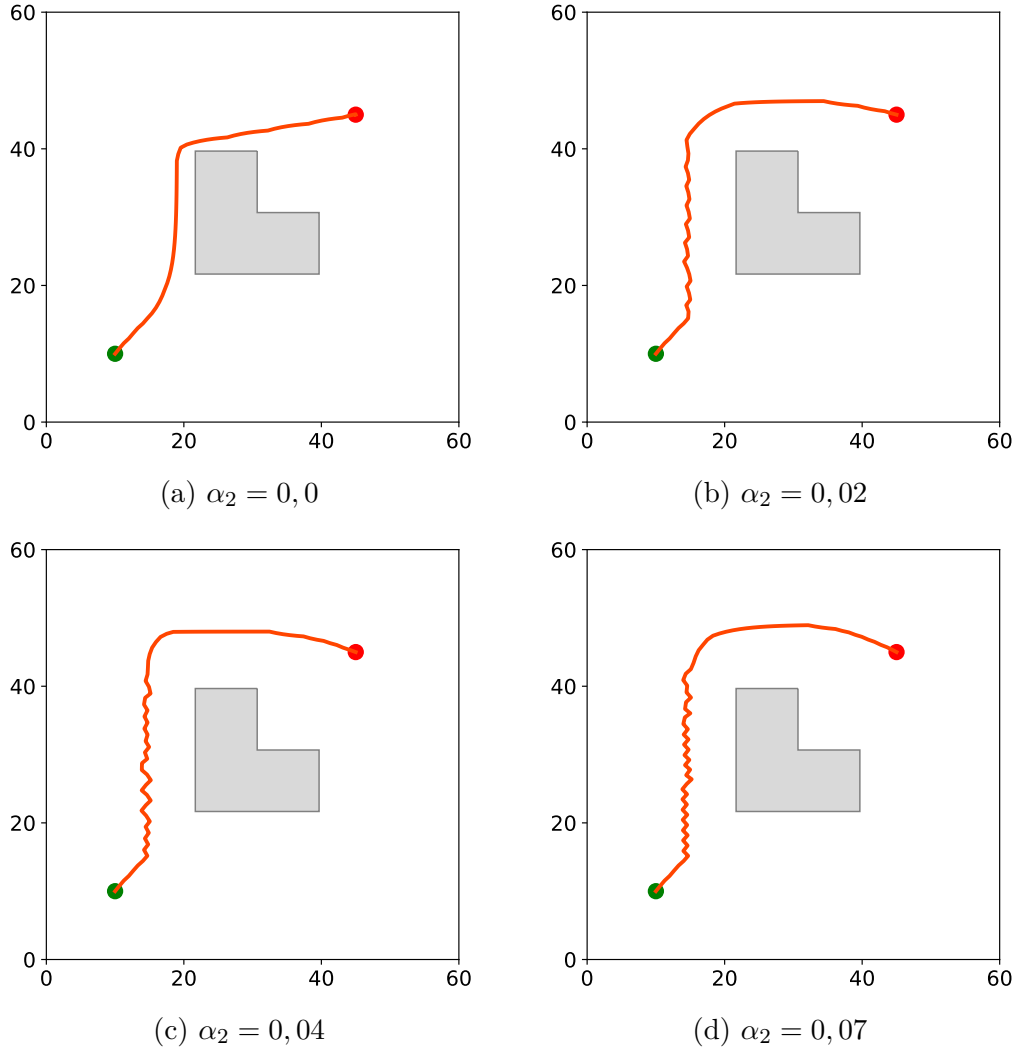
Foi realizada uma análise em um cenário com um obstáculo simples posicionado entre o ponto inicial e o ponto final. Nesse caso, o parâmetro α_2 (distância ao obstáculo) foi

Figura 24 – Exemplos de trajetórias com desvios desnecessários



Fonte: Autor.

empregado para definir a distância desejada entre o agente e o obstáculo. Foi considerado um único obstáculo de formato simples, posicionado estrategicamente para avaliar o impacto do desvio na trajetória.

Figura 25 – Distância ao ponto final $\alpha_1 = 0,1$ e orientação angular $\alpha_3 = 0,1$ 

Fonte: Autor.

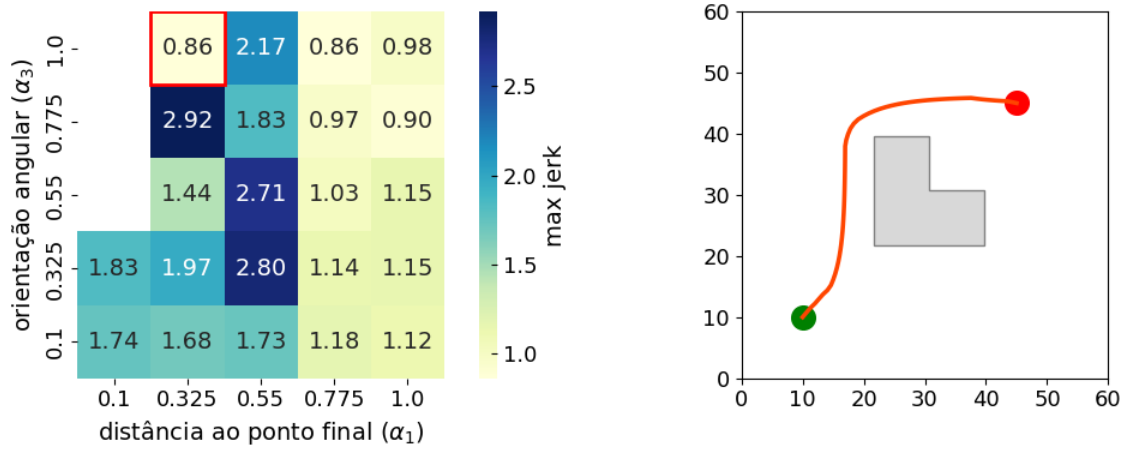
A Figura 25 apresenta diversas trajetórias considerando diferentes valores do parâmetro α_2 (distância ao obstáculo). Portanto, a escolha do valor de α_2 (distância ao obstáculo) deve considerar a distância de segurança necessária em relação ao obstáculo. Valores menores de α_2 são mais indicados para trajetórias diretas, enquanto valores maiores são mais adequados para situações que exigem maior afastamento do obstáculo.

A Figura 26 ilustra o comportamento da métrica *max jerk* para diversos valores do parâmetro α_1 (relacionado à distância ao ponto final) e α_3 (critério de direcionalidade). Adicionalmente, destaca-se que, para algumas combinações de parâmetros, foi observada a ausência de trajetórias viáveis. Observa-se que quando o parâmetro α_1 assume valores muito baixos, enquanto o parâmetro α_3 é elevado, o agente tende a seguir uma trajetória direcionada, porém incapaz de alcançar o ponto final. Nessa configuração, a prioridade é manter o ângulo desejado, mesmo em detrimento da redução eficiente da distância ao destino. Em casos extremos, essa combinação de parâmetros pode resultar em trajetórias inconsistentes ou até na ausência de um caminho viável. A Figura 27 ilustra um exemplo

dessa situação: com $\alpha_1 = 0,1$ e $\alpha_3 = 1,0$, o agente prioriza fortemente a direcionalidade, enquanto a distância ao ponto final se torna secundária, resultando na incapacidade de alcançar o destino.

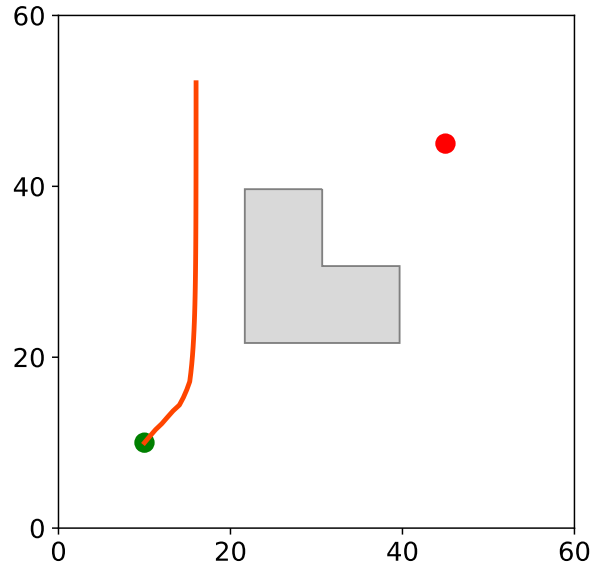
Além disso, nota-se a ocorrência de trajetórias oscilatórias nas Figuras 25b, 25c e 25d. Esse comportamento está associado à forma como o agente percebe a região de interesse (ROI) ao seu redor. Em certos momentos, a ROI parece estar livre de obstáculos, levando o agente a avançar. No entanto, ao se aproximar, um obstáculo pode surgir dentro dessa região, fazendo com que o agente recue. Ao retroceder, a nova ROI novamente aparenta estar desobstruída, o que resulta em movimentos repetitivos e instáveis, caracterizando as trajetórias tremidas observadas.

Figura 26 – Comportamento do *max jerk* para α_2 (distância ao obstáculo) = 0,01



Fonte: Autor.

Figura 27 – Exemplo de configuração de parâmetros que resulta na ausência de uma trajetória viável. Neste caso, com $\alpha_1 = 0,1$ e $\alpha_3 = 1,0$, o agente prioriza excessivamente a direcionalidade, comprometendo a capacidade de avançar em direção ao destino

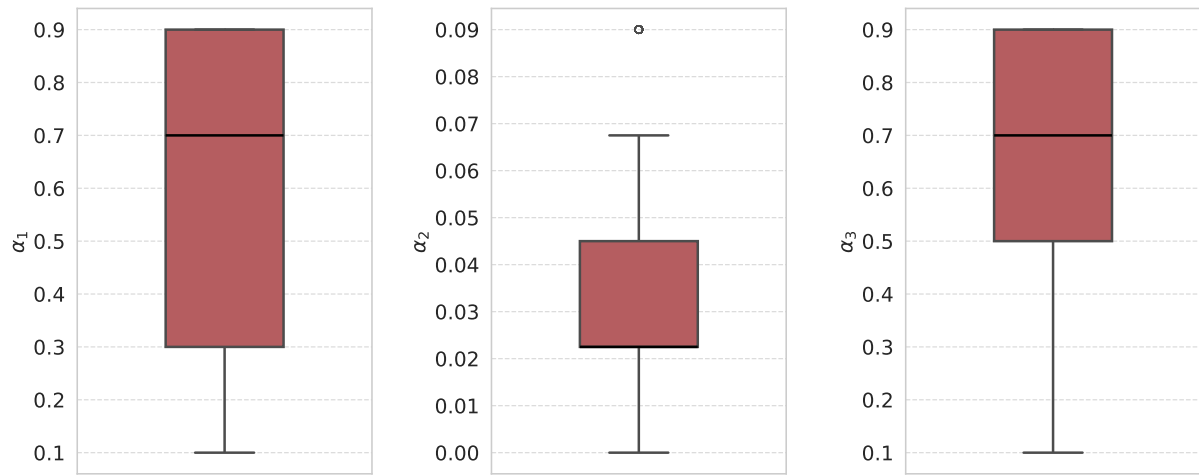


Fonte: Autor.

4.1.3 Melhores Valores para Parâmetros

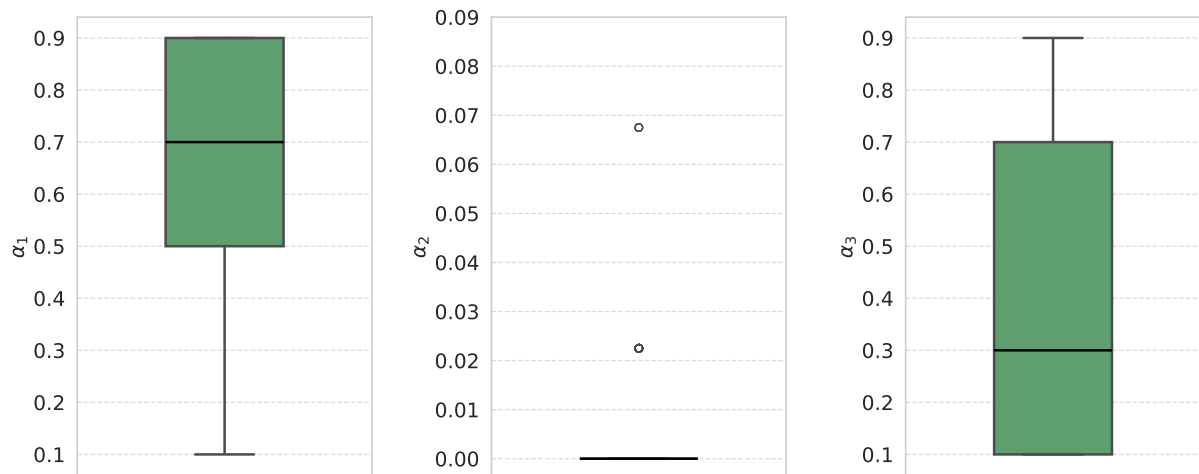
Foram selecionadas diversas combinações dos parâmetros α_1 , α_2 e α_3 para cada cenário e utilizadas para calcular a trajetória correspondente. No total, foram calculados os caminhos para 100 cenários diferentes. Em seguida, selecionamos os 20% dos melhores resultados com base nas métricas *max jerk*, distância e suavidade. A escolha de analisar apenas os 20% melhores resultados foi feita para priorizar as soluções que apresentam o melhor desempenho e, assim, garantir que os parâmetros analisados sejam representativos das melhores estratégias de navegação. Para esses 20% melhores resultados, analisamos os valores dos parâmetros de distância ao ponto final α_1 , distância ao obstáculo α_2 e orientação angular α_3 correspondentes. As Figuras 28, 29 e 30 apresentam a média dos melhores parâmetros encontrados.

Figura 28 – Distribuição dos parâmetros $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ que otimizam a métrica *max jerk* para os 20% melhores resultados. A mediana de cada *boxplot* é utilizada como referência para a escolha dos parâmetros.



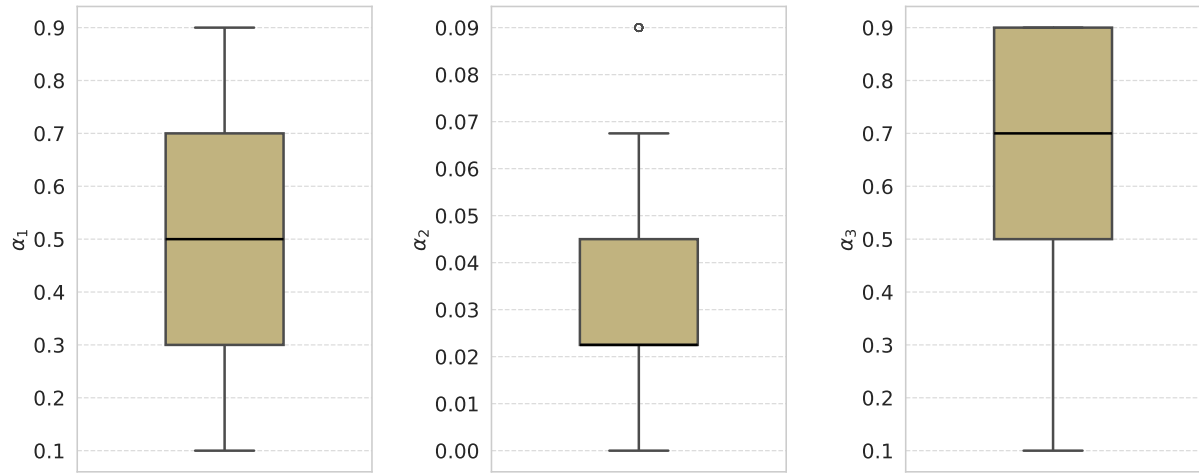
Fonte: Autor.

Figura 29 – Distribuição dos parâmetros $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ que otimizam a métrica distância para os 20% melhores resultados. A mediana de cada *boxplot* é utilizada como referência para a escolha dos parâmetros



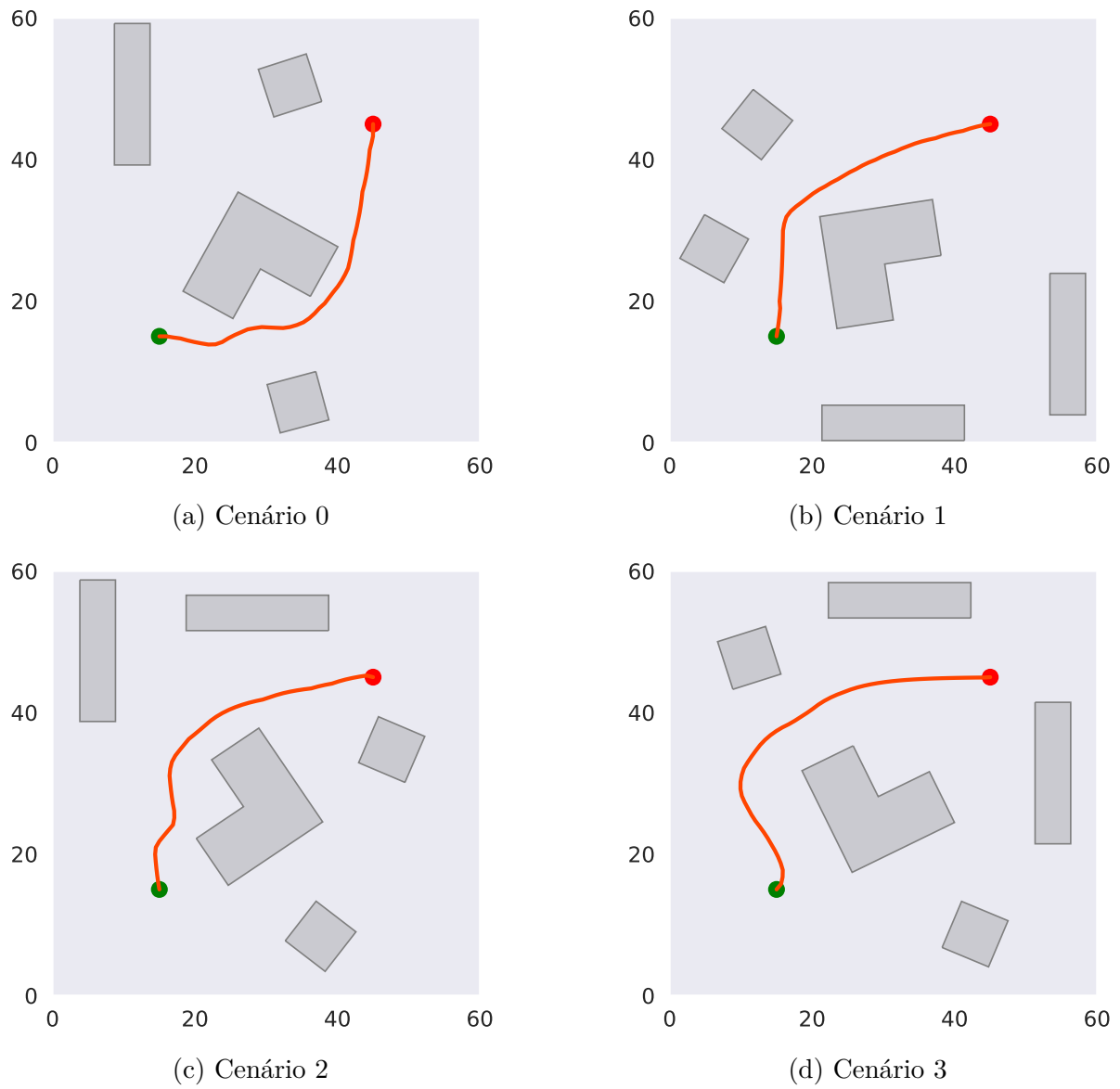
Fonte: Autor.

Figura 30 – Distribuição dos parâmetros α_1 , α_2 , α_3 que otimizam a métrica suavidade para os 20% melhores resultados. A mediana de cada *boxplot* é utilizada como referência para a escolha dos parâmetros



Fonte: Autor.

Também foram realizados experimentos utilizando algoritmos genéticos para otimizar os parâmetros α_1 , α_2 e α_3 . A Figura 31 mostra os resultados obtidos por meio do algoritmo genético, com o objetivo de identificar os parâmetros que proporcionam o melhor desempenho em termos de *max jerk*. A Tabela 3 apresenta os melhores parâmetros encontrados pelo algoritmo genético, que foi configurado com 50 iterações, uma população de 20 indivíduos e uma taxa de mutação de 0,2. É importante destacar que os parâmetros encontrados estão dentro das faixas de valores próximas às medianas observadas nos boxplots da Figura 28.

Figura 31 – Algoritmo Genético - Melhor *max jerk*

Fonte: Autor.

Tabela 3 – Melhores parâmetros encontrados com algoritmo genético

Cenário	α_1	α_2	α_3
0	0,489	0,013	0,201
1	0,725	0,047	0,753
2	0,725	0,047	0,753
3	0,753	0,039	0,726

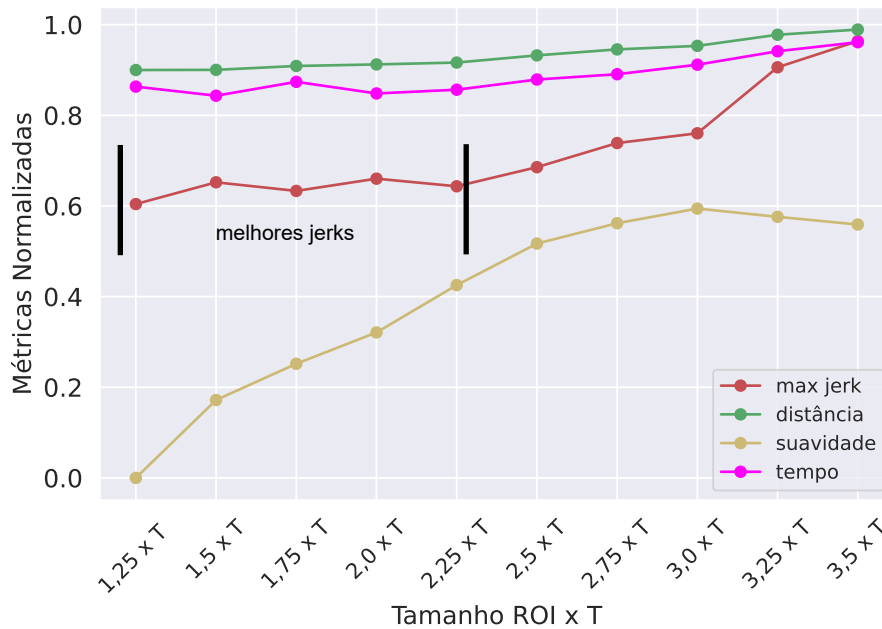
Fonte: Autor.

4.1.4 Análise do Impacto de Diferentes Tamanhos da Região de Interesse (ROI)

O método proposto utiliza uma Região de Interesse (ROI) proporcional ao tamanho do *end effector* do robô. Para avaliar o impacto dessa abordagem na navegação, foram realizados experimentos variando a ROI em múltiplos do tamanho da ferramenta T . Nos experimentos realizados, a ferramenta utilizada tinha um tamanho de 8cm .

Diferentes tamanhos de ROI foram analisados. Para cada tamanho de ROI, foram calculadas trajetórias para 100 cenários diferentes. Em seguida, a média das métricas obtidas nesses cenários foi calculada para cada variação do tamanho da região de interesse. A Figura 32 apresenta os resultados dessa análise.

Figura 32 – Métricas considerando diferentes tamanhos da Região de Interesse (ROI)



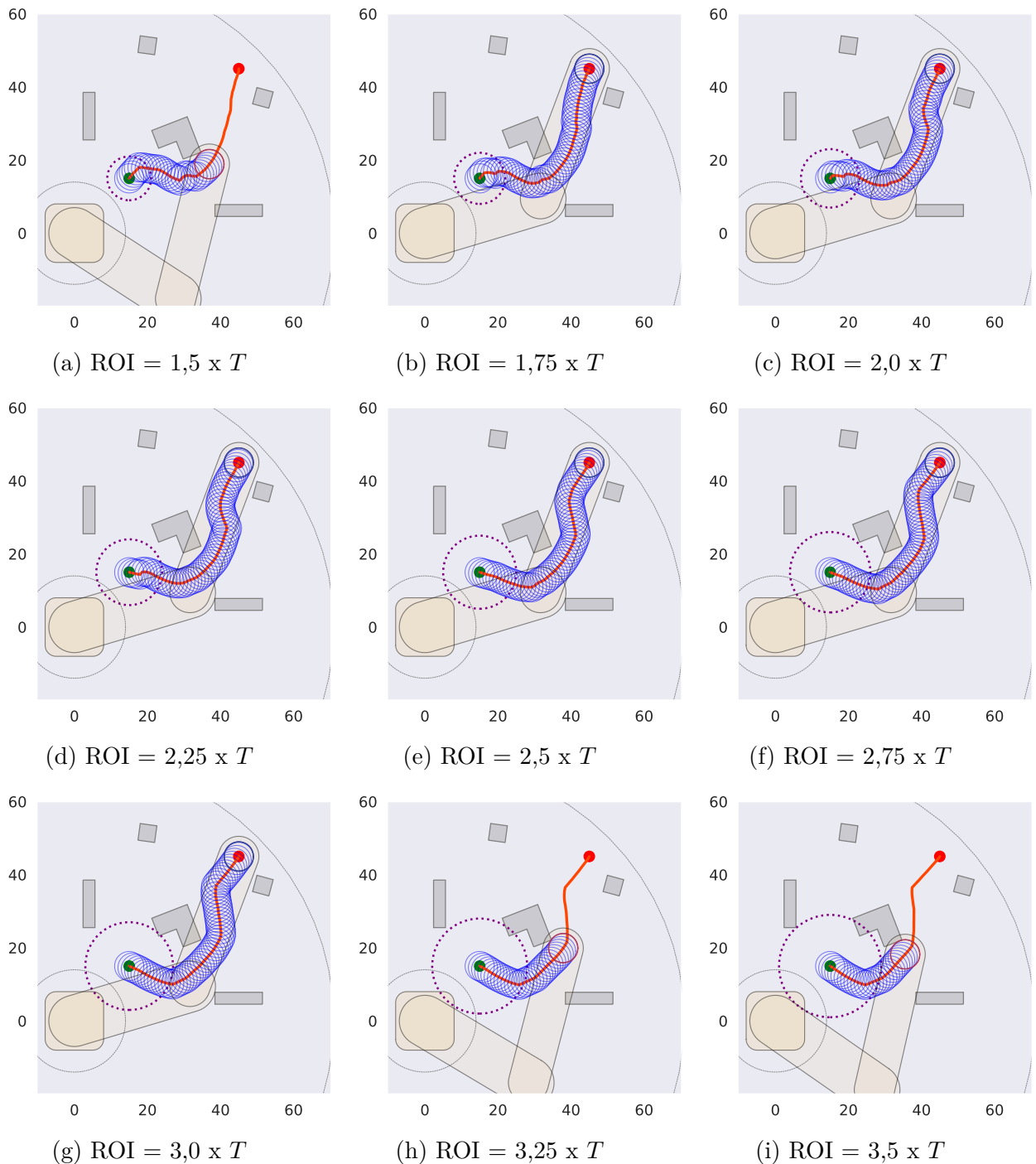
Fonte: Autor.

Como ilustrado na Figura 32, o melhor desempenho para a métrica *max jerk* ocorre quando o tamanho da ROI varia entre 1,25 e 2,25 vezes o tamanho da ferramenta ($1,5 T$ a $2,5 T$). Em relação à suavidade, observa-se que, quanto maior o tamanho da ROI, maior a suavidade alcançada pelo método. Por outro lado, a distância não apresentou variações significativas com os diferentes tamanhos de ROI. Embora o método mostre maior suavidade para ROIs maiores, isso pode resultar em colisões, como será discutido na seção 4.1.5. Assim, a escolha do tamanho ideal da ROI depende da métrica que se deseja priorizar.

4.1.5 Colisões

A Figura 33 ilustra algumas das trajetórias encontradas em um cenário específico pelo método proposto. Observa-se que, para regiões de interesse (ROI) menores, o método resulta em colisões. À medida que a ROI é aumentada, o número de colisões diminui.

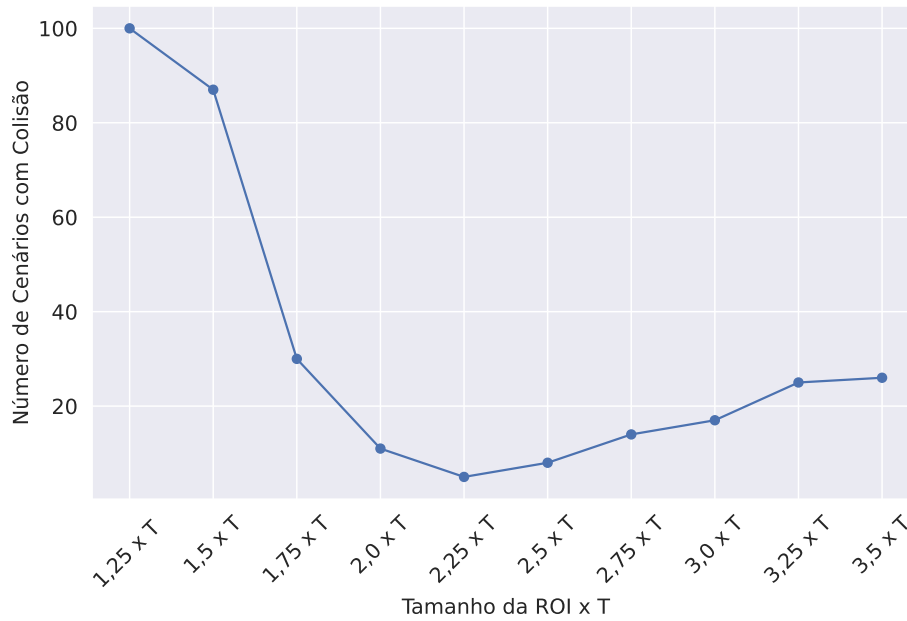
Figura 33 – Variação no Tamanho da Região de Interesse (ROI) - Os círculos azuis representam o tamanho da ferramenta, enquanto o círculo pontilhado roxo indica a Região de Interesse (ROI)



Fonte: Autor.

Contudo, ao expandir excessivamente a ROI, o número de colisões volta a aumentar. Isso ocorre porque regiões de interesse maiores englobam obstáculos adicionais ao redor, o que impacta diretamente nos parâmetros do método. No entanto, é importante destacar que existem outros parâmetros que podem ser ajustados para resolver esses cenários sem causar colisões. Este experimento foi repetido para 100 cenários, e os resultados indicam que o tamanho ideal da região de interesse para evitar colisões é de 2,25 vezes o tamanho da ferramenta ($2,25 T$), conforme ilustrado pela Figura 34.

Figura 34 – Relação entre o tamanho da região de interesse (ROI) e o número de colisões observadas



Fonte: Autor.

O desempenho de cada método foi avaliada considerando tanto a taxa de sucesso em resolver cenários quanto a quantidade de colisões nas trajetórias encontradas. Para isso, foi calculada a taxa de sucesso ajustada pela colisão.

$$\text{Taxa de Sucesso Ajustada} = \frac{\text{Cenários resolvidos sem colisão}}{\text{Total de cenários}},$$

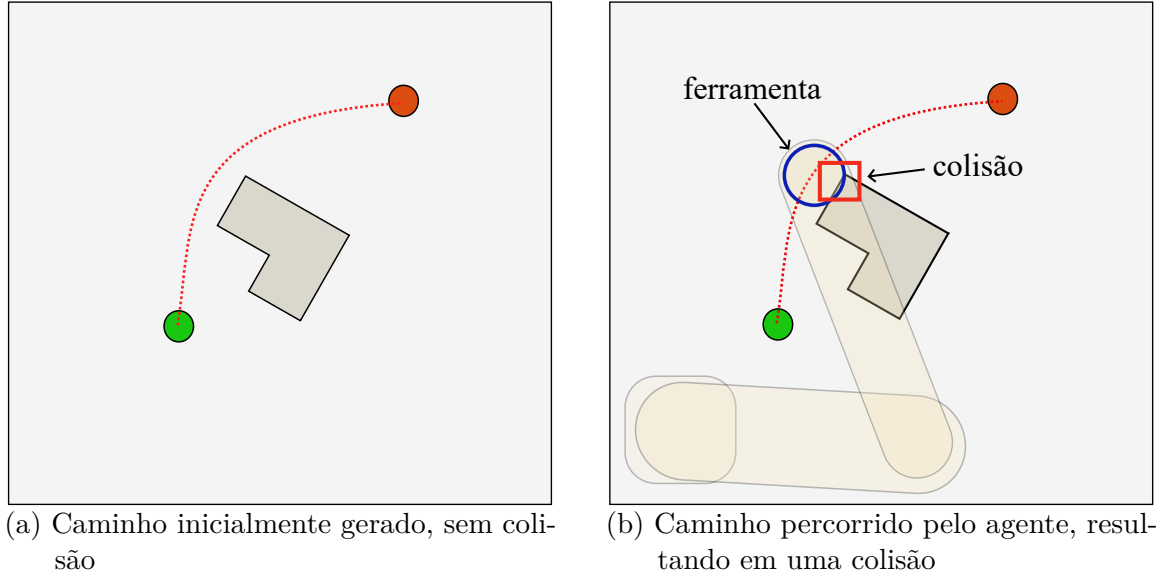
em que:

- Cenários resolvidos sem colisão é o número de cenários em que o método encontrou uma trajetória sem colisões.
- Total de cenários é o número total de cenários testados (100 para cada método).

Nos cenários testados, não foi considerada nenhuma margem de segurança nos obstáculos. Além disso, para o cálculo das colisões, foi adotado o diâmetro da ferramenta como sendo igual a 8 cm. A Figura 35 ilustra uma colisão, levando em consideração o

tamanho da ferramenta. Observe que, embora a trajetória não resulte em uma colisão direta, ao ser percorrida pelo agente, ela pode gerar uma colisão, dependendo das dimensões da ferramenta.

Figura 35 – Exemplo de colisão considerando o tamanho da ferramenta



Fonte: Autor.

A Tabela 4 apresenta a taxa de sucesso em relação ao número de colisões observadas em cada método durante a resolução dos cenários. Os parâmetros utilizados no método estão detalhados na Tabela 5.

Tabela 4 – Taxa de sucesso de cada método considerando as colisões

Método	Taxa de Sucesso
AMP	0,95
PRM	0,07
RRT	0,05
APF	0,35
TPP	0,98
TPP*	0,40
VFH	0,20

Fonte: Autor.

Vale destacar que métodos como o PRM e o RRT, quando não consideram margens de segurança ou outros artifícios, resultam em um número elevado de colisões. Isso ocorre porque, ao gerar pontos de forma aleatória, alguns deles podem ser posicionados muito próximos aos obstáculos. Consequentemente, ao tentar conectar esses pontos para encontrar o caminho mais curto, as trajetórias resultantes acabam ficando muito próximas das obstruções, o que aumenta as probabilidades de colisões.

Tabela 5 – Parâmetros utilizados no método AMP nos experimentos de avaliação das colisões

α_1	α_2	α_3	passo	pontos distribuídos no ROI	ROI
0,840	0,125	0,340	6% do ROI	100	2,25 x T

Fonte: Autor.

Além disso, foram realizados experimentos variando o número de pontos distribuídos ao longo da fronteira da ROI. Observou-se que existe um limite além do qual o aumento no número de pontos não impacta no número de colisões. A Tabela 6 ilustra esse comportamento, demonstrando que, a partir de determinado valor, a quantidade de colisões permanece constante.

Tabela 6 – Relação entre o número de pontos distribuídos na fronteira do ROI e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_2 = 0,125$, $\alpha_3 = 0,340$, e passo de 6% do ROI, com ROI igual a 2,25 vezes T

Número de Pontos	Taxa de Sucesso
68	0,86
69	0,95
70	0,95
100	0,95
200	0,95
300	0,95
400	0,95
500	0,95

Fonte: Autor.

Experimentos foram realizados para analisar diferentes valores para o tamanho do passo γ . Os resultados mostram que o número de colisões tende a aumentar com o tamanho do passo. Embora um passo menor leve a um aumento no tempo de execução, conforme será discutido na seção 4.1.6, é importante ponderar qual fator — número de colisões ou tempo de execução — é mais relevante para o contexto. A Tabela 7 ilustra essa relação.

Foram realizados experimentos para analisar a influência dos parâmetros α_1 , α_2 e α_3 nas colisões. Observou-se, por exemplo, que o valor $\alpha_1 = 0,811$ resulta em um menor número de colisões. Em relação aos outros parâmetros, os valores que também apresentaram menor número de colisões foram $\alpha_2 = 0,126$ e $\alpha_3 = 0,366$. Além disso, constatou-se que o parâmetro α_2 exerce uma influência maior nas colisões em comparação com os demais parâmetros. As Tabelas 8, 9 e 10 ilustram esses resultados.

Tabela 7 – Relação entre o tamanho do passo e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_2 = 0,125$, $\alpha_3 = 0,340$, com ROI igual a 2,25 vezes T

Passo	Taxa de Sucesso
6% do ROI	0,95
17% do ROI	0,93
28% do ROI	0,92
38% do ROI	0,90
50% do ROI	0,50

Fonte: Autor.

Tabela 8 – Relação entre o parâmetro α_1 e a quantidade de colisões, observadas no método AMP, para os parâmetros $\alpha_2 = 0,125$, $\alpha_3 = 0,340$, com passo de 6% do ROI, ROI igual a 2,25 vezes T e 100 pontos

α_1	Taxa de Sucesso
0,100	0,28
0,188	0,70
0,277	0,77
0,366	0,80
0,455	0,83
0,544	0,90
0,633	0,90
0,722	0,94
0,811	0,95
0,900	0,87

Fonte: Autor.

4.1.6 Análise do Comprimento do Passo

Foram conduzidos experimentos variando o comprimento do passo, com o objetivo de avaliar o impacto de diferentes tamanhos no desempenho das métricas analisadas. A Figura 36 apresenta a análise comparativa dos resultados, evidenciando como o comprimento do passo influencia as métricas. O tamanho do passo é representado como um percentual do tamanho da Região de Interesse (ROI). Observa-se que, à medida que o comprimento do passo aumenta, os valores de *max jerk* também aumentam, enquanto a suavidade da trajetória diminui, indicando uma trajetória menos suave. Por outro lado, o tempo necessário para alcançar o destino diminui, uma vez que passos maiores resultam em deslocamentos mais rápidos. Dessa forma, se a prioridade for uma trajetória mais suave, passos menores são recomendados. Caso a eficiência temporal também seja um fator relevante, um valor intermediário pode oferecer um bom equilíbrio entre suavidade e tempo

Tabela 9 – Relação entre o parâmetro α_2 e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_3 = 0,340$, com passo de 6% do ROI, ROI igual a 2,25 vezes T e 100 pontos

α_2	Taxa de Sucesso
0,021	0,00
0,042	0,00
0,063	0,00
0,084	0,21
0,105	0,78
0,126	0,95
0,147	0,94
0,168	0,94
0,189	0,94
0,200	0,92

Fonte: Autor.

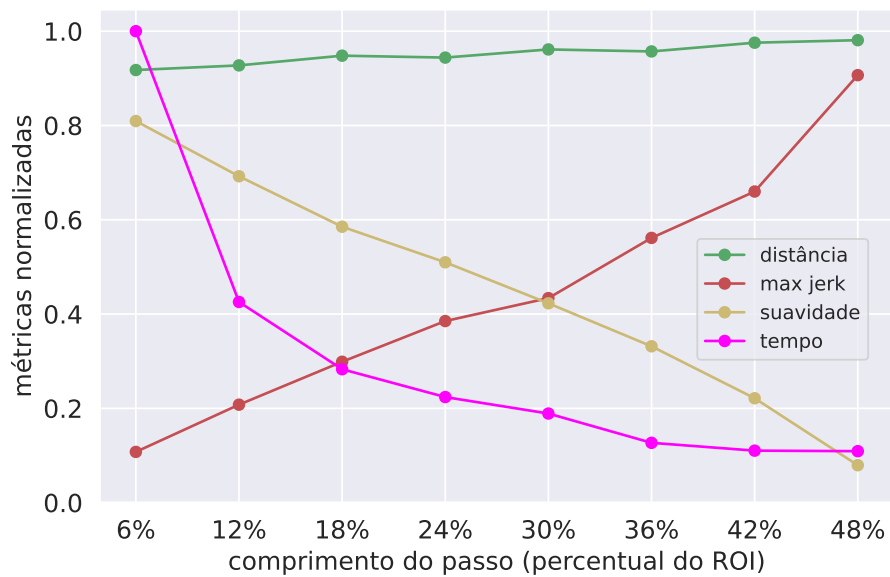
Tabela 10 – Relação entre o parâmetro α_3 e a quantidade de colisões, observados no método AMP, para os parâmetros $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_2 = 0,025$, com passo de 6% do ROI, ROI igual a 2,25 vezes T e 100 pontos

α_3	Taxa de Sucesso
0,100	0,90
0,188	0,91
0,277	0,91
0,366	0,91
0,455	0,91
0,544	0,95
0,633	0,93
0,722	0,92
0,811	0,93
0,900	0,94

Fonte: Autor.

de percurso.

Figura 36 – Análise do Comprimento do Passo

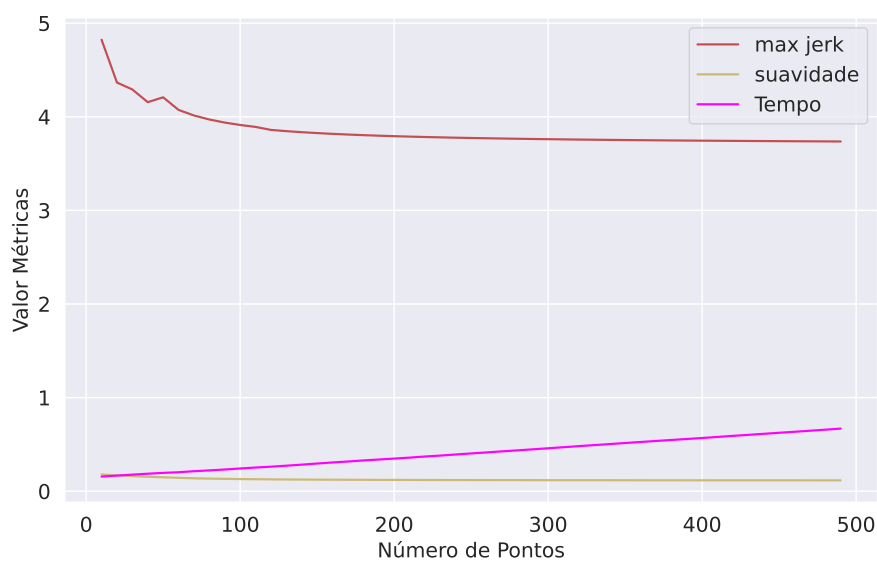


Fonte: Autor.

4.1.7 Número de Pontos na Fronteira do ROI

Foram realizados experimentos para analisar o comportamento das métricas em função do número de pontos distribuídos na borda da região de interesse. Observa-se que, enquanto o tempo continua a aumentar, as demais métricas tendem a se estabilizar após um determinado número de pontos. A Figura 37 ilustra essa relação.

Figura 37 – Número de pontos na fronteira do ROI



Fonte: Autor.

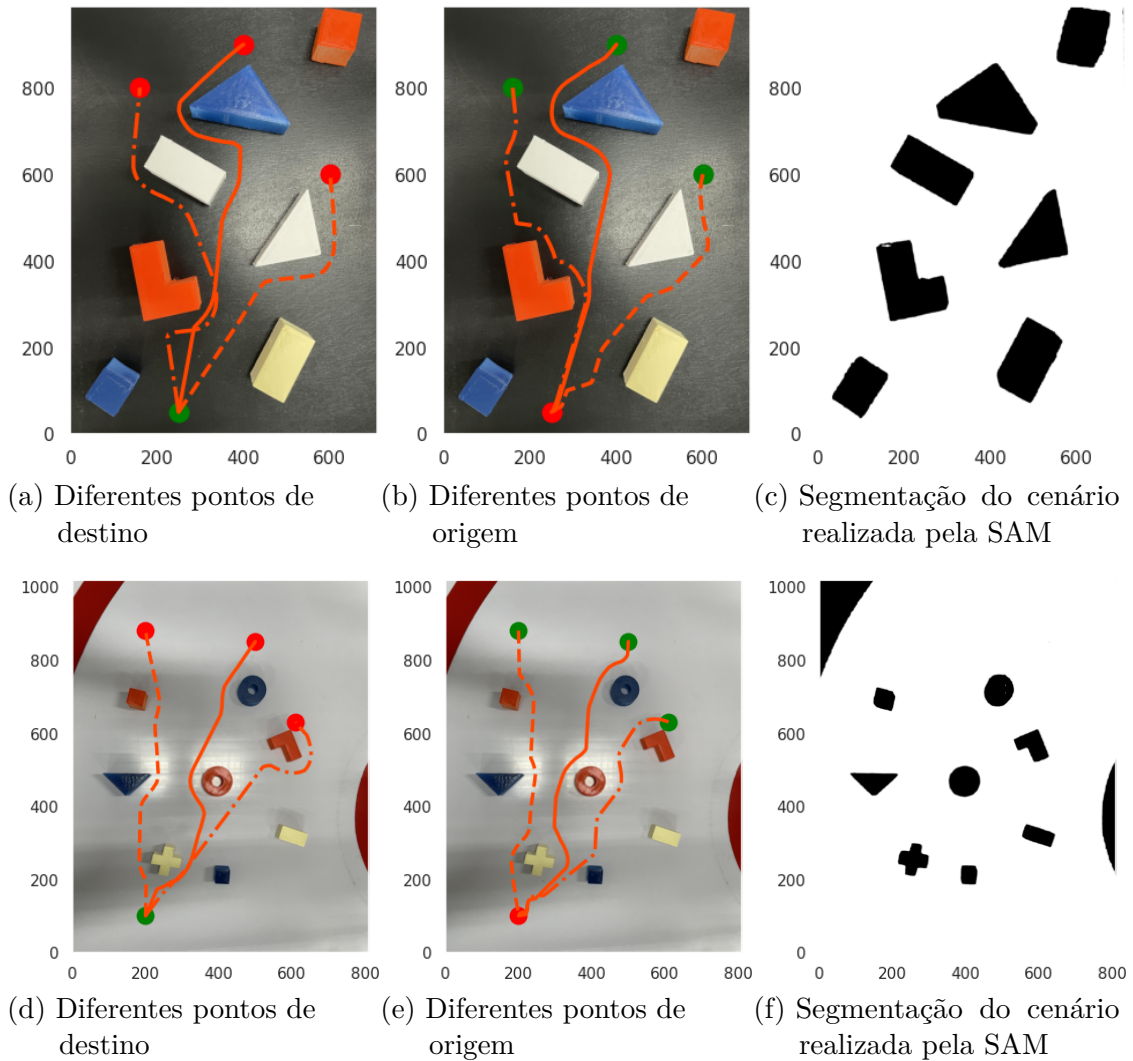
4.2 Encontrando Caminhos em Imagens Segmentadas

Foram realizados experimentos para encontrar trajetórias em imagens segmentadas, utilizando o modelo de segmentação desenvolvido por Kirillov et al. (2023). As imagens foram segmentadas por meio do método conhecido como *Segment Anything Model* (SAM), que utiliza técnicas de aprendizado profundo para realizar a segmentação automática, identificando e delimitando diferentes objetos ou regiões presentes na imagem. Nas Figuras 38a e 38d, os pontos finais foram alterados para gerar as trajetórias, enquanto nas Figuras 38b e 38e, a modificação foi realizada nos pontos iniciais. Essas abordagens permitem analisar como diferentes escolhas de pontos influenciam os caminhos gerados pelo método. As imagens apresentadas nas Figuras 38c e 38f mostram as imagens segmentadas do cenário. Com o objetivo de validar os caminhos planejados em um ambiente mais próximo da realidade, foram realizadas simulações tridimensionais com base nos mapas segmentados. Nessas simulações, foi avaliado se o robô seria capaz de percorrer as trajetórias sem colisões, respeitando as limitações cinemáticas. Detalhes dessas simulações estão apresentados no Apêndice A.

4.3 Discussão dos Resultados

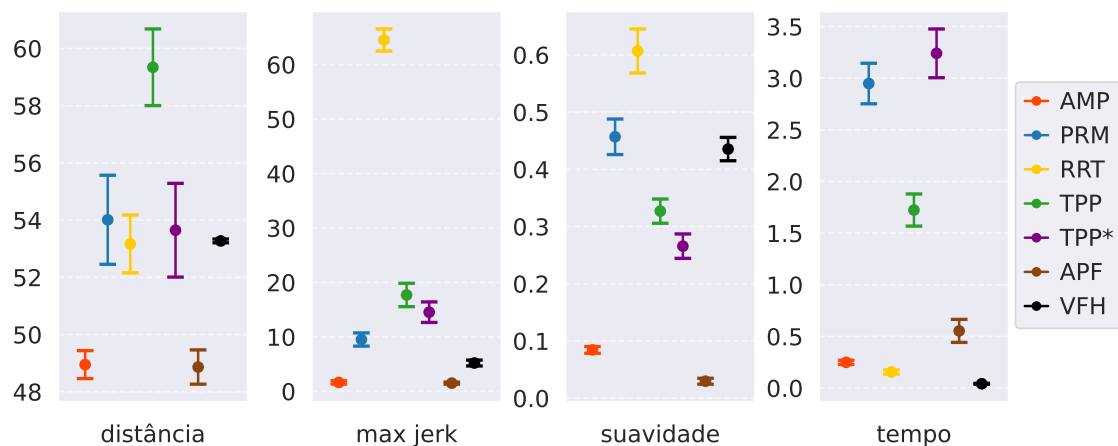
Uma característica notável do Método Proposto é sua superior suavidade em comparação com os métodos PRM, RRT, TPP, TPP*, e VFH conforme evidenciado pelas métricas de suavidade e *max jerk*, apresentadas na Tabela 2. A Figura 39 exibe essas métricas com intervalos de confiança de 95% (Neyman, 1937). Trajetórias menos suaves podem levar a movimentos ineficientes e potenciais problemas para robôs com restrições físicas específicas. Em contraste, o AMP gera uma trajetória significativamente mais suave, destacando sua eficácia na otimização do percurso para evitar obstáculos de forma segura. Isso é particularmente perceptível na Figura 19f, onde o AMP segue um caminho mais direto e consistente em comparação aos outros métodos. Esse desempenho é atribuído à inclusão do termo $\cos \theta_i$ na função de custo, que promove transições suaves entre os pontos, evitando movimentos abruptos e garantindo uma trajetória mais uniforme.

Figura 38 – Trajetórias de diferentes pontos de origem (representados em verde) para os respectivos pontos de destino (representados em vermelho), com imagem segmentada do cenário



Fonte: Autor.

Figura 39 – Análise das métricas de desempenho — distância, $\max \text{jerk}$, suavidade e tempo — com intervalos de confiança de 95%. A métrica de suavidade foi normalizada para que valores mais próximos de zero indiquem maior suavidade da trajetória

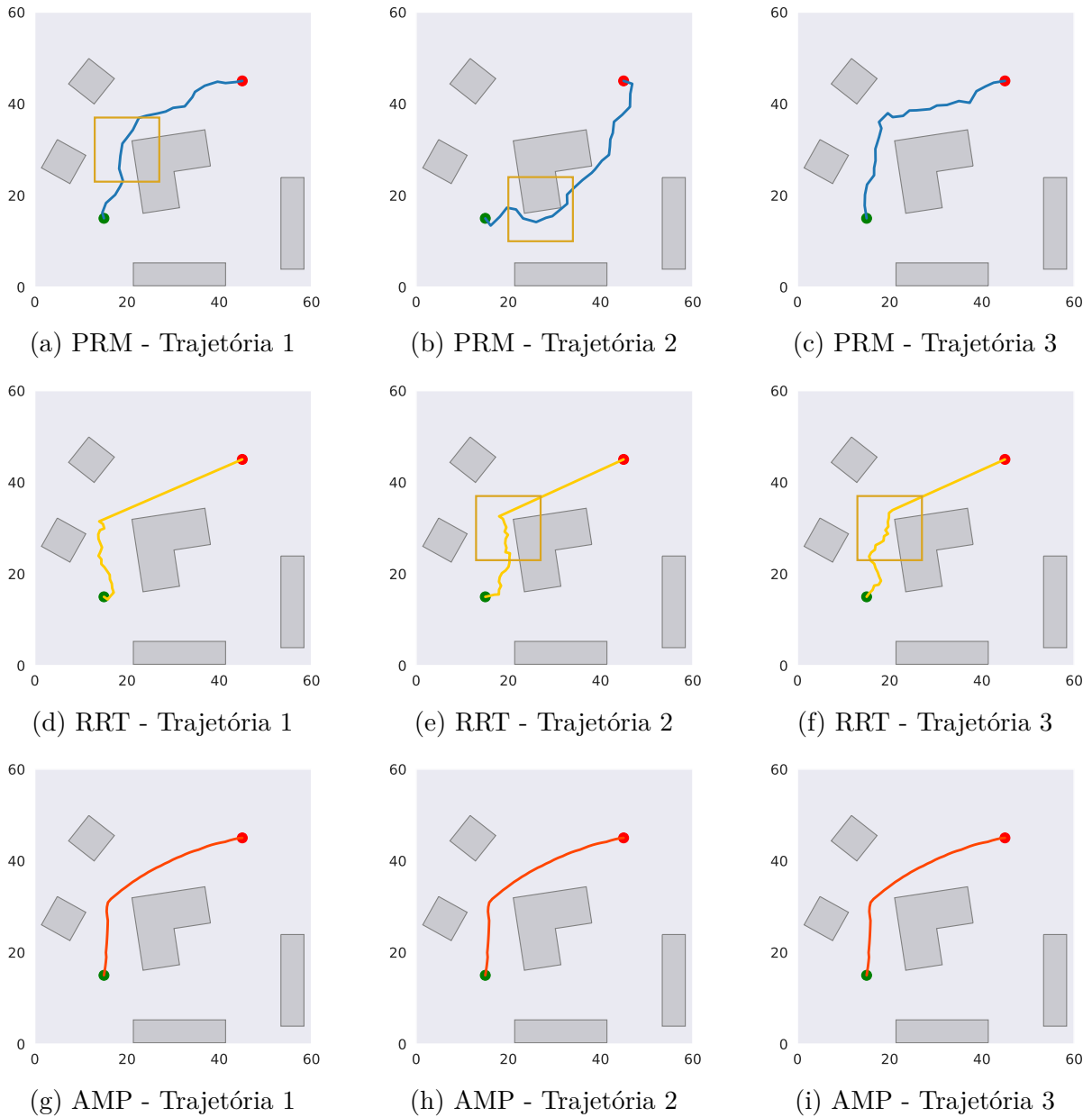


Fonte: Autor.

Outro aspecto relevante é a redução de colisões. Além do critério que busca evitar colisões diretamente, a consideração da distância entre o ponto selecionado e os obstáculos auxilia o robô a seguir um caminho mais seguro. Esse controle garante uma margem de segurança, reduzindo significativamente o risco de colisões e aumentando a confiabilidade da trajetória. A Figura 25 ilustra esse comportamento, mostrando como a margem de segurança é ajustada pelo parâmetro α_2 , que representa a distância ao obstáculo.

Quando comparado ao PRM, o método proposto apresenta diferenças significativas. A aleatoriedade na geração de pontos de amostragem do PRM faz com que o grafo gerado e, consequentemente, o caminho final variem a cada execução. De forma semelhante, o RRT também enfrenta a questão da aleatoriedade, pois a expansão da árvore depende de pontos gerados aleatoriamente, resultando em trajetórias diferentes mesmo para cenários idênticos. Em contraste, o método proposto seleciona os pontos de movimento com base em critérios bem definidos, como a distância ao objetivo ($d_Q(B_i)$), a distância aos obstáculos ($d_O(B_i)$) e a direção ($\cos \theta_i$), proporcionando previsibilidade e consistência nas trajetórias geradas. A Figura 40 ilustra a repetibilidade das trajetórias geradas pelos três métodos. É possível observar que, para um mesmo cenário, os algoritmos PRM e RRT geram caminhos diferentes, enquanto o AMP mantém a mesma trajetória, evidenciando sua estabilidade.

Figura 40 – Análise da repetibilidade nas trajetórias geradas: para cenários idênticos, os algoritmos PRM e RRT produzem caminhos distintos. Os retângulos amarelos destacam regiões próximas a obstáculos, onde pode ocorrer colisão



Fonte: Autor.

Embora o método APF apresente uma trajetória mais suave em comparação ao AMP, conforme indicado pelas métricas de suavidade e *max jerk* na Figura 39, essa diferença não é tão expressiva. No caso do *max jerk*, por exemplo, os intervalos de confiança não mostram uma variação relevante.

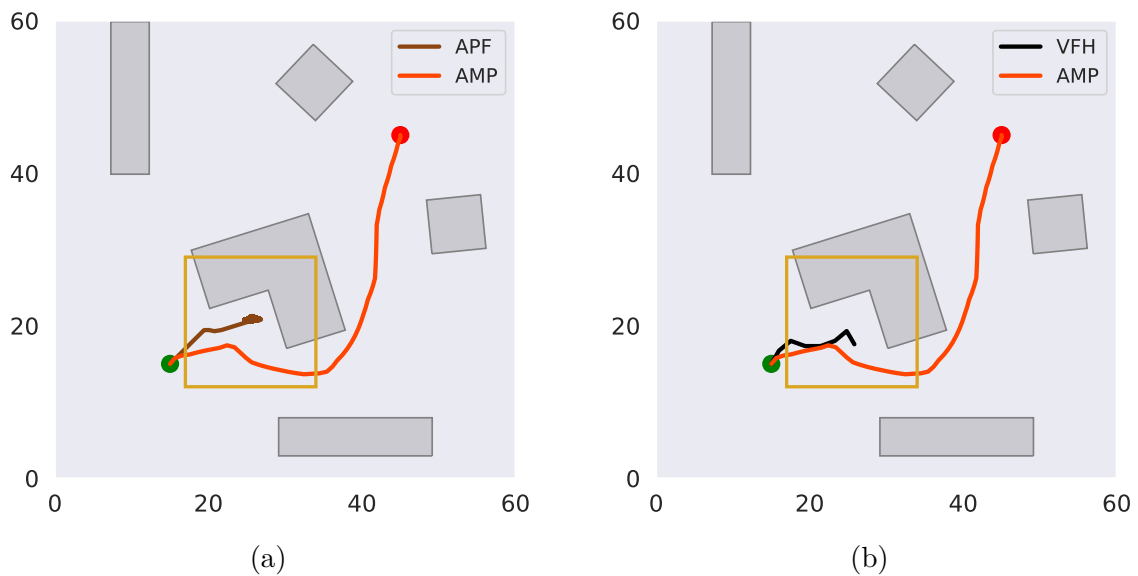
Além disso, uma limitação dos métodos APF e VFH é a sensibilidade aos parâmetros que controlam as forças atrativas e repulsivas ou o ajuste dos histogramas. A escolha inadequada desses parâmetros pode levar a problemas como mínimos locais. Embora seja possível mitigar esses efeitos com uma calibração cuidadosa, esse ajuste pode ser desafiador

e altamente dependente do ambiente, exigindo testes extensivos ou heurísticas específicas.

O método proposto, por outro lado, evita diretamente a dependência dessas forças, utilizando uma combinação de fatores ponderados para guiar a navegação. Além disso, o parâmetro γ , que regula a progressão do movimento em direção ao ponto escolhido B^* , adiciona flexibilidade ao processo. Em vez de se mover diretamente para o ponto ideal, o deslocamento ocorre de maneira fracionada, permitindo ajustes contínuos. Dessa forma, mesmo que o trajeto se aproxime de uma região propensa a mínimos locais, o método pode recalcular a rota e realizar ajustes sutis, reduzindo a necessidade de uma calibração rigorosa dos parâmetros.

Nos experimentos realizados, foram observados problemas relacionados a mínimos locais no APF e VFH, como ilustrado na Figura 41. Embora tanto o APF quanto o VFH possam superar esses problemas com uma parametrização adequada, o processo de ajuste pode ser trabalhoso e altamente dependente do cenário. Em contraste, o método proposto permite o ajuste dos parâmetros de forma mais simplificada.

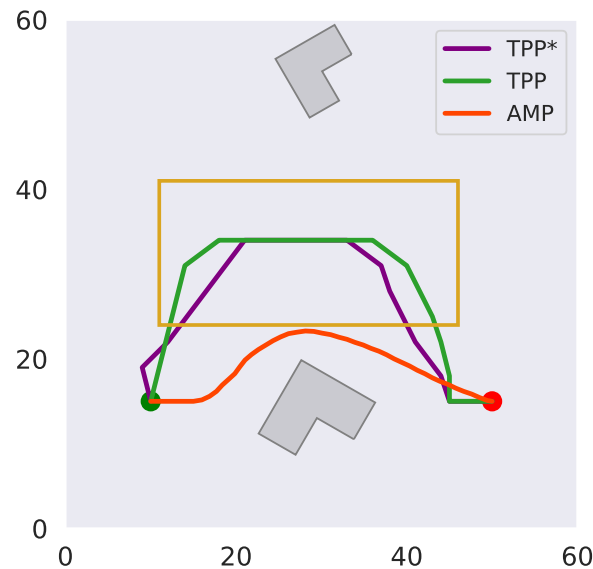
Figura 41 – Exemplo de ocorrência de mínimo local na trajetória gerada



Fonte: Autor.

O TPP e o TPP* geram caminhos equidistantes entre os obstáculos, mas não ajustam explicitamente a orientação do movimento, o que pode resultar em trajetórias menos eficientes. Nessas abordagens, há uma tendência para manter uma distância segura de todos os obstáculos, o que pode ser subótimo em cenários onde seria mais vantajoso ajustar essa distância para passar mais próximo ou mais distante de obstáculos específicos, como ilustrado na Figura 42.

Figura 42 – Análise da influência dos obstáculos na geração de desvios desnecessários nas trajetórias obtidas pelos métodos TPP e TPP*. O retângulo amarelo destaca o desvio no caminho



Fonte: Autor.

Para avaliar a eficiência energética dos métodos de planejamento de trajetórias, foi calculado o consumo médio de energia dos motores conjuntos. Os valores foram obtidos a partir dos torques calculados pelas Equações 2.5 e 2.6, e o consumo energético foi estimado conforme as Equações 2.7 e 2.8. A Tabela 11 apresenta o consumo médio de energia 100 cenários. Observa-se que o consumo médio de energia do método AMP é semelhante ao dos outros métodos analisados.

Tabela 11 – Consumo médio de energia de motores conjuntos para 100 cenários

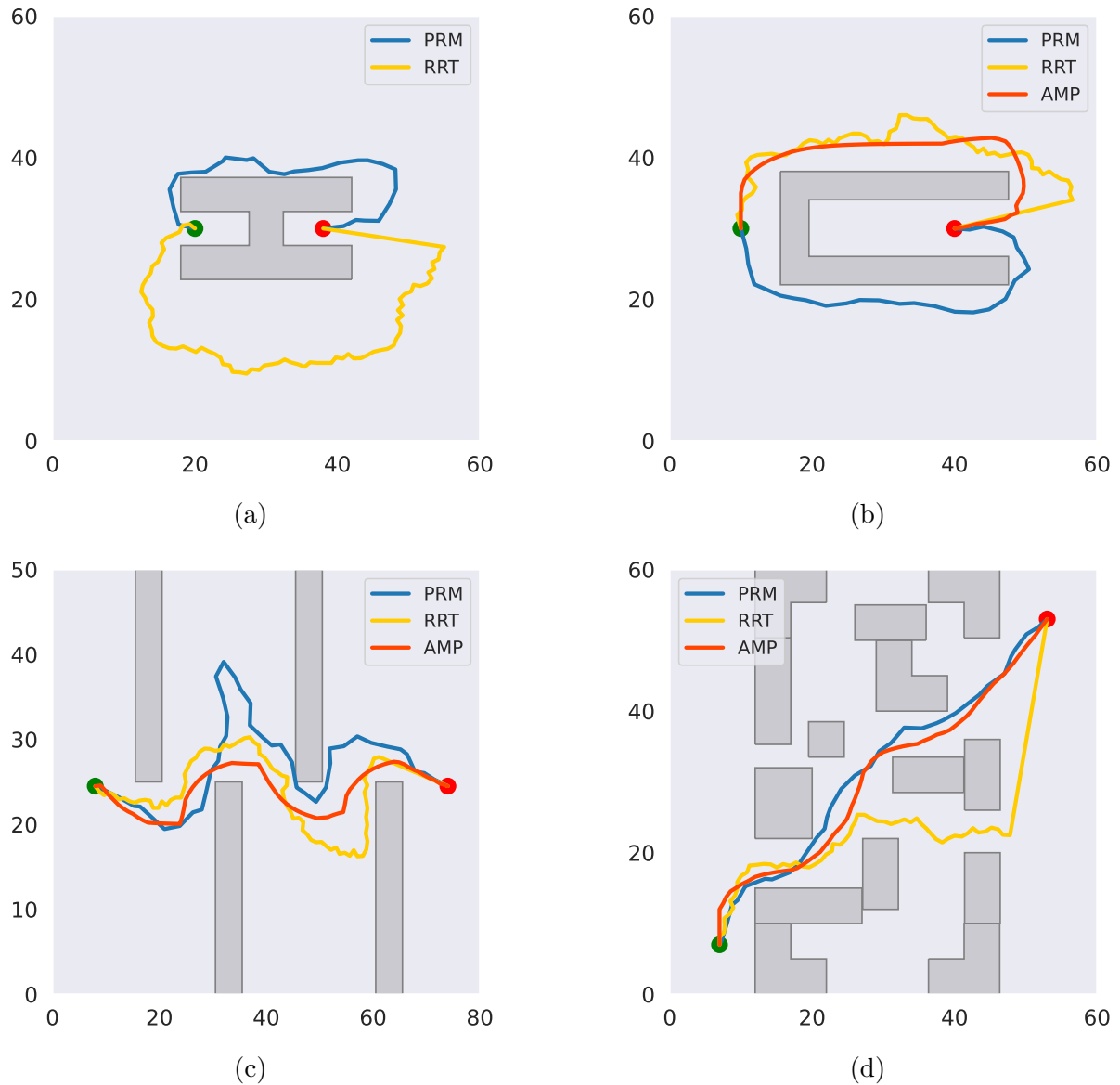
Método	Consumo de Energia (kWh)
AMP	$0,037 \pm 0,002$
PRM	$0,042 \pm 0,006$
RRT	$0,388 \pm 0,326$
APF	$0,036 \pm 0,003$
TPP	$0,048 \pm 0,012$
TPP*	$0,048 \pm 0,014$
VFH	$0,040 \pm 0,005$

Fonte: Autor.

4.4 Cenários Desafiadores

Nesta seção, comparamos o método proposto com o *Probabilistic Roadmap* (PRM) e o *Rapidly-exploring Random Tree* (RRT). A escolha desses métodos se deve à sua eficácia em encontrar soluções para os tipos de cenários analisados neste experimento. Neste trabalho, o método proposto utiliza parâmetros determinados empiricamente: $\alpha_1 = 0,790$, $\alpha_2 = 0,037$, $\alpha_3 = 0,200$, $\text{ROI} = 1,5 \times T$ e $\gamma = 12\%$ do ROI. Os resultados obtidos para diferentes cenários, comparando o desempenho dos métodos, são apresentados na Figura 43. A Tabela 12 exibe as médias e os desvios padrão das métricas obtidas. Os cenários simulados aqui representam problemas típicos enfrentados em tarefas realizadas por robôs articulados ou móveis, como inspeção, paletização, soldagem, montagem e organização de peças. Todos os cenários possuem dimensões de 60×60 cm e incluem obstáculos dispostos em formatos específicos, como H e U, além de trajetórias que exigem navegação evasiva. O objetivo é refletir desafios comuns de navegação e evitar colisões com os obstáculos.

Figura 43 – Caminhos gerados pelo AMP, PRM e RRT



Fonte: Autor.

Tabela 12 – Médias e desvios padrão das métricas de desempenho obtidas nos cenários simulados, comparando o método proposto (AMP) com os métodos probabilísticos PRM e RRT

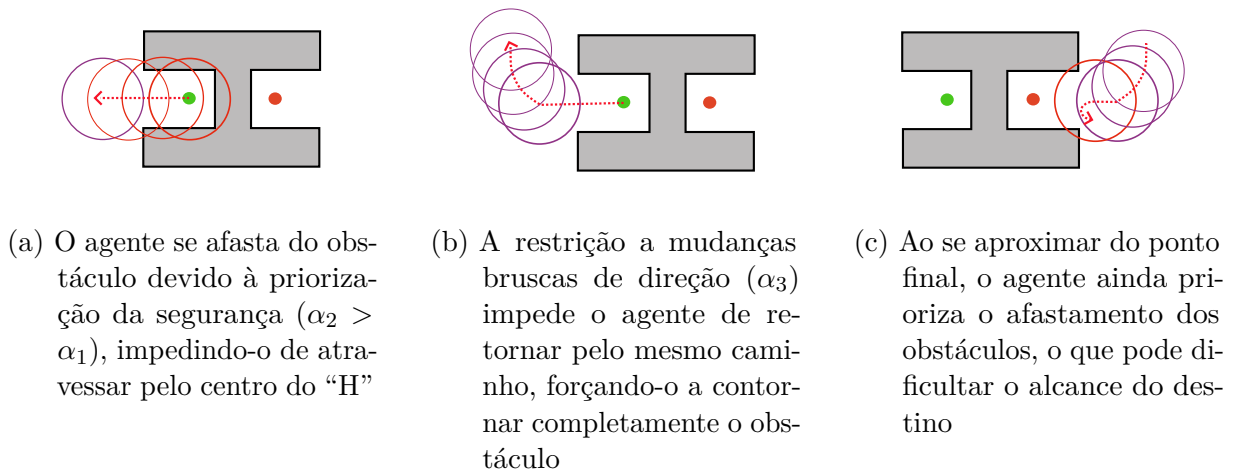
Método	Distância (cm)	Pontos	Suavidade	Max Jerk ($graus/s^3$)	Tempo (s)
PRM	$71,72 \pm 16,42$	$32,75 \pm 7,26$	$0,38 \pm 0,08$	$22,07 \pm 15,85$	$5,22 \pm 5,53$
RRT	$85,31 \pm 8,06$	$67,75 \pm 9,96$	$0,61 \pm 0,02$	$36,37 \pm 15,74$	$1,56 \pm 0,93$
AMP	$66,71 \pm 7,08$	$68,00 \pm 7,28$	$0,13 \pm 0,02$	$13,53 \pm 10,21$	$0,38 \pm 0,12$

Fonte: Autor.

No cenário apresentado na Figura 47a, o AMP não conseguiu encontrar uma solução para o trajeto. O problema ocorre porque, ao tentar alcançar o ponto final, o agente precisa

contornar um obstáculo em formato de “H”. Para isso, é necessário que o parâmetro α_2 tenha um valor maior do que α_1 , de modo que o agente priorize o afastamento dos obstáculos em vez de seguir diretamente para o destino. Como consequência, ele se distancia do “H” antes mesmo de tentar atravessá-lo, evitando colisões, conforme ilustrado na Figura 44a. Além disso, a restrição imposta pelo parâmetro α_3 a mudanças bruscas de direção impede que o agente retorne pelo mesmo caminho após evitar o obstáculo, obrigando-o a contorná-lo completamente, como mostrado na Figura 44b. Quando finalmente se aproxima do ponto final, a influência de α_2 ainda persiste, fazendo com que ele se afaste novamente do obstáculo, impedindo-o de alcançar seu destino, conforme ilustrado na Figura 44c. Esse comportamento leva o agente a um ciclo repetitivo, no qual sua estratégia de evitar obstáculos acaba prejudicando sua capacidade de concluir a trajetória com sucesso.

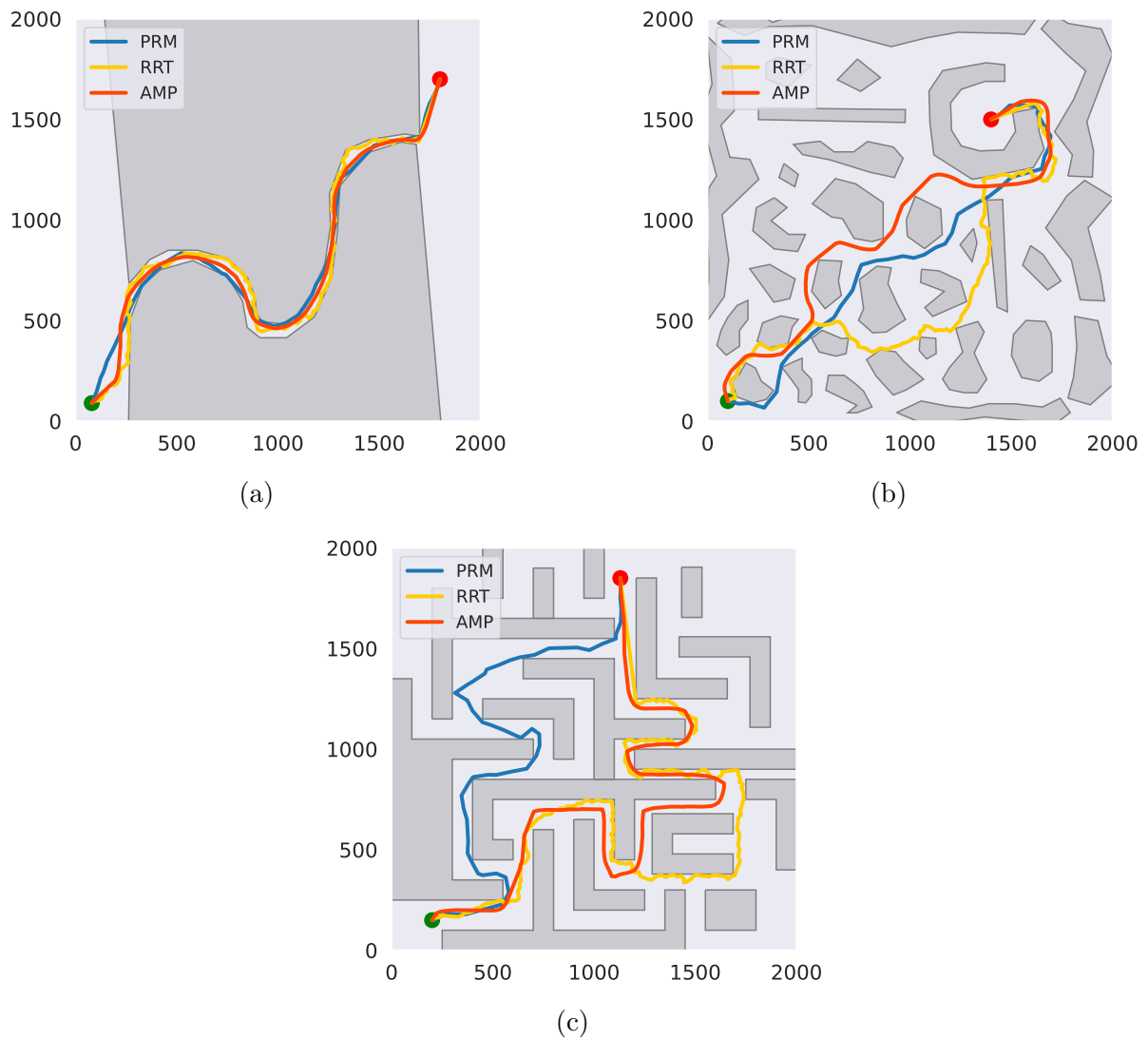
Figura 44 – Exemplo de comportamento cíclico do agente ao contornar o obstáculo em formato de “H”. O ponto inicial é representado em verde, enquanto o ponto final está em vermelho. As regiões de interesse são indicadas pelos círculos roxos e vermelhos



Fonte: Autor.

Além disso, também foram realizadas comparações em cenários com trajetórias mais exigentes, com obstáculos posicionados de forma a restringir o espaço disponível para o movimento, como corredores estreitos ou áreas com limitações geométricas (Kalisiak, 2009). Embora o objetivo principal do método seja aplicado à robótica colaborativa, observou-se que ele gerou soluções também em cenários de maior complexidade, típicos da robótica móvel. O AMP foi configurado com parâmetros definidos empiricamente: $\alpha_1 = 0,810$, $\alpha_2 = 0,037$, $\alpha_3 = 0,810$, $\text{ROI} = 18 \times T$ e $\gamma = 13\%$ do ROI. Os resultados obtidos para diferentes cenários, comparando o desempenho dos métodos, são apresentados na Figura 45. A Tabela 13 exibe a média e o desvio padrão das métricas obtidas.

Figura 45 – Cenários com trajetórias em espaços restritos



Fonte: Autor.

Tabela 13 – Médias e desvios padrão das métricas de desempenho obtidas em cenários com maior complexidade geométrica, comparando o método proposto (AMP) com os métodos PRM e RRT

Método	Distância (cm)	Pontos	Suavidade	Max Jerk ($graus/s^3$)	Tempo (s)
PRM	$3067,22 \pm 242,94$	$54,00 \pm 3,74$	$0,32 \pm 0,09$	$11,18 \pm 4,59$	$21,78 \pm 6,23$
RRT	$4158,21 \pm 782,87$	$190,33 \pm 30,94$	$0,56 \pm 0,03$	$10,53 \pm 1,73$	$19,85 \pm 19,31$
AMP	$3534,42 \pm 600,32$	$178,00 \pm 29,98$	$0,09 \pm 0,02$	$1,77 \pm 0,52$	$1,77 \pm 0,28$

Fonte: Autor.

5 Conclusões e Trabalhos Futuros

Na Seção 5.1, são apresentadas as conclusões do trabalho, enquanto a Seção 5.2 discute os trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

O método proposto para navegação demonstra destaque em vários aspectos quando comparado a métodos clássicos como PRM, RRT, APF, TPP, TPP*, APF e VFH, atendendo ao objetivo de comparar o método com outras abordagens descritas na literatura, em termos de suavidade, segurança e repetibilidade.

A capacidade de ajustar os parâmetros do método permite equilibrar fatores como segurança, eficiência energética e estabilidade da trajetória de acordo com as exigências do ambiente e da aplicação, tornando o método mais adequado para diferentes tipos de robôs móveis e colaborativos. Dessa forma, ele pode ser aplicado em uma ampla gama de cenários, desde ambientes dinâmicos e congestionados, onde a segurança deve ser priorizada, até espaços mais abertos, onde a eficiência e a fluidez do movimento são mais relevantes, como demonstrado nos experimentos. Assim, foi possível avaliar o desempenho do método em cenários simulados e reais, considerando diferentes configurações de parâmetros, conforme proposto nos objetivos específicos.

A preservação do momento no planejamento de trajetória também foi fundamental para otimizar o posicionamento do próximo movimento do agente. No método proposto, o momento refere-se à inércia do robô, levando em conta sua velocidade e a necessidade de transições suaves entre estados. Isso evita variações bruscas de aceleração, reduzindo impactos mecânicos e oscilações indesejadas. Além disso, a conservação do momento contribui para a economia de energia, como mostrado na Tabela 11, pois trajetórias mais suaves exigem menos ajustes corretivos e diminuem o consumo excessivo de energia. Dessa forma, o método reduz esforços mecânicos desnecessários e aumenta a longevidade dos sistemas robóticos, tornando-os mais eficientes e adaptáveis a diferentes cenários.

A distribuição uniforme de pontos ao longo da fronteira da região de interesse (ROI) contribui para uma cobertura previsível do espaço sensorizado, ou seja, a região do ambiente para a qual o robô possui informações disponíveis para a tomada de decisão. Dessa forma, o método demonstra repetibilidade, garantindo a consistência das trajetórias em cenários com a mesma configuração, atingindo o objetivo de avaliar a repetibilidade do método em diferentes condições conforme ilustrado na Figura 40.

O método proposto também foi capaz de resolver cenários com trajetórias que

exigem mudanças abruptas de direção ou navegação em espaços confinados, como zig-zags e labirintos. Sua capacidade de adaptação aos parâmetros permite encontrar soluções mais eficazes em comparação com métodos não parametrizados, como TPP e TPP*, conforme ilustrado na Figura 42.

5.2 Trabalhos Futuros

Futuras melhorias incluem o desenvolvimento de métodos para aprimorar o ajuste dinâmico e contínuo dos parâmetros durante a navegação, ampliando a aplicabilidade do sistema. Uma possível abordagem é utilizar a Transformada da Distância, que atribui a cada ponto do espaço sua distância em relação ao obstáculo mais próximo, permitindo avaliar a densidade local de obstáculos dentro da região de interesse. Dessa forma, em ambientes mais congestionados, o método pode priorizar trajetórias mais seguras, enquanto em áreas mais abertas, pode favorecer deslocamentos mais diretos e eficientes. Além disso, o tamanho do passo γ pode ser ajustado dinamicamente com base na mesma medida de densidade de obstáculos utilizada para α_2 , avaliada dentro da região de interesse. Em regiões menos obstruídas, o agente pode avançar em passos maiores, reduzindo o tempo de navegação, enquanto em áreas mais complexas, passos menores podem garantir um planejamento mais preciso. Outra direção relevante para pesquisas futuras é a avaliação do método em diferentes tipos de cenários, como o mapa Bugtrap e outros ambientes de referência indicados por Kalisiak (2009). Outra linha de investigação consiste em testar a seleção de pontos distribuídos aleatoriamente dentro da região de interesse, como alternativa à distribuição uniforme atualmente empregada.

Referências

- ASHOK, A. et al. Test tube assortment using scara robot platform. In: *2024 10th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*. Singapore: IEEE, 2024. p. 166–171. Citado na página 20.
- AVALOS, J.; RAMOS, O. E. Optimal time-jerk trajectory generation for robot manipulators. In: *2018 IEEE 2nd Colombian Conference on Robotics and Automation (CCRA)*. Barranquilla, Colombia: IEEE, 2018. p. 1–6. Citado na página 20.
- BATISTA, J. et al. Dynamic model and inverse kinematic identification of a 3-dof manipulator using rlspso. *Sensors*, MDPI, v. 20, n. 2, p. 416, 2020. Citado na página 22.
- BATISTA, J. G. et al. Collision avoidance for a selective compliance assembly robot arm manipulator using topological path planning. *Applied Sciences*, v. 13, n. 21, 2023. ISSN 2076-3417. Citado 5 vezes nas páginas 17, 18, 26, 27 e 39.
- BHATTACHARYA, S.; LIKHACHEV, M.; KUMAR, V. Topological constraints in search-based robot path planning. *Autonomous Robots*, Springer Science and Business Media LLC, v. 33, n. 3, p. 273–290, jun. 2012. ISSN 1573-7527. Citado na página 26.
- BORENSTEIN, J.; KOREN, Y. The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, IEEE, v. 7, n. 3, p. 278–288, 1991. Citado na página 30.
- CAMPBELL, S. et al. Path planning techniques for mobile robots a review. In: *2020 6th International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering (ICMRE)*. Barcelona, Spain: IEEE, 2020. p. 12–16. Citado 3 vezes nas páginas 23, 28 e 29.
- CHEN, Y.; LOU, Y. A vector field histogram based fuzzy planner for robot navigation in dense crowds. In: *2021 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*. Xining, China: IEEE, 2021. p. 756–761. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- DOBROKOVASHINA, A. et al. Human robot interaction in collaborative manufacturing scenarios: Prospective cases. In: *2022 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*. Tomsk, Russian Federation: IEEE, 2022. p. 1–6. Citado na página 17.
- FRANKLIN, C. S. et al. Collaborative robotics: New era of human–robot cooperation in the workplace. *Journal of Safety Research*, v. 74, p. 153–160, 2020. ISSN 0022-4375. Citado na página 17.
- FU, S. Robot path planning optimization based on rrt and apf fusion algorithm. In: *2024 8th International Conference on Robotics and Automation Sciences (ICRAS)*. [S.l.]: IEEE, 2024. p. 32–36. Citado na página 25.
- GASPARETTO, A.; ZANOTTO, V. A new method for smooth trajectory planning of robot manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, v. 42, n. 4, p. 455–471, 2007. ISSN 0094-114X. Acesso em: 10 dez 2024. Citado na página 40.

- GASPARETTO, A.; ZANOTTO, V. A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, v. 24, n. 3, p. 415–426, 2008. ISSN 0736-5845. Acesso em: 10 dez 2024. Citado na página 20.
- GASPARETTO, A.; ZANOTTO, V. Optimal trajectory planning for industrial robots. *Advances in Engineering Software*, v. 41, n. 4, p. 548–556, 2010. ISSN 0965-9978. Acesso em: 10 dez 2024. Citado na página 20.
- GEORGE, A. S.; GEORGE, A. The cobot chronicles: Evaluating the emergence, evolution, and impact of collaborative robots in next-generation manufacturing. v. 02, p. 89–116, 06 2023. Citado na página 17.
- GÜLTEKIN, A.; DIRI, S.; BECERIKLI, Y. Simplified and smoothed rapidly-exploring random tree algorithm for robot path planning. v. 30, p. 891–898, 04 2023. Citado na página 25.
- HARTENBERG, R.; DANAVID, J. *Kinematic Synthesis of Linkages*. New York: McGraw-Hill, 1964. Citado na página 21.
- HU, Z. et al. Application of rapidly exploring random tree algorithm in the scene of road network with scheduled tracks. In: *2017 2nd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*. [S.l.]: IEEE, 2017. p. 311–315. Citado na página 25.
- KALISIAK, M. *Motion planning maps*. 2009. Acesso em: 13 nov. 2024. Disponível em: <<https://imr.ciirc.cvut.cz/planning/maps.xml>>. Citado 3 vezes nas páginas 40, 69 e 72.
- KAVRAKI, L. et al. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 12, n. 4, p. 566–580, 1996. Citado na página 18.
- KAVRAKI, L. et al. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 12, n. 4, p. 566–580, 1996. Citado na página 24.
- KAZIM, I. J.; TAN, Y.; QASEER, L. Integration of de algorithm with pdc-apf for enhancement of contour path planning of a universal robot. *Applied Sciences*, v. 11, n. 14, 2021. ISSN 2076-3417. Citado na página 27.
- KHATIB, O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. In: *Proceedings. 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. St. Louis, MO, USA: IEEE, 1985. v. 2, p. 500–505. Citado na página 27.
- KHATIB, O. The potential field approach and operational space formulation in robot control. In: *Adaptive and Learning Systems: Theory and Applications*. Boston, MA: Springer, 1986. p. 367–377. Citado na página 18.
- KIRILLOV, A. et al. *Segment Anything*. 2023. Citado na página 61.
- KONG, L.; ZHONG, C.; WANG, C. Research on rigid-flexible coupling dynamics simulation of scara robot. In: *2022 International Symposium on Control Engineering and Robotics (IS CER)*. Singapore: IEEE, 2022. p. 87–94. Acesso em: 10 dez 2024. Citado na página 20.

- LAVALLE, S. M. Rapidly-exploring random trees: a new tool for path planning. In: *1998 Annual Research Report*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 1–10. Citado na página 25.
- LIU, C. et al. Unmanned maneuvering force route recommendation method based on improved artificial potential field method. In: *2021 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC)*. Xi'an, China: IEEE, 2021. p. 1–5. Citado na página 28.
- LIU, L. et al. Path planning techniques for mobile robots: Review and prospect. *Expert Systems with Applications*, v. 227, p. 120254, 2023. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095741742300756X>>. Citado na página 18.
- LUMELSKY, V.; STEPANOV, A. Dynamic path planning for a mobile automaton with limited information on the environment. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 31, n. 11, p. 1058–1063, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- MAKRINI, I. E. et al. Design of a collaborative architecture for human-robot assembly tasks. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2017. p. 1624–1629. Citado na página 17.
- MATHWORKS. *smoothness: Smoothness of path*. 2019. Acesso em: 11 set. 2024. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/nav/ref/pathmetrics.smoothness.html>>. Citado na página 39.
- MOHANRAJ, T.; PRASANTH, S.; KALAIARASAN, G. Simulation of obstacle avoidance for mobile robots using vector field histogram in player/stage platform. In: *Proceedings of the INTERNATIONAL JOURNAL OF ENGINEERING RESEARCH & TECHNOLOGY (IJERT) - NCICCT 2016*. Gandhinagar, India: IJERT, 2016. v. 4, n. 19. Special Issue - NCICCT 2016. Citado na página 31.
- NEYMAN, J. Outline of a theory of statistical estimation based on the classical theory of probability. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Royal Society, v. 236, n. 767, p. 333–380, 1937. ISSN 00804614. Citado na página 61.
- PATIL, S.; VASU, V.; SRINADH, K. V. S. Advances and perspectives in collaborative robotics: a review of key technologies and emerging trends. *Discover Mechanical Engineering*, v. 2, n. 1, p. 13, 2023. ISSN 2731-6564. Citado na página 17.
- SELVAGGIO, M. et al. Autonomy in physical human-robot interaction: A brief survey. *IEEE Robotics and Automation Letters*, v. 6, n. 4, p. 7989–7996, 2021. Citado na página 17.
- SHI, J. et al. Levels of human and robot collaboration for automotive manufacturing. In: *Proceedings of the Workshop on Performance Metrics for Intelligent Systems*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2012. (PerMIS '12), p. 95–100. ISBN 9781450311267. Citado na página 17.
- TAKAHASHI, O.; SCHILLING, R. Motion planning in a plane using generalized voronoi diagrams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 5, n. 2, p. 143–150, 1989. Citado na página 18.

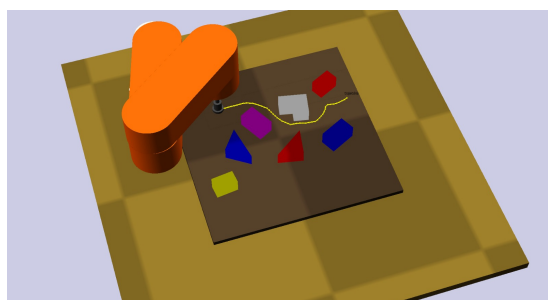
- TORRES, M.; RAMALHO, G. Collision-free local path planning: An approach using skeletonization. In: *Anais da XXIV Escola Regional de Computação Bahia, Alagoas e Sergipe*. Porto Alegre, RS, Brasil: SBC, 2024. p. 39–44. Citado na página 31.
- UNIVERSAL ROBOTS. *Sensores de contato: confira suas aplicações na robótica*. 2023. Acesso em: 16 maio 2025. Disponível em: <<https://www.universal-robots.com/br/blog/sensores-de-contato-confira-suas-aplicac%C3%B5es-na-rob%C3%B3tica/>>. Citado na página 18.
- WANG, Z. et al. Application of improved rapidly-exploring random trees (rrt) algorithm for obstacle avoidance of snake-like manipulator. In: *2020 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*. [S.l.]: IEEE, 2020. p. 490–495. Citado na página 25.
- XU, Z. et al. Optimal trajectory planning for manipulators with efficiency and smoothness constraint. *Electronics*, v. 12, n. 13, p. Article 2928, 2023. ISSN 2079-9292. Acesso em: 10 dez 2024. Citado na página 20.
- ZHANG, F.-Y. et al. An improved α -shapes algorithm for solving collaborative workspaces of dual scara robots based on monte carlo method. In: *2023 42nd Chinese Control Conference (CCC)*. Singapore: IEEE, 2023. p. 4120–4124. Acesso em: 10 dez 2024. Citado na página 20.
- ZHANG, Z. et al. Design for collaborative robot with 6 degree of freedom(dof). In: *2024 10th International Conference on Electrical Engineering, Control and Robotics (EECR)*. Guangzhou, China: IEEE, 2024. p. 56–62. Citado na página 19.
- ZOHAIB, M. et al. *Intelligent Bug Algorithm (IBA): A Novel Strategy to Navigate Mobile Robots Autonomously*. arXiv, 2013. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1312.4552>>. Citado na página 28.
- Ó'DÚNLAIN, C.; YAP, C. K. A “retraction” method for planning the motion of a disc. *Journal of Algorithms*, v. 6, n. 1, p. 104–111, 1985. ISSN 0196-6774. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0196677485900215>>. Citado na página 26.

Apêndices

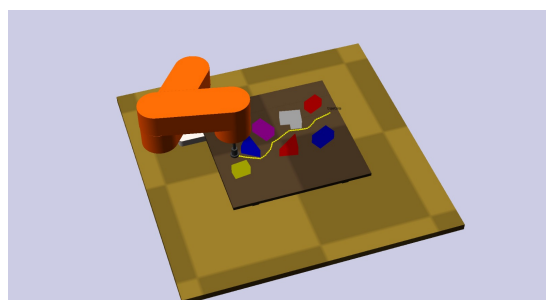
APÊNDICE A – Simulações 3D Realizadas com o Klampt

O Klamp't (Kris' Locomotion and Manipulation Planning Toolbox) é um software open-source multiplataforma voltado para modelagem e simulação de robôs. Destaca-se por oferecer ferramentas acessíveis para ensino, análise e desenvolvimento em robótica, com ênfase em locomoção e manipulação. Foram realizados experimentos com os cenários ilustrados na Figura 38 da Seção 4.2, os quais foram adaptados para uma área de 60×60 cm. Os seguintes parâmetros foram utilizados: $\alpha_1 = 0,840$, $\alpha_2 = 0,125$, $\alpha_3 = 0,340$, e $\gamma = 6\%$ do ROI, número de pontos = 100 e ROI = 2,25T. As Figuras 46 e 47 apresentam os experimentos realizados no ambiente de simulação.

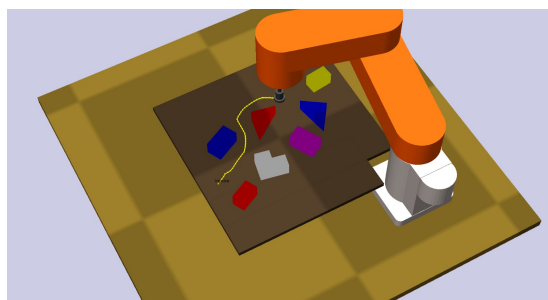
Figura 46 – Cenário 1 simulado em 3D no Klampt - Trajetórias de diferentes pontos de origem para os respectivos pontos de destino



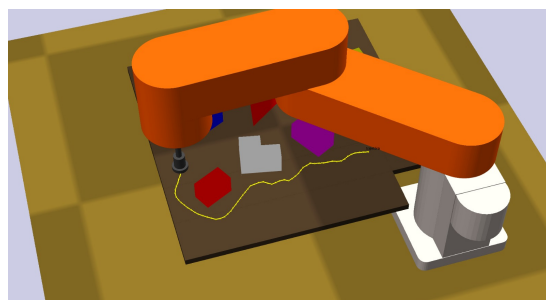
(a)



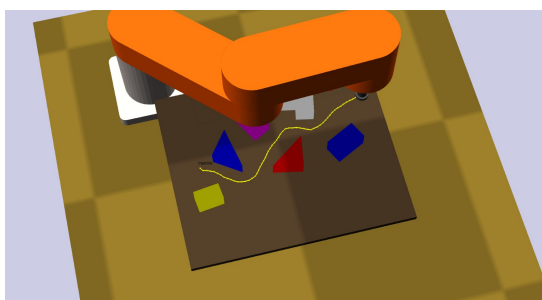
(b)



(c)



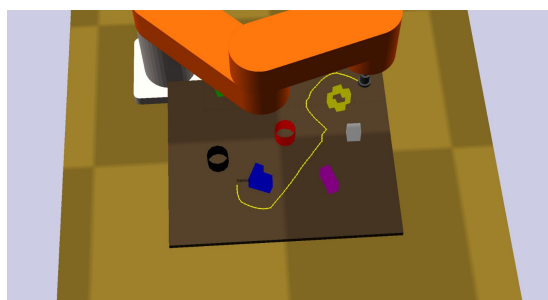
(d)



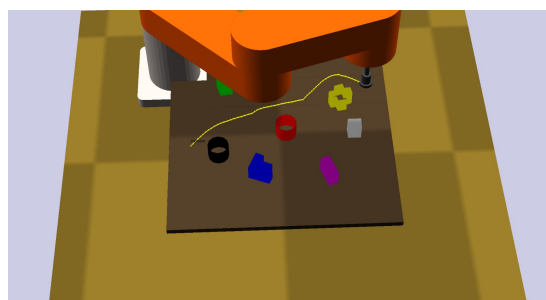
(e)

Fonte: Autor.

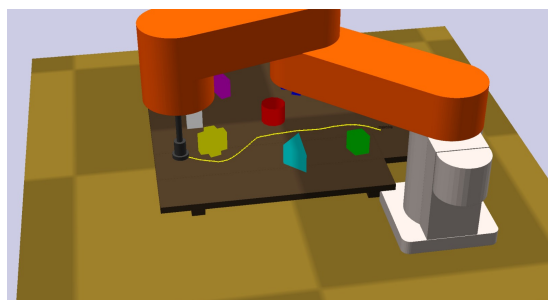
Figura 47 – Cenário 2 simulado em 3D no Klampt - Trajetórias de diferentes pontos de origem para os respectivos pontos de destino



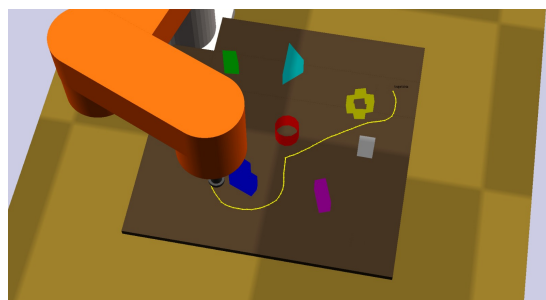
(a)



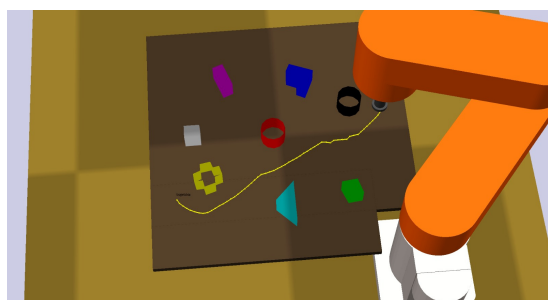
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Fonte: Autor.

As simulações tridimensionais possibilitaram verificar se as trajetórias planejadas no ambiente 2D mantinham-se viáveis em um contexto mais realista. Observou-se que os caminhos gerados evitaram colisões com obstáculos e apresentaram continuidade adequada para execução física. Essa análise reforça a aplicabilidade do método em robôs reais, demonstrando que a abordagem proposta mantém a viabilidade das trajetórias mesmo ao serem transpostas para ambientes simulados em 3D.