

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Anderson Lima de Oliveira

**Planejamento de Trajetórias para Manipulador Robótico Utilizando
Exploração de Custo do Mapa de Energia**

Fortaleza – CE

12 de maio de 2025

Anderson Lima de Oliveira

Planejamento de Trajetórias para Manipulador Robótico Utilizando Exploração de Custo do Mapa de Energia

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação.

Linha de Pesquisa: Processamento Digital de Imagens

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Luis Bezerra Ramalho

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação (PRPI)

Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação (PPGCC)

Fortaleza – CE

12 de maio de 2025



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)
Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação (PRPI)
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação (PPGCC)

Anderson Lima de Oliveira

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação, sendo aprovada pela Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará e pela banca examinadora:

**Orientador: Prof. Dr. Geraldo Luis Bezerra
Ramalho**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Luis Flavio Gaspar Herculano
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Francisco Nélío Costa Freitas
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará (IFCE)

Fortaleza – CE
12 de maio de 2025

*Este trabalho é dedicado a Deus, aos meus pais e meu irmão, a minha esposa e minha
filha.*

Agradecimentos

A Deus, por ter me dado forças e me sustentado até agora.

Aos meus pais, Antonio da Costa e Elisangela Lima, por todo apoio, dedicação e investimento em minha vida.

A minha esposa Maylane Florencio, por todo o amor, paciência, apoio e confiança que me proporcionou ao longo desta árdua jornada.

Ao meu tio Felipe, que sempre esteve presente e me direcionando nas fórmulas matemáticas.

Ao meu orientador, o professor Dr. Geraldo Luis Bezerra Ramalho e coorientador professor Dr. Josias Guimarães Batista, por toda confiança e direcionamento necessário nesta pesquisa.

Aos meus companheiros Marcelo e Régio e a todos os integrantes do LARI.

A todos os meus familiares e amigos que de forma direta ou indiretamente me deram forças e apoio durante todo o processo.

Agradeço a FUNCAP pelo apoio financeiro durante o processo de pesquisa.

*“Tudo tem o seu tempo determinado,
e há tempo para todo o propósito debaixo do céu.”
(Eclesiastes 3:1)*

Resumo

Esse trabalho propõe apresentar uma abordagem alternativa para o planejamento de rotas na robótica, adaptando o método Seam Carving para esse propósito. A abordagem proposta modifica a atuação do Seam Carving, definindo seu local de início e fim e não sendo aplicado em toda a dimensão do cenário, para criar trajetórias seguras em cenários de imagens óticas e simulados. A metodologia envolve a aplicação do método proposto em imagens de ambientes reais e simulados, utilizando diferentes filtros de energias para gerar o mapa. O desempenho do método proposto é comparado com métodos de planejamento de trajetórias, considerando métricas como a distância do trajeto, número de pontos, suavidade do caminho, *Jerk*, tempo de execução e o consumo de energia. Os resultados demonstram que a mudança do filtro no mapa de energia e os valores dos parâmetros influenciam na obtenção das trajetórias. Em comparação com os métodos tradicionais, o método ECE apresentou trajetórias mais suaves e com maior previsibilidade, garantindo maior segurança no planejamento de trajetórias para robótica.

Palavras-chave: Seam Carving. Planejamento de Trajetórias. Mapa de Energia. Robótica.

Abstract

This work proposes to present an alternative approach for route planning in robotics, adapting the Seam Carving method for this purpose. The proposed approach modifies the performance of Seam Carving, defining its start and end location and not being applied in the entire dimension of the scenario, to create safe trajectories in optical and simulated image scenarios. The methodology involves the application of the proposed method in images of real and simulated environments, using different energy filters to generate the map. The performance of the proposed method is compared with trajectory planning methods, considering metrics such as path distance, number of points, path smoothness, *Jerk*, execution time and energy consumption. The results demonstrate that changing the filter in the energy map and the parameter values influence the obtaining of trajectories. Compared to traditional methods, the ECE method presented smoother and more predictable trajectories, ensuring greater safety in trajectory planning for robotics.

Keywords: Seam Carving. Path Planning. Energy Map. Robotics.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de métodos globais para planejamento de trajetória. Por último, o método proposto nessa pesquisa.	15
Figura 2 – Exemplo de caminho gerado com Campo Potencial. As setas simbolizam as forças de atração e repulsão. O ponto verde é o ponto de início e o vermelho o ponto final. A linha azul representa o caminho obtido desviando do obstáculo cinza.	21
Figura 3 – Exemplo de caminho gerado com presença de mínimo local.	22
Figura 4 – Caminho gerado utilizando PRM com a presença de ligações entre nós.	23
Figura 5 – Caminho gerado utilizando TPP*.	24
Figura 6 – Caminho gerado utilizando RRT.	25
Figura 7 – Caminho gerado utilizando TPP.	26
Figura 8 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia do gradiente absoluto.	28
Figura 9 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia de sobel.	29
Figura 10 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia laplaciano.	31
Figura 11 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia de prewitt.	32
Figura 12 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o Mapa de energia de Canny com 3 sigmas diferentes.	34
Figura 13 – Manipulador SCARA.	36
Figura 14 – Visualização das coordenadas do manipulador SCARA.	37
Figura 15 – Utilização do método Seam Carving. linhas vermelhas na horizontal ou vertical simbolizando o <i>seam</i> . No centro são apresentados os mapa de energia utilizados. No fim a imagem após a aplicação de redimensionamento.	40
Figura 16 – As três matrizes utilizadas pelo método proposto. Primeira matriz é referente ao mapa de energia da imagem de entrada. A segunda matriz representa o custo acumulado. A Terceira matriz é a <i>Backtrack</i> , utilizada para reconstruir o caminho de energia.	41
Figura 17 – Diversas iterações das matrizes na execução do método.	45
Figura 18 – Exemplos dos modelos dos cenários utilizados pelos métodos.	48
Figura 19 – Mapas de energia de imagens óticas de cenários obtidos pelos diversos filtros de energia utilizando os valores da Tabela 5.	52

Figura 20 – Rotas obtidas em cenários de imagens óticas medida em pixels, utilizando os mapas de energia e os valores dos parâmetros da Tabela 5.	53
Figura 21 – Rotas obtidas em cenários de imagens óticas medida em pixels, utilizando cada mapa de energia com os valores apresentados na Tabela 5. O quadrado amarelo representando uma colisão ou maior proximidade com obstáculo.	54
Figura 22 – Comparativo das rotas em um cenário que não necessita desviar de obstáculos.	56
Figura 23 – Comparativo das rotas em um cenário com um obstáculo.	57
Figura 24 – Exemplos de execuções do mesmo cenário resultando em rotas distintas pelos métodos RRT e PRM, enquanto o método ECE retorna a mesma rota.	58
Figura 25 – Manipulador robótico seguindo a rota em diferentes cenários.	59
Figura 26 – Resultados dos Thetas obtidos pelos métodos. L1 e L2 simbolizando os valores da movimentação das juntas do manipulador a cada iteração na rota obtida.	60
Figura 27 – Resultados dos Thetas obtidos pelos métodos. L1 e L2 simbolizando os valores da movimentação das juntas do manipulador a cada iteração na rota obtida.	61
Figura 28 – Simulação 3D do manipulador seguindo a rota obtida pelo método ECE em diferentes cenários.	62
Figura 29 – Valores dos Torques obtidos pelos métodos. T1 e T2 representando os valores obtidos pela força aplicada pelas juntas do manipulador a cada iteração.	64
Figura 30 – Valores dos Torques obtidos pelos métodos. T1 e T2 representando os valores obtidos pela força aplicada pelas juntas do manipulador a cada iteração.	65
Figura 31 – Cenários que demonstram a limitação do método. Proximidade do ponto de início e fim do obstáculo e incapacidade de realizar contornos. . . .	66
Figura 32 – Rotas obtidas pelo método ECE aplicado em cenários associados a robótica móvel.	67

Lista de tabelas

Tabela 1 – Métodos utilizados, suas características e limitações específicas.	17
Tabela 2 – Custo computacional necessário para obtenção do mapa de energia. . .	35
Tabela 3 – Parâmetros D-H para o manipulador SCARA.	37
Tabela 4 – Parâmetros para a criação dos cenários simulados utilizados para testes.	48
Tabela 5 – Mapas de energia, seus parâmetros ajustáveis e os valores utilizados para obtenção dos mapas de energia.	49
Tabela 6 – Métricas comparativas entre mapas de energia.	50
Tabela 7 – Quantidade de colisões em 20 testes de cenários de imagens óticas. . .	51
Tabela 8 – Métricas comparativas entre métodos para traçar rotas.	55
Tabela 9 – Quantidade de cenários que apresentam convergência de rota e parâme- tros utilizados pelos métodos.	55
Tabela 10 – Consumo de energia do manipulador.	57

Lista de abreviaturas e siglas

SCARA	Selective Compliance Assembly Robot Arm
LARI	Laboratório de Automação e Redes Industriais
ECE	Energy Cost Exploration
PRM	Probabilistic Roadmap
TPP	Topological Path Planning
APF	Artificial Potential Field
GVD	Generalized Voronoi Diagram
RTT	Rapidly-exploring Random Trees
DH	Denavit-Hartenberg
PDI	Processamento Digital de Imagens
IA	Inteligência Artificial

Lista de símbolos

α	Letra grega alfa
π	Letra grega pi
θ	Letra grega theta
δ	Letra grega delta
O	Letra grega O
σ	Letra grega sigma
Σ	Letra grega sigma
sin	Seno
cos	Cosseno
tan	Tangente
P	Potência
W	Watts
∇	Nabla

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivos	18
1.1.1	Objetivos Gerais	18
1.1.2	Objetivos Específicos	18
1.2	Contribuições	18
1.3	Estrutura da Dissertação	18
2	MÉTODOS RELACIONADOS	20
2.1	Métodos para planejamento de rotas	20
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
3.1	Mapas de Energia	27
3.1.1	Gradiente Absoluto	27
3.1.2	Sobel	28
3.1.3	Laplaciano	30
3.1.4	Prewitt	31
3.1.5	Canny	33
3.2	Manipulador SCARA	35
3.3	Cinemática direta	36
3.4	Cinemática inversa	38
3.5	Seam Carving	39
4	METODOLOGIA	41
4.1	Método Proposto	41
4.1.1	Dados	41
4.1.2	Ponto de Início e Fim	42
4.1.3	Matriz de Custo Acumulado	42
4.1.3.1	Inicialização	42
4.1.3.2	Propagação do Custo Acumulado	43
4.1.3.3	Matriz <i>Backtracking</i> e a Reconstrução do Caminho	44
4.2	Métricas de avaliação	46
4.3	Cenários	47
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	49
5.1	Análise dos mapas de energia	49
5.2	Análise dos métodos globais	54

5.3	Análise das movimentações do manipulador	58
5.4	Limitações e outras aplicações	66
6	CONCLUSÕES	68
7	TRABALHOS FUTUROS	69
	REFERÊNCIAS	70

1 Introdução

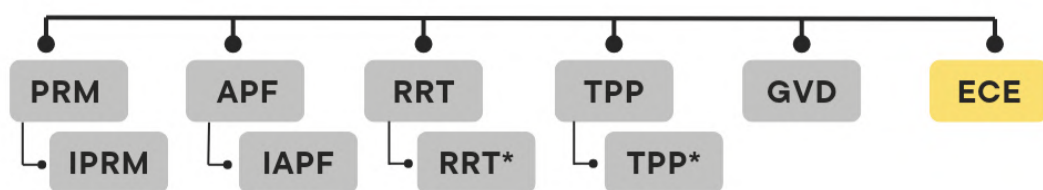
De acordo com Cordeiro, Reis e Fernandes (2023), a indústria 4.0 surge como uma nova era de transformação industrial, evidenciada pela utilização e integração de avançadas técnicas, como uso de Internet das Coisas (IoT) apresentado por Soori, Arezoo e Dastres (2023), inteligência artificial no trabalho de Jan et al. (2023) e Big Data demonstrado por Souza et al. (2023) nos processos e atuações de robôs em indústrias. Atuando de maneira diferente dos robôs tradicionais, que executam suas tarefas isolados de outros robôs ou humanos, os robôs colaborativos, ou cobots (Liu Fu Guo; Duffy, 2024), são desenvolvidos para atuar em conjunto, otimizando processos (Weiss; Wortmeier; Kubicek, 2021).

Neste tipo de abordagem é necessário planejamento, controle e que os sistemas sejam capazes de garantir a segurança enquanto estiverem efetuando seu trabalho. Associado à robótica destaca-se diversos desafios, Correia e Caurin (2018) exploram a segurança na trajetória, Niku (2011) demonstra a atuação em ambientes desconhecidos e entre outros desafios o trabalho de Gasparetto et al. (2012) demonstra como o planejamento de trajetórias livres de colisão se mostra como um fator crítico.

Os manipuladores devem ser capazes de efetuar seus movimentos, evitar obstáculos e executar suas tarefas no ambiente sem comprometer a segurança. Em meio a aplicações industriais essa necessidade é ainda mais evidente, em que manipuladores compartilham o mesmo espaço físico com operadores, necessitando assim de movimentos repetitivos e previsíveis. Para superar esses desafios, diversas técnicas têm sido exploradas na busca de trajetórias para manipuladores (Aronov et al., 1999).

A Figura 1 apresenta métodos clássicos globais para o planejamento de trajetórias utilizados por manipuladores e o método ECE proposto nesta pesquisa. Métodos globais são caracterizados pela utilização de informações completas do ambiente para obter as rotas. Além das abordagens clássicas, a imagem também inclui versões aprimoradas, essas versões buscam superar limitações específicas apresentadas nos métodos clássicos.

Figura 1 – Diagrama de métodos globais para planejamento de trajetória. Por último, o método proposto nessa pesquisa.



Fonte: Autor.

Entre os métodos apresentados, destaca-se o trabalho de Kavraki et al. (1996) (PRM), caracterizado por sua capacidade de obter rotas nos cenários por meio da geração de amostras aleatórias conectadas por arestas. Visando melhorar sua aplicação, o trabalho de Cao et al. (2019) apresenta o Improved PRM (IPRM), uma versão que utiliza estratégias adaptativas de nós próximos a obstáculos, otimizando a conectividade em passagens estreitas e ampliando a capacidade de criação de rotas.

Da mesma forma, o método apresentado por Khatib (1986) (APF), faz uso de forças de atração e repulsão para movimentar o manipulador e obter a trajetória. Apresentado por Chen, Ma e Shao (2019), o método Improved APF (IAPF) visa amenizar algumas limitações, como de mínimos locais por meio da introdução dinâmica de obstáculos e alvos virtuais. Além disso, otimiza os parâmetros utilizados pelo método, como as forças de atração e repulsão, melhorando a adaptabilidade do método a diversos cenários.

De modo semelhante, proposto por Lavalley (1998) (RRT), o método obtém a trajetória explorando o cenário de forma rápida através de árvores aleatórias, sendo aprimorado no trabalho de Mashayekhi et al. (2020) para a versão RRT*, que une a rapidez do RRT e uma busca utilizando duas árvores, obtendo uma rota mais rapidamente e necessitando de menos iterações, especialmente em cenários com obstáculos complexos, resultando em trajetórias mais suaves. Além dessas técnicas, outras abordagens globais merecem destaque, como o método baseado em caminhos topológicos (TPP), utilizado por Batista et al. (2023). E o método destacado por Takahashi e Schilling (1989) (GVD), fazendo uso de diagramas de Voronoi, para garantir o distanciamento seguro na rota entre o manipulador e os obstáculos.

Dentre as limitações apresentadas, destaca-se que os métodos analisados, devido às suas características, são aplicados em ambientes simulados. Essa abordagem dificulta a aplicação em imagens óticas, necessitando do processo de segmentação dos cenários (Moore et al., 2023). Superar essas limitações motiva a busca por novas estratégias capazes de lidar com cenários reais. A Tabela 1 apresenta de maneira resumida as principais características para obtenção da rota e limitações presentes nos métodos clássicos.

Tabela 1 – Métodos utilizados, suas características e limitações específicas.

Método	Características	Limitações
PRM (Liu; Chang; Liu, 2009)	• Cria um grafo conectando nós. • Utiliza amostragem aleatória do espaço de trabalho.	• Baixa previsibilidade da rota. • Necessita de segmentação de obstáculos para aplicação em imagens óticas.
GVD (Takahashi; Schilling, 1989)	• Obtém caminhos seguros ao manter distância máxima da colisão. • Utiliza diagramas de voronoi.	• Caminhos podem ser mais longos. • Necessita de segmentação de obstáculos para aplicação em imagens óticas.
APF (Khatib, 1986)	• Forças de atração e repulsão para a movimentação. • Utilização pode ser combinada com outras abordagens.	• Pode apresentar mínimos locais. • Necessita de segmentação de obstáculos para aplicação em imagens óticas.
RRT (Lavalle, 1998)	• Exploração rápida do cenário por meio de árvores. • Adaptável para cenários dinâmicos e de alta complexidade.	• Baixa previsibilidade da rota. • Necessita de segmentação de obstáculos para aplicação em imagens óticas.
TPP (Battista et al., 2023)	• Caminhos topológicos. • Adequado para cenários conhecidos.	• Utilização de algoritmo de busca de menor caminho. • Necessita de segmentação de obstáculos para aplicação em imagens óticas.

Fonte: Autor.

Na área de processamento digital de imagens (PDI), um método específico apresenta potencial de ser adaptado para o objetivo de traçar rotas. Apresentado por Avidan e Shamir (2007), tem-se o Seam Carving. Esta abordagem baseia-se em identificar os caminhos de menor energia presentes em uma imagem, permitindo assim a remoção ou inserção de pixels de maneira que preserve o seu conteúdo. Sendo assim, este trabalho visa explorar a capacidade de uma abordagem, adaptando o método Seam Carving, utilizando seus conceitos de mapas de energia e busca de menor caminho, como uma técnica para planejamento de trajetórias livres de colisão e por fim, avaliar como a proposta abordada apresenta vantagens e avanços em relação aos métodos clássicos.

Nesse contexto de métodos globais para planejamento de rotas, esta pesquisa apresenta o método *Energy Cost Exploration* (ECE). Por não conter nenhuma otimização, o método ECE é comparado aos métodos clássicos, com o objetivo de avaliar sua eficiência e viabilidade em diversas configurações de cenários. Sua principal característica é a utilização do custo energético acumulado para a escolha da rota, dessa forma gerando as seguintes hipóteses:

- **H1** - A adaptação do uso do Seam Carving e de seu mapa de energia, original-

mente desenvolvido para processamento de imagens, pode fornecer trajetórias mais suaves e seguras para o planejamento de rotas.

- **H2** - Devido ao modo que o Seam Carving busca o caminho de menor energia, pode-se garantir a repetibilidade das trajetórias, proporcionando maior previsibilidade na execução do caminho.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos Gerais

Desenvolver um método para o planejamento de rotas global, baseado nas características da técnica Seam Carving e adaptando seu uso para obter rotas seguras em cenários com obstáculos.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Modificar o método Seam Carving para gerar rotas seguras em ambientes robóticos, avaliando seu desempenho em diferentes configurações de cenários.
- Comparar a abordagem proposta com métodos de planejamento de rotas clássicos, utilizando métricas de avaliação quantitativas e qualitativas.

1.2 Contribuições

Este trabalho apresenta uma abordagem alternativa na criação de rotas para ambientes de robótica, aplicado em cenários de imagens óticas e simulados. Esta pesquisa resultou nas seguintes contribuições:

1- Artigo publicado no Journal of Bioengineering, Technologies and Health (Oliveira; Ramalho, 2024a).

2- Artigo que apresenta o método de planejamento de rotas baseado no custo de energia, publicado nos Anais da XXIV Escola Regional de Computação Bahia, Alagoas e Sergipe (Oliveira; Ramalho, 2024b).

1.3 Estrutura da Dissertação

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: o Capítulo 2 consiste na revisão bibliográfica, apresentando métodos clássicos para o planejamento de rotas presentes no estado-da-arte, utilizados para comparação nesta pesquisa. No Capítulo 3, os fundamentos teóricos básicos são apresentados, como os filtros para o mapa de energia, o manipulador

robótico, o *Seam Carving* e conceitos de cinemática. O Capítulo 4 descreve as características dos cenários utilizados para testes e validação entre os métodos e detalha a abordagem proposta. No Capítulo 5, os resultados obtidos são apresentados, discutidos e analisados por meio da avaliação de métricas quantitativas e qualitativas. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões desta pesquisa e o Capítulo 7 apresenta os trabalhos futuros.

2 Métodos Relacionados

Na seguinte seção são apresentados métodos presentes no estado-da-arte na área de planejamento de trajetórias, que são utilizados para comparação com o método proposto.

2.1 Métodos para planejamento de rotas

Com o avanço das pesquisas na área da robótica, vários métodos foram desenvolvidos com o propósito de resolver o problema de trajetórias de rotas. Cada método utilizando abordagens únicas para obtenção da rota. Dentre os diversos métodos, destaca-se o APF (*Artificial Potential Field*), proposto por Khatib (1986), cuja abordagem é baseada em conceitos da área da física, em que a presença de forças é utilizada para movimentar o manipulador, desviar de obstáculos e guiar seus movimentos até o ponto de destino, como apresentado na Figura 2. Esses campos de força podem ser de repulsão, como o presente no ponto inicial, dado pela seguinte equação (LaValle, 2006):

$$U_r(x, y) = \frac{K_r}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}, \quad (2.1)$$

em que K_r simboliza a intensidade da repulsão inicial, x_0 e y_0 o ponto de início do robô e x e y local de referência para o APF, ou a força de repulsão exercida pelos obstáculos, representada por (Silva et al., 2014):

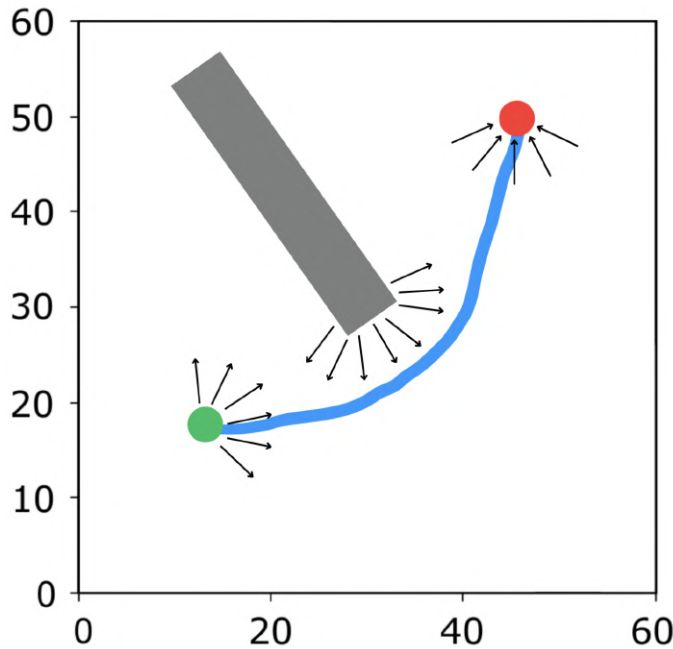
$$U_o(x, y) = \frac{K_o}{\sqrt{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2}}, \quad (2.2)$$

em que K_o representa a intensidade de repulsão dos obstáculos, x_o e y_o representam os pontos dos obstáculos. Enquanto o ponto de destino exerce uma força de atração descrita por (Silva et al., 2014):

$$U_a(x, y) = \frac{1}{2}K_a[(x - x_f)^2 + (y - y_f)^2], \quad (2.3)$$

no qual k_a descreve a intensidade de atração do ponto de destino, x_f e y_f descrevem a posição do ponto de destino. Essas equações representam as forças de atração ou repulsão dos diferentes elementos presentes no ambiente em questão.

Figura 2 – Exemplo de caminho gerado com Campo Potencial. As setas simbolizam as forças de atração e repulsão. O ponto verde é o ponto de início e o vermelho o ponto final. A linha azul representa o caminho obtido desviando do obstáculo cinza.



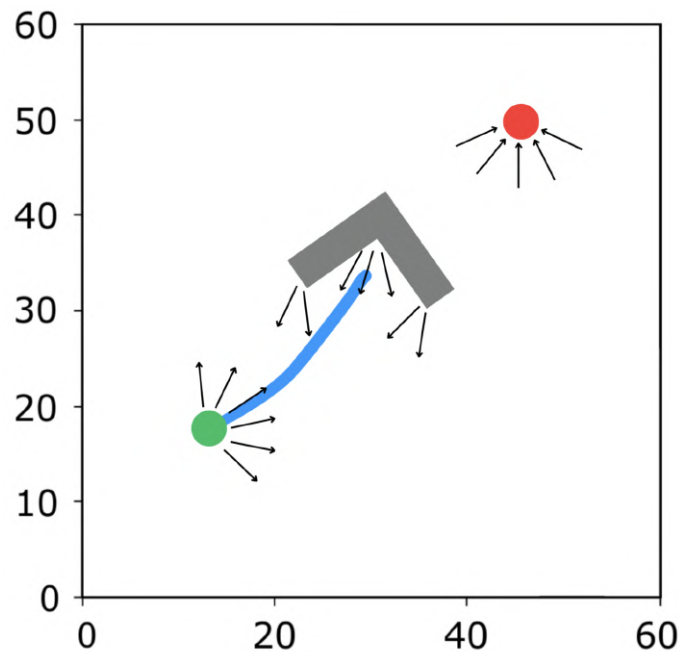
Fonte: Autor.

A atuação dessas forças determinam a direção do movimento mais adequado em cada instante, permitindo a criação da rota em ambientes diversos, ajustando o curso conforme as condições do ambiente. Uma das principais contribuições desta abordagem é a sua implementação simples, tornando-a bastante utilizada em aplicações práticas.

No entanto, o APF também apresenta algumas limitações na sua abordagem sobre o problema de planejamento de rotas. Configurações específicas do ambiente podem ocasionar em mínimos locais, como apresentado na Figura 3, em que essas áreas apresentam forças que se anulam, impedindo assim a convergência. Além disso, a necessidade de constantes ajustes de parâmetros para ambientes diversos também se mostra como uma limitação.

Para enfrentar essas limitações, surgiram abordagens híbridas que combinam o APF com outras técnicas, como a utilização em conjunto com metaheurísticas (Batista et al., 2020). Essas abordagens combinadas visam unir a simplicidade e aplicabilidade do APF com a capacidade de lidar com cenários mais complexos e desafios específicos.

Figura 3 – Exemplo de caminho gerado com presença de mínimo local.



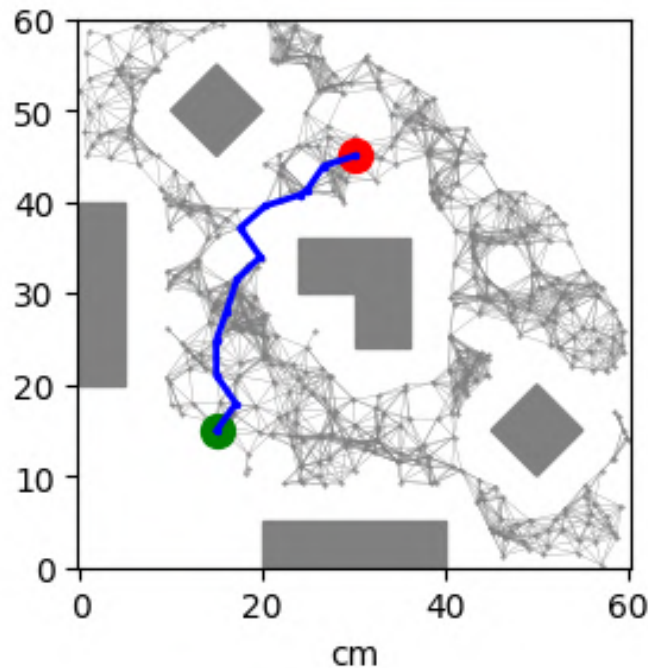
Fonte: Autor.

Proposto por Kavraki et al. (1996), PRM (*Probabilistic Roadmap*), cuja proposta baseia-se na criação de mapas probabilísticos com amostras aleatórias (nós) no espaço de configuração do manipulador. Essa abordagem se mostra bastante utilizada principalmente em ambientes de alta dimensionalidade, proporcionando uma solução para o planejamento de rotas livres de colisões.

Esta abordagem tem início com a geração de pontos distribuídos aleatoriamente no ambiente, denominados nós, onde cada um desses nós representa uma possível posição do manipulador no espaço de trabalho. Após a geração dos nós, a etapa seguinte consiste na conexão entre os nós próximos, de forma que essas conexões sejam viáveis para a movimentação do manipulador, ou seja, que não apresente colisões. Este processo retorna a criação de um grafo, em que os nós representam posições e as arestas representam possíveis caminhos.

Com o grafo criado, utiliza-se algum algoritmo clássico de busca, como o A* ou Dijkstra, para determinar a menor rota entre o ponto inicial e o ponto final. Esses algoritmos buscam entre os caminhos possíveis dentro do grafo a trajetória mais curta ou com menor custo. A Figura 4 ilustra essa abordagem, em que os nós gerados são conectados seguindo as restrições do manipulador e a rota final é obtida por meio da utilização de um algoritmo de busca, resultando uma rota segura no ambiente.

Figura 4 – Caminho gerado utilizando PRM com a presença de ligações entre nós.



Fonte: Autor.

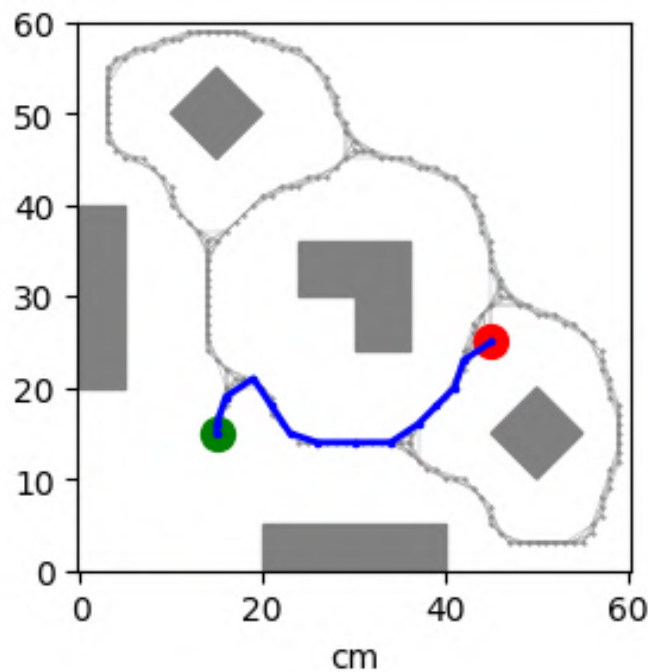
Entre as principais vantagens desta abordagem, destaca-se sua capacidade de adaptação a diferentes tipos de cenários, sem a necessidade de ajustes frequentes nos parâmetros do método. Apesar disso, uma melhor implementação do PRM requer uma considerável quantidade de recursos computacionais, especialmente em ambientes de grande escala ou com muitos obstáculos.

No entanto, o método PRM também apresenta algumas limitações. Por se tratar de uma abordagem probabilística, as rotas obtidas podem variar entre diferentes execuções, mesmo para um mesmo cenário, o que se apresenta como uma desvantagem em aplicações que necessitem de repetibilidade nas trajetórias. Além disso, o resultado do método está relacionado a distribuição dos nós, onde essa distribuição pode não retornar uma rota.

Destaca-se o método GVD, apresentado por Takahashi e Schilling (1989), que é uma técnica bastante utilizada no campo do planejamento de rotas. Esta pesquisa utiliza o método TPP*, que é derivado do TPP e que atua de maneira similar ao GVD. O método GVD fornece uma forma diferente de representar e analisar espaços de configuração em ambientes complexos. Pode-se destacar seu funcionamento como criando uma representação esqueletizada do ambiente. Essa representação esqueletizada simplifica o ambiente, evidenciando as características estruturais fundamentais e fornecendo opções para o planejamento de rotas. O método GVD não considera somente a geometria dos obstáculos, mas também as restrições de movimentação do manipulador, como o raio da ferramenta.

Além disso, o GVD, ao criar uma representação esqueletizada do ambiente, pode identificar locais críticos presentes no ambiente, como áreas de passagem estreita que dificultariam a utilização da rota ou regiões de alta densidade de obstáculos, auxiliando na tomada de decisões do robô durante a navegação. Na Figura 5, é apresentado como as regiões de esqueletização são representadas, bem como o caminho obtido por este método. Entretanto, apesar de suas vantagens, o método citado também apresenta suas limitações. Por exemplo, o cálculo efetuado para a esqueletização do ambiente pode ser computacionalmente custoso, especialmente em ambientes de grande escala ou com uma grande quantidade de obstáculos.

Figura 5 – Caminho gerado utilizando TPP*.



Fonte: Autor.

O método proposto por Lavalle (1998), chamado de RRT (*Rapidly-exploring Random Tree*), uma técnica com a capacidade de exploração em ambientes desconhecidos e complexos obtendo a trajetória de maneira extremamente rápida. O conceito fundamental por trás desta abordagem é a criação de uma árvore de exploração que se forma rapidamente e aleatoriamente a partir do ponto de início. Cada novo nó gerado de maneira aleatória é adicionado à árvore, levando em consideração as restrições do ambiente e as características de movimento do manipulador.

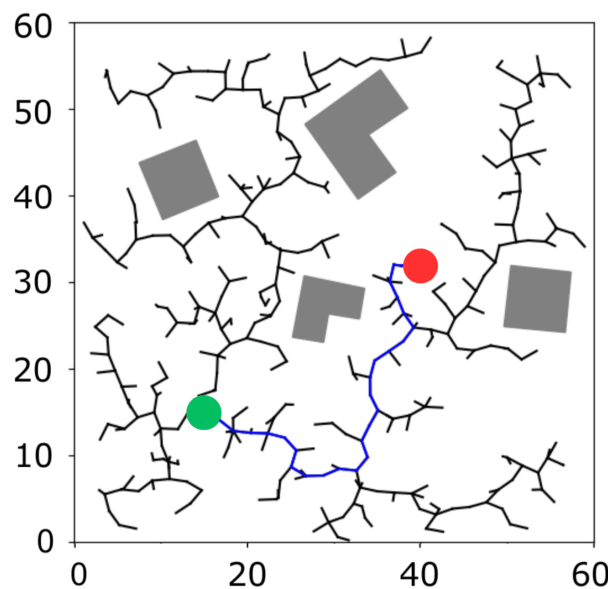
Pode-se destacar como principal característica a sua ênfase na exploração rápida do espaço de configuração. Isso é alcançado através da geração aleatória na expansão da árvore em direção às regiões inexploradas do espaço. Essa abordagem permite uma cobertura rápida do ambiente, mesmo em cenários complexos e com múltiplos obstáculos.

Uma vez que a árvore de exploração tenha sido construída, ela é utilizada para gerar trajetórias para o manipulador, conectando o ponto inicial ao destino desejado.

Dessa forma, uma das vantagens desta abordagem é a sua capacidade de lidar com ambientes dinâmicos e desconhecidos. Ao explorar o espaço de configuração de forma adaptativa e rápida, o RRT é capaz de encontrar soluções viáveis em tempo real, mesmo diante de possíveis mudanças no ambiente. Além disso, a abordagem RRT se mostra eficiente em termos computacionais, o que a torna uma escolha viável em uma variedade de aplicações práticas, como robótica móvel e mapeamento de ambientes desconhecidos.

No entanto, apesar de suas vantagens, esta abordagem também apresenta algumas limitações. Por exemplo, a solução encontrada pode depender da distribuição dos nós aleatórios gerados e da estratégia utilizada na expansão da árvore. Além disso, o RRT pode apresentar dificuldades em encontrar soluções ótimas em cenários de alta complexidade ou com múltiplos objetivos e, por ser uma abordagem aleatória, as rotas geradas apresentam alta probabilidade de serem distintas mesmo que seja executado o mesmo cenário, dificultando assim a confiança em trabalhos que necessitam de repetibilidade. Na Figura 6, é apresentado o resultado final desta abordagem, com a criação da árvore aleatória e o caminho final obtido.

Figura 6 – Caminho gerado utilizando RRT.

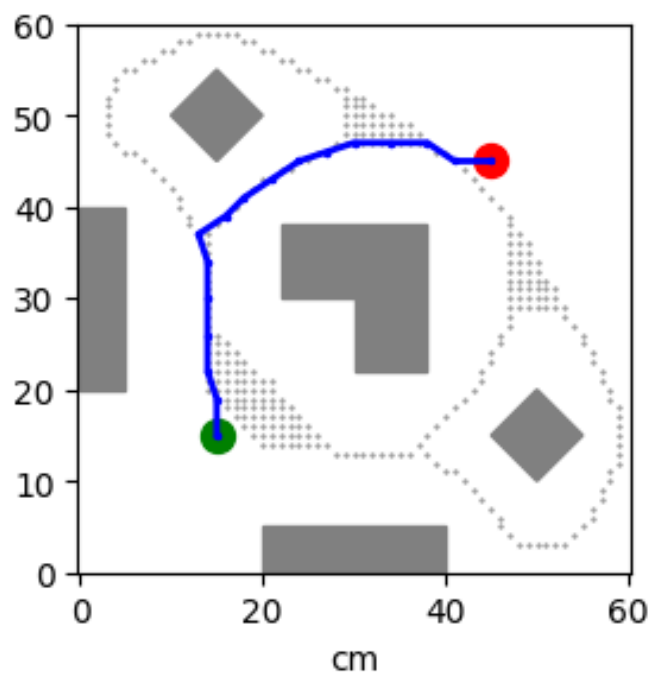


Fonte: Autor.

Uma abordagem atual para a criação de trajetórias é o chamado TPP (*Topological Path Planning*), método proposto por Batista et al. (2023). Esta abordagem utiliza o espaço de trabalho do manipulador, onde neste espaço contém uma grade de pontos conectados. Este método determina pontos conectados com restrição topológica no espaço

livre, proporcionando caminhos topológicos homotópicos e não homotópicos (Bhattacharya; Kumar, 2012). Esses caminhos correspondem aproximadamente à distância média entre os obstáculos e utiliza-se algum algoritmo de caminho mais curto para obter a melhor rota, garantindo assim trajetórias livres de colisões. Após esta etapa, o TPP realiza um afinamento controlado do espaço livre, encolhendo-o até formar rotas circundando os obstáculos. Estas rotas são compostas por conjuntos de caminhos homotópicos livres de colisão. Na Figura 7, podemos visualizar um exemplo da menor rota obtida com o uso desta abordagem.

Figura 7 – Caminho gerado utilizando TPP.



Fonte: Autor.

3 Fundamentação Teórica

Na seguinte seção são apresentados os mapas de energia utilizados pelo método para obtenção da rota, o manipulador SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm) utilizado como manipulador neste trabalho, o método original *Seam Carving* e alguns outros fundamentos teóricos essenciais para a compreensão do trabalho.

3.1 Mapas de Energia

3.1.1 Gradiente Absoluto

O Gradiente Absoluto consiste no princípio de que as bordas dos objetos presentes na imagem são regiões em que ocorrem mudanças bruscas na intensidade dos pixels. Sua ideia central é calcular essa variação localmente, comparando a diferença absoluta entre intensidades de pixels vizinhos na imagem de entrada. As transições significativas são destacadas nessa abordagem, resultando em um mapa de energia, onde valores altos indicam regiões de borda e valores baixos representam áreas homogêneas.

O gradiente absoluto calcula a taxa de variação da intensidade dos pixels em todas as direções (horizontal e vertical). A função de gradiente absoluta, $G(x, y)$ para um pixel (x, y) pode ser descrita como:

$$G(x, y) = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2}, \quad (3.1)$$

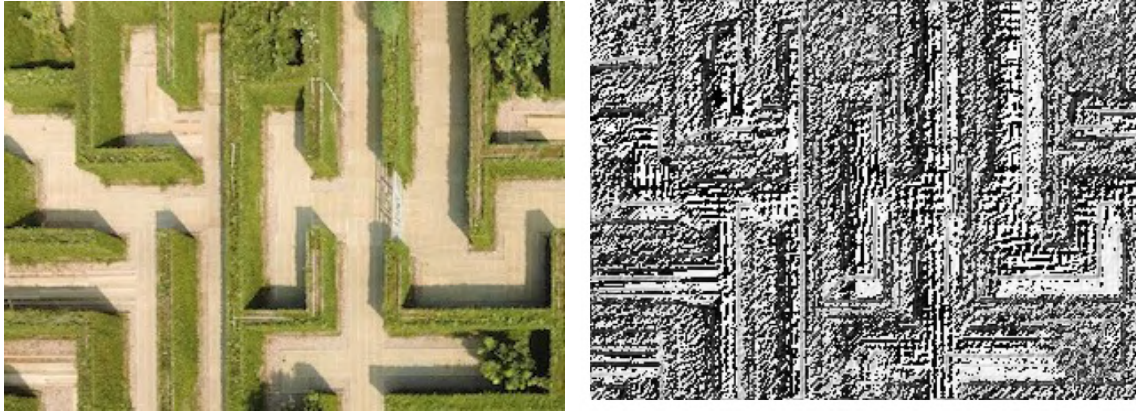
em que $\frac{\partial I}{\partial x}$ e $\frac{\partial I}{\partial y}$ são as derivadas parciais da imagem I em relação às direções x e y . Esse gradiente indica a mudança de intensidade no deslocamento entre os pixels vizinhos, revelando bordas ou regiões de maior energia na imagem.

Este método é eficiente em detectar bordas verticais e horizontais, pois é somente nessas direções que sua variação é medida, as bordas que sejam no sentido diagonal são pouco destacadas, o que se apresenta como um problema ao analisar imagens complexas.

Outro ponto a se destacar nessa abordagem é sua simplicidade computacional. Como ele apenas calcula diferenças absolutas entre pixels vizinhos, não há necessidade de operações complexas como convoluções, tornando seu processamento extremamente rápido. Esse fator o torna adequado para sistemas e aplicações onde a velocidade de execução é um fator crítico. Entretanto, essa simplicidade também introduz algumas limitações importantes, o método se mostra bastante sensível a ruídos, pequenas variações

na intensidade podem resultar em falsas detecções de bordas. A Figura 8 apresenta como o filtro funciona e como destaca as bordas presentes na imagem.

Figura 8 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia do gradiente absoluto.



(a) Imagem de entrada.

(b) Mapa do gradiente absoluto.

Fonte: Freepik (2025).

Este filtro é utilizado na redução de imagens pelo Seam Carving (Avidan; Shamir, 2007), pois permite identificar regiões de baixa energia onde pixels podem ser removidos sem comprometer a estrutura da imagem. Destaca-se sua aplicabilidade em sistemas biomédicos para auxílio de exames de ressonância magnética (Santos et al., 2004), onde a detecção de contornos é necessária, mas não exige um refinamento excessivo. Em aplicações onde a velocidade de execução seja mais importante do que a precisão, o uso deste filtro se mostra como uma alternativa viável.

3.1.2 Sobel

O Filtro de Sobel (Megalingam et al., 2019) se trata de um método bastante utilizado na área de detecção de bordas em imagens digitais. Este método busca destacar regiões onde os pixels apresentam mudanças significativas em sua intensidade, pois essas variações podem ser indicativo da presença de bordas. Enquanto o Gradiente Absoluto retorna a diferença direta entre pixels vizinhos, o Sobel faz uso de convoluções.

A detecção de bordas pelo Sobel é feita através do uso de *kernels* 3×3 , um para detectar bordas horizontais G_x e outra para bordas verticais G_y e são definidas desse modo:

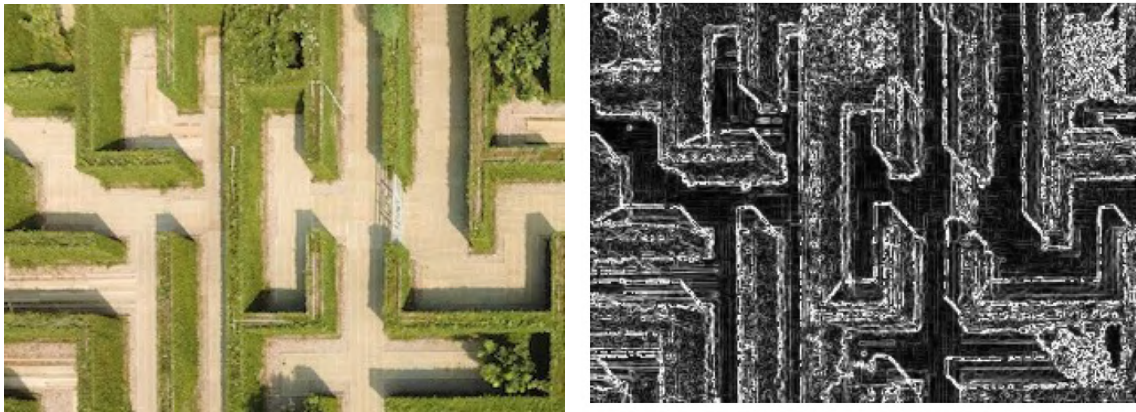
$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A convolução da imagem com esses *kernels* resulta em duas matrizes intermediárias, que representam as variações de intensidade ao longo dos eixos x e y . O gradiente final é obtido com a seguinte equação:

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (3.3)$$

Essa equação permite calcular a magnitude do gradiente em cada pixel e assim as regiões de bordas são destacadas. Além disso, este filtro também pode ser utilizado para determinar qual a direção dessa borda, o que pode se apresentar como uma informação útil em aplicações que precisem de informações sobre a orientação dos contornos. A Figura 9 apresenta a utilização do filtro.

Figura 9 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia de sobel.



(a) Imagem de entrada.

(b) Mapa de sobel.

Fonte: Freepik (2025).

A utilização do filtro Sobel pode apresentar algumas vantagens. Pelo fato dos coeficientes das máscaras atribuírem maior peso ao pixel central e aos seus vizinhos imediatos, o resultado apresenta um leve efeito de suavização. Esse efeito busca reduzir a influência de pequenos ruídos, tornando a detecção de bordas mais robusta, diferente do Gradiente Absoluto. O custo computacional do filtro Sobel é relativamente baixo, apesar disso, o filtro ainda pode ser afetado por ruídos de alta frequência, podendo resultar em falsas detecções de bordas.

Pode-se destacar aplicações deste filtro na segmentação de imagens, onde a identificação das bordas é essencial para identificar características e objetos. Pode ser utilizado em sistemas de reconhecimento facial para obter características importantes (Singh; Singh; Singh, 2016). Além disso, também pode ser utilizado em aplicações de extração de informações em imagens infravermelhas (Tang; Liu; Jian, 2023), em navegação de veículos

autônomos (Kaur; Sharma; Jain, 2024) e também na análise de imagens médicas (Pchelkina; Luzhnov, 2024). Apesar disso, o Sobel apresenta sensibilidade em variações bruscas de iluminação na imagem, mudanças essas que afetam a detecção de bordas.

3.1.3 Laplaciano

Este filtro se trata de um método de detecção de bordas que trabalha com a segunda derivada da intensidade da imagem. Diferente de como funcionam os filtros de gradientes, o Laplaciano busca regiões onde essas mudanças ocorrem de maneira mais abrupta, locais onde ocorrem máximos e mínimos na variação da intensidade (Wang, 2007).

A operação matemática que define o Filtro Laplaciano é a segunda derivada da intensidade da imagem, descrito como:

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (3.4)$$

Essa equação significa a soma das segundas derivadas em ambas as direções, obtendo mudanças rápidas na intensidade da imagem. Essa operação também utiliza uma máscara de convolução, como a seguinte matriz 3×3 . Esse *kernel* centraliza a intensidade do pixel em análise e subtrai a intensidade dos vizinhos, realçando áreas onde há variação acentuada.

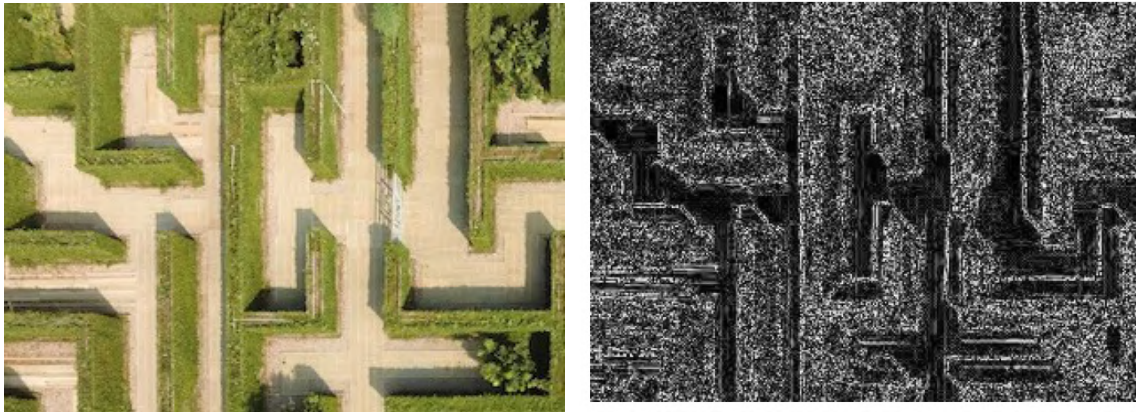
$$L = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Uma característica que pode ser destacada é que o Filtro Laplaciano não distingue a direção das bordas, trabalha em todas as direções com o mesmo peso. Isso indica que esse filtro tem a mesma capacidade em detectar bordas horizontais, verticais e diagonais, ao contrário de filtros que são baseados em gradiente, que apresentam maior sensibilidade a direções específicas.

Entretanto, essa abordagem também apresenta suas desvantagens, a sua detecção é altamente sensível ao ruído e por isso o Filtro tende a destacar pequenas flutuações na intensidade da imagem, contribuindo assim para a possibilidade de falsas detecções.

Este filtro é amplamente utilizado em diversas áreas da visão computacional, como na análise de imagens médicas (Huang; Jiang, 2009), no uso da detecção de trincas em materiais (Xiao; Wang, 2016) entre outros. A Figura 10 exemplifica o funcionamento do filtro.

Figura 10 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia laplaciano.



(a) Imagem de entrada.

(b) Mapa de laplaciano.

Fonte: Freepik (2025).

O Filtro Laplaciano possui um custo computacional semelhante ao dos filtros baseados em gradiente, como Sobel e Prewitt. É importante ressaltar que diferente dos filtros de gradiente, que utilizam múltiplas máscaras para calcular as direções x e y separadamente, o Laplaciano pode ser implementado com um único kernel, reduzindo o número de operações matemáticas por pixel.

3.1.4 Prewitt

O filtro Prewitt (Seif; Salut; Marsono, 2010), que se trata de uma técnica de detecção de bordas baseada no cálculo da primeira derivada da intensidade da imagem, semelhante ao utilizado pelo Filtro Sobel. É possível citar como diferença o *kernel* utilizado para calcular os gradientes horizontais e verticais.

Enquanto o Sobel utiliza valores ponderados que atribuem maior peso ao centro do *kernel* utilizado, o filtro Prewitt utiliza coeficientes uniformes, fazendo assim sua implementação ser mais simples e também um pouco menos precisa.

Este filtro utiliza convoluções com dois *kernels* 3×3 , um para detectar bordas na direção horizontal G_x e outra para bordas na direção vertical G_y , definidos como:

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Esses *kernels* são aplicados na operação de convolução sobre a imagem de entrada. Em cada pixel, a máscara G_x calcula a variação de intensidade na direção horizontal,

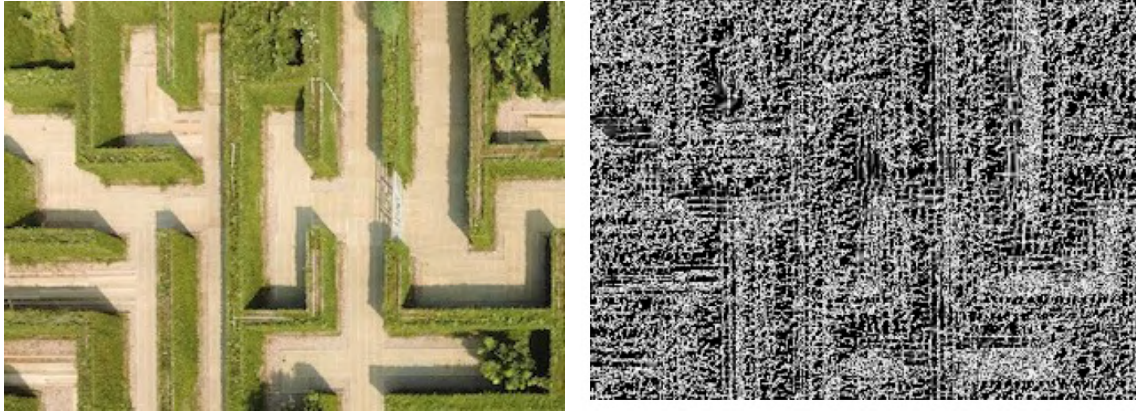
enquanto a máscara G_y mede a variação na direção vertical. O gradiente final da imagem é então obtido utilizando a equação 3.3.

Assim como ocorre no filtro Sobel, essa equação representa a magnitude do gradiente, que destaca regiões com transições na intensidade, que correspondem às bordas presentes na imagem. Também é possível obter a direção do gradiente, onde é determinada por:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x} \right) \quad (3.7)$$

Essa informação é útil em aplicações que exigem não apenas da detecção das bordas, mas também da orientação. Entretanto, pelo método não atribuir pesos diferentes aos pixels vizinhos, resulta-se em uma menor suavização da imagem. Na Figura 11 é possível visualizar como o filtro em questão detecta as variações.

Figura 11 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o mapa de energia de prewitt.



(a) Imagem de entrada.

(b) Mapa de prewitt.

Fonte: Freepik (2025).

Desta-se nessa abordagem sua fácil implementação, o que o torna uma opção interessante para aplicações que exigem processamento rápido. Este filtro é frequentemente utilizado em tarefas de reconhecimento de padrões, onde são extraídos características das imagens para as etapas de classificação e análise. Como destacado por aplicações em análise de imagens quânticas (Zhou et al., 2019) ou na análise de imagens médicas (Soni; Singh, 2020).

Mesmo com suas vantagens, o Filtro Prewitt pode não ser a melhor escolha dependendo da situação. Com uma menor precisão em comparação ao Sobel, isso pode se mostrar como um diferencial em situações que necessitem de detecção de bordas mais refinadas. Além disso, pela ausência de pesos diferenciados nos kernels de convolução, isso faz com que o Prewitt seja menos robusto contra variações suaves na intensidade

da imagem, e pode-se obter resultados menos confiáveis, por sua maior sensibilidade aos ruídos.

Em resumo, o Filtro de Prewitt é uma técnica eficiente e de fácil implementação para a detecção de bordas, sendo uma alternativa mais simples ao Sobel. No entanto, sua menor precisão e maior sensibilidade ao ruído podem ser desvantagens em algumas aplicações. Para casos onde a robustez contra ruído é essencial, métodos mais sofisticados, como o Filtro de Canny, podem ser mais adequados.

3.1.5 Canny

O Filtro de Canny (Canny, 1986) é um dos métodos mais avançados e eficazes para a detecção de bordas em imagens digitais, projetado para unir a detecção de bordas e minimizar falsas detecções. Este método trabalha de maneira diferente dos anteriormente citados, que são baseados em convoluções, utilizando uma abordagem composta por várias etapas, desde a suavização até a limiarização.

Sua primeira etapa consiste em utilizar uma suavização para reduzir a influência do ruído. Como a detecção de bordas é baseada na diferença na intensidade dos pixels presentes, variações bruscas podem resultar em bordas falsas. A equação utilizada para suavização é dada por:

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.8)$$

em que σ representa o desvio padrão que determina o valor da suavização aplicada na imagem, onde maiores valores para σ retornam uma maior suavização e reduzindo a presença de ruídos, mas também apresenta uma diminuição na precisão das bordas.

Após o passo de suavização, o próximo passo consiste em calcular a magnitude do gradiente da imagem. São obtidas as variações de intensidade nas direções horizontal G_x e vertical G_y , utilizando a equação 3.3. Além da magnitude, também é possível obter a direção do gradiente, com a equação 3.7.

Essa etapa de obter a informação sobre a direção do gradiente é essencial para o próximo passo, que tem como objetivo refinar o mapa de bordas, buscando eliminar os pixels que não representem verdadeiras transições de intensidade. Cada pixel é comparado com seus vizinhos na direção do gradiente e somente aqueles que correspondem a máximos locais são mantidos. Isso contribui para que pixels que não fazem parte de uma borda real sejam desconsiderados, resultando em uma detecção mais precisa.

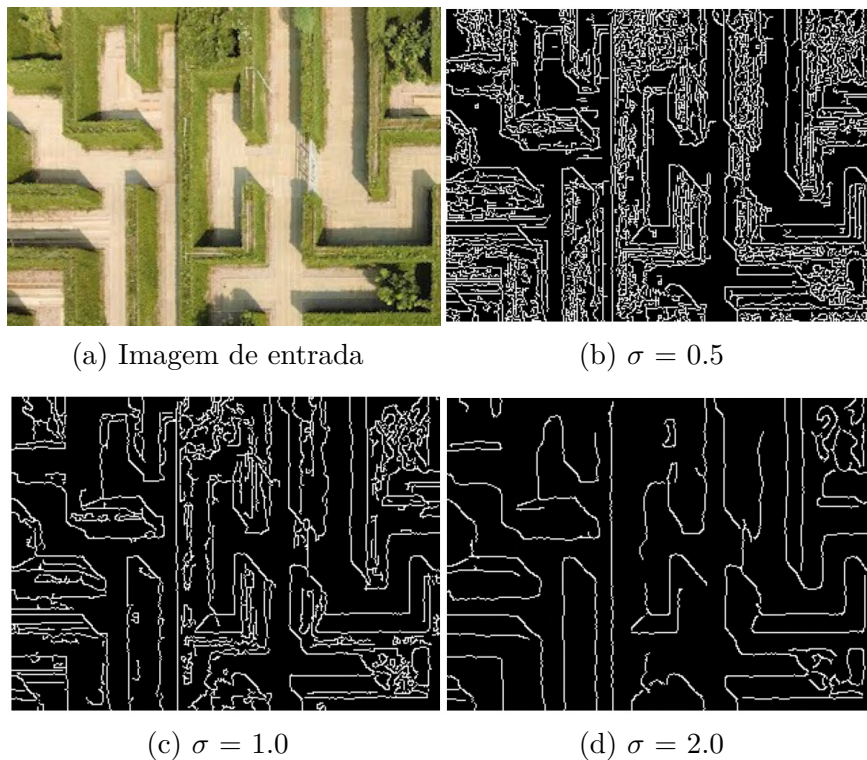
Chegando ao último passo deste Filtro, chamado de limiarização, que se trata de um processo que busca garantir que apenas bordas significativas sejam mantidas no resultado final. Para isso, dois limiares são definidos: um superior L_{alto} e um inferior L_{baixo} . Dessa

forma, os pixels com valores intermediários são considerados apenas se estiverem conectados a uma borda já confirmada. Esta etapa busca evitar que pequenas variações no gradiente resultem em bordas falsas e que apenas estruturas mais relevantes sejam evidenciadas. Com essa combinação de etapas, o Filtro de Canny se destaca como um dos métodos mais robustos e confiáveis para a detecção de bordas. Sua abordagem estruturada e refinada permite identificar bordas com alta precisão e pouca presença de ruídos, tornando-o ideal para uma ampla gama de aplicações.

Destaca-se que o Filtro Canny é muito utilizado na área da visão computacional e do processamento de imagens. Podendo destacar aplicações para fazenda em prevenção de pragas (Yedukondalu; Kumar; Rao, 2023), em detecção de bordas em imagem de satélite (Taufiq; Nalini; RimlonShibi, 2023) e exames de ultrassom (Nikolic; Tuba; Tuba, 2016).

Apesar dessas vantagens demonstradas, esse filtro possui algumas limitações. Como demonstrado pelo seu processamento ser mais complexo do que métodos tradicionais de detecção, o que contribui para o aumento no tempo de execução, gerando um custo computacional mais elevado que os outros filtros, o que dependendo da aplicação pode ser um fator crítico. Além disso, a escolha ideal dos limiares L_{alto} e L_{baixo} influencia diretamente nos resultados, e encontrar valores ideais para diferentes cenários pode ser um desafio. Apresentando na Figura 12 como o filtro retorna a detecção após todas as etapas serem aplicadas.

Figura 12 – Imagem de entrada de um labirinto e o resultado utilizando o Mapa de energia de Canny com 3 sigmas diferentes.



Fonte: Freepik (2025).

Apesar de apresentar o maior custo computacional, o Canny continua sendo um dos métodos mais utilizados na prática, pelo fato de que oferece equilíbrio entre precisão na detecção e capacidade de adaptação a diversos tipos de imagens. Além do mais, a capacidade de reduzir falsas bordas e minimizar a detecção de ruídos o torna uma escolha ideal para uma ampla variedade de aplicações.

Embora o Canny se mostre como um dos filtros mais completos para detecção de bordas, existem outras variações que buscam aprimorar seus resultados, como métodos de aprendizado na busca de encontrar os melhores parâmetros para o filtro (Choi; Ha, 2021).

A Tabela 2 apresenta o custo computacional de pior caso que cada método necessita para obter o mapa de energia, destaca-se o Canny como o método com maior custo entre os métodos utilizados para obtenção do mapa. O valor de n representa a quantidade de linhas da imagem de entrada e m a quantidade de colunas.

Tabela 2 – Custo computacional necessário para obtenção do mapa de energia.

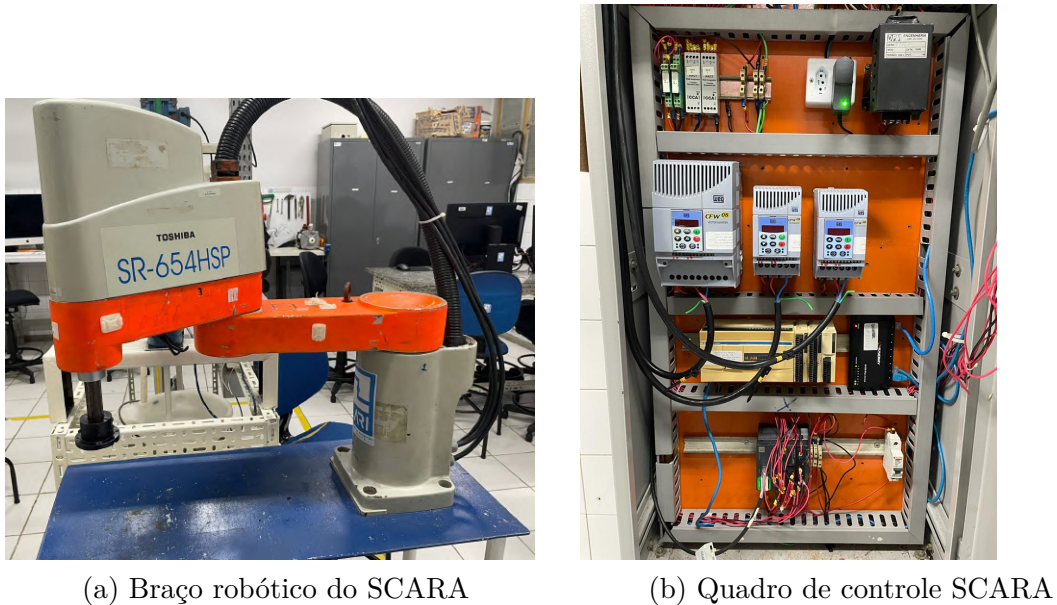
Mapa de Energia	Custo Computacional
Gradiente Absoluto	$O(nm)$
Sobel	$O(nm)$
Laplaciano	$O(nm)$
Prewitt	$O(nm)$
Canny	$O(nm \log nm)$

Fonte: Autor.

3.2 Manipulador SCARA

Na área da robótica colaborativa, existem diversos tipos de manipuladores, cada um com características e propósitos distintos. Segundo Spong e Vidyasagar (1989), a quantidade de Graus de Liberdade (GDL) é definida pela quantidade de juntas do robô. O manipulador utilizado neste trabalho é do tipo SCARA, um manipulador robótico de 3-GDL, como podemos visualizar na Figura 13. Pelo fato de que o robô pertence ao tipo SCARA, suas primeiras duas juntas com início na base são de rotação em torno de eixos verticais, sendo assim, funcionando em um plano horizontal (xy).

Figura 13 – Manipulador SCARA.



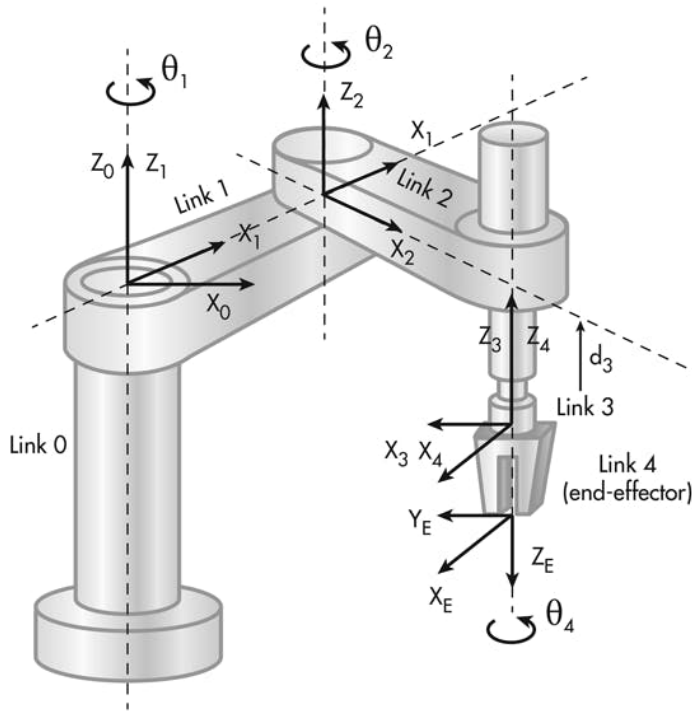
Fonte: LARI.

3.3 Cinemática direta

O campo da robótica, especificamente a área que estuda como os robôs se movimentam, consiste em um campo de conceitos complexos. Entre estes conceitos, podemos citar o conhecido como Denavit-Hartenberg (DH) (Hartenberg; Danavit, 1964). A aplicação desses conceitos nas transformações entre os elos de um robô, unida à cinemática direta, constitui uma área fundamental no estudo da robótica, especificamente no entendimento do movimento de manipuladores robóticos.

Em um manipulador robótico, cada elo apresenta uma série de parâmetros, como comprimento e ângulo, que são atribuídos de acordo com as convenções estabelecidas pelo método DH. Desta maneira, esses parâmetros são responsáveis por descrever a posição e orientação dos elos entre si. A partir desses parâmetros, é possível obter a matriz de transformação DH, que representa a relação espacial entre os sistemas de coordenadas associados a elos adjacentes. Para o cálculo dos parâmetros α , a , d e θ , é utilizado o mesmo sistema de coordenadas do manipulador, como visto na Figura 14. Na Tabela 3, todos os parâmetros são apresentados.

Figura 14 – Visualização das coordenadas do manipulador SCARA.



Fonte: Gonzalez (2016).

Tabela 3 – Parâmetros D-H para o manipulador SCARA.

Link	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0,35	0	0,32	θ_1
2	0,30	π	0	θ_2
3	0	0	d_3	0

Fonte: Autor.

A matriz de transformação DH é essencial para a determinação da cinemática direta do manipulador. Ela consiste na capacidade de determinar a posição e orientação do efetuador do robô com base nas configurações articulares de seus elos, e a matriz de transformação DH é essencial para a determinação da cinemática do manipulador. Desta maneira, a cinemática direta permite calcular a posição final do efetuador em relação ao sistema de coordenadas base do robô, como descrito nas seguintes fórmulas:

$$x = 0,35\cos(\theta_1) + 0,30\cos(\theta_1 + \theta_2), \quad (3.9)$$

e

$$y = 0,35\sin(\theta_1) + 0,30\sin(\theta_1 + \theta_2). \quad (3.10)$$

3.4 Cinemática inversa

A cinemática inversa permite a determinação dos ângulos necessários para posicionar o efetuador do robô em uma determinada posição esperada no espaço de trabalho. Enquanto a cinemática direta calcula a posição final do efetuador com base nas configurações dos elos, a cinemática inversa busca encontrar os ângulos articulares que correspondem à posição final do manipulador na operação de executar caminhos. Utilizando as equações (3.9) e (3.10) obtidas pela cinemática direta e com o uso de transformações trigonométricas, é possível obter os valores referentes à cinemática inversa. As equações são dadas por:

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{y(L_1 + L_2 \cos(\theta_2)) - xL_2 \sin(\theta_2)}{x(L_1 + L_2 \cos(\theta_2)) - yL_2 \sin(\theta_2)} \right], \quad (3.11)$$

e

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right), \quad (3.12)$$

ao fim, são obtidos os seguintes valores para $L_1 = 0,35$ e $L_2 = 0,30$, valores estes que representam o comprimento de cada junta.

A partir do caminho obtido pelo planejamento de rotas, as equações (3.11) e (3.12) representam os valores da cinemática inversa do manipulador utilizado neste trabalho e auxiliam na obtenção dos ângulos referentes à locomoção das juntas.

Os valores de torques para as juntas 1 e 2 podem ser obtidos com a utilização de $l_1 = 0,35 \text{ m}$, $l_2 = 0,30 \text{ m}$, $m_1 = 7,872 \text{ kg}$, $m_2 = 4,277 \text{ kg}$ e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ em

$$\begin{aligned} \tau_1 = & [1,873 + 0,898C_2]\ddot{\theta}_1 + [0,384 + \\ & 0,449C_2]\ddot{\theta}_2 - 0,769S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - \\ & 0,384S_2\dot{\theta}_2^2 + 12,574C_{12} + 41,671C_1, \end{aligned} \quad (3.13)$$

e

$$\begin{aligned} \tau_2 = & [0,384 + 0,449C_2]\ddot{\theta}_1 + \\ & 0,384\ddot{\theta}_2 + 0,449S_2\dot{\theta}_1^2 + 12,574C_{12}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

em que, S_1 é $\sin(\theta_1)$, S_2 é $\sin(\theta_2)$, C_1 é $\cos(\theta_1)$, C_2 é $\cos(\theta_2)$, S_{12} é $\sin(\theta_1 + \theta_2)$, e C_{12} é $\cos(\theta_1 + \theta_2)$.

Utilizando as fórmulas (3.13) e (3.14), o Torque é obtido com a seguinte equação:

$$T_m = 9,55 \frac{P_m}{N_m}. \quad (3.15)$$

A energia E dada em kWh , é obtida de acordo com Fitzgerald et al. (2006) usando a seguinte fórmula:

$$E = \sum_{i=1}^n (P_{m_i} t_i), \quad (3.16)$$

em que, P é a potência dado em W (watts) e t representa o tempo em h (horas).

3.5 Seam Carving

A técnica Seam Carving, introduzido por Avidan e Shamir (2007), é uma técnica de redimensionamento de imagens que visa preservar o conteúdo visualmente significativo, evitando distorções apresentadas pelos métodos tradicionais baseados em simples recorte. A ideia central do Seam Carving está na remoção ou inserção de "*seams*" (costuras), que consistem em pixels conectados formando um caminho que percorre toda a imagem, resultando no menor impacto visual.

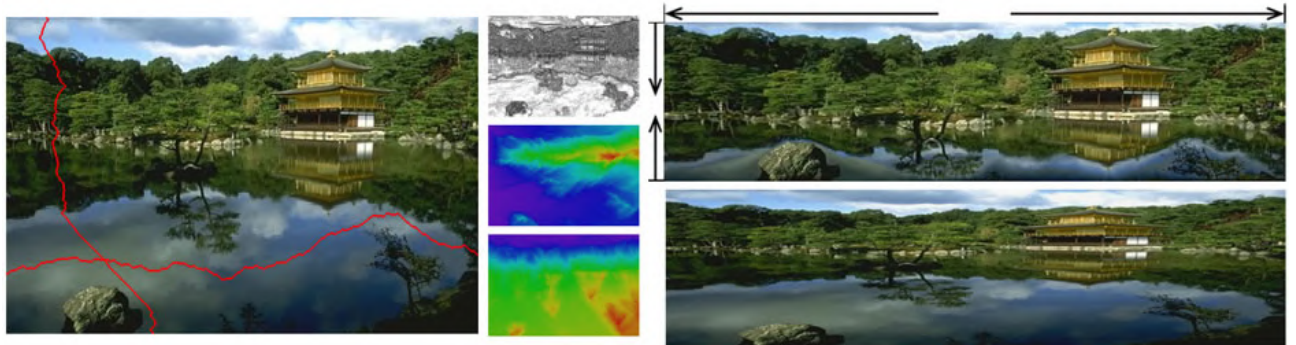
O *seam* é definido como uma trajetória conectada de pixels que percorre toda a altura ou largura da imagem, utilizando somente um pixel por linha ou por coluna. A ideia é que, ao remover ou duplicar esse caminho de menor importância visual, seja possível alterar as dimensões da imagem, resultando na menor alteração perceptível.

O processo inicia com a criação de um mapa de energia, que determina a importância de cada pixel da imagem. A energia dos pixels é obtida utilizando um filtro como o gradiente absoluto. O valor de energia é maior em regiões com bordas ou detalhes e menor em áreas homogêneas. Esse mapa é essencial para todo o processo da técnica, pois é com base nele que se calcula o seam de menor energia acumulada e obtém-se o caminho de pixels que representa o menor valor de energia possível.

Após a obtenção do mapa de energia, utiliza-se o conceito de programação dinâmica para encontrar o seam de menor energia acumulada. Essa busca é realizada considerando a soma da energia dos pixels adjacentes de linha em linha, ou coluna em coluna. Este caminho escolhido representa o local que apresenta a menor modificação perceptível na imagem. Esse seam pode então ser removido ou duplicado e repetido várias vezes até atingir a dimensão desejada.

A Figura 15, apresenta o processo de redimensionamento em uma imagem. Os *seams* utilizados para remoção ou duplicação, representados pelas linhas vermelhas, os mapas de energia dos pixels e a imagem final resultante do uso do método.

Figura 15 – Utilização do método Seam Carving. linhas vermelhas na horizontal ou vertical simbolizando o *seam*. No centro são apresentados os mapa de energia utilizados. No fim a imagem após a aplicação de redimensionamento.



Fonte: Adaptado de Avidan e Shamir (2007), p.1.

Esta técnica apresenta vantagens significativas, como: Preservar as áreas com maior importância visual e evitar distorções comuns em outras técnicas de redimensionamento. Entretanto, pelo fato desta técnica ser desenvolvida para PDI, sua aplicação no contexto de planejamento de trajetórias apresenta certas limitações.

O método original é aplicado em toda a dimensão da imagem, vertical ou horizontal, sem permitir a seleção de regiões específicas para início e fim, não é possível a utilização de restrições, como margem de segurança de um manipulador em relação a obstáculos de um cenário. O objetivo inicial desta técnica consiste na manipulação da imagem e não na construção de caminhos, como rotas seguras ou conexão entre pontos específicos. Essas limitações da técnica original diferenciam do proposto pela pesquisa deste trabalho.

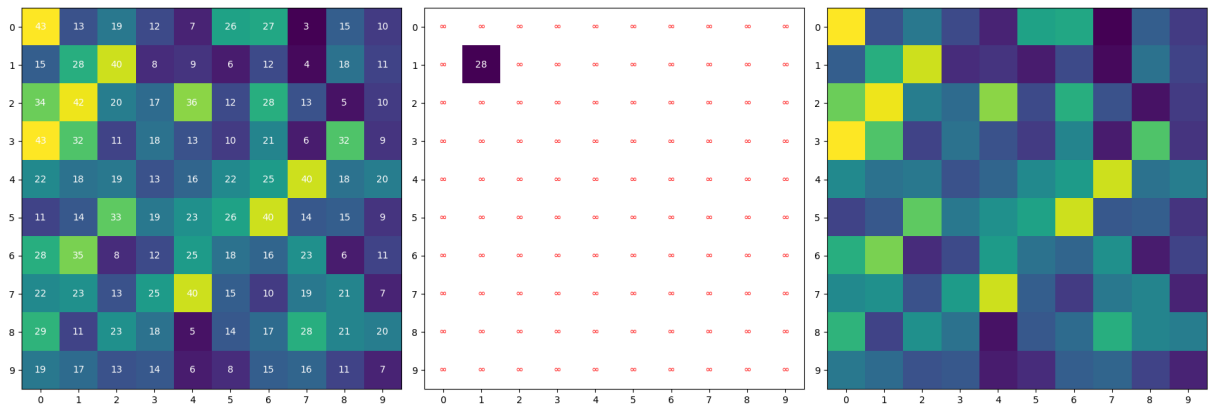
4 Metodologia

Nesta seção, são detalhados as características dos cenários utilizados para avaliação e testes, as métricas para comparação com outros métodos e o método proposto para o planejamento de rotas utilizando a abordagem baseada no mapa de energia, apresentando todas as etapas e características necessárias para a atuação do método.

4.1 Método Proposto

Nesta seção é apresentado o método proposto, suas características e etapas para obter a rota. Na Figura 16 é apresentada as etapas utilizadas nesta abordagem. As três matrizes utilizadas nas etapas do método consistem em: a matriz do mapa de energia referente ao cenários de entrada, que é obtida utilizando o filtro de energia, a matriz de custo acumulado é obtida através de sucessivas interações e comparações dos pixels vizinhos que contribuem para o menor custo energético acumulado e por fim, a matriz *Backtrack* que armazena as posições da rota escolhida pelo método que contribuem para o menor custo acumulado.

Figura 16 – As três matrizes utilizadas pelo método proposto. Primeira matriz é referente ao mapa de energia da imagem de entrada. A segunda matriz representa o custo acumulado. A Terceira matriz é a *Backtrack*, utilizada para reconstruir o caminho de energia.



Fonte: Autor.

4.1.1 Dados

A principal entrada para a execução desse método consiste na imagem referente ao cenário, para obtenção da matriz de energia, que representa o mapa utilizado por todas as etapas do método proposto. Essa matriz é obtida a partir do uso de técnicas de filtros de

imagens, como proposto nesse trabalho, sendo possível identificar áreas de maior variação energética e obter uma rota segura e suave.

A matriz de energia tem como dimensão $N \times M$, onde N é o número de linhas e M é o número de colunas. Na Figura 16, observa-se o modelo da primeira matriz e seus diversos valores de energia para cada pixel, em que valores mais altos de energia indicam regiões com presença de obstáculos ou regiões menos desejáveis para o trajeto. Este mapa é utilizado como base para todas as operações seguintes, sendo uma etapa essencial para obtenção da trajetória.

4.1.2 Ponto de Início e Fim

Para traçar uma rota, é necessário a definição de um ponto inicial e um ponto final. Nesse trabalho específico, os pontos são definidos de forma manual, onde é escolhido o ponto de partida (local inicial do manipulador) e ponto de chegada (local final para o manipulador). Entre os pontos tem-se a presença de obstáculos. Definir uma rota que une o ponto inicial ao final desviando dos obstáculos e de pontos críticos é o objetivo deste método.

4.1.3 Matriz de Custo Acumulado

A segunda matriz presente na Figura 16 representa a matriz de custo acumulado (DP), onde a mesma é preenchida seguindo o método que minimiza o custo de energia para alcançar cada ponto, considerando o acumulado ao longo do caminho. As etapas para a construção dessa matriz são:

4.1.3.1 Inicialização

Inicialmente a matriz de custo acumulado é preenchida da seguinte forma:

$$DP[i][j] = \begin{cases} E[i][j], & \text{se } (i, j) \text{ for o ponto de inicio} \\ \infty, & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (4.1)$$

Seguindo esta restrição, pode-se garantir que o custo inicial seja o custo de energia referente ao ponto de início, enquanto os demais pontos são preenchidos com um custo de energia infinito, contribuindo para uma melhor propagação da rota no momento da comparação entre os custos. Na prática, esta configuração inicial modifica o uso original do Seam Carving, definindo assim onde se inicia e finaliza o método de traçar a rota (definir o seam), como também delimitando uma área de atuação do método e não em toda a dimensão da imagem.

Por exemplo, tem-se a matriz de energia E da seguinte forma:

$$E = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 2 & 7 \\ 1 & 12 & 2 & 8 & 3 \\ 7 & 3 & 9 & 11 & 14 \\ 2 & 6 & 1 & 9 & 10 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

O ponto inicial é definido por (1,1) e o ponto destino é definido por (3,3) a matriz após a inicialização será da seguinte forma:

$$DP = \begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \mathbf{12} & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A próxima etapa consiste em calcular qual o menor custo acumulado, ao propagar a rota do ponto de início até o ponto destino. Dessa forma, os passos seguintes se utilizam de sucessivas comparações iniciando no ponto de início até o ponto de destino, sempre seguindo a definição de menor custo acumulado total.

4.1.3.2 Propagação do Custo Acumulado

A propagação do custo tem início de maneira distinta de como ocorre no método Seam Carving. A propagação no método apresentado neste trabalho tem início com a matriz já com as posições definidas para o início e o fim do método proposto. Esse custo é calculado iterativamente com base nos vizinhos do ponto atual utilizado. Para cada posição (i,j), o custo acumulado é calculado considerando os valores de energia das posições vizinhas diretamente acessíveis.

Como evidenciado pela matriz E , iniciando na posição (1,1), a matriz $DP(1,1)$ irá efetuar as seguintes comparações:

Para o custo de energia do ponto $E(1,1)=12$, os vizinhos acessíveis de $E(1,1)$ são: $E(2,1)=3$, $E(2,2)=9$ e $E(1,2)=2$. Dessa maneira, a matriz DP será preenchida com os valores de acúmulo de energia, repetindo o processo de comparação entre os pixels vizinhos acessíveis, partindo do ponto de início ao ponto final.

Após todo o processo de repetição, o requisito para a parada consiste em somar o valor definido como ponto final ao custo total que está sendo propagado. Dessa forma, pode-se visualizar a matriz E e a matriz DP preenchida da seguinte maneira:

$$E = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 2 & 7 \\ 1 & 12 & 2 & 8 & 3 \\ 7 & 3 & 9 & 11 & 14 \\ 2 & 6 & 1 & 9 & 10 \end{bmatrix} \quad DP = \begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \mathbf{12} & 14 & 22 & \infty \\ \infty & 15 & 21 & 30 & \infty \\ \infty & 21 & 16 & \mathbf{25} & \infty \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

A matriz DP é responsável somente por conter os valores de acúmulo total da energia, mas para obter a rota ideal, é utilizado uma outra matriz, chamada de *Backtracking*, onde a mesma é utilizada para retornar qual o caminho escolhido.

4.1.3.3 Matriz *Backtracking* e a Reconstrução do Caminho

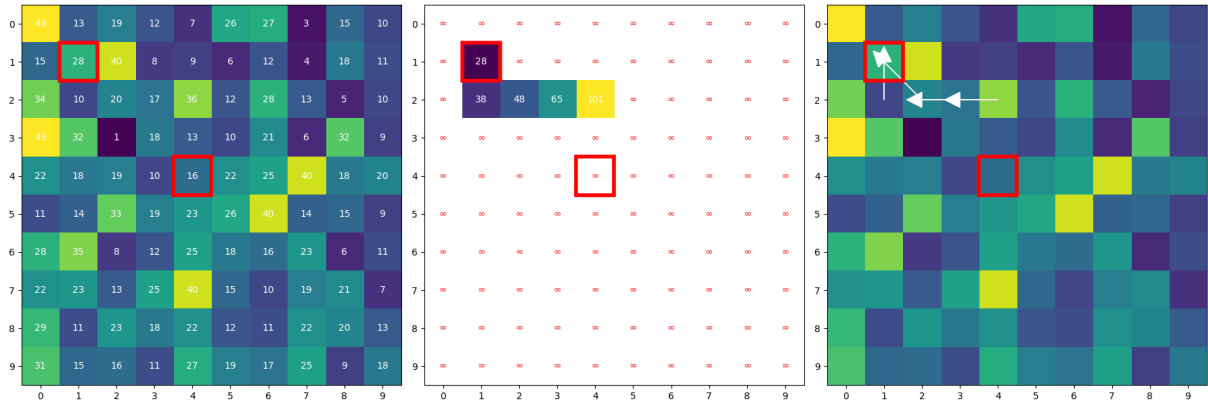
Para retornar o caminho ótimo, é utilizado a matriz de *Backtracking*. Para cada ponto (i,j) que contribuiu para o custo de acúmulo, a matriz de *Backtracking* registra a posição do vizinho que contribuiu para esse custo.

A reconstrução do caminho tem início no ponto final e segue os registros da matriz de *Backtracking* até atingir o ponto inicial. Dessa forma tem-se $(3,3) \rightarrow (3,2) \rightarrow (2,1) \rightarrow (1,1)$. Sendo assim, a matriz *Backtracking* é marcada da seguinte maneira:

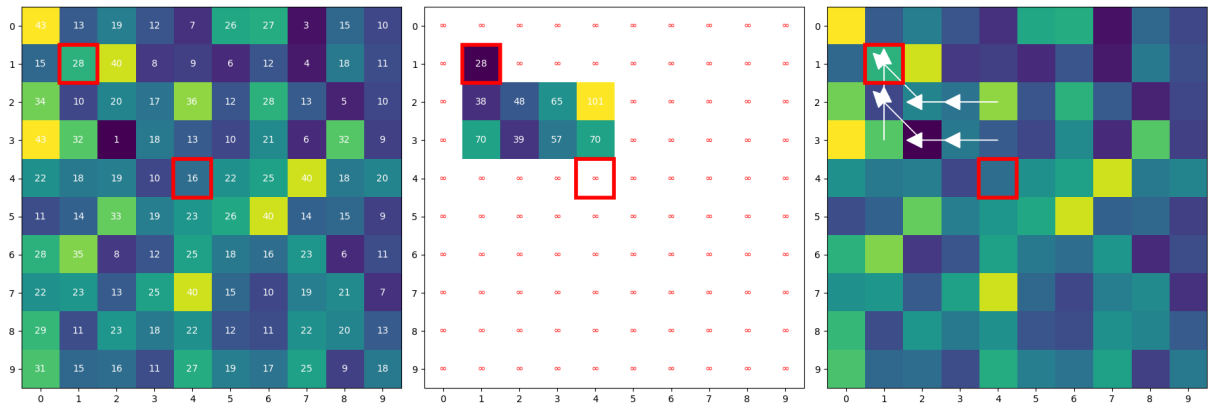
$$DP = \begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \mathbf{12} & 14 & 22 & \infty \\ \infty & \mathbf{15} & 21 & 30 & \infty \\ \infty & 21 & \mathbf{16} & \mathbf{25} & \infty \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Na Figura 17 é apresentado as etapas utilizadas pelo método e como as matrizes são preenchidas a cada iteração.

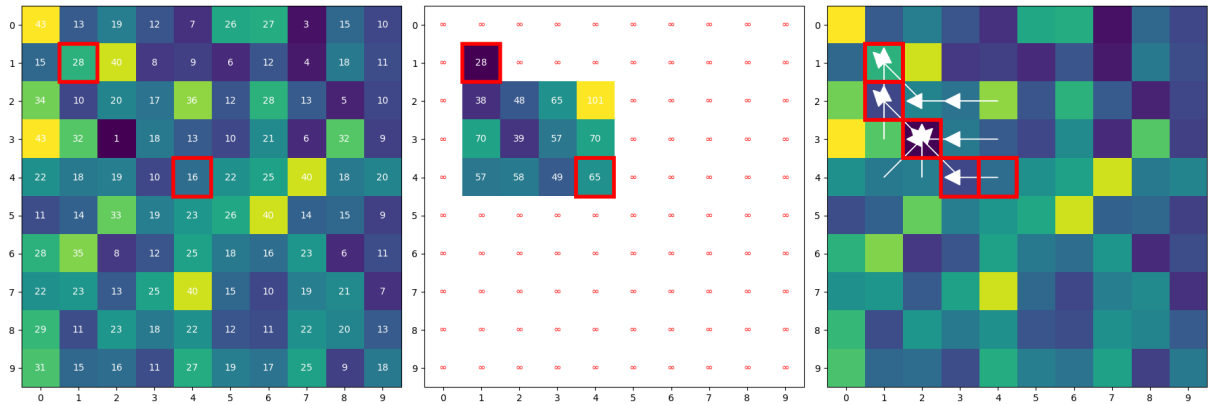
Figura 17 – Diversas iterações das matrizes na execução do método.



(a) Iteração Inicial



(b) Iteração Intermediária



(c) Iteração Final

Fonte: Autor.

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo do método proposto neste trabalho. Como características diferenciais entre o proposto e o Seam Carving, pode-se destacar:

- O caminho de menor energia obtido não utiliza toda a dimensão da imagem.
- É possível definir onde tem início e fim a busca pela menor energia.

Algoritmo 1 Buscar caminho de menor energia entre dois pontos**Require:** Imagem *image*, matriz de energia *energy*, ponto *start*, ponto *goal***Ensure:** Lista *seam* contendo o caminho encontrado

```

1: Criar matriz DP preenchida com infinito
2: Criar matriz backtrack com zeros
3: if vertical then
4:   Inicializa DP na posição inicial com a energia correspondente
5:   for cada linha i entre  $start_y + 1$  e  $goal_y$  do
6:     for cada coluna j na imagem do
7:       Encontrar o menor valor de DP comparando com os pixels vizinhos
8:       Atualizar  $DP[i, j]$  somando a energia atual
9:       Armazenar índice do menor valor em  $backtrack[i, j]$ 
10:    end for
11:  end for
12:  Iniciar seam a partir de  $goal_x, goal_y$ 
13:  Percorrer backtrack de trás para frente para reconstruir o caminho
14: else
15:   Inicializa DP na posição inicial com a energia correspondente
16:   for cada coluna j entre  $start_x + 1$  e  $goal_x$  do
17:     for cada linha i na imagem do
18:       Encontrar o menor valor de DP comparando com os pixels vizinhos
19:       Atualizar  $DP[i, j]$  somando a energia atual
20:       Armazenar índice do menor valor em  $backtrack[i, j]$ 
21:     end for
22:   end for
23:   Iniciar seam a partir de  $goal_x, goal_y$ 
24:   Percorrer backtrack de trás para frente para reconstruir o caminho
25: end if
26: return seam = 0

```

4.2 Métricas de avaliação

Para o estudo e avaliação do método proposto, é necessário utilizar diversas métricas para avaliar o desempenho, comparar e concluir. A avaliação quantitativa é uma etapa essencial para comparar e validar essas abordagens, especialmente no campo da robótica, onde se busca a precisão dos movimentos e segurança na execução. As métricas desempenham um papel fundamental no resultado, pois fornecem medidas objetivas para comparar diferentes métodos e técnicas. As seguintes métricas foram utilizadas neste trabalho:

- **Distância (cm)** (Mehlhorn; Sanders, 2008): Representa a distância percorrida pelo manipulador ao longo da rota traçada. Rotas mais curtas geralmente indicam um trajeto mais eficaz, reduzindo o tempo de execução e o consumo de energia.
- **Pontos** (Biagiotti; Melchiorri et al., 2009): Esta métrica representa o número de pontos presentes na representação da rota ($q_{inicial} - q_{final}$). Um menor número

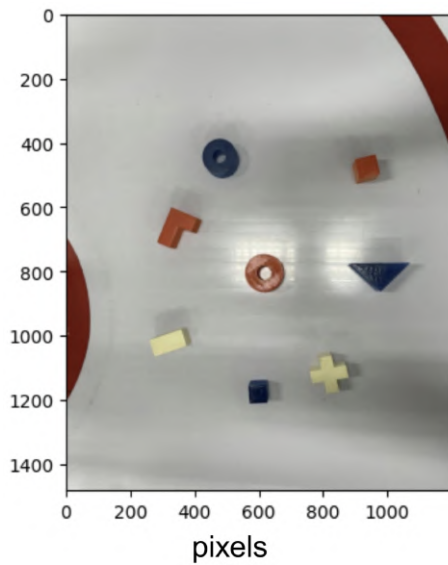
de pontos pode indicar uma rota mais direta e simplificada, no entanto, pode influenciar no jerk, enquanto um número excessivo de pontos pode aumentar a complexidade computacional e aumentar o valor da suavidade.

- **Suavidade:** Este valor representa a fluidez do caminho traçado pelo manipulador. O valor é calculado em relação à angulação das transições entre os sucessivos pontos do caminho, maiores angulações entre os pontos afetam negativamente esta métrica. A suavidade é representada por valores entre 0 e 1, quanto mais próximo de 0, melhor a suavidade da rota.
- **Jerk ($\ddot{\theta}$):** Esta métrica representa o valor máximo da aceleração ao longo da rota traçada. Movimentos com jerk elevado são prejudiciais para o manipulador e resultam em um desgaste excessivo de seus componentes e menor precisão de movimentos.
- **Tempo de execução (s):** Tempo que o método utiliza para obter a trajetória, o cálculo abrange todas as etapas até retornar a rota. Métodos que retornam a rotas mais rapidamente podem ser preferíveis em situações onde a resposta rápida é necessária.
- **Energia (kWh):** A energia consumida ao longo do percurso, representa o valor energético gasto pelo manipulador ao executar a rota. Seu valor é obtido utilizando a seguinte fórmula: (3.16).

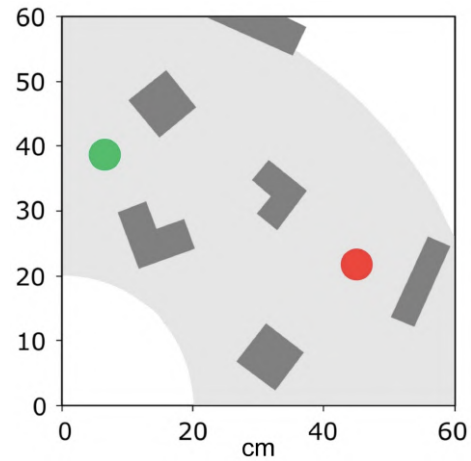
4.3 Cenários

Dois tipos de cenários são utilizados nesta pesquisa. A Figura 18 demonstra os cenários: do tipo baseados em imagens óticas na Figura 18a) e os simulados na Figura 18b). Na Tabela 4 são apresentados os parâmetros utilizados na criação dos cenários simulados para testes. Todos os métodos utilizam as mesmas especificações de cenários, para que a comparação, avaliação e conclusões sejam feitas de forma justa. Enquanto os cenários de imagens óticas consistem em fotografias capturadas em laboratório, do espaço de trabalho do manipulador com a presença de obstáculos.

Figura 18 – Exemplos dos modelos dos cenários utilizados pelos métodos.



(a) Exemplo de cenário de imagens óticas.



(b) Exemplo de cenário simulado.

Fonte: Autor.

Tabela 4 – Parâmetros para a criação dos cenários simulados utilizados para testes.

Parâmetro	Definição
Cenários	100 cenários aleatórios com a presença de obstáculos em formas, posições e quantidades variadas.
$q_{início}$ e q_{final}	Posição aleatória, definida dentro do espaço de trabalho do manipulador.
Grade	O espaço de trabalho e os obstáculos estão presentes em uma grade de $60\text{ cm} \times 60\text{ cm}$. O grid é dividido em $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ para os métodos.
Margem de segurança	É utilizado a margem de segurança de 4 cm referente ao diâmetro do manipulador em relação à proximidade com os obstáculos.

Fonte: Autor.

Os cenários utilizados para testes são gerados de forma a simular os cenários obtidos por imagens óticas. As especificações definem que suas dimensões são de $60\text{ cm} \times 60\text{ cm}$, dentro das quais estão contidos o espaço de atuação do manipulador, os pontos inicial e final, bem como os obstáculos. Dentro da grade dos cenários, a resolução do grid utilizado é de 1 cm para os métodos. Os obstáculos variam em formas, tamanhos e posições, sendo definidos aleatoriamente. O ponto inicial e o ponto final são determinados aleatoriamente dentro do espaço de atuação do manipulador.

São realizados experimentos em diversos cenários, modificando as posições dos pontos de início e fim. Alguns cenários específicos são desenvolvidos para testar os limites do método, como distância entre o ponto de início e fim dos obstáculos e o ângulo limite.

5 Resultados e Discussão

Nesta seção, são apresentados e discutidos os resultados obtidos pela aplicação do método. Inicialmente é realizada a análise com diferentes mapas de energia, após esta etapa é feita a análise do método utilizando o melhor mapa de energia comparado aos métodos de planejamento de trajetórias. Por fim, são analisados os resultados referentes as movimentações do manipulador e apresentado as limitações.

5.1 Análise dos mapas de energia

A Tabela 5 demonstra os parâmetros e os valores necessários para obtenção dos mapas de energia, onde a modificação desses valores resulta em mudanças nos mapas obtidos, influenciando diretamente na obtenção da rota.

Tabela 5 – Mapas de energia, seus parâmetros ajustáveis e os valores utilizados para obtenção dos mapas de energia.

Mapa de Energia	Parâmetro	Valores
Sobel	<i>KSize</i> : Tamanho do <i>Kernel</i>	3x3
Laplaciano	<i>KSize</i> : Tamanho do <i>Kernel</i>	3x3
Prewitt	<i>KSize</i> : Tamanho do <i>Kernel</i>	3x3
Canny	σ , <i>Limiar_{inferior}</i> e <i>Limiar_{superior}</i>	0.5, 40 e 120
Gradiente Absoluto	Deslocamento entre os pixels	-1 e 1

Fonte: Autor.

Cada parâmetro apresentado na Tabela 5 pode ser modificado, afetando diretamente a qualidade e a sensibilidade do mapa de energia obtido. No caso do Sobel, o tamanho do *kernel* influencia na suavização da imagem, o Laplaciano usa uma matriz fixa para detectar mudanças de intensidade, em que os valores utilizados nesta matriz podem influenciar na precisão. Em relação ao mapa do Prewitt, os kernels escolhidos para as direções podem dificultar a criação do mapa para certas detecções. No método de Canny, o valor de σ está associado a etapa de suavização da imagem, onde maiores valores para este parâmetro apresentam maior suavização, reduzindo o ruído, mas também dificulta a identificação de detalhes nos obstáculos, enquanto os valores do *Limiar_{inferior}* e o *Limiar_{superior}* determinam os limites na criação do mapa e por fim, no caso do Gradiente Absoluto, utiliza-se da comparação no deslocamento entre os pixels vizinhos, modificar a distância comparada pode alterar a sensibilidade na detecção e obtenção do mapa.

Na Tabela 6 são apresentados os resultados do método ECE utilizando diversos mapas de energia, como Sobel, Laplaciano, Prewitt, Canny e Gradiente Absoluto, utilizando métricas quantitativas para comparar o desempenho e avaliar como cada mapa retorna a rota.

Tabela 6 – Métricas comparativas entre mapas de energia.

Mapa de Energia	Distância (cm)	Pontos	Suavidade	Jerk($\ddot{\theta}$)	Tempo(s)
Sobel	47.12 $\pm$ 2.31	45.53 $\pm$ 3.72	0.05 $\pm$ 0.003	2.85 $\pm$ 0.39	2.07 $\pm$ 0.81
Laplaciano	52.77 $\pm$ 3.41	46.41 $\pm$ 3.28	0.05 $\pm$ 0.006	2.94 $\pm$ 0.45	2.18 $\pm$ 0.77
Prewitt	53.97 $\pm$ 3.83	<u>46.49 $\pm$ 3.02</u>	0.06 $\pm$ 0.007	3.26 $\pm$ 0.42	2.03 $\pm$ 0.82
Canny	<u>46.81 $\pm$ 2.11</u>	44.33 $\pm$ 3.57	<u>0.03 $\pm$ 0.002</u>	<u>2.69 $\pm$ 0.29</u>	2.24 $\pm$ 0.96
$\sigma = 0.5$					
Canny	48.31 $\pm$ 2.29	43.58 $\pm$ 3.21	0.04 $\pm$ 0.003	3.04 $\pm$ 0.67	2.31 $\pm$ 0.92
$\sigma = 1.0$					
Canny	47.65 $\pm$ 2.21	44.07 $\pm$ 3.71	0.04 $\pm$ 0.002	2.92 $\pm$ 0.38	2.26 $\pm$ 0.99
$\sigma = 2.0$					
Gradiente Absoluto	47.17 $\pm$ 1.82	45.79 $\pm$ 2.97	0.11 $\pm$ 0.008	3.17 $\pm$ 0.49	<u>1.78 $\pm$ 0.52</u>

Fonte: Autor.

Esses resultados estão organizados de acordo com as métricas utilizadas no experimento, tais como: distância percorrida (em cm), número de pontos na rota, suavidade da rota, taxa de variação da aceleração (*jerk*) e tempo de execução (em segundos) e os valores destacados correspondem aos melhores valores médios para cada métrica comparada. Em seguida, cada métrica é analisada e os dados obtidos são discutidos para justificar a escolha do filtro mais adequado.

Com a análise dos valores presentes na Tabela 6, é possível visualizar como cada um dos mapas de energia, em média, retornam os valores dos cenários. Os resultados do mapa de Canny são analisados utilizando 3 diferentes valores para σ , onde o mapa de canny com $\sigma = 0.5$ obtém os melhores valores médios no quesito da distância da rota traçada, suavidade e *jerk*, enquanto o mapa de Prewitt apresenta a maior quantidade de pontos na trajetória, e o mapa do gradiente absoluto, originalmente utilizado pelo Seam Carving retorna o menor tempo.

Um fator importante a ser mencionado é a quantidade de colisões. Como apresentado na Tabela 7, em 20 testes realizados em cenários de imagens óticas, o resultado obtido pelo mapa de energia baseado em Gradiente Absoluto, retornou no maior número de colisões, enquanto utilizando o mapa de energia baseado em Canny retornou a menor quantidade, apenas 1. Essas colisões são justificadas por fatores como cada filtro retorna o mapa de energia, apresentado na Figura 19.

Tabela 7 – Quantidade de colisões em 20 testes de cenários de imagens óticas.

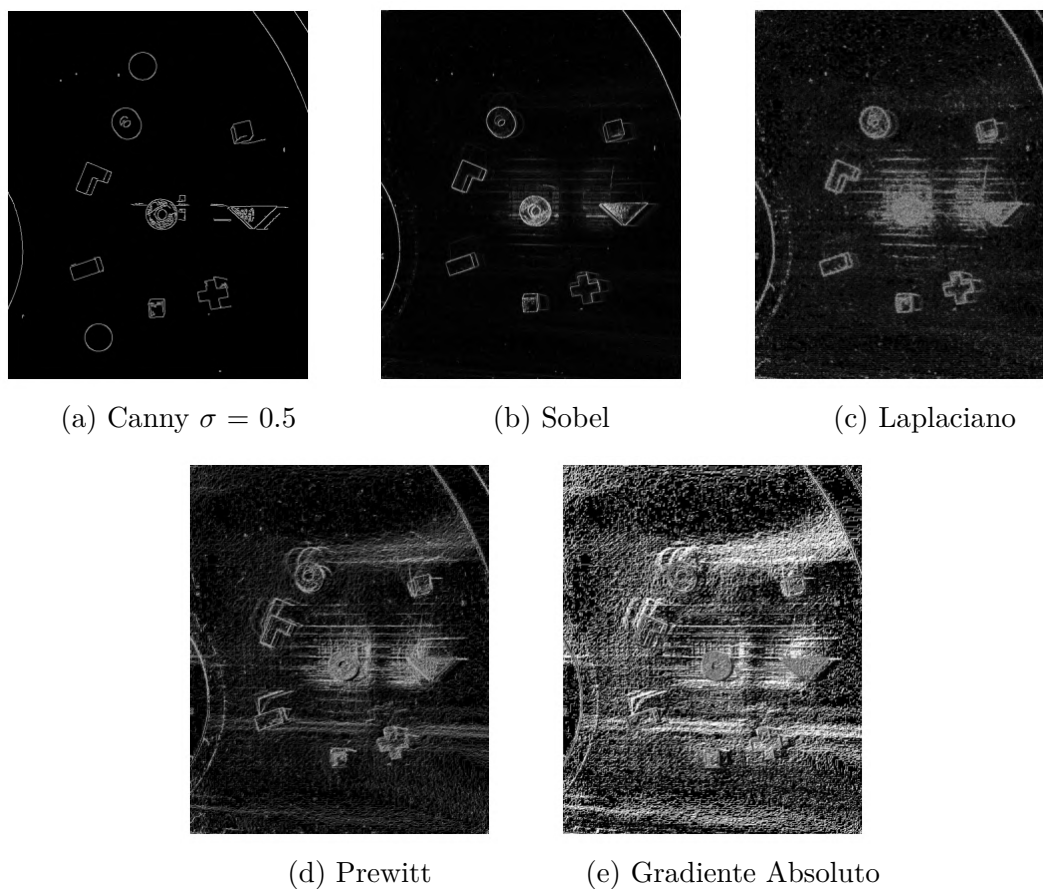
Mapa de Energia	Quantidade de Colisões
Sobel	3
Laplaciano	5
Prewitt	5
Canny	<u>1</u>
Gradiente Absoluto	8

Fonte: Autor.

Após a análise dos resultados apresentados na Tabela 6 e Tabela 7, justifica-se a substituição do uso do Gradiente Absoluto por outro mapa de energia, que apresente os melhores valores médios entre as métricas analisadas e que é aplicado ao método proposto nesse trabalho para comparação e análise aos outros métodos de planejamento de rotas. Ressalta-se que, cada mapa de energia necessita de ajustes nos valores dos parâmetros que podem influenciar no resultado final para obter a rota desejada.

Além das métricas quantitativas, também é necessário avaliar aspectos qualitativos do método proposto em comparação com as outras abordagens. Na Figura 19 são apresentados os mapas de energia aplicados nas imagens óticas dos cenários, utilizando os valores dos parâmetros apresentados na Tabela 5. Baseado em sua implementação, cada mapa de energia retorna de forma distinta ruídos ou obstáculos mais evidentes. Observa-se que o mapa de energia obtido pelo uso do Canny, resulta em um mapa com menor presença de ruídos, enquanto o mapa do Gradiente Absoluto retorna um mapa com a maior presença de ruídos, o que influencia na qualidade da obtenção da rota.

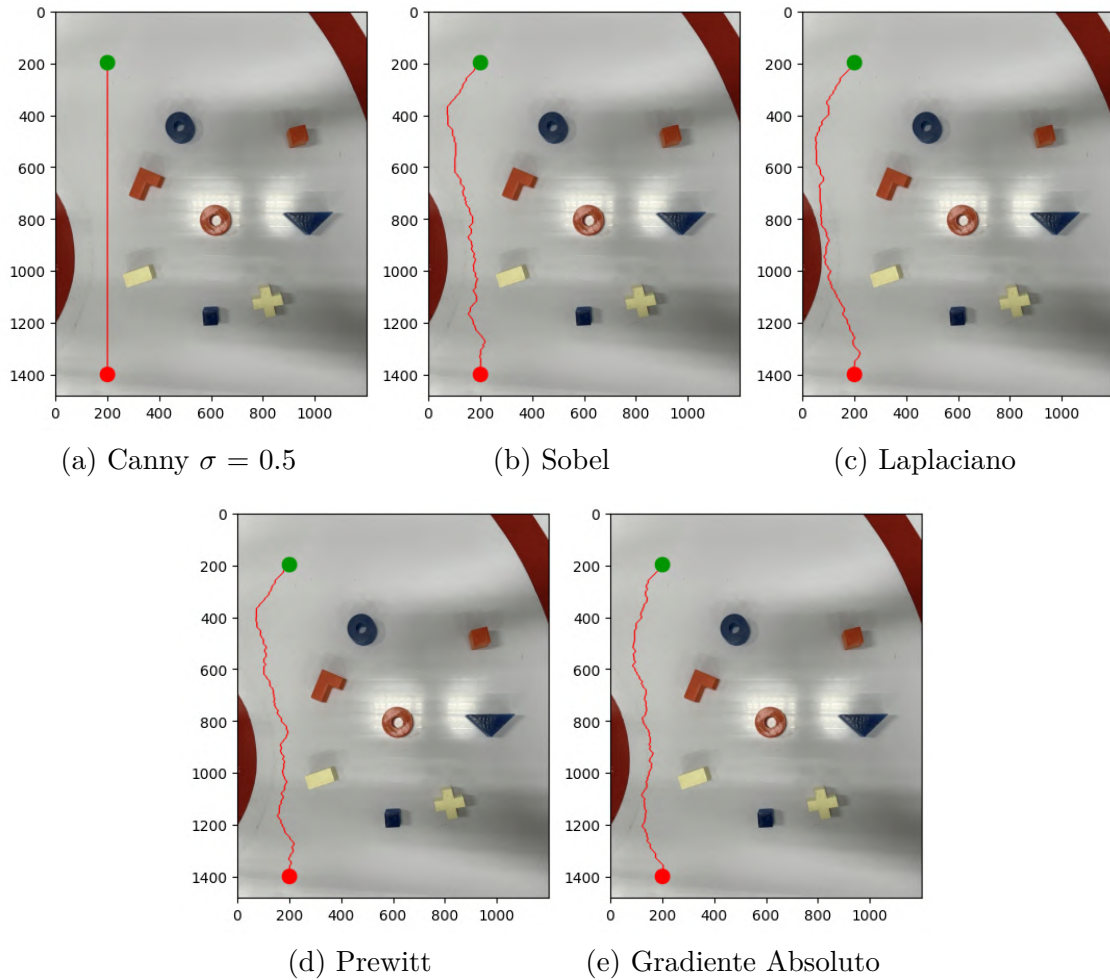
Figura 19 – Mapas de energia de imagens óticas de cenários obtidos pelos diversos filtros de energia utilizando os valores da Tabela 5.



Fonte: Autor.

A Figura 20 apresenta as rotas obtidas utilizando os mapas de energia demonstrados na Figura 19. Observe como o mapa de energia apresenta influência na rota. O mapa de Canny apresenta rotas mais diretas, contribuindo para uma menor distância e maior suavidade, enquanto o Laplaciano e Gradiente Absoluto identificam mais ruídos, retornando assim uma rota com maiores desvios e menor suavidade.

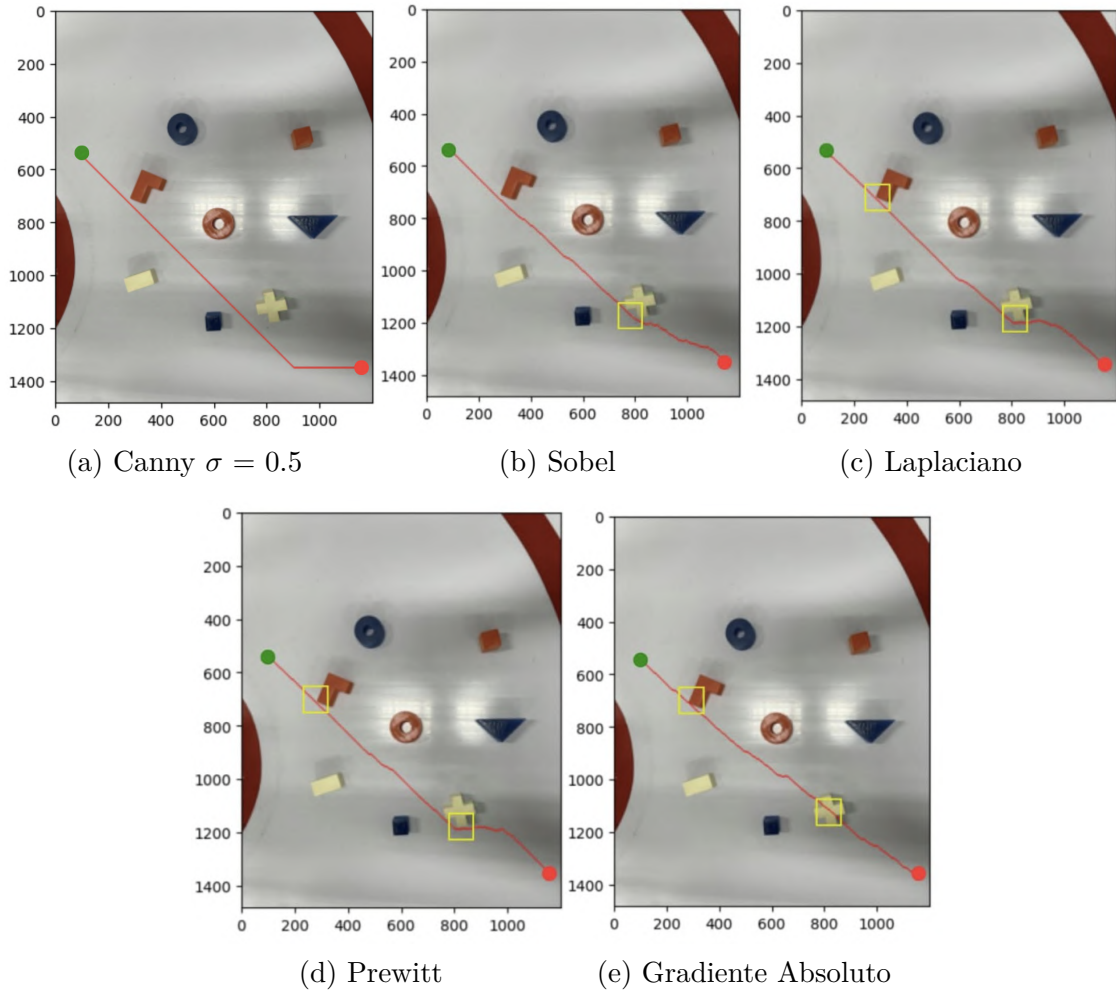
Figura 20 – Rotas obtidas em cenários de imagens óticas medida em pixels, utilizando os mapas de energia e os valores dos parâmetros da Tabela 5.



Fonte: Autor.

Na Figura 21 modifica-se a posição de início e fim e utilizando a mesma imagem ótica do cenário utilizado na Figura 20, é possível destacar que o mapa de energia do Gradiente Absoluto apresentando na Figura 19 resultou em uma rota com colisão, destacado em um quadrado amarelo, o que é explicado pelo mapa retornar muitos ruídos. Destacado por um quadrado amarelo, tem-se a proximidade da rota de alguns obstáculos, é observado que o Canny apresenta a rota levemente mais distante dos obstáculos presentes, esse resultado é relevante pois resulta em uma maior segurança para execução da rota pelo manipulador.

Figura 21 – Rotas obtidas em cenários de imagens óticas medida em pixels, utilizando cada mapa de energia com os valores apresentados na Tabela 5. O quadrado amarelo representando uma colisão ou maior proximidade com obstáculo.



Fonte: Autor.

5.2 Análise dos métodos globais

A Tabela 8 apresenta os resultados obtidos pelo método ECE, proposto nesta pesquisa. Pelo fato do método não possuir nenhuma otimização, a comparação é realizada com os métodos clássicos que buscam obter trajetórias em cenários globais. Ressalta-se que o método ECE, decorrente da modificação do uso do Seam Carving e utilizando outro mapa de energia, destacou-se na redução da distância percorrida em comparação com métodos topológicos como TPP e TPP* e apresentando resultados próximos ao apresentado pelo método APF, que utiliza uma abordagem baseada em campos de força. Este resultado sugere que a rota obtida pelo método proposto, em média, resulta em trajetórias mais curtas.

Analizando a quantidade de pontos necessários para traçar o caminho, é importante ressaltar que maiores valores de pontos resultam em melhores métricas de *jerk* e a maneira

que o método organiza esses pontos está relacionado a suavidade da rota. Dessa forma, destaca-se que o método ECE e o método APF retornam os melhores valores entre quantidade de pontos na rota, reduzindo o *jerk* e suavidade da trajetória.

Tabela 8 – Métricas comparativas entre métodos para traçar rotas.

Método	Distância(cm)	Pontos	Suavidade	Jerk ($\ddot{\theta}$)	Tempo(s)
PRM	42.83 $\pm$ 6.71	13.71 $\pm$ 2.12	0.70 $\pm$ 0.12	10.94 $\pm$ 2.84	2.31 $\pm$ 0.75
TPP*	45.42 $\pm$ 6.83	14.45 $\pm$ 1.88	0.57 $\pm$ 0.08	9.01 $\pm$ 4.06	2.68 $\pm$ 0.50
TPP	43.02 $\pm$ 6.07	13.47 $\pm$ 1.79	0.44 $\pm$ 0.06	7.97 $\pm$ 3.21	5.28 $\pm$ 1.87
RRT	48.78 $\pm$ 6.42	25.30 $\pm$ 3.28	0.73 $\pm$ 0.08	10.04 $\pm$ 1.98	0.81 $\pm$ 0.48
APF	35.83 $\pm$ 2.70	<u>160.33 $\pm$ 31.28</u>	0.04 $\pm$ 0.007	<u>0.06 $\pm$ 0.01</u>	<u>0.11 $\pm$ 0.03</u>
ECE	<u>34.69 $\pm$ 2.80</u>	39.8 $\pm$ 4.06	<u>0.03 $\pm$ 0.002</u>	2.57 $\pm$ 0.36	2.11 $\pm$ 0.98

Fonte: Autor.

Além disso, ao considerar o tempo de execução para obtenção da rota, foi observado que o método proposto apresentou valores comparáveis aos métodos PRM e TPP*, enquanto supera técnicas como TPP, métodos esses que necessitam de algoritmo de busca pelo menor caminho. Entretanto, os métodos APF e RRT apresentam melhores resultados que o método ECE, principalmente por suas abordagens estarem relacionadas a uma rápida exploração do cenário.

Ao comparar os métodos globais, a capacidade do método convergir para uma rota é uma análise essencial. Após a realização de testes em 100 cenários simulados, a Tabela 9 demonstra a capacidade dos métodos, seguindo as restrições do manipulador e dos cenários, em retornar uma rota a ser seguida. Destaca-se o APF como o método que apresenta cenários sem uma rota do ponto de início ao fim, explicado pela presença de mínimos locais.

Tabela 9 – Quantidade de cenários que apresentam convergência de rota e parâmetros utilizados pelos métodos.

Método	Quantidade	Parâmetros
PRM	100	$Q_{pontos} = 500$ e Distância = 1cm
TPP*	100	$Grid = 1\text{cm}$ e $Margem = 4\text{cm}$
TPP	100	$Margem = 4\text{cm}$
RRT	100	$D_{pontos} = 1\text{cm}$ e $N_{iterações} = 500$
APF	91	$F_{atração} = 1$ e $F_{repulsão} = 0.5$
ECE	100	$\sigma = 0.5$, $Limiar_{inferior} = 40$ e $Limiar_{superior} = 120$

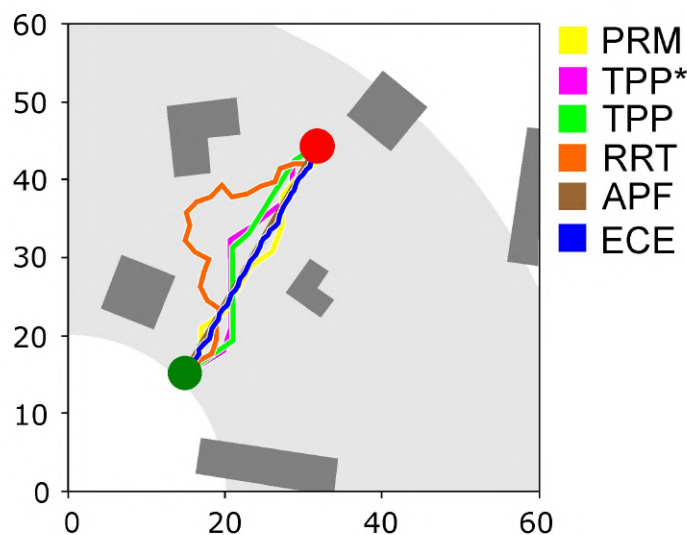
Fonte: Autor.

A Figura 22 ilustra a comparação da rota obtida pelos métodos em um cenário onde

não há obstáculos entre o ponto inicial e o ponto final da rota. Nesse cenário, observa-se que o método ECE obtem uma rota mais direta e sem desvios desnecessários, assim como o método APF. Esta análise indica que em ambientes simples e sem obstáculos entre os pontos, o método proposto consegue obter uma rota mais suave e minimizando a distância percorrida.

Ao comparar a rota obtida pelo método ECE com os outros métodos como TPP, TPP*, PRM e RRT, nota-se que essas abordagens tem tendência a traçar caminhos mais longos ou com desvios desnecessários. Partindo desta observação, constata-se que em ambientes simples, que não apresentam obstáculos entre os pontos, o método ECE e o APF, destacam-se por sua capacidade de obter rotas mais diretas e suaves, demonstrando a capacidade do método ECE obter rotas em cenários simples, onde não há necessidade de contornar obstáculos.

Figura 22 – Comparativo das rotas em um cenário que não necessita desviar de obstáculos.



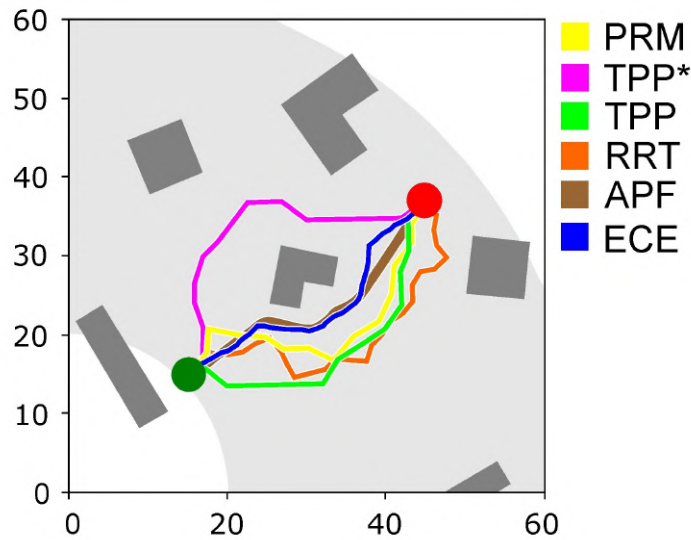
Fonte: Autor.

A Figura 23 apresenta um cenário em que os métodos necessitam retornar a rota desviando do obstáculo entre os pontos e é possível perceber como cada abordagem obtem a trajetória. O método ECE e o APF demonstram sua eficácia ao traçar uma rota livre de colisão, com a menor distância e maior suavidade. Esses dois métodos apresentam resultados consistentes em obter trajetórias mais simples e minimizar desvios desnecessários.

Entretanto, ao analisar a rota do método RRT, percebe-se uma trajetórias com desvios desnecessários e, conseqüentemente, gerando caminhos mais longos. Devido ao fato de atuar criando grafos aleatórios dentro do espaço de atuação, muitas vezes seus caminhos podem apresentar essa estrutura. Ao observar o comportamento dos métodos PRM e TPP, também retornam trajetórias com alguns desvios, como o apresentado pelo RRT, o que contribui em piores valores de suavidade. Por fim, o método TPP* apresenta

um comportamento alternativo aos outros métodos, mas a maneira que os pontos são organizados na rotas, contribuem para valores de suavidade piores que os do método ECE.

Figura 23 – Comparativo das rotas em um cenário com um obstáculo.



Fonte: Autor.

Analisar a energia necessária que o manipulador utiliza para percorrer a rota, os resultados obtidos pelo método proposto foram em média iguais ao do APF, e resultaram em melhores valores quando comparado aos outros métodos, o que contribui para uma operação eficiente do manipulador e extendendo o seu tempo de uso. Na Tabela 10 com o uso da equação (3.16), são apresentados os valores de consumo médio de energia que cada método utilizado nesta pesquisa necessita para seguir a rota em um teste de 100 cenários. Nota-se como o método ECE e APF apresentam os menores valores para esta métrica.

Tabela 10 – Consumo de energia do manipulador.

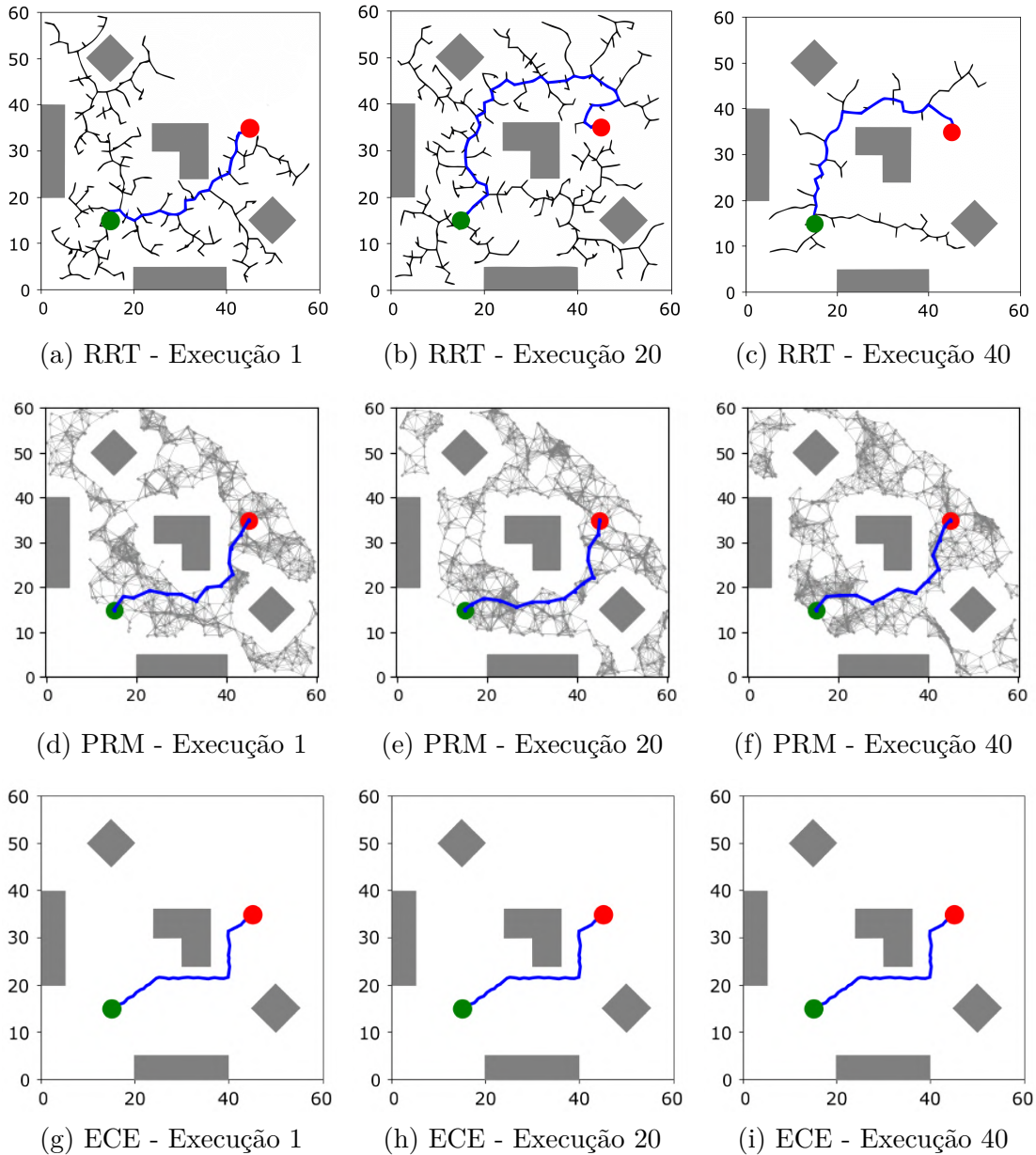
Método	Consumo [kWh]
PRM	0.029±0.008
TPP*	0.028±0.009
TPP	0.029±0.009
RRT	0.035±0.008
APF	0.019±0.005
ECE	<u>0.019±0.003</u>

Fonte: Autor.

Outro aspecto importante na robótica é a repetibilidade na geração da trajetória. Enquanto algumas abordagens da literatura, como RRT e PRM apresentam rotas distintas a cada execução para o mesmo cenário, foi observado que o método ECE resulta no mesmo

caminho em diversas execuções. Foram realizadas 40 repetições para o mesmo cenário e a Figura 24 apresenta como os métodos RRT e PRM retornam rotas distintas, enquanto o método ECE retorna a mesma trajetória. Esse comportamento ocorre devido à maneira como o método proposto funciona, atuando na menor energia presente. Essa avaliação é necessária para garantir a confiança e repetibilidade das operações do manipulador.

Figura 24 – Exemplos de execuções do mesmo cenário resultando em rotas distintas pelos métodos RRT e PRM, enquanto o método ECE retorna a mesma rota.



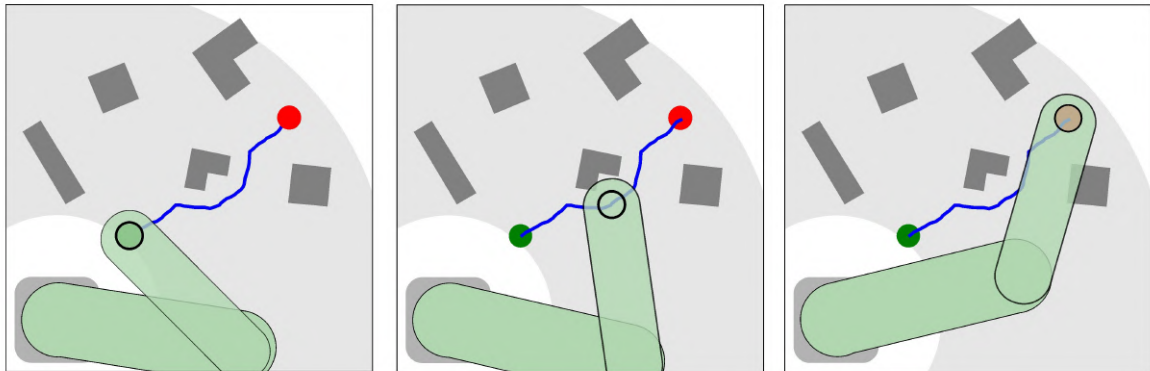
Fonte: Autor.

5.3 Análise das movimentações do manipulador

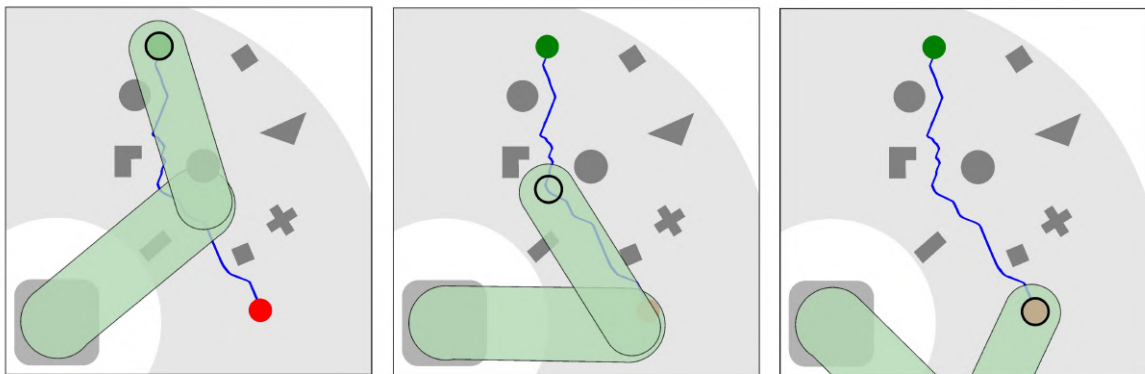
Nesta seção são analisados os resultados referentes as movimentações do manipulador. Na Figura 25, são apresentados cenários que demonstram o manipulador executando

as rotas obtidas. Esses resultados reforçam que o método proposto resulta em caminhos viáveis para a execução, evitando colisões com os obstáculos e respeitando as restrições de cenário e do manipulador. A rota (linha azul) que o *end-effector* (marcada como círculo preto) segue, garantindo que o manipulador atinja o ponto de destino (marcado em vermelho).

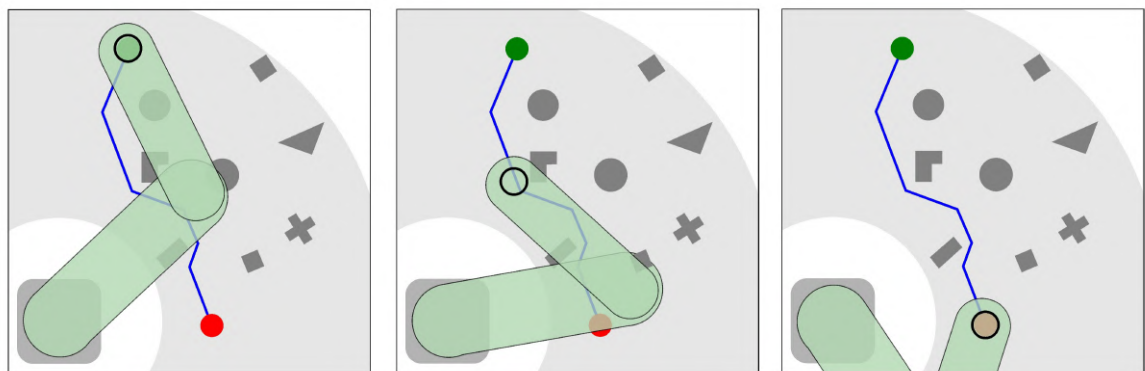
Figura 25 – Manipulador robótico seguindo a rota em diferentes cenários.



(a) Manipulador seguindo a rota no cenário 1.



(b) Manipulador seguindo a rota no cenário 2.



(c) Manipulador seguindo a rota no cenário 3.

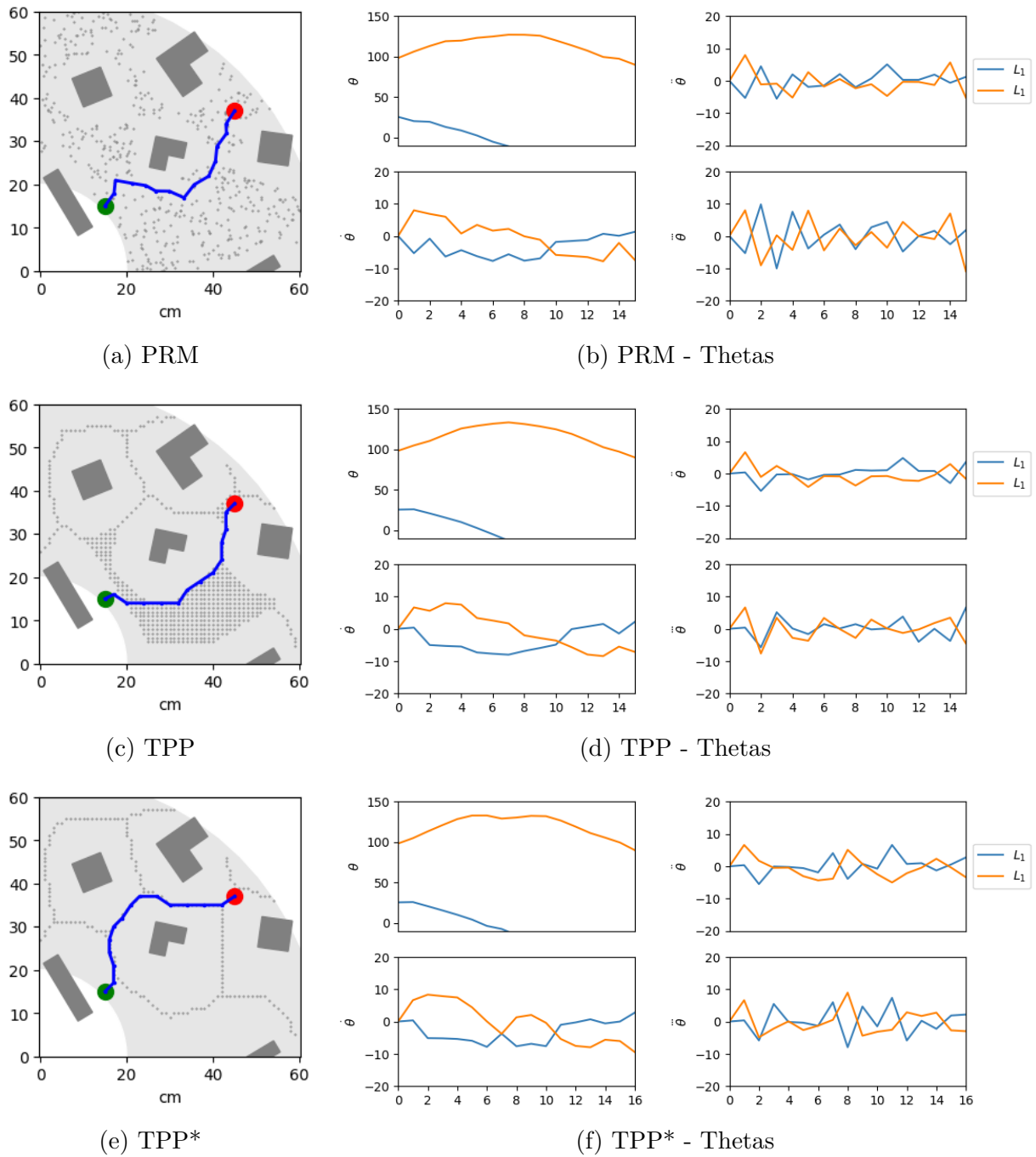
Fonte: Autor.

Em cada conjunto de imagens, observa-se que o braço do manipulador se ajusta

dinamicamente à trajetória planejada, considerando o ambiente e reforçando a viabilidade prática do método.

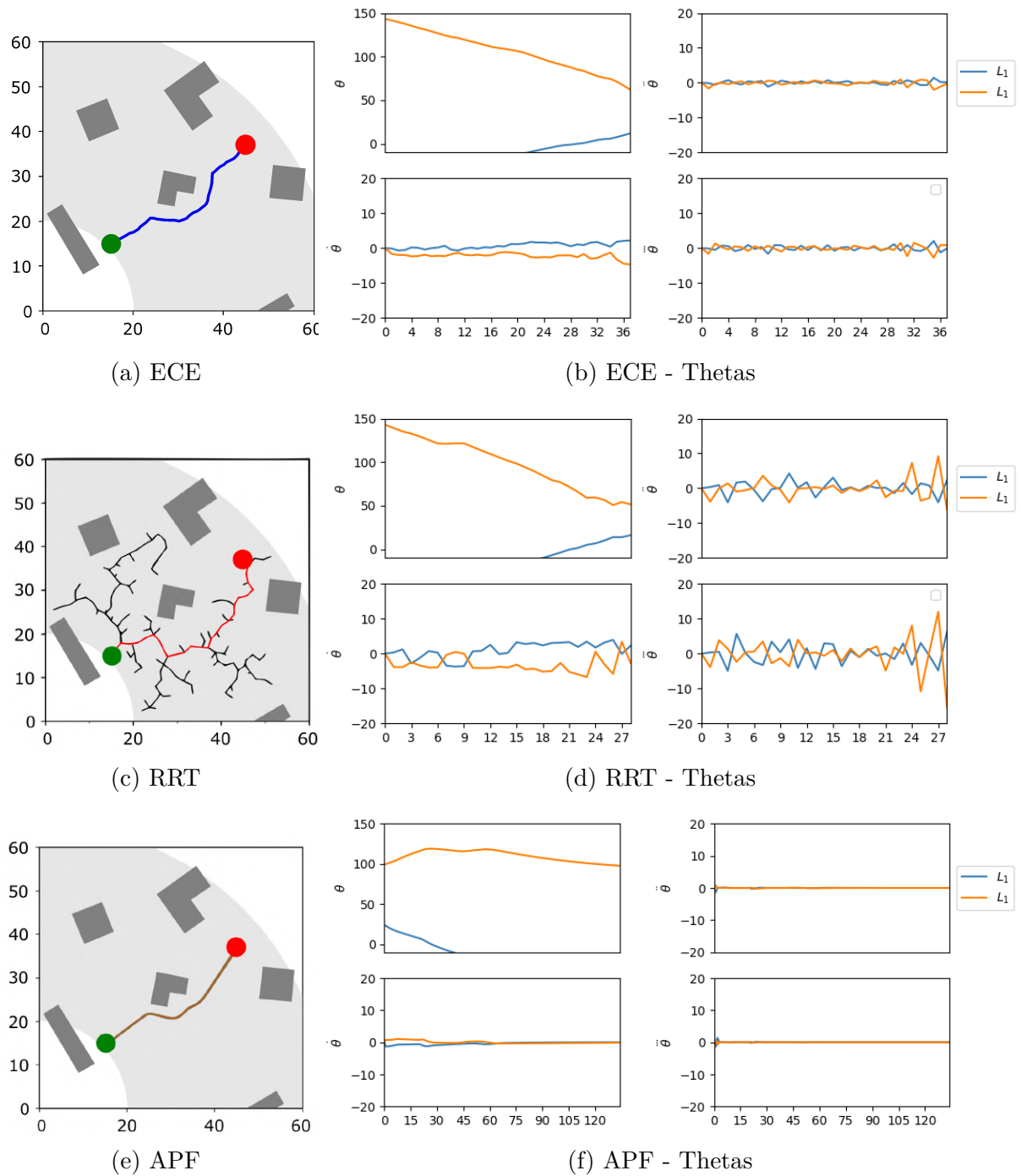
Os valores de θ apresentados nas Figuras 26 e 27, representam os valores para definição do posicionamento e movimentação das juntas do manipulador. Tem-se que: θ referente a posição do manipulador, $\dot{\theta}$ representando a velocidade angular, $\ddot{\theta}$ representa a variação da aceleração e $\ddot{\theta}$ representa o máximo do *jerk* nos movimentos efetuados.

Figura 26 – Resultados dos Thetas obtidos pelos métodos. L1 e L2 simbolizando os valores da movimentação das juntas do manipulador a cada iteração na rota obtida.



Fonte: Autor.

Figura 27 – Resultados dos Thetas obtidos pelos métodos. L1 e L2 simbolizando os valores da movimentação das juntas do manipulador a cada iteração na rota obtida.



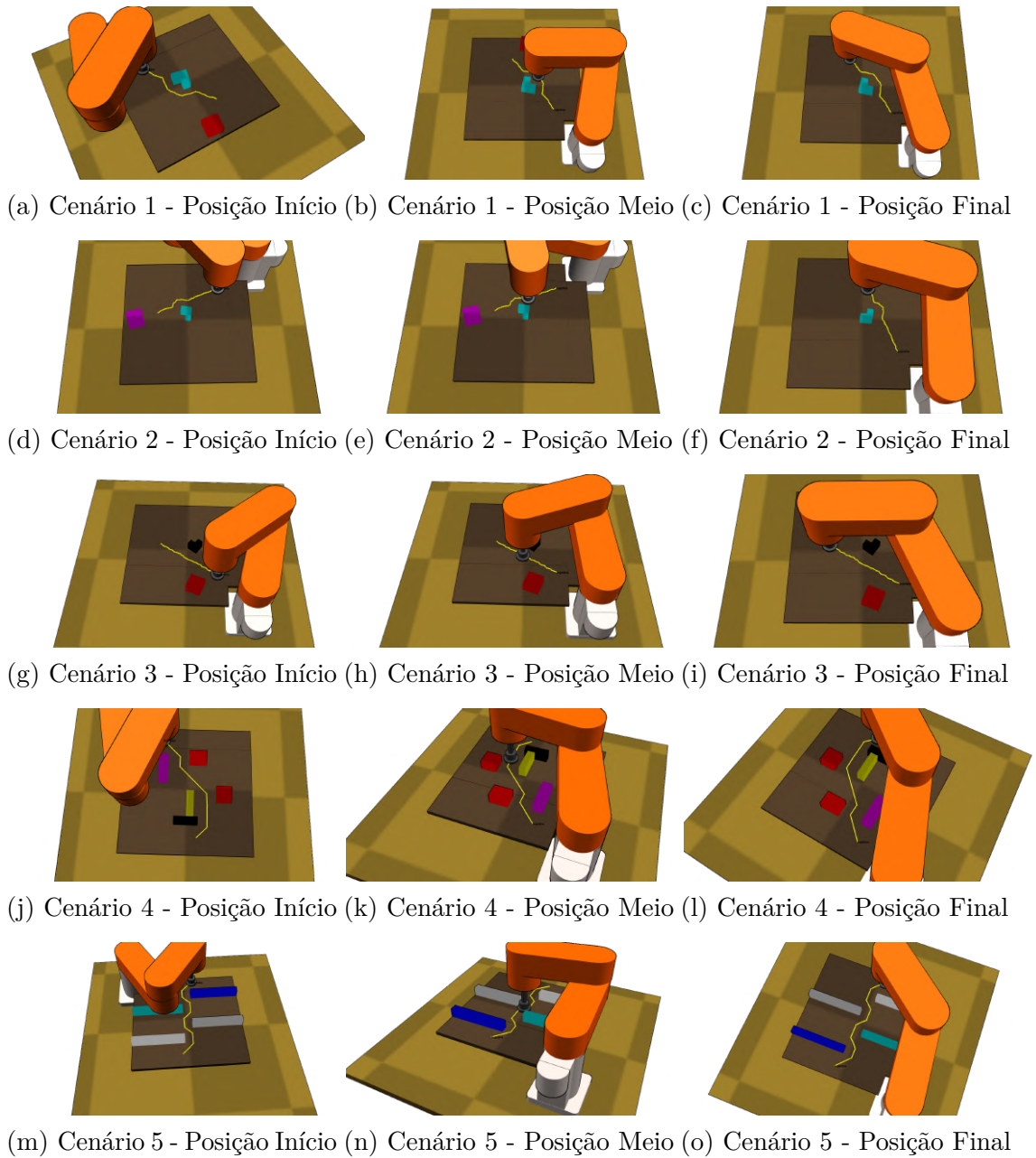
Fonte: Autor.

A Figura 26 e Figura 27 apresentam como os valores do *theta* obtidos por cada método ao longo da trajetória configuram a movimentação das juntas do manipulador. Observa-se que movimentações mais suaves e com poucas alterações nos ângulos das juntas do manipulador são representadas por valores de L1 e L2 mais próximos. Dessa forma, o método ECE e o APF apresentam os gráficos com valores mais próximos entre as movimentações, resultando em maior suavidade na rota. Entretanto, métodos como RRT e

PRM apresentam maiores quantidades de oscilações entre as movimentações, demonstrando como o manipulador necessita de mais ajustes em suas juntas no decorrer da rota, na visualização da trajetória percebe-se como existe a maior presença de desvios e mudanças na trajetória.

A Figura 28 apresenta uma simulação do manipulador SCARA utilizado nesta pesquisa. Esta simulação tem como objetivo validar o método ECE, em que é possível analisar como o manipulador segue a rota obtida de forma segura e livre de colisões.

Figura 28 – Simulação 3D do manipulador seguindo a rota obtida pelo método ECE em diferentes cenários.



Fonte: Autor.

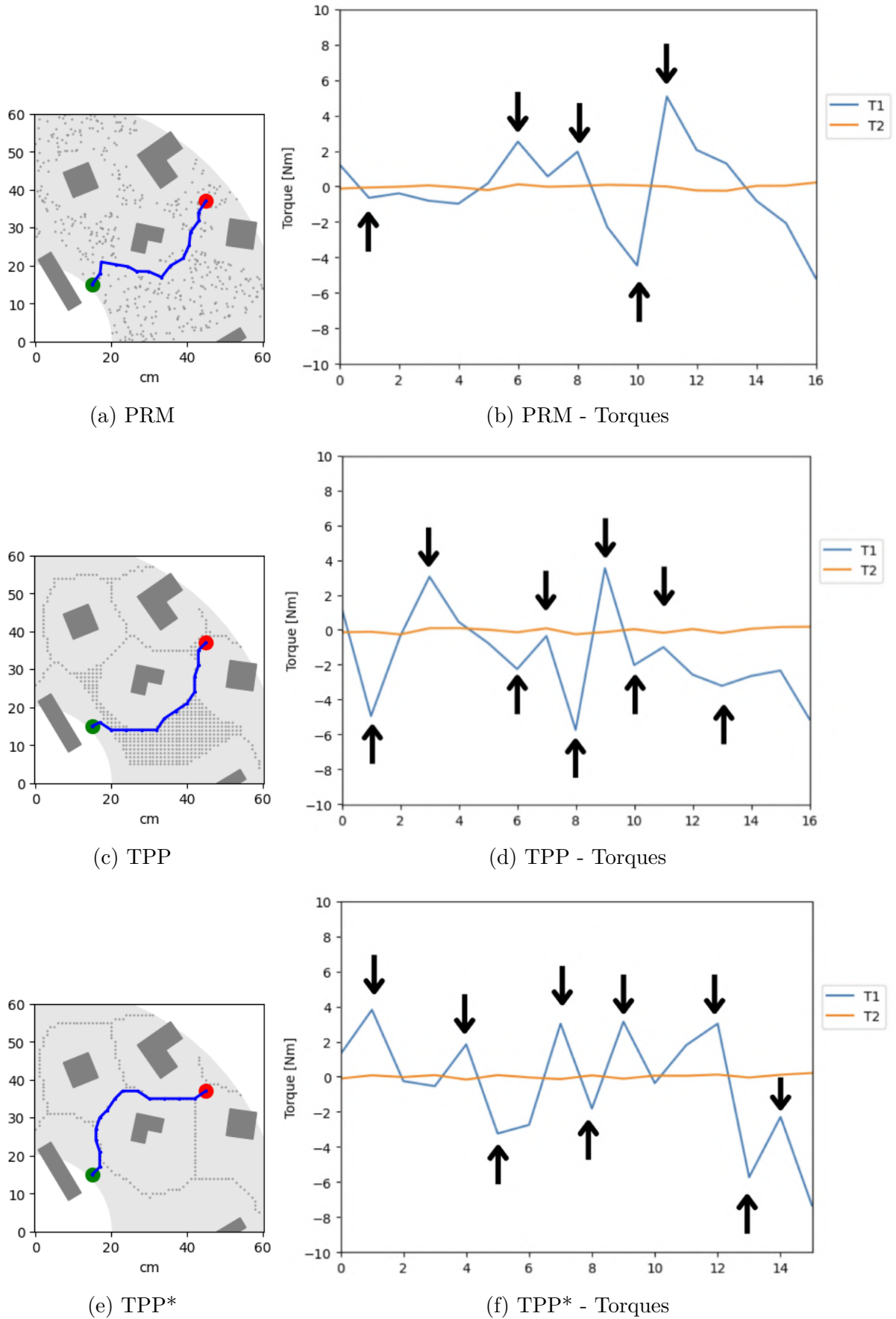
Os cenários 1, 2 e 3 na Figura 28 consistem em cenários com somente 1 obstáculo

ou nenhum entre os pontos de início e fim, enquanto as simulações dos cenários 4 e 5 representam situações mais desafiadoras, em que o manipulador precisa realizar maiores desvios e operar entre vários obstáculos. Percebe-se como o método ECE retorna rotas seguras para o manipulador seguir, sem a presença de colisões, demonstrando a capacidade do método em adaptar-se a diversos tipos de cenários.

Os torques representam a força que o manipulador aplica às juntas para ajustar sua posição e efetuar a movimentação, esses valores são obtidos utilizando as equações (3.13) e (3.14) e visualizados nas Figuras 29 e 30. Analisar esses valores e buscar minimiza-los é uma maneira para evitar sobrecargas nos motores e obter maior durabilidade do manipulador.

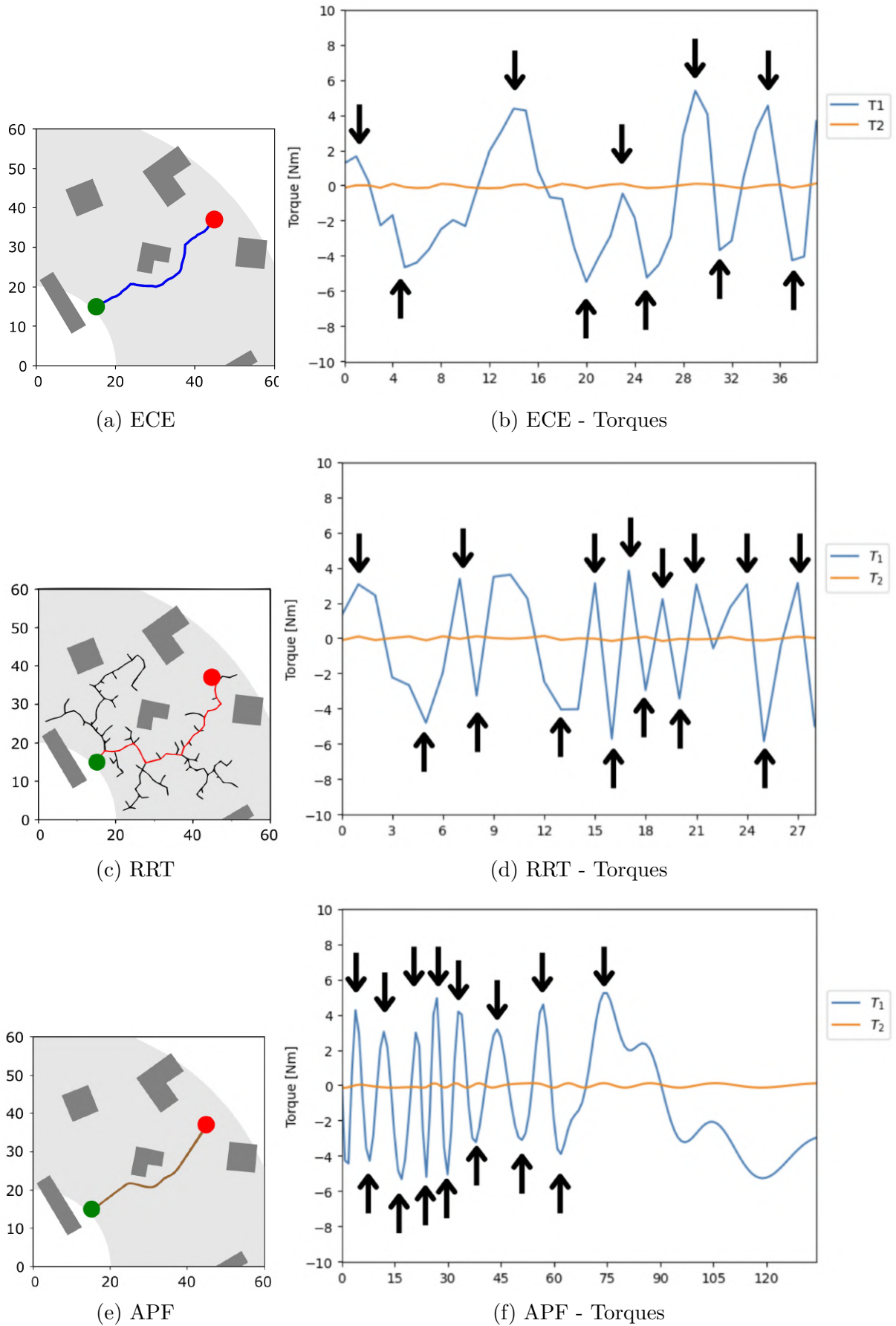
Os valores apresentados nas Figuras 29 e 30 revelam comportamentos distintos entre os métodos comparados, enquanto as setas presentes exemplificam a quantidade de variações entre as sucessivas movimentações. É importante observar a quantidade de oscilações em relação a quantidade de pontos. O método ECE e o APF apresentaram torques mais estáveis e uma menor quantidade de oscilações em relação ao número de pontos na rota, necessitando de menos força aplicada pelo manipulador para ajustar a posição entre as movimentações, sugerindo movimentos com menor desgaste nas juntas. Por outro lado, o método RRT e TPP* apresentam uma maior quantidade de oscilação nos valores de torque, demonstrando a necessidade de maior esforço do manipulador.

Figura 29 – Valores dos Torques obtidos pelos métodos. T1 e T2 representando os valores obtidos pela força aplicada pelas juntas do manipulador a cada iteração.



Fonte: Autor.

Figura 30 – Valores dos Torques obtidos pelos métodos. T1 e T2 representando os valores obtidos pela força aplicada pelas juntas do manipulador a cada iteração.

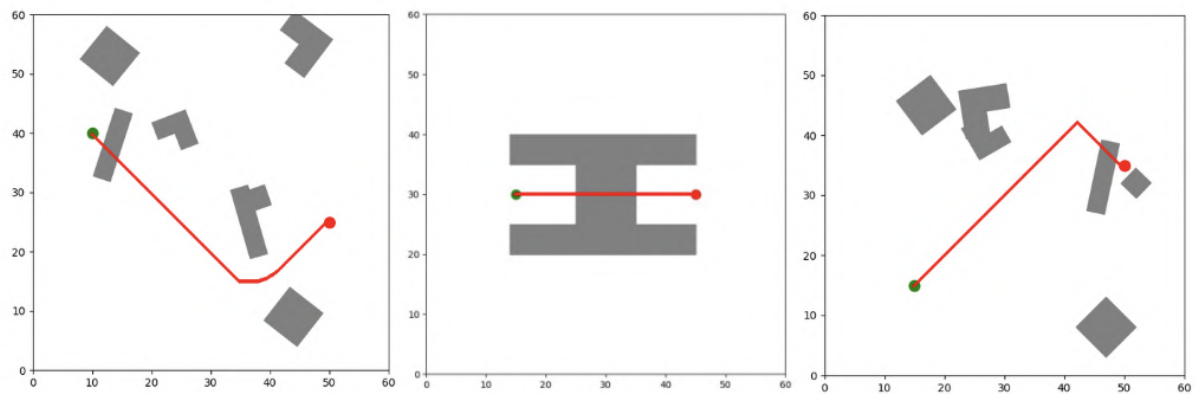


Fonte: Autor.

5.4 Limitações e outras aplicações

A Figura 31 demonstra limitações observadas no uso do método ECE. A principal limitação do método está na maneira como a comparação entre os pixels vizinhos é efetuada para obter a rota. Como a abordagem considera deslocamentos em ângulos de 45° , pode-se gerar desafios em cenários específicos. Por exemplo, se os pontos inicial ou final estiverem próximos a obstáculos, pode ser necessário um ângulo mais preciso para desviar desses obstáculos enquanto que em cenários que necessitem de uma rota que efetue "curvas", como no cenário do centro da imagem parecido com a forma de um "H", não é possível obter a rota, pela limitação do método em escolher somente um pixel por linha ou coluna.

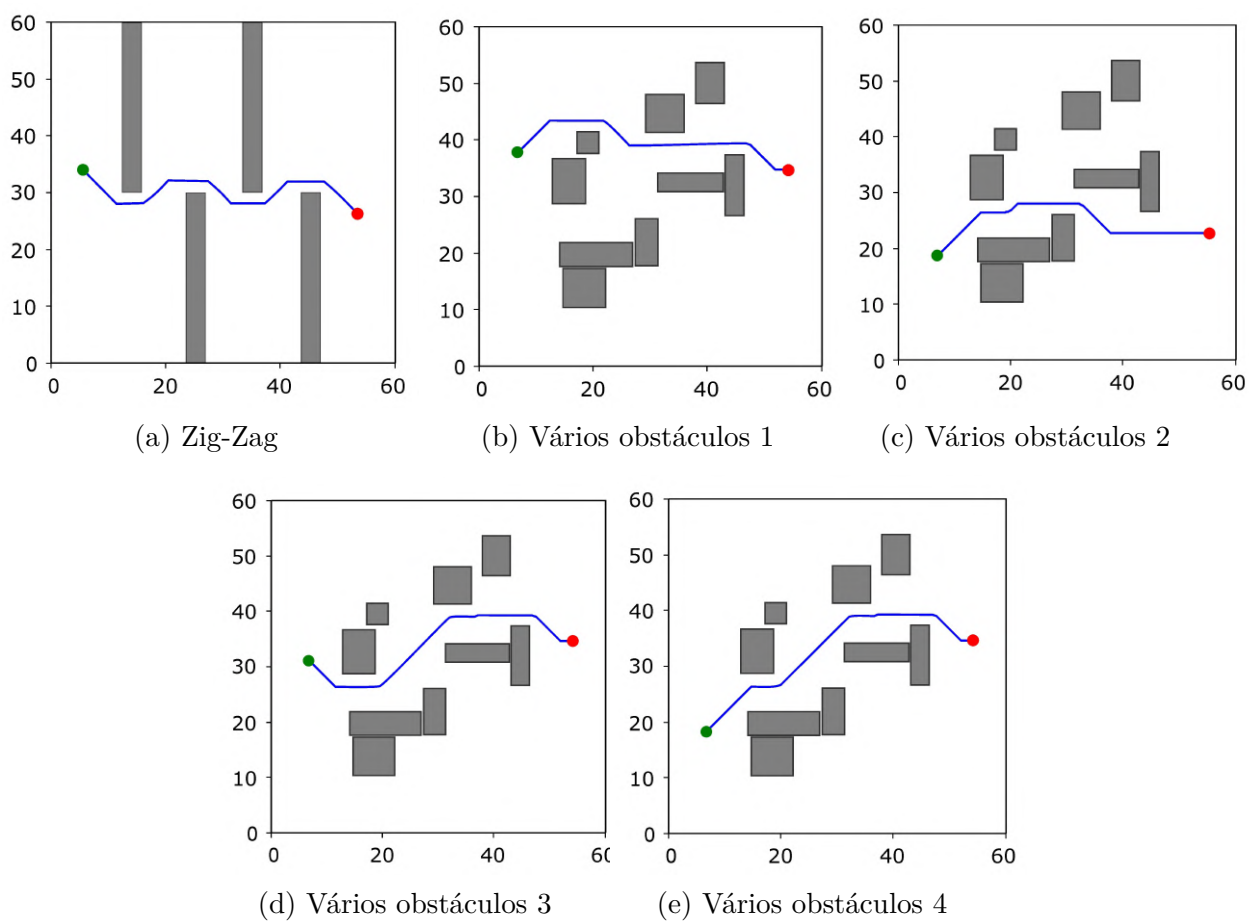
Figura 31 – Cenários que demonstram a limitação do método. Proximidade do ponto de início e fim do obstáculo e incapacidade de realizar contornos.



Fonte: Autor.

A Figura 32 demonstra alguns exemplos de cenários com vários obstáculos em situações que podem representar aplicação na robótica móvel, como em cenários de zig-zag ou cenários com obstáculos bastante próximos variando apenas o ponto de início ou fim. Esses resultados iniciais demonstram a possibilidade de adaptação do método em aplicações que necessitam de rotas em ambientes complexos.

Figura 32 – Rotas obtidas pelo método ECE aplicado em cenários associados a robótica móvel.



Fonte: Autor.

6 Conclusões

Conclui-se que os resultados obtidos pelo uso do método ECE, resultaram em um desempenho competitivo em relação aos métodos apresentados, como RRT, APF, TPP* e TPP. A análise quantitativa evidenciou que o método unido ao mapa de energia de Canny destacou-se na obtenção de rotas mais curtas, mais suaves e com menores valores de *jerk*, contribuindo para uma movimentação mais suave e com menor desgaste, unido ao menor consumo de energia, equivalente ao do APF.

Ressalta-se a capacidade do método em criar trajetórias com maior previsibilidade. Enquanto os métodos de planejamentos de trajetórias probabilísticas, como RRT e PRM apresentam em execuções repetidas para o mesmo cenário rotas distintas, o método proposto retorna a mesma trajetória, reafirmando a repetibilidade da rota e garantindo maior confiança para o ambiente. Este comportamento é evidenciado pela abordagem do método consistir na utilização da menor energia do cenário.

Entretanto, algumas limitações podem ser destacadas, principalmente relacionado ao ângulo utilizado para a criação das rotas, o que pode gerar colisões em cenários com obstáculos posicionados muito próximo aos pontos de início ou fim da rota, em que a precisão do método pode ser comprometida, necessitando de ajustes nos parâmetros dos mapas de energia na obtenção da rota. Esses resultados também demonstraram a capacidade de aplicação do método em cenários simulados e cenários de imagens óticas, sem a necessidade de algum método de segmentação.

Esta pesquisa também permitiu comparar e avaliar os diferentes métodos para criação do mapa de energia e como afetam no desempenho do método. Utilizando os parâmetros apresentados neste trabalho, destaca-se o Canny como a opção com os melhores resultados médios, proporcionando menores distâncias e trajetórias mais suaves. Enquanto o mapa de energia obtido com o Gradiente Absoluto apresenta mais colisões, principalmente pela abordagem de comparar a diferença entre os pixels vizinhos, o que motivou a modificação do filtro para obter um mapa de energia que melhor auxilie o método para o planejamento de rotas.

Este método proposto conseguiu superar os desafios de evitar mínimos locais, obter repetibilidade da rota, resultando em maior segurança e ser aplicado em cenários de imagens óticas.

7 Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros, sugere-se as seguintes melhorias:

- i. fusão de mapas de energia para unir as melhores características dos mapas para realçar obstáculos e obter rotas mais suaves;
- ii. utilização de uma grade maior de pixels na exploração do custo acumulado dos pixels, buscando a criação de rotas em cenários que possuem o ponto de início ou fim próximo a obstáculos, contornando-os;
- iii. utilização de técnicas de otimização ou aprendizado de máquina, para encontrar os parâmetros ideais necessários para obtenção do mapa de energia.

Referências

- ARONOV, B. et al. Motion planning for multiple robots. *Discrete and Computational Geometry*, v. 22, p. 505–525, 12 1999. Citado na página 15.
- AVIDAN, S.; SHAMIR, A. Seam carving for content-aware image resizing. In: *ACM SIGGRAPH 2007 Papers*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2007. (SIGGRAPH '07), p. 10–es. ISBN 9781450378369. Citado 4 vezes nas páginas 17, 28, 39 e 40.
- BATISTA, J. et al. Trajectory planning using artificial potential fields with metaheuristics. *IEEE Latin America Transactions*, v. 18, n. 05, p. 914–922, 2020. Citado na página 21.
- BATISTA, J. G. et al. Collision avoidance for a selective compliance assembly robot arm manipulator using topological path planning. *Applied Sciences*, v. 13, n. 21, 2023. ISSN 2076-3417. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 25.
- BHATTACHARYA, M. L. S.; KUMAR, V. Topological constraints in search-based robot path planning. *Autonomous Robots volume*, v. 33, p. 273–290, 2012. Citado na página 26.
- BIAGIOTTI, L.; MELCHIORRI, C. et al. Trajectory planning for automatic machines and robots. Springer-Verlag, 2009. Citado na página 46.
- CANNY, J. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-8, n. 6, p. 679–698, 1986. Citado na página 33.
- CAO, K. et al. Improved prm for path planning in narrow passages. In: *2019 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*. Tianjin, China: IEEE, 2019. p. 45–50. Citado na página 16.
- CHEN, Z.; MA, L.; SHAO, Z. Path planning for obstacle avoidance of manipulators based on improved artificial potential field. In: *2019 Chinese Automation Congress (CAC)*. Hangzhou, China: IEEE, 2019. p. 2991–2996. Citado na página 16.
- CHOI, K.-H.; HA, J.-E. An adaptive threshold for the canny algorithm with deep reinforcement learning. *IEEE Access*, v. 9, p. 156846–156856, 2021. Citado na página 35.
- CORDEIRO, R. F.; REIS, L. P.; FERNANDES, J. M. A hierarchical model for industry 4.0 concepts. *RAM. Revista de Administração Mackenzie*, SciELO Brasil, v. 24, p. eRAMR230061, 2023. Citado na página 15.
- CORREIA, V. C. A.; CAURIN, G. A. d. P. *Um estudo sobre o impacto da robótica colaborativa na produtividade em tarefas manuais*. 2018. Citado na página 15.
- FITZGERALD, A. E. et al. *Máquinas Elétricas: Com introdução à eletrônica de potência*. Porto Alegre: Bookman, 2006. Citado na página 38.
- Freepik. *Uma vista aérea do labirinto verde The Secret Space em Ratchaburi, Tailândia*. 2025. Disponível em: <https://br.freepik.com/fotos-premium/uma-vista-aerea-do-labirinto-verde-the-secret-space-em-ratchaburi-tailandia_34950898.htm>. Acesso em: Acessado em: 10 março 2025. Citado 5 vezes nas páginas 28, 29, 31, 32 e 34.

- GASPARETTO, A. et al. Trajectory planning in robotics. *Mathematics in Computer Science*, v. 6, 09 2012. Citado na página 15.
- GONZALEZ, C. *What's the Difference Between Industrial Robots?* 2016. Acesso em: 22 abril 2024. Citado na página 37.
- HARTENBERG, R.; DANAVIT, J. *Kinematic synthesis of linkages*. New York: McGraw-Hill, 1964. Citado na página 36.
- HUANG, H.; JIANG, J. Laplacian operator based level set segmentation algorithm for medical images. In: *2009 2nd International Congress on Image and Signal Processing*. Tianjin, China: IEEE, 2009. Citado na página 30.
- JAN, Z. et al. Artificial intelligence for industry 4.0: Systematic review of applications, challenges, and opportunities. *Expert Systems with Applications*, v. 216, p. 119456, 2023. ISSN 0957-4174. Citado na página 15.
- KAUR, N.; SHARMA, K.; JAIN, A. Hybrid edge detection method for autonomous vehicle navigation. In: *Proceedings of the 2024 7th International Conference on Contemporary Computing and Informatics (IC3I)*. Greater Noida, India: IEEE, 2024. p. 167–172. Citado na página 30.
- KAVRAKI, L. et al. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 12, n. 4, p. 566–580, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 22.
- KHATIB, O. The potential field approach and operational space formulation in robot control. In: _____. *Adaptive and Learning Systems: Theory and Applications*. Boston, MA: Springer US, 1986. p. 367–377. ISBN 978-1-4757-1895-9. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 20.
- LAVALLE, S. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning. *Computer Science Dept. Oct.*, v. 98, n. 11, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 24.
- LAVALLE, S. M. *Planning algorithms*. Cambridge: Cambridge university press, 2006. Citado na página 20.
- LIU, C.; CHANG, J.; LIU, C. Path planning for mobile robot based on an improved probabilistic roadmap method. *Chinese Journal of Electronics, CIE*, v. 18, n. 3, p. 395–399, 2009. Citado na página 17.
- LIU FU GUO, Z. Z. L.; DUFFY, V. G. Application, development and future opportunities of collaborative robots (cobots) in manufacturing: A literature review. *International Journal of Human-Computer Interaction*, Taylor & Francis, v. 40, n. 4, p. 915–932, 2024. Citado na página 15.
- MASHAYEKHI, R. et al. Informed rrt*-connect: An asymptotically optimal single-query path planning method. *IEEE Access*, v. 8, p. 19842–19852, 2020. Citado na página 16.
- MEGALINGAM, R. K. et al. Computational analysis between software and hardware implementation of sobel edge detection algorithm. In: *Proceedings of the 2019 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP)*. Chennai, India: IEEE, 2019. p. 529–533. Citado na página 28.

- MEHLHORN, K.; SANDERS, P. Shortest paths. *Algorithms and Data Structures: The Basic Toolbox*, Springer, p. 191–215, 2008. Citado na página 46.
- MOORE, C. et al. *URA*: Uncertainty-aware Path Planning using Image-based Aerial-to-Ground Traversability Estimation for Off-road Environments*. 2023. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2309.08814>>. Citado na página 16.
- NIKOLIC, M.; TUBA, E.; TUBA, M. Edge detection in medical ultrasound images using adjusted canny edge detection algorithm. In: *Proceedings of the 2016 24th Telecommunications Forum (TELFOR)*. Belgrade, Serbia: IEEE, 2016. p. 1–4. Citado na página 34.
- NIKU, S. B. *Introduction to robotics: Analysis, Control, Applications*. 2nd. ed. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley Sons, 2011. Citado na página 15.
- OLIVEIRA, A. L.; RAMALHO, G. L. B. Safe route planning for manipulator robot using seam carving technique. *Journal of Bioengineering, Technologies and Health*, v. 7, n. Suppl2, p. 5–9, dec 2024. Citado na página 18.
- OLIVEIRA, A. L.; RAMALHO, G. L. B. Safe route planning for manipulator robot using seam carving technique. In: *Anais da XXIV Escola Regional de Computação Bahia, Alagoas e Sergipe*. Porto Alegre, RS, Brasil: SBC, 2024. p. 169–174. ISSN 0000-0000. Disponível em: <<https://sol.sbc.org.br/index.php/erbase/article/view/33888>>. Citado na página 18.
- PCHELKINA, O.; LUZHNOV, P. An algorithm for automatic image segmentation using the sobel method for an optical coherence tomography. In: *2024 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE)*. Moscow, Russian Federation: IEEE, 2024. p. 1–6. Citado na página 30.
- SANTOS, J. A. d. et al. Avaliação textural por ressonância magnética dos tumores da fossa posterior em crianças. *Radiologia Brasileira*, Publicação do Colégio Brasileiro de Radiologia e Diagnóstico por Imagem, v. 37, n. 4, p. 245–249, Jul 2004. ISSN 0100-3984. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0100-39842004000400006>>. Citado na página 28.
- SEIF, A.; SALUT, M. M.; MARSONO, M. N. A hardware architecture of prewitt edge detection. In: *2010 IEEE Conference on Sustainable Utilization and Development in Engineering and Technology*. Kuala Lumpur, Malaysia: IEEE, 2010. p. 99–101. Citado na página 31.
- SILVA, L. et al. Proposta de planejamento e controle de trajetória para manipuladores industriais. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE AUTOMÁTICA. *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*. Belo Horizonte, Brasil, 2014. v. 20, n. 20, p. 3954–3961. Citado na página 20.
- SINGH, A.; SINGH, M.; SINGH, B. Face detection and eyes extraction using sobel edge detection and morphological operations. In: *2016 Conference on Advances in Signal Processing (CASP)*. Pune, India: IEEE, 2016. p. 295–300. Citado na página 29.
- SONI, A.; SINGH, A. P. Automatic pulmonary cancer detection using prewitt morphological dilation. In: *2nd International Conference on Data, Engineering and Applications (IDEA)*. Bhopal, India: IEEE, 2020. p. 1–6. Citado na página 32.

- SOORI, M.; AREZOO, B.; DASTRES, R. Internet of things for smart factories in industry 4.0, a review. *Internet of Things and Cyber-Physical Systems*, v. 3, p. 192–204, 2023. ISSN 2667-3452. Citado na página 15.
- SOUZA, L. A. L. de et al. Simulação computacional e big data como inserção tecnológica em processos industriais: uma revisão sistemática da literatura: Computational simulation and big data as technological insertion in industrial processes: a systematic literature review. *Brazilian Journal of Business*, v. 5, n. 2, p. 1110–1125, jun. 2023. Citado na página 15.
- SPONG, M. W.; VIDYASAGAR, M. *Robot Dynamics and Control*. New York: John Wiley and Sons, 1989. Citado na página 35.
- TAKAHASHI, O.; SCHILLING, R. Motion planning in a plane using generalized voronoi diagrams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 5, n. 2, p. 143–150, 1989. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 23.
- TANG, J.; LIU, N.; JIAN, H. An edge detection method based on improved sobel operator for infrared target extraction. In: *2023 IEEE 5th International Conference on Power, Intelligent Computing and Systems (ICPICS)*. Shenyang, China: IEEE, 2023. p. 119–123. Citado na página 29.
- TAUFIQ, S. A.; NALINI, N.; RIMLONSHIBI, S. Edge detection of satellite image for water body identification using marr -hildreth algorithm and comparing with canny edge detector algorithm to enhance accuracy and contrast. In: *2023 Eighth International Conference on Science Technology Engineering and Mathematics (ICONSTEM)*. Chennai, India: IEEE, 2023. p. 1–5. Citado na página 34.
- WANG, X. Laplacian operator-based edge detectors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, IEEE, v. 29, n. 5, p. 886–890, 2007. Citado na página 30.
- WEISS, A.; WORTMEIER, A.-K.; KUBICEK, B. Cobots in industry 4.0: A roadmap for future practice studies on human–robot collaboration. *IEEE Transactions on Human-Machine Systems*, v. 51, n. 4, p. 335–345, 2021. Citado na página 15.
- XIAO, C.; WANG, W. Research on crack detection of crystal stone based on the laplacian operator. In: *2016 International Conference on Industrial Informatics - Computing Technology, Intelligent Technology, Industrial Information Integration (ICIICII)*. Wuhan, China: IEEE, 2016. p. 96–99. Citado na página 30.
- YEDUKONDALU, N.; KUMAR, V. B.; RAO, A. N. Identifying plant diseases on digital farming using canny edge detection algorithm. In: *2023 Second International Conference on Augmented Intelligence and Sustainable Systems (ICAISS)*. Trichy, India: IEEE, 2023. p. 943–947. Citado na página 34.
- ZHOU, R.-G. et al. Quantum image edge extraction based on improved prewitt operator. *Quantum Information Processing*, Springer, v. 18, p. 1–24, 2019. Citado na página 32.