



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ -
IFCE CAMPUS FORTALEZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA – PGECM**

FRANCISCA NARLA MATIAS MORORÓ

**DIDÁTICA PROFISSIONAL (DP) E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD):
UM OLHAR SOBRE A FORMAÇÃO DOCENTE E O ENSINO DE ÁLGEBRA
NO 9º ANO**

FORTALEZA

2023

FRANCISCA NARLA MATIAS MORORÓ

DIDÁTICA PROFISSIONAL (DP) E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD): UM
OLHAR SOBRE A FORMAÇÃO DOCENTE E O ENSINO DE ÁLGEBRA NO 9º ANO

Dissertação de Mestrado Acadêmico
apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática do Instituto
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará (IFCE) - *Campus* Fortaleza, como
requisito parcial para obtenção do Título de
Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.
Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira
Alves.

Coorientadora: Profa. Dra. Francisca Cláudia
Fernandes Fontenele.

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal do Ceará - IFCE
Sistema de Bibliotecas - SIBI
Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- M867d Mororó, Francisca Narla Matias.
Didática Profissional (DP) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD) : um olhar sobre a formação docente e o ensino de álgebra no 9º ano / Francisca Narla Matias Mororó. - 2023.
194 f. : il. color.
- Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2023.
Orientação: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves.
Coorientação: Prof. Dr. Francisca Cláudia Fernandes Fontenele.
1. Ensino de Matemática. 2. Álgebra. 3. Funções polinomiais do 1º grau. 4. Engenharia Didática. 5. Situação Didática Profissional. I. Título.

CDD 510.07

FRANCISCA NARLA MATIAS MORORÓ

DIDÁTICA PROFISSIONAL (DP) E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD): UM
OLHAR SOBRE A FORMAÇÃO DOCENTE E O ENSINO DE ÁLGEBRA NO 9º ANO

Dissertação de Mestrado Acadêmico
apresentada ao Programa de Pós-graduação
em Ensino de Ciências e Matemática do
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Ceará (IFCE) – *Campus*
Fortaleza, como requisito parcial para
obtenção do Título de Mestre em Ensino de
Ciências e Matemática.
Área de concentração: Ensino de
Matemática.

Aprovado(a) em: 27/02/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves (Orientador)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE

Prof. Dra. Francisca Cláudia Fernandes Fontenele (Coorientadora)
Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA

Prof. Dra. Maria José Araújo Souza
Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA

Prof. Dr. Daniel Brandão Menezes
Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA

Prof. Dr. Francisco José de Lima
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE

Prof. Dra. Elisângela Bastos de Melo Espíndola
Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela dádiva da vida e pela fé, força que me leva a acreditar que todos somos irmãos, e que servir ao próximo é minha missão diária.

À Nossa Senhora das Graças e ao Santo de minha devoção, São Francisco das Chagas, por me ensinar, através do testemunho de suas vidas, o caminho para alcançar Jesus Cristo, o Salvador.

À minha mãe, Joelma, meu farol, meu refúgio e minha fortaleza, pois tudo o que conquistei até hoje, devo a ela. Ao meu pai, Francisco (Civaldo), pelo amor incondicional e por me ensinar que o caráter e a honestidade são as maiores heranças de um pai.

Ao meu esposo Rogério, por toda compreensão, parceria e carinho com que me tratou durante os momentos mais difíceis dessa caminhada.

Aos meus avós, Rita, Fransquinha, Chico e Antônio (*in memoriam*), pela inspiração, por acreditarem em mim e pelo amor mais puro e verdadeiro que alguém poderia receber.

A todos os familiares e amigos, que acompanharam de perto ou de longe as minhas lutas e alegrias no decorrer deste processo, oferecendo-me suas palavras de amizade e carinho.

Ao meu orientador, Dr. Francisco Régis Vieira Alves, pela oportunidade e por compartilhar seu conhecimento, fatores importantíssimos para o desenvolvimento desta pesquisa.

À minha coorientadora, Dra. Francisca Cláudia Fernandes Fontenele, pela paciência, dedicação, disponibilidade e leveza com que me orientou, compartilhando seu conhecimento comigo.

Aos professores integrantes da banca de defesa, Dra. Maria José Araújo Souza, Dr. Daniel Brandão Menezes, Dr. Francisco José de Lima e Dra. Elisângela Bastos de Melo Espíndola, pela disponibilidade em ler esta pesquisa e pelas contribuições, que certamente foram enriquecedoras.

A todos os professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM, do IFCE – *Campus* Fortaleza, por todo o compromisso, dedicação e entusiasmo com que conduzem o seu trabalho e a evolução das pesquisas.

Aos colegas da turma de mestrado PGECM de 2021, em especial ao grupo de matemática, pela parceira e amizade, pois mesmo com a distância física, não deixaram de acompanhar e contribuir com minha pesquisa.

Aos professores, sujeitos da pesquisa, por sua disponibilidade e compromisso com que aceitaram o meu convite, participando integralmente de todas as etapas empíricas da pesquisa.

Aos meus parceiros de trabalho, por compreenderem e incentivarem minha ausência de minhas atividades profissionais, para a realização deste trabalho.

Por fim, à Gestão Municipal e à Secretaria de Educação de Pires Ferreira - Ce, pela contribuição para o desenvolvimento desta pesquisa.

“Aprender é a única coisa de que a mente
nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se
arrepende.”

Leonardo da Vinci

RESUMO

A presente pesquisa surgiu do interesse de desenvolver estudos acerca do ensino de álgebra na Educação Básica, em especial as funções polinomiais do 1º grau, no contexto de formação docente e do desenvolvimento da prática profissional do professor de matemática. Desse modo, apresentou-se como objetivo geral, verificar as contribuições das Situações Didáticas Profissionais à formação do professor de matemática, no contexto do ensino da álgebra, nos anos finais do Ensino Fundamental. A metodologia utilizada no desenvolvimento desta pesquisa foi a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988; 1990), que por ter como sujeitos de investigação quatro professores de matemática em atuação no 9º ano do Ensino Fundamental, vinculados à Secretaria Municipal de Educação de Pires Ferreira, Ceará, denominou-se, nesse caso, de Engenharia Didática de Formação. A escolha da temática justificou-se pela identificação de obstáculos no ensino da álgebra, de maneira particular, no ensino das funções (ARDENGHI, 2008; LIMA, 2017). Ao considerar tais obstáculos, e com vistas à identificação de conceitos organizadores da ação, optou-se pela Situação Didática Profissional (ALVES, 2019b; 2020a; 2020b; 2021c; ALVES; CARATINO, 2019) para embasar a organização do ciclo formativo realizado a partir da aplicação de situações didáticas profissionais, tendo aspectos advindos da Didática Profissional (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006; PASTRÉ, 2002) e da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986; 2006) como subsídios teóricos para o desenvolvimento e análise dessas situações. Realizou-se com os professores a aplicação de um questionário para levantamento do perfil demográfico dos sujeitos, uma entrevista semiestruturada e três encontros formativos, nos quais desenvolveram-se seis situações didáticas profissionais acerca do ensino de função polinomial do 1º grau e a construção de relatórios de *debriefing*. Por meio da realização desta pesquisa, pôde-se compreender aspectos relacionados à concepção e às formas habituais de ensino dos professores, no contexto da álgebra, assim como identificou-se, por meio das reflexões e procedimentos realizados pelos sujeitos, a existência de três conceitos organizadores da ação, levando à conclusão de que as Situações Didáticas Profissionais podem contribuir com a construção/modificação desses conceitos, através dos quais é possível a mudança na prática profissional dos professores.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Álgebra. Funções Polinomiais do 1º grau. Engenharia Didática. Situação Didática Profissional.

ABSTRACT

The present research arose from the interest of developing studies about the teaching of algebra in Basic Education, in particular, the polynomial functions of the 1st grade, in the context of teacher training and the development of the professional practice of mathematics teachers. Thus, the general objective was to verify the contributions of Professional Didactic Situations to the formation of mathematics teachers, in the context of teaching algebra, in the final years of Elementary School. The methodology used in the development of this research was Didactic Engineering (ARTIGUE, 1988; 1990), which, by having as research subjects, four Mathematics teachers working in the 9th year of Elementary School, linked to the Municipal Department of Education of Pires Ferreira, Ceará, it was called in this case Didactic Engineering of Training. The choice of theme was justified by the identification of obstacles in the teaching of algebra, particularly in the teaching of functions (ARDENGHI, 2008; LIMA, 2017). When considering such obstacles, and with a view to identifying concepts that organize the action, the Professional Didactic Situation (ALVES, 2019b; 2020a; 2020b; 2021c; ALVES; CARATINO, 2019) was chosen to support the organization of the training cycle carried out from the application of professional didactic situations, with aspects arising from Professional Didactics (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006; PASTRÉ, 2002) and the Theory of Didactic Situations (BROUSSEAU, 1986; 2006) as theoretical subsidies for the development and analysis of these situations. A questionnaire was applied to the teachers to survey the demographic profile of the subjects, a semi-structured interview and three training meetings, in which six professional didactic situations were developed about the teaching of polynomial function in the 1st grade and the construction of reports debriefing. By carrying out this research, it was possible to understand aspects related to the conception and usual ways of teaching teachers, in the context of algebra, as well as identifying, through the reflections and procedures carried out by the subjects, the existence of three organizing concepts of action, leading to the conclusion that Professional Didactic Situations can contribute to the construction/modification of these concepts, through which it is possible to change teachers' professional practice.

Keywords: Mathematics Teaching. Algebra. Polynomial Functions of the 1st Degree. Didactic Engineering. Professional Didactic Situation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Triângulo didático na Teoria das Situações Didáticas.....	43
Figura 2 - Síntese das situações a-didáticas de ação, formulação e validação.	48
Figura 3 – Tetraedro das relações investigadas na Didática Profissional.	51
Figura 4 – Elementos construtivos e comparativos das noções de obstáculo epistemológico e profissional.	53
Figura 5 – Elementos constitutivos da noção de Transposição Profissional.....	54
Figura 6 – Descrição da competência profissional e seus elementos considerados no interior do campo profissional.....	55
Figura 7 - Diferenciação entre ED de 1ª geração e ED de 2ª geração, quanto aos objetivos e aspectos centrais.	64
Figura 8 – Desenvolvimento de um recurso para ensino.....	67
Figura 9 – Gráfico da função polinomial do 1º grau.	75
Figura 10 – Definição de função afim apresentada no livro A conquista da Matemática – 9º ano.	78
Figura 11 – Exemplo de exercício proposto no livro A conquista da Matemática – 9º ano. ...	78
Figura 12 – Exemplo de representação da função polinomial do 1º grau no A conquista da Matemática – 9º ano.	79
Figura 13 – Definição de função no livro Multiversos Matemática: conjuntos e função afim.	79
Figura 14 – Definição de função afim no livro Multiversos Matemática: conjuntos e função afim.....	80
Figura 15 – Exemplos de representação da função afim no livro Multiversos Matemática: conjuntos e função afim.....	80
Figura 16 – Demonstração proposta para o Teorema: toda função polinomial do 1º grau pode ser representada geometricamente por uma reta no plano cartesiano.	103
Figura 17 – Resolução do item (a), proposta por P2.	117
Figura 18 – Os professores P1 e P4, respectivamente, apresentando a validação do item (a) do problema utilizado na SDP I.....	117
Figura 19 – Resolução do item (c) proposta pelo sujeito P4.	118
Figura 20 – Ideia de generalização proposta por P4.....	119
Figura 21 – Primeira resolução, proposta por P2 e P4, respectivamente, para o item (a) do problema utilizado na SDP II.	122
Figura 22 – Resolução de P4 para o item (a) do problema utilizado na SDP II.....	122
Figura 23 – P1 apresentando a resolução do item (c) do problema utilizado na SDP II.....	123

Figura 24 – Resolução do item (d) do problema utilizado na SDP II, proposta pelos professores P2 e P4, respectivamente	124
Figura 25 – Generalização proposta pelos professores no problema utilizado no SDP II (Representação de P1).	125
Figura 26 – Resolução do item (a) do problema utilizado na SDP III, proposta por P2.....	127
Figura 27 – P4 validando o item (a) do problema utilizado na SDP III.....	128
Figura 28 – Validação de P2 para o item (b) do problema utilizado na SDP III.....	128
Figura 29 – Modelo geométrico apresentado por P4 para o item (b) do problema utilizado na SDP III.....	129
Figura 30 – P2 validando o item (a) do problema utilizado na SDP IV.....	133
Figura 31 – Resolução do item (a) do problema utilizado na SDP IV, proposta por P2.....	133
Figura 32 – Resolução do item (b) do problema, proposta por P1, na SDP IV.....	134
Figura 33 – Resoluções apresentadas por P3 e P4, respectivamente, para o item (c) do problema utilizado na SDP IV.....	134
Figura 34 – Validação apresentada por P1, no item (c) do problema utilizado na SDP IV...135	
Figura 35 – P4 apresentando uma análise para a resolução do problema, considerando uma possível ótica dos estudantes.	135
Figura 36 – P2 utilizando a janela de visualização do software Geogebra para explicar sua conclusão para P3.	138
Figura 37 – Constructos no software Geogebra, desenvolvidos por P1.....	139
Figura 38 – P1 explicando seu esquema de resolução do item (b) do problema utilizado na SDP V.	139
Figura 39 – Retomada de dialética de ação por P1, no item (c) do problema utilizado na SDP V.	140
Figura 40 – Constructo de P1 no problema utilizado na SDP V, referente ao item (c).....	141
Figura 41 – Resolução do item (c) do problema utilizado na SDP V, proposta por P1.	141
Figura 42 – Resolução do item (c) do problema utilizado na SDP V, proposta por P4.	141
Figura 43 – Simplificações realizadas por P2.	142
Figura 44 – Constructo no Geogebra, do sujeito P2, para o item (d) do problema utilizado na SDP V.....	143
Figura 45 – Constructo de P4 no Geogebra, no item (d) do problema utilizado na SDP V...144	
Figura 46 – Resolução do item (e) no problema utilizado na SDP V, proposta por P4.	145
Figura 47 – Construção da solução do item (f) do problema utilizado na SDP V, proposto por P4.....	146

Figura 48 – Generalização proposta pelos sujeitos, no item (f) do problema utilizado SDP V.	146
Figura 49 – Resposta apresentada por P1, para o item (a) no problema da SDP VI.....	149
Figura 50 – P2 analisando a influência dos controles deslizantes “a” e “b” sobre a figura da pipa.	149
Figura 51 – Resolução do item (c) no problema da SDP VI, proposto por P1.....	150
Figura 52 – Resolução do item (c) no problema da SDP VI, proposto por P4.....	150
Figura 53 – Constructo do professor P4 para o item (c) no problema da SDP VI.	151
Figura 54 – P1 verificando no Geogebra a representação algébrica da função que compõe o problema da SDP VI.....	151
Figura 55 – Resolução do item (e), proposta por P4, no problema da SDP VI.....	153
Figura 56 – Resolução do item (e), proposta por P1, no problema da SDP VI.....	153
Figura 57 – Resposta ao item (f), no problema da SDP VI, proposta por P4.....	154

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Sínteses das contribuições dos teóricos de Ergonomia considerados pela Didática Profissional.	27
Quadro 2 - Binômios de referência para a análise de competência do professor de matemática.	41
Quadro 3 – Relação planos de atuação característicos e binômios inerentes a SDP.....	50
Quadro 4 – Dialéticas de desenvolvimento das Situações Didáticas e Situações Didáticas Profissionais.	54
Quadro 5 – Funções na Educação Básica: habilidades presentes na BNCC.....	70
Quadro 6 – Dissertações selecionadas para a revisão de literatura	82
Quadro 7 – Plano de ação.....	88
Quadro 8 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional I (SDP I).....	89
Quadro 9 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional II (SDP II).	92
Quadro 10 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional III (SDP III).....	95
Quadro 11 – Formas de construção da representação algébrica do problema utilizado na Situação Didática Profissional III.....	96
Quadro 12 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional IV (SDP IV).	97
Quadro 13 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional V (SDP V).....	100
Quadro 14 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional VI (SDP VI).	104
Quadro 15 - Inventário dos instrumentos de coleta de dados.....	107
Quadro 16 – Descrição do cronograma de realização do projeto.....	108
Quadro 17 - Síntese dos conceitos organizadores da ação identificados na pesquisa.....	171

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DP	Didática Profissional
ED	Engenharia Didática
ED1	Engenharia Didática de 1ª geração
ED2	Engenharia Didática de 2ª geração
EDD	Engenharia Didática de Desenvolvimento
EDF	Engenharia Didática de Formação
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programme for International Student Assessment
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SDP	Situação Didática Profissional
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UT	Unidade de Trabalho

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA.....	23
2.1. Didática Profissional.....	23
2.1.1. Bases constitutivas da Didática Profissional.....	26
2.1.1.1. Engenharia Didática de Formação.....	26
2.1.1.2. A Ergonomia (Psicologia do trabalho)	27
2.1.1.3. A Psicologia do desenvolvimento	29
2.1.1.4. Didática das disciplinas	32
2.1.2. Análise do Trabalho	33
2.1.3. Competência profissional.....	37
2.1.4. A formação profissional docente	39
2.2. Teoria das Situações Didáticas	42
2.3. Situação Didática Profissional	49
2.4. Engenharia Didática	56
2.4.1. Engenharia Didática de formação ou Engenharia Didática de desenvolvimento	62
3. ANÁLISES PRELIMINARES	69
3.1. O ensino de álgebra na Educação Básica: um destaque ao conteúdo de função ...	69
3.1.1. O conceito de função.....	72
3.1.1.1. Aspectos epistemológicos	74
3.1.1.2. Aspectos cognitivos	76
3.1.1.3. Aspectos didáticos	77
3.2. Revisão de Literatura	81
4. ANÁLISE A PRIORI.....	86
4.1. Software Geogebra	86
4.2. Plano de ação e elaboração das Situações Didáticas.....	86
4.2.1. Situação Didática Profissional I.....	88
4.2.2. Situação Didática Profissional II	92
4.2.3. Situação Didática Profissional III.....	95
4.2.4. Situação Didática Profissional IV	97
4.2.5. Situação Didática Profissional V.....	100
4.2.6. Situação Didática Profissional VI	104

5. EXPERIMENTAÇÃO	107
5.1. Lócus e instrumentos de investigação	107
5.2. Sujeitos da pesquisa e procedimentos metodológicos	109
5.3. Descrição da Entrevista.....	110
5.4. Experimentação das Situações Didáticas Profissionais	114
5.4.1. Experimentação da SDP I.....	115
5.4.2. Experimentação da SDP II.....	121
5.4.3. Experimentação da SDP III	126
5.4.4. Experimentação da SDP IV	131
5.4.5. Experimentação da SDP V	137
5.4.6. Experimentação da SDP VI.....	148
6. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	156
6.1. Análise da entrevista semiestruturada.....	156
6.2. Análise <i>a posteriori</i> e validação das Situações Didáticas Profissionais	162
6.3. Conceitos organizadores da ação – Conceitos pragmáticos.....	170
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	176
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	181
APÊNDICE A – Questionário para levantamento de perfil demográfico dos sujeitos da pesquisa	189
APÊNDICE B – Entrevista semiestruturada.....	190
APÊNDICE C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE	191

1. INTRODUÇÃO

A presente investigação partiu do interesse de compreender aspectos relacionados ao ensino da álgebra, em especial, as funções polinomiais do 1º grau na Educação Básica e a prática do professor de matemática, nesse âmbito. O estudo se originou das reflexões provenientes dos resultados das avaliações educacionais em larga escala, que têm mostrado uma defasagem no ensino de matemática, a exemplo dos resultados apresentados pelo *Programme for International Student Assessment* (PISA) (INEP, 2020), que destacam uma aprendizagem insatisfatória em matemática, entre os jovens brasileiros.

Diante disso, e considerando pesquisas realizadas através de publicações e estudos apresentados nos últimos anos (ARDENGHI, 2008; LIMA, 2017), percebeu-se que o ensino de Álgebra, especialmente de funções polinomiais, apresentam diversos obstáculos, tanto relacionados ao ensino quanto à aprendizagem, como: a dificuldade dos alunos em compreenderem o conceito de função, a minimização do conceito de função, as representações particulares e a falta de domínio do conteúdo por parte dos professores.

Como lacunas e orientações para novas investigações, essas pesquisas orientam o estudo acerca da formação do professor de matemática, tanto inicial quanto continuada, sobre diferentes perspectivas, metodologias, ferramentas e objetos matemáticos, como percussoras de desenvolvimento no ensino e na aprendizagem de matemática no país.

Na esfera da Álgebra, verificou-se a existência de alguns obstáculos no ensino dessa área da matemática (também chamados de obstáculos profissionais), como a necessidade de adotar uma postura de ensino que privilegie a construção e a compreensão dos conceitos, bem como uma organização do ensino, de modo a promover uma reflexão e uma inter-relação entre conteúdos que estão associados em matemática, por exemplo.

Com isso, pretendeu-se conhecer e colaborar com o desenvolvimento do campo formativo do professor de matemática, especialmente acerca do ensino de funções polinomiais do 1º grau. É válido ressaltar que o contexto da formação docente, seja inicial ou continuada, apresenta importância substancial. Mesmo assim, no caso desta pesquisa, evidenciou-se a formação continuada, por considerar a necessidade de aliar a aprendizagem constante do professor, com o seio de sua prática profissional, ou seja, a realidade da sala de aula.

Dessa forma, optando-se por considerar o contexto da formação docente do professor em exercício da profissão, compreende-se que seu desenvolvimento cognitivo está atrelado a muitos fatores, dentre eles, a análise da própria ação diante da execução do trabalho. Nesse viés, apresenta-se a Didática Profissional (DP), que tem como característica o desenvolvimento de formação profissional, a partir da análise do trabalho.

A Didática Profissional compreende um campo teórico-prático que permite uma análise sistemática da ação e/ou trabalho do profissional, e a partir disso, orientação à prática formativa e/ou desenvolvimentista do exercício laboral, assim como a construção cognitiva particular, a partir da ampliação do leque de situações internalizadas.

Assim, é necessário às pesquisas que utilizem a DP, a vivência e as observações de situações condizentes com os aspectos intrínsecos de sala de aula (ambiente real da prática docente). Desse modo, para a construção das situações didáticas de formação, considerou-se a Situação Didática Profissional (SDP), proposta teórica que se embasa na Didática Profissional e na Teoria das Situações Didáticas. Essa teoria de ensino considera a importância das interações e do meio para a construção do conhecimento, nesse caso, na esfera profissional, por meio da identificação de obstáculos profissionais do professor de matemática.

Considerando a necessidade de organização de um ambiente formativo capaz de favorecer ao professor oportunidade de ação e de reflexão, e ao pesquisador, objetos de análise, optou-se por considerar as dialéticas propostas pela Teoria das Situações Didáticas (TSD) para a realização das sessões formativas, a partir da qual foi possível modelizar as situações didáticas profissionais.

Como metodologia, optou-se, nesta pesquisa, pela Engenharia Didática (ED), que tem o empirismo e as realizações didáticas em sua essência, bem como considera os obstáculos vivenciados diante do objeto matemático de interesse, nesse caso, o ensino das funções polinomiais do 1º grau.

A Engenharia Didática propõe a construção, aplicação e análise de situações didáticas que visem o desenvolvimento do conhecimento por meio da ação e que considerem uma validação particular do que é vivenciado, proporcionando a constituição de generalizações. No caso dessa investigação, por preocupar-se com a formação dos professores e a sua reconstrução em sala de aula, chamaremos a metodologia da ED de Engenharia Didática de Formação (EDF) (PERRIN-GLORIAN, 2019; TEMPIER, 2017; ALMOULOUD, 2012).

A Engenharia Didática de Formação tem como objetivo a criação de dispositivos de formação, através dos quais os professores reflitam sobre prática e realizem processos adaptativos de transformação desses objetos de formação em situações de ensino em suas salas de aula, corroborando, ou que se espera, para a construção de um olhar reflexivo.

Diante dessas considerações, propôs-se refletir sobre o ensino das funções polinomiais do 1º grau no contexto da formação docente e as diversas possibilidades de análise de sua prática, com propósito de favorecer a aprendizagem, em âmbito profissional. Com isso, o presente estudo norteou-se pelo seguinte questionamento: **que contribuições a utilização das**

Situações Didáticas Profissionais pode trazer à formação do professor de matemática, no contexto do ensino de álgebra?

Embasando-se nessa preocupação com o ensino de funções polinomiais do 1º grau e com vistas a utilizar a análise do trabalho do professor de matemática, como forma de promover melhoramento à prática profissional desses professores, especialmente acerca do objeto matemático escolhido, apresentou-se como objetivo geral desta pesquisa: verificar as contribuições das Situações Didáticas Profissionais à formação do professor de matemática, no contexto do ensino da álgebra, nos anos finais do Ensino Fundamental.

Compreendendo a complexidade de alcance do objetivo geral e as exigências acarretadas por ele, elaboraram-se três objetivos específicos, que serviram de base para o caminhar da pesquisa e para atingir o que se propôs a investigar. Os objetivos específicos são os seguintes:

- i. Conhecer as concepções e as formas habituais de ensino (correspondentes ao gênero profissional¹) utilizadas pelos professores, no contexto da álgebra, especialmente sobre o conceito de função e as representações de uma função polinomial do 1º grau;
- ii. Identificar, por meio da mediação de Situações Didáticas Profissionais, conceitos organizadores da ação;
- iii. Investigar a construção/modificação de conceitos organizadores da ação eficaz (conceitos pragmáticos), por meio da autoanálise do trabalho.

Diante das pesquisas realizadas e da identificação de diversos entraves ao ensino de funções, em particular as funções polinomiais do 1º grau, como: as dificuldades em compreensão do conceito de função, a relação entre as variáveis, os entraves em compreensão das linguagens e das diferentes representações de uma função; além dos resultados apresentados pelas avaliações educacionais em matemática, fundamentou-se a escolha da temática como objeto matemático de investigação. Realizando uma intersecção desses estudos anteriormente realizados e a formação docente, percebeu-se que mesmo tendo como sujeitos de pesquisa alunos de licenciatura em Matemática (realidade da maioria dos estudos selecionados para revisão nesse estudo), as dificuldades observadas, como a falta de domínio do conteúdo, as divergências e a falta de compreensão dos conceitos envolvidos, permaneciam e se

¹ Gênero profissional diz respeito à parte visível da atividade. Relaciona-se com um conjunto de regras, técnicas e comportamentos esperados a um grupo de profissionais que compartilham um mesmo espaço de trabalho (*métier*) (CLOT E LEPLAT, 2005 *apud* ALVES, 2020a).

assemelhavam às pesquisas envolvendo outros públicos. Desse modo, evidencia-se a carência de novas investigações, tendo professores, em formação inicial ou continuada, como sujeitos.

A realização dessa investigação justificou-se por compreender a necessidade de oferecer formação aos professores de matemática no exercício de sua prática profissional, de maneira que venha a condizer com suas reais fragilidades e obstáculos enfrentados. É nesse sentido em que se apoiou a escolha da Didática Profissional e da Teoria das Situações Didáticas, como referencial teórico, que embasam, também, a concepção da Situação Didática Profissional. Assim como, da Engenharia Didática de Formação como metodologia que orientou a organização de toda essa pesquisa.

A EDF propõe a realização de análises preliminares sobre o objeto matemático em estudo, nesse caso, as funções polinomiais do 1º grau, nas esferas epistemológicas, cognitivas e didáticas. Para levantamento das questões epistemológicas, relacionados aos próprios conceitos em estudo, consideraram-se os livros: números e funções reais (LIMA, 2013) e Matemática Temas e Metas: Conjuntos Numéricos e Funções (MACHADO, 1988).

Nas esferas didáticas e cognitivas sobre o ensino de funções polinomiais do 1º grau, ou seja, questões que caracterizam as condições e métodos atuais de ensino do objeto matemático e os processos relacionados à compreensão do conhecimento, respectivamente, tiveram como subsídio os produtos obtidos por diversas pesquisas realizadas na área (FILHO, 2015; NÉRI, 2013; MOSSI, 2016; OLIVEIRA, 2017; PADILHA, 2015; FERREIRA, 2013; PEREIRA, 2013; DANTAS, 2015; RENK, 2016).

Portanto, ao realizar essa investigação, esperou-se compreender que a partir da realização da formação docente, sobre o conceito de função e as diversas representações de uma função polinomial do 1º grau, utilizando a Situação Didática Profissional e considerando o embasamento da Didática Profissional com vistas à formação pela análise do trabalho, seria possível contribuir com a prática profissional do professor de matemática, especialmente no aspecto reflexivo e crítico acerca do ensino e da construção epistemológica do objeto matemático em estudo.

Ademais, a organização do presente trabalho constituiu-se de sete capítulos, brevemente apresentados a seguir. O *capítulo 1* é composto por esta introdução que se decorre. Pretendeu-se, com sua escrita, expor o enquadramento geral da pesquisa, mediante descrição sucinta das escolhas teóricas, metodológicas e do objeto matemático em estudo, tal como a justificativa que fomenta a utilização de cada uma delas e os objetivos pretendidos.

No *capítulo 2*, consta todo o referencial teórico e metodológico utilizado neste estudo. É composto por quatro tópicos: Didática Profissional, Teoria das Situações Didáticas, Situações

Didáticas Profissionais e Engenharia Didática. No tópico intitulado Didática Profissional, apresentam-se as concepções dessa vertente teórico-prática de análise do trabalho com perspectiva para a formação profissional, ressaltando as suas principais bases teóricas e prática (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006; PASTRÉ, 2002; MAYEN, OLRÉY E PASTRÉ, 2017; ALVES, 2019a; ALVES E JUCÁ, 2019; ALVES, 2020b;). O segundo tópico desse capítulo destina-se à apresentação da Teoria das Situações Didática, teoria de ensino que embasará a aplicação das situações didáticas de formação que comporão a parte empírica deste estudo (BROUSSEAU, 1986; 2006; 2011; ARSAC, 1992; ALMOULOU, 2016; 2017). O terceiro tópico apresenta uma proposta de complementaridade entre a Didática Profissional e a Teoria das Situações Didáticas, que visa à aprendizagem não só epistêmica, mas, também, pragmática, com ênfase para a formação profissional, nominada de Situação Didática Profissional, desenvolvida especialmente nos trabalhos de Alves (2018a; 2018b; 2019b, 2020a, 2020b, 2021c, ALVES; CATARINO, 2019). No tópico Engenharia Didática, apresenta-se o contexto de criação e os pressupostos pretendidos pela metodologia. Para a escrita desse tópico, embasou-se especialmente nos trabalhos de Artigue (1988; 1990; 1995; 2015), Laborde (2017) e Margolinas e Drijvers (2015). Ainda nesse tópico, define-se a Engenharia Didática de Formação, advinda da ED, com foco na formação docente (PERRIN-GLORIAN, 2019; TEMPIER, 2016; ALMOULOU; SILVA, 2012; ALVES E DIAS, 2017).

O *capítulo 3* destina-se às análises preliminares desta pesquisa, pretendidas conforme a Engenharia Didática de Formação, isto é, a realização do levantamento dos dados acerca do objeto matemático em estudo, especialmente considerando três aspectos: epistemológicos, didáticos e cognitivos. De forma organizacional, esse capítulo se divide em dois tópicos: ensino de álgebra na educação básica – um destaque para o conteúdo de função; e a revisão de literatura, constituída pela análise de publicações correlatas à pesquisa.

As análises *a priori*, dessa Engenharia Didática de Formação, são apresentadas no *capítulo 4*, onde são definidas as variáveis escolhidas para a realização da experimentação da pesquisa. Nesse caso, um breve estudo acerca do *software* Geogebra, ferramenta utilizada em parte da experimentação, a apresentação do plano de ação e a delimitação das situações didáticas profissionais que foram aplicadas nos encontros formativos. Nesse capítulo ainda, explicitou-se os objetivos que eram pretendidos a partir do desenvolvimento de cada situação construída, discorrendo sobre o que era previsto acerca dos procedimentos que possivelmente ocorreria.

A experimentação, *capítulo 5*, traz a definição do locus de investigação da pesquisa, assim como a caracterização dos sujeitos e a parte empírica deste estudo, a saber: descrição dos

resultados da entrevista semiestruturada realizada com os sujeitos, e da realização das situações didáticas profissionais.

O *capítulo 6*, por sua vez, trata das análises *a posteriori* e validação da pesquisa, onde os dados coletados na experimentação são contrapostos com as perspectivas levantadas nas análises *a priori*. Essas análises dos dados serão embasadas nos pressupostos da Didática Profissional e da Teoria das Situações Didáticas, por meio das ações realizadas nas situações didáticas profissionais e dos resultados obtidos através do relatório de *debriefing*.

Por fim, no *capítulo 7*, apresentam-se as considerações finais, destacando as principais conclusões provenientes da realização da presente pesquisa, a resposta, ao menos parcialmente, da pergunta norteadora da investigação, da mesma forma, como as fragilidades apresentadas no decorrer da pesquisa e as lacunas que suscitam novos estudos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica que embasa a realização desta pesquisa: a Didática Profissional, trazendo sobre sua origem, as bases constitutivas que a compõe e alguns conceitos importantes que decorrem de seu estudo; a Teoria das Situações Didáticas, que oferecerá suporte prático diante da experimentação do estudo; e a Situação Didática Profissional, proposta de complementaridade entre a DP e a TSD, que orienta a construção de situações destinadas à aprendizagem profissional. Assim sendo, apresenta-se também os principais aspectos relacionados à fundamentação metodológica utilizada neste estudo, a Engenharia Didática, que fornecerá todo o desenho organizacional e procedimental da pesquisa.

2.1. Didática Profissional

A Didática Profissional (DP), em suma, compreende os sentidos que estão envolvidos no termo “*Apprendre des situations*”, em francês. A análise da expressão parte de duas reflexões: aprender por meio de situações vivenciadas, assim como, também, significa internalizar (no sentido de aprender/registrar/codificar) situações. Desse modo, seria relacionar o que se aprende com aquilo a partir de que a aprendizagem decorre.

Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) apresentam como o objetivo do desenvolvimento da DP, “analisar o trabalho com vistas à formação das competências profissionais”. Posto isso, os autores compreendem como hipótese, que a atividade humana é organizada em forma de esquemas, e estes, por sua vez, são constituídos por conceitos pragmáticos.

A aprendizagem, portanto, não pode estar dissociada da atividade dos sujeitos, ou seja, a profissionalização não se dá independente do desenvolvimento pessoal e cognitivo. Pastré (2012) acredita que nos momentos favoráveis à atividade e à ação, o desenvolvimento deve ocorrer em paralelo com a profissionalização, sendo então inaceitável que ocorram separadamente.

Logo, no contexto da Didática Profissional, a questão do desenvolvimento dos adultos não pode ser negligenciada, em virtude de representar uma das questões que deram origem a esse referencial teórico-prático. É necessário compreender que a relevância dada à análise do trabalho tem estreita relação com os problemas de aprendizagem na e decorrente da prática laboral, de um sujeito em desenvolvimento inserido num âmbito profissional (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006).

Nesse âmbito, Pastré (2011) apresenta as diferenciações pelas quais a DP constrói seu ponto de partida. Para o autor

[...] em seu ponto de partida, a Didática Profissional manifestou interesse (...) pela transmissão e aquisição de saberes. A Didática Profissional se centra sobre a aprendizagem nas atividades. Ou, como veremos, ela assume como objeto não o saber, mas uma atividade que provoca consequências importantes. Podemos mencionar por último, um elemento para qualificar a Didática Profissional: ela assume como objeto o desenvolvimento dos adultos, agregado com a ideia forte de que a maior parte dos adultos encontra seu desenvolvimento no trabalho. (PASTRÉ, 2011, p. 84)

A Didática Profissional qualifica-se dentre dois aspectos: o fato de tomar como objeto de investigação a atividade e não o conhecimento; e compreender que é no trabalho que se encontra o desenvolvimento da maioria dos adultos. Dito isso, compreende-se que a DP se preocupa com os saberes, mas não somente com estes, uma vez que considera também a realização e as reflexões sobre a atividade.

É nesse desenvolvimento das atividades que se observam a construção das competências. Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) discorrem sobre a necessidade de compreender os locais e exercícios laborais, em toda sua complexidade, para, assim, conseguir analisar, verdadeiramente, o surgimento, adaptação e/ou aplicação das competências profissionais.

Ainda nesse mote, é necessário destacar que a Didática Profissional pretende vincular duas dimensões, por vezes, não associadas entre si: a dimensão teórica e a dimensão operatória. Em DP essas dimensões estabelecem entre si uma relação biunívoca: a dimensão teórica garante fundamentos e limites à dimensão operatória, para que ela fuja de discursos individualizados; do mesmo modo como a dimensão operatória permite à teórica colocar à prova as ferramentas, conceitos e métodos desenvolvidos por ela (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006).

Tourmen (2014) apresenta que a Didática Profissional tem interesse nas aprendizagens profissionais em virtude de procurar oferecer melhoras nos percursos, ferramentas e dispositivos de formação profissional, que são oferecidos a jovens e adultos em seus locais de trabalho ou centros de formação, em diversos setores. Dispositivos estes, que sejam condizentes com os obstáculos e situações reais vivenciadas pelos sujeitos em formação.

Ao desenvolverem-se processos formativos nesse viés, a DP objetiva, portanto, a construção de um conjunto de conhecimentos que sejam úteis aos sujeitos, uma vez que necessitem responder a determinadas diligências decorrentes de suas práticas laborais específicas, ampliando o leque de saberes do profissional (MAYEN, ORLY, PASTRÉ, 2017).

De fato, na gênese da Didática Profissional, é possível verificar que a análise do trabalho ocupa espaço de centralidade. Por isso, e considerando a análise laboral para a construção de formação, Pastré (2002) apresenta um duplo propósito desse aspecto: construir

conteúdos/situações de formação correspondente à situação vivenciada e utilizar essas situações profissionais como ferramenta para a construção de competências.

Atentando-se para essa reflexão, Tourmen (2014) discorre sobre uma evolução da Didática Profissional como referencial de formação, e apresenta três categorias de existência da DP. O primeiro corresponde justamente ao uso da DP conforme foi concebida, ou seja, utilizando-se da análise do trabalho para a construção de formação (nesse caso, a análise seria prerequisite da formação). Ao considerar-se a formação a partir da análise do trabalho (isto é, a aprendizagem profissional decorre da vivência da situação), atentar-se para um tipo emergente da DP. O uso desses dois tipos converge para a construção/ampliação/aprofundamento do quadro teórico e metodológico da Didática Profissional, configurando um terceiro tipo de sua existência.

É justamente acerca desse segundo tipo da Didática Profissional que se configura a presente pesquisa, uma vez que pretendeu-se proporcionar aos sujeitos em formação, aprendizagem a partir da atividade. Atividade esta que buscou desenvolver um cenário adequado para a tomada de informações, tomada de decisões e condução à autoanálise posterior. Ao passo do que afirmam Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) ao constatarem que “se aprende tanto pela análise da sua atividade quanto pelo exercício dessa atividade”.

Sintetizando suas concepções sobre o campo teórico-prático da Didática Profissional, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) concluem que

Se quiséssemos resumir em uma frase o que faz a nossa especificidade, poderíamos dizer que buscamos manter o equilíbrio possível entre três dimensões que nos parecem tão importante umas quanto as outras: a dimensão do social, com uma sensibilidade particular em relação a problemas de trabalho, sua história e sua evolução, e questões cruciais que se colocam nele hoje; a dimensão teórica, pois não há análise possível da atividade sem apoiar-se num quadro teórico consistente, que busca renovar-se por meio do aprofundamento permanente; a dimensão operária, com a convicção de que para abordar a análise da atividade e da aprendizagem são necessários conceitos e métodos precisos, utilizáveis e acessíveis para o maior número de pessoas possível. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p. 195-196)

Ao apresentarem o fragmento acima, os autores evidenciam a necessidade de atentar-se a diversas esferas de análise e compreensão, que juntas, oferecem suporte à construção da DP: social, por considerar a aprendizagem no seio da atividade laboral e tudo que envolve a sua realização; teórica, oferecendo direcionamento de análise; e operária, pela capacidade de desenvolvimento atrelada à vivência e à ação sob situações profissionais.

Com isso, e compreendendo a complexidade da análise do trabalho, assim como do conceito de competência profissional, a Didática Profissional apoia-se em alguns campos teóricos e práticos para a constituição de seu *corpus* de teorização e pragmatismo sobre o trabalho, especialmente nesse âmbito, o do professor, assim como apresenta vieses sob os quais

a noção de competência deve se ater. Dessa forma, a DP procurou desenvolver métodos que produzissem uma análise efetiva do trabalho (PASTRÉ, 2002).

2.1.1. Bases constitutivas da Didática Profissional

A Didática Profissional considera a relação entre três correntes teóricas: a psicologia do desenvolvimento, baseada nos trabalhos de Piaget, Vygotski e Vergnaud; a ergonomia ou psicologia ergonômica ou ainda psicologia do trabalho, discutida por Faverge, Leplat e Savoyant; e a didática baseada nos estudos de Douady, Brousseau e Chevallard. Além dessas bases teóricas, a DP conta com um campo de cunho prático, a formação dos adultos ou a Engenharia Didática de Formação (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006).

2.1.1.1. Engenharia Didática de Formação

A Didática Profissional no contexto, e pela necessidade de compreender a formação dos adultos, com ênfase para a formação contínua do profissional. O arcabouço metodológico que ofereceu subsídio metodológico à DP foi a Engenharia de Formação. Retomar-se-á, brevemente, as concepções atreladas à EDF, em virtude de sua apresentação aprofundada anteriormente neste capítulo.

Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) apresentam sua definição/concepção acerca da Engenharia de Formação. Para eles, a EDF

É um campo de práticas que consiste em construir dispositivos de formação correspondentes a necessidades identificadas para um dado público no âmbito de seu ambiente de trabalho. A formação escolar tende a descontextualizar as aprendizagens. A engenharia de formação vai insistir pelo contrário no contexto social no qual deve efetuar-se a aprendizagem de adultos em formação. Pois estes adultos são antes de mais nada pessoas que trabalham e, quando resolvem fazer uma formação, está é habitualmente concebida com base no seu trabalho, e não a partir de recortes disciplinares, os quais geralmente fazem pouco sentido para eles. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p. 146-147)

No trecho citado, os autores evidenciam a necessidade de considerar o contexto da formação no seio do âmbito laboral, uma vez que é essa justamente a preocupação/preensão dos profissionais ao buscarem especialização (melhoramento) de suas habilidades diante da realização de seu trabalho. É nesse mote que a Engenharia de Formação justifica sua criação.

A Engenharia de Formação se efetiva em duas práticas: a análise das necessidades e a construção de dispositivos de formação. Diante deste primeiro contexto que a Didática Profissional vem se apropriar, em virtude de compreender a importância de conhecer os objetivos, demandas, obstáculos e anseios dos profissionais, para assim desenvolver ferramentas, suporte e/ou formação condizentes com as reais necessidades dos atores.

No aprofundamento das análises desses anseios, naturalmente se evidencia a análise do trabalho, ponto de partida da Didática Profissional e, por conta disso, a busca por uma corrente teórica que ofereça métodos e procedimentos que permitam a realização dessa análise laboral, de maneira coerente e, diante disso, a DP recorre à ergonomia, apresentada a seguir.

2.1.1.2. A ergonomia (Psicologia do trabalho)

Conforme exposto anteriormente, a Didática Profissional tem em sua essência a análise do trabalho. Destaca-se, portanto, que essa análise não pode ocorrer desvinculada dos processos de ação e desenvolvimento necessários à compreensão sobre a construção de competências profissionais, um dos objetivos da DP. Diante disso, fez-se necessário recorrer a um campo teórico que oferecesse à Didática Profissional embasamento adequado à análise do trabalho. A ergonomia ou psicologia do trabalho é uma dessas vertentes.

De acordo com Pastré (2002), a psicologia do trabalho oferece para a DP uma forma de verificar a dimensão cognitiva do desenvolvimento da atividade profissional, a partir de métodos e técnicas próprias do ramo. De acordo com o autor, essa dimensão de análise cognitiva do trabalho possibilitou que o campo da DP viesse a funcionar, e, além disso, fosse embasado teoricamente.

Alguns dos teóricos que inspiraram os estudiosos em Didática Profissional, são: Faverge (1955), que apresenta, pela primeira vez, a preocupação sobre a esfera cognitiva da atividade, argumento que compõe a ideia central de seu trabalho; Savoyant (1979), que categoriza a ação na realização de execução, controle e orientação; e Leplat (1995), que em especial, distingue a ideia de tarefa prescrita e atividade real. O quadro 1, abaixo, apresenta uma síntese das contribuições desses autores para a Didática Profissional e a análise do trabalho, com base em Pastré (2002).

Quadro 1 - Sínteses das contribuições dos teóricos de Ergonomia considerados pela Didática Profissional.

Faverge (1955)	Savoyant (1979)	Leplat (1995)
- Análise cognitiva da atividade profissional; - Trabalhar comporta diagnóstico das situações, resolução de problemas, planejamento e uso de estratégias; - Adaptação por meio da ação.	- Distingue a ação em três tipos de operações: execução, controle e orientação; - Execução e controle são facilmente observáveis; - Orientação: núcleo central da competência (pouco visível); - Mapear os passos da situação como guia para a ação; - Trabalhar é selecionar certas dimensões de uma situação para	- Diferenciação entre tarefa prescrita e atividade real; - Há sempre mais no trabalho real do que na tarefa prescrita; - Há no trabalho uma parte de criação e de adaptação aos eventos; - Estrutura cognitiva da tarefa: dimensão de orientação da atividade;

	fazer delas elementos organizadores da ação.	- Análise do trabalho deve considerar o par: situação-atividade.
--	--	--

Fonte: elaborado pelos autores com base em Pastré (2002, p. 626-627).

É possível observar uma evolução do desenvolvimento da concepção sobre a esfera cognitiva no seio do trabalho, onde as ideias difundidas por um estudioso são agregadas e aprofundadas, posteriormente. No entanto, todos os trabalhos convergem para a ideia de cognição ligada à ação e à necessidade de orientação da atividade por meio das dimensões da situação.

Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) compreendem como uma das contribuições mais significativas da ergonomia para a Didática Profissional a apresentação da diferenciação entre tarefa e atividade, enfatizada, principalmente, no trabalho de Leplat (1995), que acredita que “há sempre mais no trabalho real do que na tarefa prescrita”. Essa máxima de transbordamento do trabalho em relação à tarefa, se legitima em atividades cognitivas, de concepção e de execução.

É exatamente nesse hiato, entre a tarefa prevista e a atividade real, que é proposto o conceito de dimensão criativa do trabalho, assim como é nesse âmbito que se possibilita encontrar o sentido da atividade do operador. Diante disso, em Didática Profissional, a análise do trabalho, na esfera que se embasa na ergonomia, procura observar e compreender dois domínios: é necessário iniciar compreendendo a tarefa prescrita, mesmo que essa não seja o real objetivo da análise, mas representa uma introdução, um ponto de referência a partir do qual se procura contrapor com a atividade real, que por sua vez, representa o propósito verdadeiro da análise.

Projeta-se, em vistas disso, fazer um adendo com relação ao hiato ora discutido nos parágrafos anteriores. Ao aliar-se à Engenharia Didática de Formação, como metodologia de pesquisa, à Didática Profissional, como campo teórico-prático, cumpre-se, mesmo que em partes, a análise da tarefa prevista proposta pela DP, em consideração às análises preliminares e *a priori* da EDF, que corroboram para a construção de um embasamento em dimensões epistemológicas, didáticas e cognitivas “previstas” nos referenciais. A análise das dimensões de maneira “real”, por sua vez, ocorre por meio das análises *a posteriori*.

Como já descrito, e exposto no quadro 1, o trabalho de Faverge (1955), apresentou primeiramente, e proporcionou à DP, a ideia da dimensão cognitiva do trabalho, ou melhor, a concepção de que em toda atividade de trabalho, inclusive atividades de cunho manual,

demanda cognição. Compreende-se, portanto, que o desenvolvimento da atividade não ocorre apenas pela prescrição, mas compõem-se de diversas dimensões, que juntas, a definirão.

Ampliando a conceituação apresentada por Faverge, Savoyant (1979) discorre que a ação se organiza em três tipos de operações. Para o autor, qualquer tipo de trabalho, implica a execução, o controle e a orientação, sendo que as duas primeiras operações podem ser facilmente observadas. No entanto, é justamente a orientação o núcleo da competência (atividade) realizada pelo operador. É a orientação que Savoyant denomina de parte cognitiva da atividade profissional, uma vez que é essa operação que permite mapear os traços da situação que guiarão a ação do operador.

Por fim, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) resumem, especialmente, duas contribuições que a psicologia ergonômica oferece à Didática Profissional. Em parte, fornece métodos que orientam a análise do trabalho, que subsidiam a formação e o desenvolvimento de competências profissionais, objetivo da DP. Sob outra perspectiva, traz à tona a importância de estabelecer uma conceituação da atividade no trabalho e, desse modo, estabelece uma relação com mais uma corrente teórica da Didática Profissional, apontada por seus pesquisadores como sendo a principal, a psicologia do desenvolvimento ou como nomeada no contexto da DP, a corrente da conceituação da ação, apresentada com maior afinco, a seguir.

2.1.1.3. A psicologia do desenvolvimento

No que tange aos elementos da psicologia do desenvolvimento que são atrelados e necessários à construção do *corpus* teórico da Didática Profissional, é natural que sejam considerados os trabalhos de grandes psicólogos desenvolvimentistas, como Piaget e Vygotski. Um dos motivos para tal, é que ambos os autores evidenciam as ideias de atividade e de conceituação, conceitos esses que também são considerados na DP. É necessário destacar, portanto, o trabalho de Vergnaud (1985), que ao aprofundar os estudos sobre o conceito de conceituação da ação, proposta piagetiana, pretende relacionar a abordagem do desenvolvimento humano à análise didática.

Na maioria de suas pesquisas, Piaget propõe a necessidade de construção de uma teoria da ação, ainda melhor, de uma teoria que compreendesse o conhecimento a partir da ação. Nesse sentido, o autor apresenta o conceito de esquema, que segundo ele, é o elemento central da adaptação. Por isso, o esquema seria um meio que permite a assimilação de novos objetos e de acomodar novas propriedades de objetos já assimilados. Propondo-se uma adequação desse conceito à análise da aprendizagem dos adultos em âmbito laboral, compreende que, nesse caso, seria o esquema responsável pela assimilação de novas situações vivenciadas e/ou de

apropriação de novos significados para as situações já internalizadas (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006).

Piaget, então, propõe que “a dinâmica das habilidades pode ser descrita como uma transição da coordenação da ação para a coordenação conceitual” (MAYEN, OLRÉ, PASTRÉ, 2017). Ou seja, é a distinção entre o plano do real (da ação) do plano da representação. As ações decorrem de representações, também chamadas de operações, que se realizam primeiro mentalmente, permitindo evidenciar estratégias à ação, mediante configuração da situação. Esse processo permite realizar perspectivas em direção ao futuro, ao invisível, pois a ação é um conhecimento autônomo.

É necessário elucidar que as ideias de Piaget não eram direcionadas especificamente para o professor. Vygotsky, por sua vez, propõe concepções que melhor se aproximam da ação docente. Uma delas é a noção de zona de desenvolvimento proximal, que acredita que a aprendizagem de um sujeito pode ocorrer com o auxílio de outro. Nesse aspecto, oportuniza-se ao docente (ou formador) desenvolver situações e atividades que oportunizem melhoramento ao aprendiz (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2006).

Em seu trabalho, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) discorrem ainda sobre a concepção de mediação de tutela, ideia também apresentada por Vygotsky, que novamente se relaciona com a ação docente, pois compreende que o professor (ou tutor, ou formador), dispõe de ferramentas apropriadas de intervenção necessária e no momento certo, ao aprendiz. Por fim, apresenta-se a ideia de mediação simbólica, função assegurada pela linguagem e por outros sistemas, como o gráfico e o algébrico, ou seja, há um sistema de linguagem próprio para o desenvolvimento de cada situação e/ou aprendizagem.

Vergnaud, por sua vez, considerando as ideias dos psicólogos desenvolvimentistas, em suma, as concepções de cognição ligadas ao trabalho (no sentido de movimento, atividade) propõe a conceituação-na-ação, assim como duas formas de conhecimento: a forma operatória (inativa) e a forma predicativa (discursiva). A forma operatória ocorre anterior à forma predicativa e permite compreender como a ação é organizada e como as competências são construídas (PASTRÉ, 2002).

“Para analisar as competências, é preciso analisar a ação eficaz”, propõe Vergnaud. Com essa máxima, o autor discorre que a ação eficaz é organizada e, com isso, analisar a construção das competências, significa analisar a construção da organização da ação, em virtude de que “a ação eficaz manifesta ao mesmo tempo invariância e regularidade, mas também flexibilidade e capacidade de adaptação às circunstâncias” (PASTRÉ, 2002).

Para desenvolver essa concepção, Vergnaud retomou a ideia de esquema proposta por Piaget, uma vez que esse conceito compreende tanto a invariância quanto a adaptabilidade. A ação é organizada em torno de núcleo de invariância, no entanto, essa organização demanda flexibilidade, pois uma ação estruturada sem invariância, não permite a adaptação às variáveis de uma situação, e é justamente essa capacidade de adaptação, diante da organização, que corrobora para a construção da noção de competência (PASTRÉ, 2002).

Vergnaud, portanto, chamou esse núcleo de invariância organizado, de teoremas em ato ou, ainda, proposições tomadas como reais. De acordo com ele, esses teoremas eram leis, postulados tidos como verdades em um determinado grupo de situações. Pastré (1999), por sua vez, denominou esse mesmo procedimento de estrutura conceitual de uma classe de situação, ou melhor, as variáveis essenciais de atuação, visando determinada ação, diante e com uma classe de situações existentes.

“A atividade de conceituação resulta, portanto, em um movimento duplo, de contextualização e descontextualização”relatam Mayen, Olry e Pastré (2017). Isso significa dizer que um profissional pode iniciar uma determinada aprendizagem em relação a uma situação, e ao ser colocado frente à diversidade, variabilidade, problemas inéditos, passa a reinterpretar uma atividade consciente, em vezes, apoiado em um formador, um colega e/ou profissional com maior *expertise*, é levado a perceber que aprendizagem anterior não é mais suficiente e que, desse modo, a atuação precisa ser modificada conforme as configurações da situação.

É essa flexibilidade operatória da ação que remete a reflexão sobre as relações de teoria e prática por uma óptica diferente. É necessário compreender que se a conceituação está impregnada na essência da ação, como princípio de organização, ela não pode ser vista como uma teoria estática, que apenas guia a ação, ao invés disso, deve-se compreender a conceituação como um conhecimento em atuação.

Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) apresentam, portanto, um resumo das contribuições de Piaget e Vygotski para a Didática Profissional, por meio da conceituação da ação. Para eles

[...] a respeito de Piaget e Vygotski, pode-se tirar a lição de que a forma operatória do conhecimento, aquele que permite agir em situação, e a forma prediativa do conhecimento são fundamentalmente duas formas complementares do mesmo conhecimento, embora defasagens substanciais existam entre o fazer eficaz e a capacidade de dizer aquilo que se faz e o porquê. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p.150)

No trecho destacado, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), apresentam a essência da análise do trabalho conforme a psicologia do trabalho, ou seja, compreender a relação de

complementaridade entre a ação eficaz e a prescrição desta, mesmo que existam lacunas entre elas, percebendo, contudo, a importância de reduzir esse hiato.

É possível compreender, também, a complementaridade das teorias de Piaget e Vygotski, das quais a seguir apresenta-se um aspecto. Uma situação de formação, assim como de trabalho, apresenta dois sentidos, individual e compartilhado. Individual no sentido de que cada aprendizagem é particular do indivíduo (claramente, é nesse âmbito que a teoria de Piaget corrobora). Compartilhado por compreender que um indivíduo se desenvolve especificamente no seio de uma comunidade (evidentemente, Vygotski é o teórico mais adequado para defender tal circunstância).

Ademais, é nesse sentido de considerar as relações estabelecidas diante da situação de trabalho, formação e/ou aprendizagem, que propõe-se um adendo ao relacionar esse aspecto à necessidade de estabelecer conexões, nesse caso específico da Didática Profissional, entre os campos da psicologia ergonômica e da didática das disciplinas, uma vez que esta última considera, entre outras questões, o vínculo das interações com a aprendizagem (desenvolvimento de competência, nesse caso).

2.1.1.4. *Didática das disciplinas*

A didática das disciplinas, especialmente a didática da matemática, corrobora com a Didática Profissional por considerar e delimitar diversos aspectos relacionados às relações de ensino e aos processos de aprendizagem. Destacam-se, sobretudo, os aspectos de situação didática (proposta nos trabalhos de Brousseau), contrato didático (contribuições registradas nas pesquisas de Brousseau e Douady), transposição didática (conceito estudado do Chevallard), campos conceituais (ideia proposta por Vergnaud) e a concepção de esquema (concepção proposta por Piaget e incorporada por Vergnaud, já discutida anteriormente nesse capítulo). Discutir-se-á sucintamente cada uma dessas concepções.

Brousseau, em seus trabalhos, apresentou a concepção de situação didática, que a define como sendo um conjunto de relações estabelecidas de maneira explícita ou implícita, entre os estudantes, ou um grupo deles, um meio ou *milieu* (compreendendo a presença de objetos, ferramentas e/ou instrumentos que influenciem na atividade) e um sistema didático (especialmente representado pela figura do professor), de modo que essa interação favoreça aos alunos condições para o desenvolvimento de saberes (construídos ou em construção) (BROUSSEAU, 1986).

Resumidamente, Brousseau apresenta o processo de aprendizagem (construção do saber) aliado a três âmbitos: aluno – *milieu* – professor. Na dimensão desses processos, é

necessário apresentar a ideia de situação a-didática, caracterizada por representar os momentos do processo de construção do saber, o qual o aluno trabalha de forma independente (situações não controladas pelo professor) (FREITAS, 2008). Ao associar as ideias das situações didáticas ao contexto da Didática Profissional, compreende-se a existência de construção de saber do profissional no seio de seu ambiente laboral.

A ideia de situação didática atrela-se, também, ao conceito de contrato didático, que se define como sendo um conjunto de comportamentos que subordinam a relação professor-aluno, isto é, mediante contrato didático, estabelecessem regras que condicionam atitudes esperadas pelos alunos, diante do professor e, reciprocamente, comportamentos esperados pelo professor, em relação aos seus alunos (SILVA, 2008).

Já o conceito de esquema, diz respeito à concepção central da análise do trabalho e diz respeito ao sistema de organização da atividade em classes de situações, compreendendo a flexibilidade e a invariância, assim como a contextualização e descontextualização, com base no prolongamento da complexidade e da variância das situações vivenciadas (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2006).

A Transposição Didática é proposta por Chevallard (1983) e considera duas concepções. A primeira corresponde aos processos de transformação do saber. Para Chevallard (1983) o saber passa de saber sábio para saber a ensinar e, posteriormente, de saber a ensinar para saber realmente ensinado. A segunda ideia parte da própria palavra “transposição”, no contexto de mudança de sentido, pois considera que toda situação de referência, quando transformada em situação de ensino e de aprendizagem, demanda supressões, simplificações e escolha de certos casos, por exemplo.

A ideia de campo conceitual é construída a partir da máxima de que o conceito não se forma individualmente, mas estabelecendo relação entre outros conceitos, além de que ele se origina na essência de uma atividade, de uma ação (experiência), no confronto com diversificadas situações e propriedades (VERGNAUD, 1990). No contexto da Didática Profissional, é importante salientar que é justamente na teoria dos campos conceituais, que Vergnaud propõe uma estreita relação entre a conceituação da ação e a DP: “um método para analisar uma classe de situações identificando os conceitos a serem mobilizados para resolver os problemas nessa classe específica”, mencionam Pastré, Mayen e Vergnaud (2006).

2.1.2. Análise do Trabalho

A partir das bases teóricas e práticas escolhidas pela Didática Profissional para o desenvolvimento de sua análise do trabalho e acerca da construção do conceito de competência

profissional, estabelece-se uma relação entre as situações vivenciadas, os quadros de organização da ação profissional. Nesse âmbito, é necessário destacar a importância da prescrição, dos instrumentos e da experiência profissional (PASTRÉ, 2002). Diante disso, a análise do trabalho em Didática Profissional baseia-se em três conceitos: conceitos pragmáticos, estrutura conceitual de uma situação e modelo operacional (PASTRÉ, 2012).

Em suas perspectivas em Didática Profissional e a partir da análise do trabalho, Pastré apresenta como um dos principais resultados, o seguinte: “os operadores funcionam segundo estratégias que dependem do nível de conceituação da situação feita por eles, que equivale à elaboração do conceito (pragmático)”, refere Pastré (2002). Assim descrito, compreende-se que o conceito pragmático decorre da análise da situação pelos operadores, assim como dependem do nível de conceituação já demandada por eles.

Essa conceituação realizada pelos operadores também são organizadores da ação, desse modo, portanto, os conceitos pragmáticos são conceitos mobilizados na ação e decorrentes dela, que servem tanto para orientar quanto para guiar a ação eficaz. É importante destacar que sua função não é realizar uma descrição global do ambiente. Seu propósito, porém, é realizar um diagnóstico preciso das situações, identificando as variáveis da situação que, realmente, são pertinentes, para assim desenvolver uma ação com eficácia (PASTRÉ, 2012).

Para Pastré (2002), ainda é possível estabelecer uma dimensão semântica a partir do pragmatismo da conceituação da ação, tratar-se-ia, por conseguinte, da construção de relações de significado entre os indicadores (conceito-indicador – informações importantes que devem ser consideradas pelos operadores) e as variáveis funcionais, para assim estabelecer um diagnóstico para a situação.

Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) apresentam três características para a noção de conceito pragmático: (i) quanto à origem; (ii) quanto à função; (iii) e quanto à dimensão social. (i) Sua essência e origem são construídas na ação, ou melhor dizendo, sua gênese é prática e não teórica, não sendo apresentado em livros nem em tratados. (ii) Um conceito pragmático em relação à sua função, é visto como um organizador da ação, identificando e diagnosticando uma classe de situações da qual o operador participa (coloca-se frente; procura solucionar) e, dessa forma, originam a ação. (iii) Todo conceito pragmático tem uma dimensão social, ou seja, esses conceitos, apesar de nem sempre definidos explicitamente, correspondem, não somente à organização da ação de um operador, mas de uma comunidade profissional.

Os conceitos pragmáticos, à vista disso, possuem esferas duplas. Por um lado, constituem um *métier* (espaço de trocas de saberes em um determinado âmbito profissional). Por outro lado, são transmitidos dos profissionais com maior *expertise* para os professores com

menor experiência, decorrente, nesse caso, de uma parte proveniente da verbalização e de outra vinda da demonstração (PASTRÉ, 2002).

Para Pastré (2002), essa “transposição” de conceitos pragmáticos corrobora com as ideias de Vygotski, a partir da adaptação pela interação. No entanto, ainda convém perceber que a “transposição” do conceito em si não é suficiente para garantir a sua essência verdadeira. É indispensável que o conceito pragmático seja objeto de construção/transformação do sujeito, pois o que é transmitido é representativo e somente a ação constrói o pragmatismo.

Ao definir-se a ideia de conceitos pragmáticos, como feito nos parágrafos anteriores, é necessário apresentar a concepção de conceitos pragmatizados, que se relaciona com conceitos organizadores da ação que partem do domínio de uma determinada teoria, com o objetivo de agir de forma prática sobre a situação (PASTRÉ, 2012).

Um conjunto de conceitos pragmáticos e/ou conceitos pragmatizados constituem, então, uma estrutura conceitual de uma situação, segunda dimensão necessária à análise do trabalho em Didática Profissional. Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) afirmam que em qualquer situação, por menor que esta seja, é possível identificar os elementos que constituem a estrutura conceitual de uma situação. Para eles, esses ingredientes são

(1) conceitos organizadores que permitem o diagnóstico, conceitos pragmáticos no caso; (2) indicadores, que são os observáveis, que permitem atribuir um valor atual aos conceitos e cuja significação foi construída de tal modo que ela liga observáveis e conceitos; (3) classes de situações, (...) que se pode analisar a partir do valor atribuído aos conceitos organizadores e que vão especificar o repertório de procedimentos (ou de regras de ação) a ser utilizados; (4) estratégias esperadas, em função do nível de conceitualização ao qual tem acesso o operador (...). O enunciado dessas estratégias esperadas não esgota as estratégias efetivamente mobilizadas pelos atores, mas isso permite instituir uma ordem, fornecendo uma grade de análise. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p.164)

No trecho, os autores fazem uma associação entre os conceitos pragmáticos e outros fatores, como a observação dos indicadores, a reconstrução de valores para uma classe de situações e as perspectivas esperadas pelos sujeitos para a criação de um conceito estrutural de uma situação. Com isso, introduz-se uma categoria de racionalização da construção desse conceito, especialmente quando se considera a articulação entre valores assumidos pelas variáveis em relação às classes de situações (PASTRÉ, 2012).

A forma como determinado operador assimila e articula a criação de um conceito de estrutura conceitual, denomina-se de modelo operativo (*modus operandi*) de um profissional. Esse, por sua vez, também configura um objeto de investigação da Didática Profissional, diante da análise do trabalho. O modelo operacional de um profissional não se relaciona apenas a uma determinada situação, mas a seu posicionamento próprio diante da construção dessa estrutura conceitual (retorna-se, portanto, a importância da racionalização apresentada pelo conceito de

estrutura conceitual). “Basicamente, o modelo operacional de um ator expressa seu nível de habilidade”, declara Pastré (2012).

Pastré (2012) resume o papel do modelo operacional de um sujeito em três elementos importantes, que tem estreita relação com as etapas de análise do trabalho em Didática Profissional. Para ele

Em resumo, o modelo operacional de um ator contém três tipos de organizadores de atividades: um se refere à situação de trabalho; outro se refere ao grupo profissional ao qual o autor pertence; e o último constitui sua assinatura e depende de sua experiência anterior. (PASTRÉ, 2012, p.90, tradução nossa)

Pastré (2012), no trecho, apresenta um elo entre as três demandas previstas pela Didática Profissional na análise do trabalho. Compreende-se ser justamente o modelo operacional que liga a presença do *métier* proposto na concepção de conceito pragmático e do processo de racionalização apresentado e necessário à compreensão da estrutura conceitual de uma situação.

Dessa forma, a Didática Profissional propõe uma análise do trabalho acerca de duas etapas sucessivamente realizadas e complementares. A primeira etapa dar-se-ia pela identificação da estrutura conceitual da situação e de organizadores da ação (conceitos pragmáticos). A análise do modelo operacional do sujeito profissional constituir-se-ia a segunda etapa, por meio da qual se efetivaria a conceituação da ação (PASTRÉ, 2012).

Para que assim ocorra, é necessário considerar a descrição do decorrer da ação, compreendendo a utilização de regras de ação ou de regras de profissão (expressando o que foi feito, ou deve ser feito, diante da situação) e, por fim, compreender a relação de causalidade entre ação e as variáveis identificadas. Diante disso, Pastré (2002) propõe uma distinção: a realização de uma análise da situação antes da análise da atividade, com vistas a evidenciar elementos característicos da situação e do *métier*, e o desenvolvimento de uma análise da situação após a análise da atividade, sendo essa realmente a análise que permite identificar os conceitos pragmáticos, organizadores da ação eficaz.

Tourmen (2017), por sua vez, apresenta uma síntese de três categorias que direcionam aos objetos centrais de observação para a análise do trabalho em Didática Profissional. Essas três categorias são: a) a análise de situações “genéricas” e “críticas” de trabalho e de suas variáveis essenciais, ou seja, as situações com maior grau de ineditismo e as mais básicas; b) a análise da atividade do sujeito mediante envolvimento na situação, procurando compreender os processos decorrentes e orientadores de sua ação: tomadas de informação, tomadas de controle, inferências e tomadas de decisão; c) a análise dos recursos utilizados para construir ou agir na e sobre a situação, de compreender a noção de elementos cognitivos: invariantes operatórios, conceitos organizadores e pragmáticos, por exemplo. Esses elementos, descritos e necessários

de observação são, justamente, conceitos indispensáveis à construção da noção de esquema que, por sua vez, está relacionado à(s) definição(ões) de competência.

2.1.3. Competência profissional

O conceito de competência profissional é um tanto quanto complexo e dependente de um amplo contexto de reflexões e investigações. Dessa maneira, é válido ressaltar que a conceituação em si não se faz suficiente. A definição estabelece, inicialmente, a ideia de comparação, ou ainda uma relação de ordem. É, por isto, um conceito pragmático, que estabelece, de maneira geral, um domínio desigual entre um grupo de profissionais acerca de determinada profissão (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2006).

Com vistas a operacionalizar o conceito de competência Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) acreditam que é necessário estabelecer critérios que circunscrevam a noção de competência atrelada a determinadas situações. Diante disso, os autores apresentaram quatro definições que se complementam e constituem em um conceito amplo. As definições são

1. A é mais competente que B se ele soube fazer algo que B não sabe fazer. Ou ainda: A é mais competente no tempo t' do que no tempo t se ele souber fazer o que não sabia fazer;
2. A é mais competente se ele agir de uma maneira melhor: mais rápida, por exemplo, mais confiável, ou ainda mais compatível com o modo de fazer dos outros...;
3. A é mais competente se dispuser de um repertório de recursos alternativos que lhe permitem adaptar sua conduta aos diferentes casos que podem se apresentar;
4. A é mais competente se for menos despreparado diante de uma nova situação, nunca encontrada antes. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p.151)

No trecho, os autores exemplificam definições de competências que, na verdade, corroboram para duas perspectivas, uma diferenciação e uma desenvolvimentista, ou melhor, aspectos que distinguem dois indivíduos em suas posturas e em seus modos operacionais. A primeira definição apresentada é a mais comumente utilizada, onde o conceito de competência é relacionado ao de desempenho, em que o resultado da atividade é sobreposto ao desenvolver da ação. No entanto, as demais definições, por sua vez, consideram o sujeito na realização da atividade, bem como a forma utilizada por ele para tal realização.

É necessário retomar o conceito de esquema, por compreender que é na resolução de situações problemáticas que ocorre a construção de conhecimento, e espera-se que o desenvolvimento/observação da noção de competência também o ocorra. Esquema, pois, é a organização invariante da atividade de uma determinada classe de situações (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2006). O conceito de esquema envolve os componentes que Tourmen (2017) descreve como indispensáveis à análise do trabalho, em suma: o objetivo, regras de ação, informação e controle, invariantes operatórios e possíveis inferências.

Ao compreender que a ampliação dos esquemas decorre da capacidade de maior domínio de diferentes classes de situações, é possível discutir uma das definições de competência profissional apresentada por Mayen, Orly e Pastré (2017), que acreditam que um profissional é mais competente quando pode enfrentar uma maior variabilidade de situações de uma mesma categoria, ou ainda, uma quantidade expressiva de diversidades de situações.

Logo, é preciso enfatizar que um profissional competente não seria aquele com a capacidade de adaptação a todas as situações, mas aquele com disposição adaptativa à variabilidade de uma grande classe de situações inerentes ao seu trabalho, ou seja, situações centrais de uma categoria profissional. É nesse aspecto que se convém destacar que a realização de um determinado trabalho não se limita a seguir métodos e procedimentos preestabelecidos.

Ao analisar as atividades profissionais que estabelecem relações entre seres humanos, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) destacam a necessidade de considerar outros fatores relacionados à construção das competências profissionais e o desenvolvimento da atividade, dentre esses fatores, as “competências gerais”. Para os autores, nesse caso, convém-se organizar a atividade profissional em duas vertentes, a formação técnica, geralmente disposta nos cursos de formação com vistas à diplomação e a construção/empregabilidade das “competências gerais”.

As competências gerais apresentam, portanto, uma imprevisibilidade, pois as interações humanas compreendem fatores únicos, ações e reações, outras propriedades da situação, como: “prazos, custos, expectativas e emoções”. As competências gerais são, desse modo, independentes do conteúdo da ação. Com isso, perspectiva-se que diante da construção das competências profissionais, no contexto das interações humanas, a relação com o grupo de trabalho venha a oferecer fator de impacto a ser considerado e analisado (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2006).

Buscar acompanhar a construção de competências profissionais relaciona-se a procurar compreender o processo de transformação de um objeto por meio da ação do profissional, isto é, o núcleo das competências está em relacionar o conhecimento do funcionamento e da intervenção sobre o objeto. Desse modo, as estratégias mobilizadas pelo sujeito diante da situação e do objeto são indicadores de competências.

Mayen, Orly e Pastré (2017) apresentam uma definição, em termos simplórios, do que seja um profissional competente. Para eles

Ser competente não é apenas saber executar, é também saber entender e analisar o que faz. Significa dominar essas formas de atividade de diagnósticos, fazendo hipóteses, encontrando pistas, elaboração de cenários alternativos, em resumo, o que constitui uma inteligência do trabalho. (MAYEN, ORLY E PASTRÉ, 2017, p.13)

Contudo, no trecho, os autores resumem o conceito de competência em uma ação, inter-relacionada à cognição, uma vez que é necessário articular esquemas decorrentes de classes de situações já internalizadas (conhecimento de resultados de ações anteriores), com processos internos (levantamentos de hipóteses de ação que melhor se adequem à situação). Perspectiva-se, portanto, que esse processo permita a ampliação dos esquemas, e em vista disso, a adaptação a uma maior variabilidade de situações em uma classe. Desse modo, ao profissional é permitida a compreensão e a análise sobre a ação, e não apenas uma execução sem significado.

2.1.4. A formação profissional docente

A competência profissional de determinado sujeito relaciona-se com a sua capacidade de compreender e analisar a própria atividade, sobre e a partir de um objeto, diagnosticando, construindo hipóteses e agindo categoricamente. Diante disso, ao considerar o profissional docente, compreende-se a dimensão de complexidade que é constituída a partir da delimitação desse objeto, nesse caso, “na atividade de cooperação-comunicação entre o docente e seus alunos”, esclarecem Pastré, Mayen e Vergnaud (2006).

É importante ressaltar que esse não é o único ponto de interesse da análise da atividade do professor, mesmo que seja um ponto central. Pelo contrário, a profissão docente é uma das atividades com maior complexidade de análise, afirmam Pastré, Mayen e Vergnaud (2006). Os autores ressaltam a existência dessa dificuldade na maioria das atividades que demandam a exigência de relação entre seres humanos.

Em vista disso, propõem-se três tipos de componentes no âmbito dessas atividades: a) a existência de um objeto, nesse caso, geralmente um saber “técnico”; b) um determinado objeto de uso, ou seja, o processo de aprendizagem desenvolvido pelos alunos, sua relação com o saber (uso do objeto); c) as formas convencionalmente adotadas em certo ambiente, nesse âmbito, a escola, instituição escolar.

“A eficiência ou competência do professor se origina de uma capacidade, cada vez mais tácita, de agir e reagir aos incidentes e situações (problemas) escolares erráticas e inéditas”, comentam Alves e Jucá (2019, p.109). É na observação dessa capacidade de ação e reação, essencialmente empirista, em que muitas competências do profissional docente são mobilizadas/adquiridas. No entanto, difíceis de serem analisadas.

Além disso, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) apresentam mais dois fatores a serem considerados e que trazem complicação à análise do trabalho docente. Para eles

Dois pontos vêm complicar as coisas: trata-se de uma atividade que se realiza entre um humano e um grupo de humanos, o que quer dizer que a transformação visada pela atividade diz respeito ao mesmo tempo ao grupo turma e aos indivíduos que o compõem. Enfim, a atividade docente se relaciona ao mesmo tempo com o curto prazo, a gestão de uma hora de aula, por exemplo, e com o longo prazo: a assimilação de um saber por alunos precisa ser avaliada ao longo de um trimestre, um ano letivo, o conjunto de um ciclo. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p.182)

Ao analisar o trecho apresentado pelos autores, compreende-se que a competência do professor não pode estar associada somente a colocar em prática a tarefa prescrita, ou melhor, seguir rotinas e documentos normativos, porém, significaria aplicar com eficiência um modo operacional e organizacional que pretenda se adequar às diferentes singularidades.

Alves e Jucá (2019) relacionam essa capacidade de reação a uma situação, desenvolvida pelo professor, com o próprio interesse da Ergonomia Cognitiva, pois o profissional, nesse contexto, o professor, ao se colocar diante de uma situação de desequilíbrio (situação de sala de aula inédita), necessita utilizar uma série de conhecimentos e estratégias eficazes, para assim reagir.

Nesse âmbito, a Didática Profissional propõe uma reflexão diferenciada ao professor com maior *expertise* e o docente iniciante. Alves e Acioly-Régner (2021) referem-se ao trabalho do professor de Matemática com pouca experiência. Para os autores, a ação desses profissionais, geralmente, é condicionada por duas concepções: os juízos pragmáticos transmitidos mediante relação interpessoal com o grupo de professores e pela internalização de rotinas, compreensão de normas técnicas e regras organizadoras apresentadas pelas instituições de ensino.

Todavia, a avaliação do trabalho do professor não pode se limitar ao trabalho prescrito, mas deve vislumbrar a construção da identidade profissional do indivíduo, considerando, especialmente, o trabalho verdadeiramente realizado. Apesar disso, cada situação, ambiente e atividade apresentam particularidades. Para Alves e Jucá (2019), para cada *métier* demanda-se o desenvolvimento de um conjunto de conhecimentos específicos (*corpus*), indicados socialmente pelos documentos norteadores, habilidades compartilhadas por um grupo de profissionais e as características de determinado posto de trabalho.

É importante recorrer, portanto, aos propósitos da atividade docente. Ressaltam-se três objetivos primordiais. O primeiro deles diz respeito à capacidade de organização da sala de aula, colocando os alunos no centro do processo de construção do conhecimento. Desenvolver procedimentos, ações e situações que promovam a aprendizagem, constitui mais um propósito crucial do trabalho do professor. Um terceiro objetivo propõe a junção dos dois primeiros, por

meio da indução de desenvolvimento cognitivo nos estudantes (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2006).

A concretude desses objetivos tem elevado nível de dificuldade, especialmente por considerar a imprevisibilidade decorrente da ação do aluno. Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) resumem essa questão no trecho a seguir. Para os autores

[...] a atividade de um docente se desenvolve duplamente às cegas: por um lado, ele propõe tarefas (atividade produtiva) na esperança de que vão gerar aprendizagem ou desenvolvimento (atividade construtiva). Por outro lado, seu objetivo é transformar os conhecimentos dos alunos em saberes. Ora, os conhecimentos não são apenas diretamente observáveis; eles não são inferíveis por meio do êxito ou fracasso numa tarefa. Mas mesmo quando uma tarefa é exitosa, é preciso ainda assegurar-se de que ela o é pelo motivo certo, que o êxito se apoie numa verdadeira mobilização do saber que se procura fazer assimilar. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p.185)

No trecho, os autores corroboram com a própria concepção de competência no âmbito da docência, isto é, as dificuldades, e a partir daí a capacidade de agir conforme as especificidades da situação, no entanto, é preciso estabelecer as relações interpessoais entre os alunos ou grupos deles, compreendendo ainda que a eficácia da aprendizagem não se comprova com testes superficiais. Dessa forma, a competência do professor também se associa a essas questões.

No Brasil, nos trabalhos de Alves (2018b, 2019a, 2020b, 2021b), apresentam-se três binômios onde se pretende compreender as implicações inerentes à análise do trabalho e, por meio disso, a competência profissional do professor de matemática. O primeiro binômio estabelece a relação professor-estudantes. A relação professor-professores representa o segundo binômio de análise. O terceiro, por sua vez, relaciona-se com o binômio professor-instituição escolar.

Nesse sentido, os três binômios propostos se relacionam diretamente com as esferas de análises com as quais a Didática Profissional se preocupa. O primeiro binômio se preocupa justamente com os diversos fatores que envolvem a relação do professor com o aluno, os obstáculos, objetivos e necessidades. Considerando-se que o docente se forma estabelecendo relação, observando e colaborando com um grupo de trabalho, é estabelecido justamente o segundo binômio. Por fim, o terceiro binômio relaciona-se, por sua vez, com a esfera socialmente construída pela instituição de ensino, o reconhecimento do papel da profissão e os documentos normativos. No quadro 2 abaixo, apresenta-se uma síntese dos três binômios, com base em Alves e Catarino (2019).

Quadro 2 - Binômios de referência para a análise de competência do professor de matemática.

Binômio de referência	Descrição
-----------------------	-----------

Binômio: professor-estudantes	• Conjunto de relações estabelecidas entre professor e o conjunto de alunos; • Determinantes para a aquisição de um conhecimento profissional pragmático; • Proporciona a compreensão e mobilização de um esquema de ação e de antecipação do professor em relação a situações em sala de aula.
Binômio: professor-professores	• Conjunto de relações compreendidas entre o professor e o grupo de trabalhos (outros professores, com maior ou menor <i>expertise</i>); • Determinantes para a aquisição de um conhecimento situado e circunstanciado no grupo de trabalho; • Envolve um conhecimento pragmático de ordem deodôntica, compartilhado entre os pares.
Binômio: professor-instituição escolar	• Conjunto de relações estabelecidas entre o professor e a instituição de ensino; • Determinantes para a aquisição de um conhecimento técnico situado no plano de atuação institucional; • Decorre da realização de tarefas oficiais, exigências de documentos normativos, regras e determinações do ofício; • Deriva de um perfil de docente socialmente esperado.

Fonte: Alves e Catarino (2019, p.118-119), adaptada.

É importante ressaltar que mesmo considerando esse movimento de análise da competência do professor de matemática, a constituição em si da competência de cada professor é única e particular. Isso significa dizer que mesmo que um grupo de professores tenha a mesma formação técnica, não é possível afirmar-se, abruptamente, que estes são possuidores de mesmas competências profissionais.

Contudo, em suma, destaca-se que a competência de um professor se relaciona com “a capacidade de dominar e lidar (gerenciar)” problemas realmente existentes, ou ainda “problemas/entraves não previstos ou indicados formalmente/explicitamente pelo sistema de ensino e suas origens e normas rígidas e recipientes à mudança” (ALVES E JUCÁ, 2019, p.112).

2.2. Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) é uma das teorias fundamentais que compõe os estudos em Didática da Matemática francesa, desenvolvida por Guy Brousseau a partir de 1986. A TSD representa uma referência nas investigações relacionadas ao processo de aprendizagem em matemática em âmbito de sala de aula, que envolve o professor, os alunos e a construção do conhecimento.

De acordo com Almouloud (2016), o objetivo central da Teoria das Situações Didáticas é promover uma caracterização do processo de aprendizagem por meio de um conjunto de situações susceptíveis de reprodução e que apresentem um potencial de provocar mudanças de comportamento em um determinado grupo de alunos. Seriam essas modificações, por isso, que definiriam a aquisição de uma série de conhecimentos e, com isso, o desenvolvimento de aprendizagem significativa.

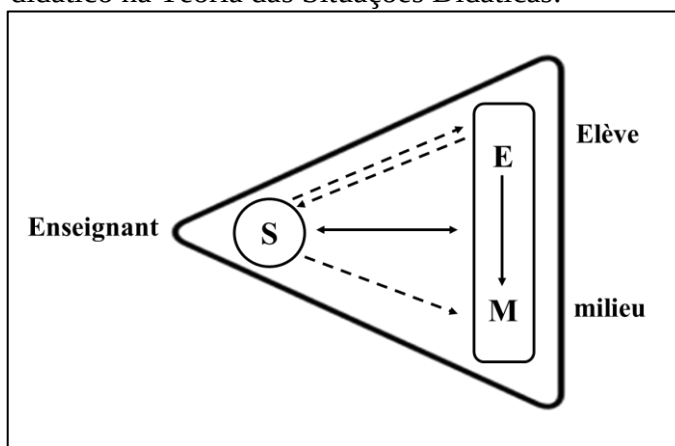
Brousseau (1986) apresenta uma definição para uma situação didática, ou seja, apresenta a concepção da Teoria das Situações Didáticas. Para ele

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição... o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes (BROUSSEAU, 1896, p.8).

No trecho, Brousseau enfatiza a importância das relações estabelecidas, mesmo que implicitamente, entre os atores envolvidos em uma situação, ou seja, os alunos, o professor e o meio criado/organizado com o propósito de favorecer a aprendizagem. Esse meio, chamado de *milieu* por Brousseau, compreende a utilização/escolha de possíveis ferramentas, objetos, problemas que favoreçam a relação do aluno e do conhecimento.

Nesse contexto, Brousseau (1986) apresenta um esquema, que será reformulado posteriormente, denominado de triângulo didático (figura 1), onde está disposta a relação central disposta pela Teoria das Situações Didáticas, as relações entre o trinômio: professor-aluno-saber, que não necessariamente acontecem nesse ordem, ou melhor, há a inter-relação entre os atores considerados de maneira a estabelecer configurações entre binômios, dois a dois organizados.

Figura 1 - Triângulo didático na Teoria das Situações Didáticas.



Fonte: Brousseau (1986, p. 88).

No esquema, Brousseau estabelece diversas relações entre o professor (*Enseignant*), o aluno (*Élève*) e o meio (*milieu*). Existem, portanto, duas relações recíprocas. Uma delas é a ligação professor-aluno. Compreende-se, assim, que o professor necessita receber informações provenientes dos alunos para que se possa desenvolver situações pelas quais se desenvolvam aprendizagens. A relação estabelecida entre o aluno e o meio configura uma esfera de destaque, que, por sua vez, construída a segunda ideia de reciprocidade apresentada no esquema, entre esse binômio (aluno-meio)-professor. Isso significa dizer que o professor pode agir sobre a combinação aluno-meio de forma a introduzir “variáveis” que promovam o aperfeiçoamento/aprofundamento da ação, de mesma forma como é a compreensão dessa combinação que orienta o professor em sua prática.

É válido ressaltar que nesse esquema de relações, proposto por Brousseau, é destacada a interação entre o aluno e o meio. É justamente nesse âmbito que é introduzida a ideia de situação a-didática. Esta, por sua vez, caracteriza-se por representar determinados momentos do processo de aprendizagem em que o aluno trabalha de forma independente, não tendo interferência direta do professor (FREITAS, 2008).

Brousseau (1986) apresenta a definição de situação a-didática, como uma situação didática particular e muito importante no processo de construção do conhecimento matemático. Para ele

Quando o aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação a-didática. (BROUSSEAU, 1986, p.68)

Ao definir as condições de uma situação a-didática, Brousseau evidencia a autonomia do aluno na construção do conhecimento, ou seja, nesse caso, os alunos são tidos como “pequenos” matemáticos. Essa questão propõe, no entanto, uma reflexão acerca do papel do professor diante da essência do trabalho didático. É necessário destacar, porém, que no contexto da Teoria das Situações Didáticas, o papel do professor deixa de ser relacionado com a exclusiva comunicação do conhecimento, passando a ser responsável pela devolução de um bom problema.

A concepção de devolução, nesse aspecto, significa transferir ao aluno a responsabilidade de agir sobre a situação. O papel do professor seria, então, além de comunicar, posicionar-se de tal forma que o aluno entre no jogo, tome para si a necessidade de resolução do problema, não apenas porque é um pedido ou desejo do professor (FREITAS, 2008). “Se a devolução ocorrer, o aluno entra no jogo e se ele acabar ganhando, a aprendizagem acontece”, discorre Brousseau (1986, p.51).

Nesse sentido, ainda na caracterização da Teoria das Situações Didáticas, nas ideias de situação didática e de situação a-didática, Almouloud (2007) aponta três hipóteses, que são as seguintes: (i) o aluno aprende a partir de sua adaptação a um *milieu*, que apresente dificuldades e desequilíbrios. Esse conhecimento seria manifestado por meio de novas descobertas; (ii) o professor deve organizar um meio que seja propício para o desenvolvimento de situações que promovam aprendizagens significativas; (iii) o *milieu* em conjunto com as situações didáticas devem envolver os conhecimentos matemáticos durante os processos de ensino e de aprendizagem.

A estrutura teórica das situações didáticas considera a noção de outras concepções discutidas no seio das investigações em Didática da Matemática, na França. É possível relacionar a dimensão da Teoria das Situações Didáticas com a compreensão de contrato didático, obstáculos epistemológicos, transposição didática, dialética ferramenta-objeto, por exemplo. Nesse âmbito, é válido ressaltar brevemente alguns aspectos relacionados a esses conceitos.

O contrato didático é o apanhado de comportamentos que os estudantes esperam do professor e o conjunto de comportamentos que o professor espera que o aluno realize. Esse contrato determina uma série de regras, mesmo que em sua maioria se expressa de forma implícita, por meio das quais cada ente da relação didática deve considerar, assim como estabelece uma relação de compromisso e prestação de contas um para com o outro (BROUSSEAU, 1986).

A ideia de obstáculo epistemológico é apresentada por Bachelard em 1938 e introdução ao contexto da Didática da Matemática por Brousseau. Um obstáculo de origem epistemológica é aquele que se constitui a partir do próprio conhecimento, ou seja, não é possível desviar-se dele. É possível, portanto, encontrá-lo na história de construção do conceito.

Dessa forma, é importante destacar que, ao contrário do que se suponha, obstáculos epistemológicos não se relacionam com a falta de conhecimento, ao invés disso, representam conhecimentos antigos, que são resistentes à agregação de novas concepções, que ameaçam a estabilidade desse conteúdo que já está anteriormente consolidado (PAIS, 2002).

A noção de obstáculo epistemológico pode ser identificada ao analisar-se a evolução histórica de um conceito, seja em situações de aprendizagem e/ou na evolução de um conhecimento, espontaneamente. Por conta disso, compreende-se que os obstáculos epistemológicos têm raízes em duas vertentes: por um lado são históricas e culturais, por outro lado se relacionam com a aprendizagem em sua dimensão social (PAIS, 2002).

Discorrer-se-á agora brevemente sobre o conceito de transposição didática. A ideia de transposição didática é apresentada especialmente por Chevallard (1991), que define o conceito como sendo o movimento pelo qual um conteúdo do conhecimento, designado como saber a ensinar, passa por um processo de transformações adaptativas, com o objetivo de torná-lo um objeto de ensino, apto e mais acessível de compreensão aos sujeitos em processo de aprendizagem.

É importante destacar que nesse processo de transformação dos saberes, identifica-se um conjunto de influências que contribuem para a redefinição desses aspectos conceituais. Chevallard chama esse conjunto de influências de *noosfera*, e destaca como partes desse grupo cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e demais agentes que interferem na construção do processo educativo e dos currículos de ensino.

Retomando, então, as reflexões acerca das situações a-didáticas, centro do processo de aprendizagem, de acordo com os preceitos da Teoria das Situações Didáticas, são possíveis estabelecer uma tipologia de situações didáticas, que muito colaboram para a compreensão desse processo. Apresenta-se, ainda, as situações de *ação, formulação e validação*.

Brousseau (1986) apresenta uma justificativa para a necessidade dessa organização/classificação das situações a-didáticas (por considerar, especialmente, os alunos). Para o autor

[...] é uma questão de estabelecer:

- uma classificação das interações do sujeito com o ambiente a-didático;
- uma classificação dos tipos de organizações nesse meio;
- uma classificação dos tipos de operações que são surgidas;
- uma classificação dos modos de evolução espontânea do conhecimento.

Cada classificação deve ser justificada com clareza suficiente em seu domínio próprio:

- pelas diferenças importantes e óbvias entre os objetos classificados;
- pela simplificação que pode trazer sua descrição, análise e compreensão;
- pela relevância dessa classificação (e sua importância em comparação com outro possível) para cada domínio;
- por sua natureza totalmente exaustiva. (BROUSSEAU, 1986, p.93-94)

A partir de tantas esferas cabíveis de reflexões, percebe-se a complexidade de compreensão, ao passo que justifica a necessidade dessa classificação, das etapas de construção do conhecimento matemático, por meio das diversas interações entre o sujeito, os outros sujeitos, o meio e/ou os objetos selecionados/utilizados como suporte dessa construção.

Alves (2016) afirma que se caracteriza como uma *situação de ação* o momento em que o aluno se coloca ativamente empenhado na resolução de um problema, em que se utiliza de ações tácitas e imediatas que resultam, ou pelo menos, visam à solução para o desafio proposto. Essas ações, portanto, promovem a produção de um conhecimento específico, geralmente, de natureza operacional.

No momento da *ação*, o aluno pode ser colocado frente a um problema, onde sua ação, não necessariamente, precisa ser explicitada ou apresentar significados claros, inicialmente. Dessa maneira, o aluno terá sucesso por meio do desenvolvimento de mecanismos que lhe permite agir, antecipar e contextualizar (ampliar/agregar) conhecimentos (ALMOULOUD, 2016).

Brousseau (1986) enuncia as situações de *ação* como sendo o momento da resolução do problema em que os alunos realizam “troca de informações não codificadas e sem linguagem”, agindo e reagindo diretamente sobre o problema. Desse modo, o componente de ação é predominante “se a troca de informações não for necessária para a obtenção da decisão, e se os alunos compartilham as mesmas informações sobre o ambiente”, compartilha Brousseau (1986, p.95).

Denomina-se de *situação de formulação*, o momento em que o aluno já utiliza, diante da resolução do problema ou desafio proposto, alguns esquemas e modelos teóricos explícitos. É possível ainda que, nessa etapa, já seja utilizada uma linguagem mais apropriada e/ou evidencie-se a utilização de informações teóricas mais sólidas e perceptíveis. Essas informações não são ainda apresentadas como justificativas para as ações. O que os alunos fazem, nesse caso, são afirmações decorrentes de sua interação com o problema (FREITAS, 2008).

Na *formulação* ocorre “trocas de informações codificadas por uma linguagem”, afirma Brousseau (1986). Compreende-se que a interação do aluno com o problema amplia-se e passa a considerar mais uma esfera do *milieu*, os outros alunos. “A informação assim fornecida é assumida, pelo menos, como mudança de incerteza do ambiente, e em geral, do seu estado” (BROUSSEAU, 1986, p. 96-97).

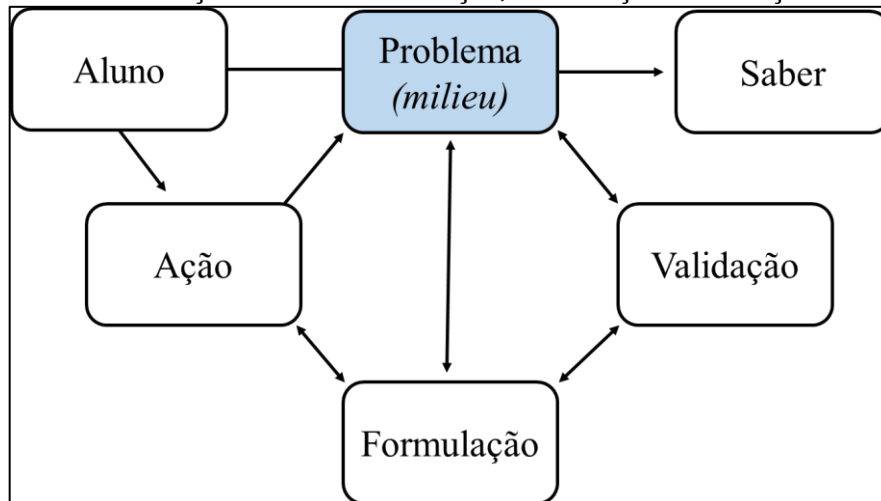
Dessa forma, o aluno amplia suas limitações em relação ao problema, reflete, confirma ou refuta suas hipóteses. Mesmo que as informações não sejam, nesse momento, justificadas, de acordo com Almouloud (2016) essas trocas de estratégias de pensamento e resolução com o grupo de alunos e podendo haver, nesse âmbito, intervenções pontuais do professor, são necessárias e úteis à construção da *validação* que se segue.

“Trocas de opiniões” definem as *situações de validação*, afirma Brousseau (1986). Nessa etapa de construção do conhecimento matemático, a interação/comunicação do aluno, com os demais alunos e o professor, é embasada pela utilização de “asserções, teoremas, manifestações, emitidas e recebidas como tal” (BROUSSEAU, 1986, p.98).

Segundo Almouloud (2007), diante da validação, o emissor deve justificar com exatidão a validade de sua solução, e o receptor, por sua vez, deve questionar, refletir, exigir maiores explicações, e se for o caso, refutar os modelos apresentados, mediante justificativa clara e

consistente. Em resumo, é nesse momento que é oportunizada ao aluno a condição de argumentar, convencer, posicionar-se e, por fim, elaborar uma verdade coletiva (ALMOULOU, 2016). Refletindo sobre as três situações apresentadas, propõe-se um esquema (figura 2) que pretende sintetizá-las.

Figura 2 - Síntese das situações a-didáticas de ação, formulação e validação.



Fonte: elaboração dos autores com base em Brousseau (1986).

Na representação acima, pretende-se ilustrar, a relação entre o aluno e o saber, destacando-se o problema (*milieu*) como “intermediador” desse processo. O aluno, por sua vez, desenvolve três etapas de interação com o problema, com vistas a impulsionar a construção do saber, situações de ação, formulação e validação. Há, portanto, diversas relações existentes dentre esses três momentos, de forma que se aproveita para ressaltar que não ocorrem separadamente, mas em complemento umas com as outras.

Ressalta-se, ainda, em relação à figura 2, as interações biunívocas existentes entre formulação-ação, formulação-validação, formulação-problema e validação-problema. Compreende-se com isso que, ao participar das trocas características do momento de formulação, no qual o aluno pode retornar à ação (interagindo diretamente com o problema, buscando novas ou confirmando informações pertinentes a sua resolução). De maneira semelhante, pode-se estabelecer pensamento análogo com o binômio formulação-validação. Assim como, com o *milieu* pode ocorrer constantes trocas e retomadas em relação às etapas apresentadas.

Todas essas interações, caracterizadas como a-didáticas, parte da devolução exercida pelo professor. Para Brousseau (1986), o papel do professor se organiza especialmente em duas esferas: a devolução, já discutida e aprofundada anteriormente, e a *institucionalização*. “Na

institucionalização definem-se as relações que podem ter os comportamentos e as produções ‘livres’ dos alunos com o conhecimento cultural e científico e com o projeto didático”, justifica Brousseau (1986, p.88).

Compreende-se, então, que a *situação de institucionalização* tem como objetivo colocar em evidência a universalidade do conhecimento e as intenções didáticas do professor. O conhecimento deverá adotar uma condição mais universal, extrapolando as limitações e particularidades impostas pelo problema estudado (FREITAS, 2008).

Brousseau (1997) resume o contexto da utilização e compreensão dessas quatro etapas. Segundo ele:

A dialética da ação, da formulação, de validação e institucionalização parecem constituir etapas razoáveis para a construção do conhecimento. Estas etapas são frequentemente observadas na gênese histórica das noções do conhecimento matemático. Parece opor-se à ordem inversa em que o conhecimento é primeiro reorganizado em discurso transmissível de acordo com o destinatário e só depois é “aplicado” a situações pessoais e “convertido” em decisões. (BROUSSEAU, 1997, p. 284)

No trecho destacado, Brousseau (1997) reafirma a intenção da Teoria das Situações Didáticas em permitir ao aluno a possibilidade de construção do conhecimento comparado ao de um “pequeno” matemático, que parte de uma aplicação particular com vistas à generalização e à formalização dos conceitos e, assim, o desenvolvimento de uma aprendizagem concreta e significativa.

2.3. Situação Didática Profissional

A Didática da Matemática, ou ainda, a Didática das Disciplinas, preocupam-se com a transmissão e aquisição de saberes. Nesse âmbito, a Didática Profissional, por sua vez, detém-se sobre a aprendizagem das atividades e a aprendizagem dos adultos, considerando que é justamente no desenvolvimento das atividades em que ocorre essa aprendizagem (PASTRÉ, 2011).

Diante da análise do trabalho proposta pela DP, é necessário retomar a diferenciação entre tarefa e atividade. De maneira sucinta, é possível compreender que a atividade sobrepõe a tarefa, por esta última ser representada pelas prescrições oficiais, objetivos institucionais, por exemplo, que são arraigados ao trabalho. Já a noção de atividade representa a ação verdadeiramente desenvolvida pelo sujeito (ALVES, 2019b).

Alves (2019b) discorre que o estudo sobre a esfera cognitiva da atividade no campo do trabalho adquiriu um grau de complexidade que merece aprofundamento e detalhamento maior. A sistemática deste estudo permite a construção de uma categorização:

(i) A tarefa prescrita e a tarefa efetiva são consideradas segundo seus estados, isto é, o objetivo final a ser alcançado e o estágio inicial não desconsideram as etapas processuais intermediárias do processo; (ii) As operações que, de modo essencial, permitem uma passagem de uma etapa para outra e, aqui, intervêm, as regras (implícitas ou explícitas) de funcionamento; (iii) Os procedimentos da tarefa definem o modo pelo qual devem ser implementadas as operações, como o escopo de se atingir o objetivo final. (ALVES, 2019b, p.259)

A importância da “situação profissional” ou ainda da “situação de trabalho”, faz com que seja necessário definir o termo. Para Mayen e Olry (2012), uma situação profissional é um ambiente mobilizado ou delimitado com o qual pessoas estão em interação, seja ela de caráter físico, social, institucional ou técnico, na qual o profissional é levado a agir.

Ao considerar a análise do trabalho a partir de uma situação profissional, é possível retomar aspectos relacionados aos conhecimentos mobilizados. Alves (2020a) destaca que essa apreciação não é sistemática. De acordo com o autor, é preciso dar ênfase, também, aos conhecimentos que se renovam, assim como os conhecimentos profissionais que se tornam obsoletos, por exemplo. Diante disso, Alves (2020a) propõe o conceito de Situação Didática Profissional (SDP).

Antes de apresentar um significado para SDP, é importante destacar que essa noção se delineia sobre a compreensão do processo de aprendizagem do professor de Matemática, diante da vivência de situações profissionais. Propõe-se, portanto, a apreciação de três características indispensáveis a essa análise: (i) o plano de sala de aula; (ii) o plano do posto de trabalho; (iii) o plano geral da instituição de ensino ou instituição escolar (ALVES, 2020b).

Esses três pontos de análise, originam o surgimento dos três binômios de observação, ação e interação, da qual se relacionam diretamente com a noção de competência do professor de Matemática. Apresenta-se essa relação das características mencionadas no parágrafo anterior, com os binômios de referência no quadro 3 a seguir.

Quadro 3 – Relação planos de atuação característicos e binômios inerentes a SDP.

Planos de atuação característicos do professor de Matemática	Binômios de referência da Situação Didática Profissional
O plano de sala de aula	Professor-estudantes
O plano do posto de trabalho	Professor-professores, colegas do <i>métier</i>
O plano geral da instituição de ensino ou instituição escolar	Professor-instituição escolar e sistema de ensino

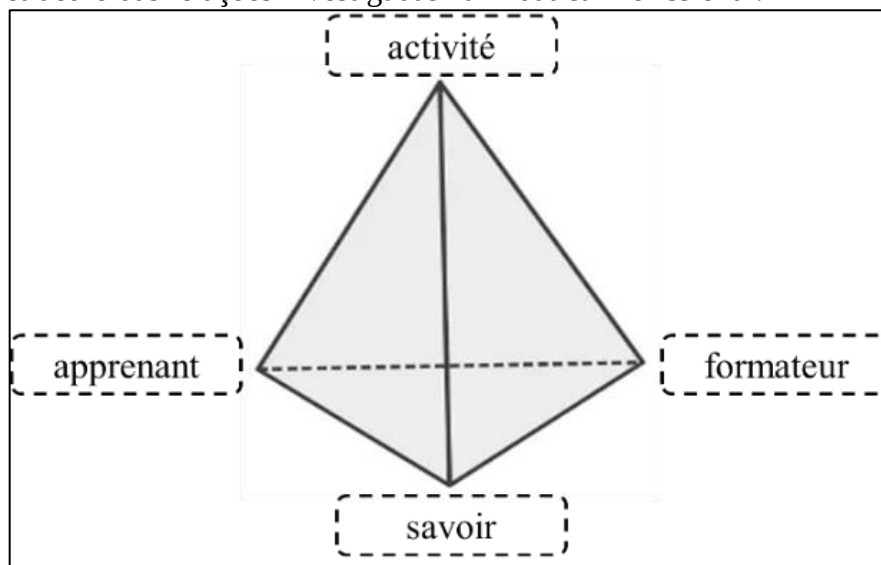
Fonte: elaboração autoral com base em Alves e Catarino (2019, p.115-119).

No quadro, observa-se as esferas de complementaridade que influem para a construção da formação profissional do professor, como forma de enfatizar, destaca-se novamente: a relação com o seio da sala de aula, do grupo técnico profissional (*métier*) e a esfera institucional. Diante disso, apresenta-se uma “equação” característica que permite definir a noção de Situação

Didática Profissional. A saber: $DP + UT = SDP$, ou seja, ao considerar os aspectos inerentes da Didática Profissional (DP), em junção com a Unidade de Trabalho (UT), constitui-se a Situação Didática Profissional (SDP).

Nesse contexto de aprendizagem do professor de Matemática, retoma-se a Teoria das Situações Didáticas que propõem, no contexto da Didática da Matemática, a construção do saber a partir da interação entre estudante – meio – saber. Todavia, no contexto da Didática Profissional, e ao que se apresenta, da Situação Didática Profissional, é necessário considerar uma interação entre aprendiz – formador – atividade – saber, como traz Baudouin (1999).

Figura 3 – Tetraedro das relações investigadas na Didática Profissional.



Fonte: Baudouin (1999).

Na figura, Baudouin (1999) amplia os aspectos de investigação apresentados por Brousseau com contexto da TSD. Nesse âmbito, percebe-se a inter-relação entre todas as esferas consideradas: *apprenant* (aprendiz), *formateur* (formador), *activité* (atividade) e *savoir* (saber). A figura do tetraedro, intuitivamente, corrobora com essa ligação de dependência. É possível, ainda, estabelecer uma relação com essas esferas de observação, com os planos de atuação característicos do professor de Matemática, propostos por Alves (2020b), (i), (ii) e (iii), anteriormente discutidos.

Dessa maneira, Alves e Catarino (2019) apresentam um conceito de Situação Didática Profissional e relacionam com o quadrinômio de interação: atividade – aprendiz – saber profissional – formador. Para eles, uma Situação Didática Profissional é um

Conjunto de situações ou situação característica, fundamental para o exercício efetivo do ofício do professor. Envolve elementos afeitos à modelização e teorização visando antever determinados obstáculos para a atividade sala de aula, para a atividade profissional no posto de trabalho e na própria instituição. A partir disso, concepção de

produtos e recursos para a formação de professores e o ensino. (ALVES, CATARINO, 2019, p.124)

No trecho, os autores caracterizam uma ou um conjunto de situações didáticas profissionais, como sendo situações indispensáveis ao processo formativo do professor. Nesse âmbito, em sua concepção, é necessário considerar a modelização e a teorização de obstáculos inerentes à sala de aula, ou seja, os conhecimentos epistêmicos e pragmáticos que, juntos, corroboram para o desenvolvimento da prática profissional do professor.

Com isso, é necessário esclarecer o termo obstáculo, ou melhor, apresentar a conceituação da terminologia obstáculo profissional, diferenciando-se de obstáculo epistemológico. Este último termo é apresentado por Bachelard, que o define da seguinte forma:

A noção de obstáculo epistemológico pode ser estudada no desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da educação. Em ambos os casos, esses estudos não são fáceis. [...] Muito do que se encontra na história do pensamento científico está longe de servir, de fato, à evolução desse pensamento. Certos conhecimentos, embora corretos, interrompem cedo demais pesquisas úteis. (BACHELARD, 2005, p.21)

No trecho, o autor ressalta a origem dos obstáculos epistemológicos no seio da própria construção histórica e na transmissão do próprio conhecimento científico. Os obstáculos profissionais, por sua vez, são discutidos por Pastré, que coloca sua origem no contexto do desenvolvimento da atividade profissional, mais especificamente, na situação profissional. Pastré (2011) discorre que

Consideramos, agora, os problemas complexos. Entra em cena um ator, dotado de um modelo operativo bastante pertinente, se ocupa em obter uma resposta para a situação que se representa desorganizada, quando constata uma contradição entre a resposta que espera e a que observa. Tal ocorre, geralmente, quando o ator se encontra confrontado com uma nova classe de situações, por exemplo, um problema totalmente novo, para o qual, seu modelo operativo, pertinente para às situações encontradas no passado, se mostram inadequadas para o caso presente. Tal ocasião se apresenta com muito interesse para a aprendizagem. (PASTRÉ, 2011, p. 90)

Pastré destaca a importância da vivência de situações profissionais desafiadoras, como fonte de desenvolvimento de aprendizagem pelo profissional. Com vistas a favorecer a compreensão desse processo, ao referir-se a Situação Didática Profissional, Alves (2019b) afirma que um dos seus interesses é apresentar “um caráter expresso pela formação planejada” e o seu “acompanhamento sistemático e prolongado das competências essenciais para a atividade especializada específica que expressam seu valor no tempo”.

Alves (2018b) apresenta um comparativo entre os obstáculos epistemológicos e os obstáculos profissionais, destacando suas origens, ambientes propícios de manifestação e objeto. A figura 4, abaixo, traz em síntese proposta por Alves em sua pesquisa.

Figura 4 – Elementos construtivos e comparativos das noções de obstáculo epistemológico e profissional.

	Obstáculos epistemológicos	Obstáculos profissionais
Da origem	Objetivado e circunstanciado pelo saber científico e disciplina.	Objetivado e circunstanciado pelo conhecimento pragmático profissional.
Da manifestação	Situações didáticas de ensino, com um cenário epistemicamente demarcado, configurado.	Situações profissionais, delimitadas pelo sujeito (profissional) e o contexto (social, profissional, técnico) mediante seu campo de aplicação e de tarefas.
Do objeto	Condicionado pelo objeto (foco no saber científico).	Condicionado pelo sujeito (foco no sujeito).

Fonte: Alves (2018b).

Na figura, compreendem-se as características que particularizam cada conceito. Em especial, pode-se perceber que os obstáculos epistemológicos são essencialmente relacionados à construção do saber científico, enquanto os obstáculos profissionais se centram no pragmatismo, na construção do sujeito pela ação na atividade.

Semelhante ao que se tratou sobre a noção de obstáculo, é necessário também tratar sobre o conceito de transposição, diretamente relacionado com a construção da aprendizagem, nas vertentes francesas de estudos em Didática. Dessa forma, ao considerar a aprendizagem desenvolvida a partir da Situação Didática Profissional, compreender o processo de transposição profissional se faz indispensável.

Com relação ao conceito de transposição didática, Alves (2021c) afirma que o termo se relaciona com uma aprendizagem cujo objetivo é a construção de determinado domínio de uma atividade em situação, em que o interesse está basicamente centrado na transmissão de experiências e vivências profissionais características. Ao definir o termo em questão, é possível, novamente, retomar os binômios de referência da SDP, apresentado por Alves e Catarino (quadro 03), de maneira específica, o binômio professor-professores (*métier*).

Alves (2018a), assim como no conceito de obstáculo, propõe um quadro comparativo entre as noções de transposição didática e de transposição profissional. Na figura 5 abaixo, apresenta-se essa síntese, onde são explicitadas as diferenciações pertinentes às duas concepções. Em especial, destacam-se as transformações do saber científico para saber a ensinar (transposição didática), em contrapartida das transformações dos saberes pragmáticos a serem transmitidos entre os profissionais (com maior ou menor experiência).

Figura 5 – Elementos constitutivos da noção de Transposição Profissional.

	Transposição Didática	Transposição Profissional
Do significado	Conjunto de transformações envolvendo o <i>savoir savant au savoir enseigné</i> . (CHEVALLARD, 1991)	Conjunto de transformações sobre os conhecimentos pragmáticos caracterizando a transmissão de saberes pragmáticos entre professores experientes e professores inexperientes.

Fonte: Alves (2018a).

Embasando-se nos trabalhos de Alves (2019b, 2020a, 2020b, 2021c), e considerando a proposta da criação do conceito de Situação Didática Profissional (SDP), propõe-se, então, uma intersecção entre as dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização apresentadas pela Teoria das Situações Didáticas e a organização dessas etapas mediante desenvolvimento de uma e múltiplas SDP. Essa proposta é exibida no quadro 4 abaixo.

Quadro 4 – Dialéticas de desenvolvimento das Situações Didáticas e Situações Didáticas Profissionais.

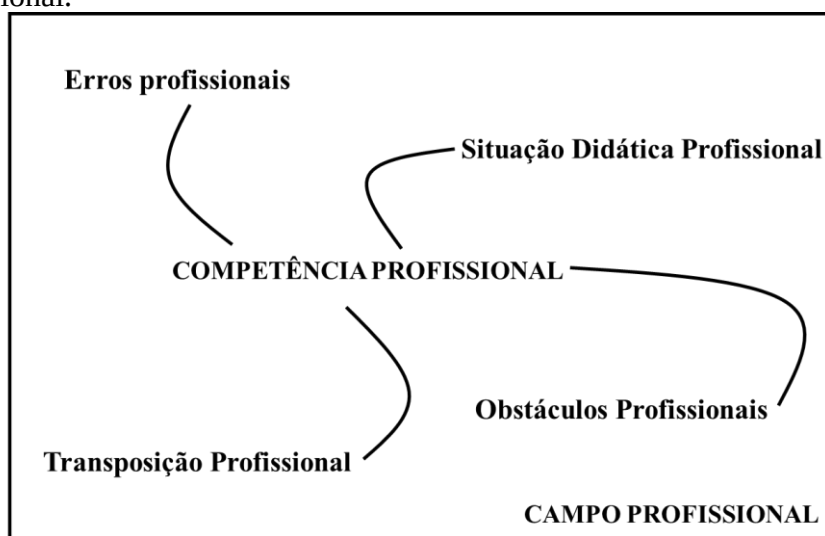
	Situação Didática	Situação Didática Profissional
Dialética de ação	• Momento em que o professor apresenta um problema aos alunos; • Os alunos devem entrar no “jogo”, tomando o problema para si (devolução).	• Momento em que o professor/formador apresenta uma situação aos alunos/professores em formação, de cunho profissional (professor-aluno) / (professor-instituição); • Espera-se o envolvimento dos professores (importância da ação sobre a situação).
Dialética de formulação	• Caracterizada pela etapa de interação entre os alunos e o problema (<i>milieu</i>); • O uso de linguagem técnica não é obrigatório.	• Etapa de discussão entre os professores em formação e seus pares (professor-professores) (<i>metier</i>); • Conhecimento pragmático e conhecimento epistêmico compartilhado.
Dialética de validação	• Formulação de representações matemáticas em linguagem mais formal; • Trocas de informações, embasadas por teoremas, asserções e dados matemáticos.	• Apresentação de resoluções em linguagem matemática adequada; • Troca de informações e estratégias (conhecimentos pragmáticos e epistêmicos) (professor/professores).
Dialética de institucionalização	• Professor explicita o objetivo e suas intenções didáticas; • Apresentação da universalidade do conteúdo;	• Formador explicita o objetivo da situação didática profissional apresentada; • Procura-se promover reflexão sobre o ensino do objeto matemático em questão (ênfase para as esferas epistêmicas e pragmáticas).

Fonte: elaborado pelos autores com base em Alves (2019b, 2020a, 2020b, 2021c).

Como explicitado, o quadro 4 tem como objetivo propor uma organização em etapas do desenvolvimento de uma Situação Didática Profissional, considerando as especificidades e as perspectivas que são subjetivadas a partir de sua definição, apresentada por Alves em seus trabalhos, em detrimento de uma associação com o que é esperado de cada uma das dialéticas desenvolvidas em uma Situação Didática, em virtude de serem justamente a TSD em alinhamento com a Didática Profissional, as bases teóricas que embasam a concepção de SDP.

Como discorrido nos parágrafos anteriores, o conceito de Situação Didática Profissional está envolvido com outras concepções, como as de transposição profissional e obstáculo profissional, que tem como ponto de confluência, o objetivo de compreender e corroborar com a construção da aprendizagem do professor de Matemática no contexto do desenvolvimento da atividade, ou seja, a constituição do conceito de competência profissional. Nesse ensejo, Alves (2021c) apresenta a figura 6 abaixo, que compreende os elementos arraigados no conceito de competência profissional.

Figura 6 – Descrição da competência profissional e seus elementos considerados no interior do campo profissional.



Fonte: Alves (2021c).

Na figura, o autor considera inicialmente um campo profissional da qual decorre o conceito de competência profissional, através da realização/consideração de outras esferas, que em complementaridade, corroboram para a construção do que se objetiva, ou melhor, aos serem analisados e considerados os erros profissionais, transposição profissional e os obstáculos profissionais, e ocorra a vivência organizada de situações didáticas profissionais, projeta-se a construção de competência profissional.

2.4. Engenharia Didática

Na década de 1980, a comunidade francesa de pesquisas em Didática da Matemática, passados cerca de 10 anos de estudos na área, instituem a ideia de Engenharia Didática (ED), decorrente da necessidade de compreender o real e complexo contexto do funcionamento do sistema didático, ou seja, realizar pesquisas no seio das salas de aula, com professores e alunos reais. Tal carência era advinda das constantes reflexões sobre o currículo e o ensino de matemática na França (LABORDE, 2017).

As insatisfações provenientes das reformas na Matemática francesa evidenciaram que mais do que mudanças no currículo se fazia indispensável uma maior compreensão entre os processos de ensino e aprendizagem, e que considerassem além de princípios pedagógicos, também princípios psicológicos. Contribuindo, assim, para a percepção da necessidade de incluir elementos empíricos às pesquisas sobre o ensino (LABORDE, 2017).

Ainda de acordo com Laborde (2017), Brousseau, na construção dos seus projetos de ensino sobre decimais, partindo da noção de obstáculos propostos por Bachelard, distingui-os em três tipos de obstáculos: ontogenético, epistemológico e didático. Brousseau (1997), ainda considera que os obstáculos epistemológicos podem ser encontrados no histórico dos próprios conceitos, e diante deles, podem surgir obstáculos didáticos a partir da apresentação ou da forma com que os conceitos podem ser utilizados.

Destacando a necessidade de compreender obstáculos nessas três esferas, é importante enfatizar, nesse ponto, que a Engenharia Didática tem seu embasamento teórico no método de ensino das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986). A complementariedade da ED e da TSD visa à obtenção, à reformulação e à construção de conhecimentos didáticos, metodológicos e técnicos por meio de uma prática controlada de situações e transposição didática (ALVES, 2017).

Artigue (1988) apresenta, então, uma conceituação para a Engenharia Didática. Ela descreve:

A noção de engenharia didática emergiu em didática da matemática no início da década de 1980, com o objetivo de etiquetar uma forma de trabalho didático: aquela que era comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle do tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos muito mais complexos do que os objetos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (ARTIGUE, 1988, p.193)

No trecho acima, Michele Artigue ao conceituar a Engenharia Didática, descreve-a como sendo uma metodologia que compara o trabalho didático (seja ele do professor e/ou do

pesquisador) com o trabalho de um engenheiro, que para realizar um projeto, apoia-se, considera e submete-se aos conhecimentos teóricos advindos dos princípios científicos, mas necessita, ainda, colocar-se frente a variáveis mais complexas, que não podem ser controladas pela ciência, mas que exercem influência acerca da efetividade do trabalho.

Em síntese, a ED surge como proposta para o desenvolvimento de duas questões essenciais: estabelecer uma relação entre a investigação e a ação no sistema de ensino; e desenvolver uma metodologia de investigação didática que levasse em consideração realizações didáticas que pudessem ser desenvolvidas no seio da sala de aula e, assim, contribuir com a pesquisa e o ensino, simultaneamente.

Sobre essa primeira questão, Chevallard (1982), acrescenta que a Engenharia Didática ao passo que procura relacionar os problemas que originam a ação, também caminha para organizar a execução da ação interventora dentro do sistema de ensino. Já com relação à segunda questão apresentada, Artigue (1995) retoma a grande quantidade de pesquisas acerca das construções didáticas que se utilizavam apenas de metodologias externas à sala de aula, em que mesmo reconhecendo a veracidade dos resultados, ainda apresenta lacunas no que diz respeito à complexidade da sala de aula. Ainda, nesse sentido, além de favorecer melhor análise desses aspectos, as realizações didáticas podem colocar à prova as teorias que embasam a investigação.

Diante disso, a utilização da Engenharia Didática no contexto da construção de realizações didáticas, apresenta a possibilidade de coexistência de uma investigação dupla, onde a presença de metodologias externas (externas à sala de aula, como questionários, testes, exercícios), estabelece uma relação de complementaridade com a ação didática.

Mais do que uma inovação no ensino de Matemática francesa, a Engenharia Didática passa a representar um método para a construção de sessões de ensino e de pesquisa que visa os estudos dos fenômenos didáticos, de forma empírica e em circunstâncias condizentes com as reais condições de ensino, ou seja, realizada no ambiente complexo da sala de aula (LABORDE, 2017).

Nesse sentido, Almouloud (2008) apresenta que a essência da Engenharia Didática se baseia na experimentação, uma vez que pretende submeter um fenômeno didático à investigação, assim como é seu desejo transformar os fatos observados em fenômenos didáticos. Em suma, é possível compreender a ED como sendo responsável pela concepção, observação e análise de sessões de ensino.

A Engenharia Didática considera três razões que a levam a consolidar-se como metodologia para a realização de pesquisas didáticas (MARGOLINAS E DRIJVERS, 2015). A

primeira razão decorre da necessidade de compreender e estudar o conhecimento prévio e adquirido pelos alunos que estão envolvidos ou que se envolverão com situações significativas e investigativas. O segundo motivo relaciona-se à capacidade de prever, antecipadamente, pelos menos em parte, o comportamento dos estudantes, possibilitando no aperfeiçoamento e direcionamento das escolhas didáticas.

Como terceira razão, Margolinas e Drijvers (2015) enfatizam a prospecção de pesquisadores a se relacionarem com a pesquisa e a ação. O pesquisador, ao se envolver com os entes didáticos (professor e alunos no contexto escolar), tem a oportunidade de observar e/ou vivenciar os constrangimentos, obstáculos e conveniências inerentes ao ambiente de sala de aula.

Nesse mote, institui-se a concepção de dois níveis de engenharia: microengenharia e macroengenharia. Artigue (1988) assim define ambos os níveis de realizações didáticas

[...] se distinguem, classicamente, dois níveis, o da microengenharia e o da macroengenharia, conforme a importância da realização didática implicada na investigação. As investigações de microengenharia são mais fáceis de iniciar mas, se permitem ter em conta, de forma local, a complexidade do fenómeno sala de aula, não permitem compor essa complexidade com a complexidade essencial dos fenómenos ligados à duração nas relações ensino/aprendizagem. Também não permitem necessariamente um recorte coerente dos objetos de conhecimento. As investigações de macroengenharia são, pois, apesar de todas as dificuldades metodológicas e institucionais que apresentam, incontornáveis. (ARTIGUE, 1988, p.196)

A autora apresenta uma distinção relacionada à complexidade das observações e os processos de duração alusivos ao ensino e a aprendizagem, isto é, em uma microengenharia, as realizações didáticas e a análise das situações didáticas são mais simples, porém não são capazes de compreender a maturação da aprendizagem. Em contrapartida, nas macroengenharias há a possibilidade de uma investigação mais aprofundada, mas, para isso, o enfrentamento de mais desafios metodológicos.

Outra característica da Engenharia Didática que merece ser ressaltada, é a validação, que diferente de outras metodologias de pesquisa, acontece de forma interna, ou melhor, ao conceber-se e executar-se uma etapa ou uma engenharia, realiza-se internamente a validação dela, ou confrontar-se o que perspectivado com o real desenvolvimento observado, orientando melhoramento e/ou novas reflexões (ALMOULOU, 2008).

De modo a atender todas essas especificidades relacionadas ao planejamento, à execução e à análise de realizações didáticas no seio de pesquisas em didática da matemática, a ED propõe a organização em quatro fases: *análises preliminares* (concepção), *análises a priori* (planejamento), *experimentação* (execução) e *análises a posteriori e validação* (reflexão, avaliação e orientação de novas construções).

As *análises preliminares* têm como objetivo oferecer subsídios para a construção da sequência didática, uma vez que consiste em um estudo aprofundado do objeto matemático que constitui foco da construção da pesquisa. O estudo do objeto compreende diversas esferas, como: a concepção de como o ensino desse conteúdo vem ocorrendo tradicionalmente, a disposição do assunto nos documentos curriculares e o ponto de vista matemático propriamente dito (BITTAR, 2017).

Artigue (1990) discorre que além de realizar um quadro teórico didático geral e acerca dos conhecimentos didáticos (em nível epistemológico e em relação ao ensino convencional) sobre o objeto matemático, é indispensável considerar elementos relacionados às concepções prévias dos alunos, suas dificuldades e obstáculos, os possíveis constrangimentos decorrentes da realização didática pretendida e, primordialmente, a seleção dos objetivos pretendidos.

É fundamental ainda atentar-se para a transposição didática do saber considerado no meio científico, em virtude da adaptação ao contexto com que a realização se dará, acrescenta Almouloud (2008), ao passo que deixa-se claro que o termo “preliminar” não significa que as análises com os aspectos destacados podem ocorrer somente na concepção das sequências didáticas, pelo contrário, cada sessão e/ou fase apresenta uma análise particular, que pode ser retomada constantemente.

Ao sintetizar o que se pretende com as análises preliminares, Artigue (1988) comenta:

[...] considera-se um ponto do sistema didático, cujo funcionamento parece, por razões que podem ser de natureza diversa, pouco satisfatório. Analisa-se esse ponto do funcionamento e os constrangimentos que tendem a fazer dele um ponto de equilíbrio do sistema e depois, jogando com estes constrangimentos, procura-se determinar as condições de existência de um ponto de funcionamento mais satisfatório. (ARTIGUE, 1988, p.199)

No fragmento acima, Artigue resume o objetivo das análises preliminares diante de uma sessão didática sobre um determinado objeto matemático, que se designa à identificação de elementos do ensino pouco satisfatórios e de constrangimentos que se relacionam com essa falta de efetividade e, a partir disso, a determinação de comportamentos que promovam o melhoramento da aprendizagem desses pontos.

Com vistas em orientar a construção das análises preliminares de um dado objeto matemático e embasar a compreensão sobre os obstáculos, estabelecem-se três dimensões: epistemológica – que se relaciona com o próprio saber em jogo e as concepções sobre os conceitos envolvidos; cognitiva – relaciona-se com as especificidades cognitivas e os processos de aprendizagem do público a qual se dirige a realização didática; e didática – associada ao próprio sistema de ensino e ao seu funcionamento habitual dado determinado assunto (ARTIGUE, 1990).

De posse da identificação dos obstáculos inerentes ao objeto matemático diante dessas três dimensões, inicia-se a construção da sequência didática, na fase de *análises a priori*, que tem como essência a descrição e a antecipação. É descritiva por contemplar a escolha das variáveis e ferramentas metodológicas, que porventura venham tornar os pontos de fragilidade observados no ensino do objeto, mais efetivo. A antecipação dos comportamentos dos sujeitos diante de todas as situações, favorece ao pesquisador orientar sua prática.

Ao iniciar sua concepção e análise *a priori*, cabe ao pesquisador, escolher agir sobre um conjunto de variáveis. Para melhor organização, essas variáveis podem ser divididas em: variáveis macrodidáticas ou globais – que organizam a engenharia de uma maneira geral; e variáveis microdidáticas ou locais – que se relacionam com a organização específica de uma sessão e/ou de uma fase da engenharia (ARTIGUE, 1990).

Margolinas e Drijvers (2015) acrescentam que ao realizarem-se previsões sobre os comportamentos dos sujeitos, nas análises *a priori*, é possível ir muito além do que perspectivar ações, pretende-se compreender os diferentes significados atribuídos pelos alunos ao conhecimento em jogo. Diante disso, orienta também ao pesquisador o viés pelo qual sua posterior observação deve se dá, bem como a coleta e análise dos dados.

Resumidamente, Almouloud (2008) apresenta, na prática, os procedimentos necessários a um bom desenrolar das análises *a priori*. Para ele, nessa etapa é necessário

- Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação a-didática desenvolvida.
- Analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem;
- Prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem (ALMOULOU, 2008, p.67).

Na descrição, o autor traz à tona o conceito de situação a-didática, bastante pertinente a TSD, como será apresentado de maneira aprofundada mais a frente nesse capítulo. Aqui cabe ressaltar de maneira simples que situação a-didática diz respeito ao momento com que o aluno interage e busca a construção do saber sem interferência direta do professor.

Os passos apresentados por Almouloud ilustram a necessidade de cada sequência ou sessão didática construída, analisá-las mediante as três dimensões já apresentadas anteriormente: epistemológica – no sentido de compreender as possibilidades de aprendizagem, ação e escolha dos alunos diante do problema; cognitiva – no tocante de

conceber previsões e modelar as intervenções necessárias; e didática – por apresentar ao aluno responsabilidade sobre o conhecimento. O que se pretende, portanto, com o estabelecimento dessa relação, é que a escolha das variáveis responda aos obstáculos levantados nas análises preliminares.

Vale salientar que para cada situação há uma série de variáveis específicas e particulares, que convém, de modo individual, aos obstáculos e necessidades observadas, embora o desenvolvimento da situação não se dê de forma isolada, pelo contrário, estão inseridas num conjunto de situações, todas com especificidades próprias (LABORDE, 2017).

Ainda na análise *a priori*, é indispensável que o pesquisador tenha em mente os objetivos de sua observação. Daí, decorre a necessidade de a Engenharia Didática utilizar outras teorias, técnicas e/ou ferramentas para aplicação e levantamento de dados que serão necessários à validação (ALMOULOU, 2012).

A fase de *experimentação* é clássica. É a aplicação da sequência didática propriamente dita, conforme as variáveis escolhidas nas análises *a priori*: os métodos de ensino, técnicas e/ou ferramentas de coletas de dados. Diante da realização da experimentação é possível refletir sobre alguns aspectos que foram esperados e sua real efetivação ou não.

Condicionando-se aos objetivos da pesquisa, e de posse dos dados obtidos e coletas na experimentação, institui-se a quarta fase da Engenharia Didática: *as análises a posteriori e validação*. A análise *a posteriori* compreende a reflexão acerca do que realmente se deu ao colocarem-se os alunos diante da sequência didática, métodos e ferramentas selecionadas.

O processo de validação da ED corresponde a contrapor as perspectivas construídas nas análises *a priori* (hipóteses da pesquisa) com as análises *a posteriori* (reunião dos resultados obtidos na experimentação), ou seja, o objetivo da validação, na Engenharia Didática, chamada de interna, é validar as hipóteses da pesquisa (ARTIGUE, 1988).

A autora supracitada chama a atenção para o seguinte aspecto: é indispensável que sejam levantadas hipóteses que realmente possam ser verificadas pela ED, pois, por vezes, as hipóteses são globais, que necessitam de uma aprendizagem a longo prazo e, conseqüentemente, um alargamento temporal da engenharia, o que nem sempre ocorre.

Uma característica marcante da Engenharia Didática é justamente a realização de validação interna, no entanto, salienta-se que essa análise sobre o que se espera e o que se obtém não necessariamente deve ser realizada ao final da sequência programada, pelo contrário, ela deve ocorrer a cada passo. É importante deixar claro que não se trata de contrapor conhecimentos dos alunos anterior e posterior à realização da engenharia, trata-se de compreender processos de construção do conhecimento (BITTAR, 2017).

A partir dessa validação, Margolinas e Drijvers (2015) propõem duas orientações que se seguem: se todas as hipóteses foram validadas, há então a validação das hipóteses propostas pela teoria que embasa da ED; no entanto, se houver grande discrepância entre o que se perspectivou e o que de fato ocorreu, configura-se então necessidade de melhoramentos na engenharia.

Apresenta-se, assim, quatro características da Engenharia Didática, proposta por Cobb *et al.* (2013). Para o autor, a ED é: intervencionista – por promover intervenções onde os professores estão fortemente envolvidos; apresenta Teoria generativa – por colaborar com a construção de gêneses de conteúdo; prospectiva – onde as hipóteses são formuladas e servem de base com a construção do *design* de investigação; reflexiva – por refletir sobre os resultados para a construção de novas hipóteses; e ecologicamente válida – capacidade de avaliação interna.

A utilização da Engenharia Didática em diversas pesquisas em didática da matemática deu origem a alguns questionamentos e áreas pelas quais a ED ainda não era capaz de atuar. Partindo desse pressuposto, a Engenharia Didática desenvolveu ramificações, originando a Engenharia Didática de formação (EDF) ou Engenharia Didática de 2ª geração (ED2) ou, ainda, Engenharia Didática de desenvolvimento, por exemplo.

2.4.1. Engenharia Didática de formação ou Engenharia Didática de desenvolvimento

A Engenharia Didática embasou diversas pesquisas realizadas pelos didatas franceses em matemática. No entanto, perceberam-se algumas deficiências relacionadas ao posicionamento e à prática dos professores de matemática, a época. Igualmente, as pesquisas embasadas na Engenharia Didática tinham como preocupação a construção e análises de situações didáticas direcionadas aos alunos, não sendo o docente alvo de suas investigações (MARGOLINAS *et al.*, 2011).

Ainda tomando como base os estudos desenvolvidos na França, compreende-se uma preocupação muito direcionada ao trinômio didático: aluno – professor – saber. Logo, sendo o professor também parte integrante desse processo, é possível concebê-lo como um agente capaz e responsável, pela operacionalização das teorias e métodos em sala de aula, ou melhor, da real efetivação da teoria (ALVES, DIAS, 2017).

Margolinas (2004) apresenta a necessidade de colocar também o professor como peça central das investigações em matemática. Para ela:

Na pesquisa educacional, incluindo as engenharias, sempre se relacionam com o professor, como um "participante" ou é o destinatário dos trabalhos. Mas o papel do professor como um "objeto modalizável" foi de longa e de difícil construção. Eu irei

situar inicialmente localizado no meu primeiro trabalho sobre este assunto no âmbito da pesquisa para o desenvolvimento da teoria das situações. E irei expor, em particular, as dificuldades do papel do professor conhecido desde o início dos anos 90. (MARGOLINAS, 2004, p. 12)

No trecho, a autora evidencia a carência e a dificuldade de compreender-se o papel do professor diante do ambiente de pesquisa, ao longo de sua evolução. Desse modo, suscita-se cada vez mais, que os docentes também sejam sujeitos de estudos no viés do ensino e do melhoramento da aprendizagem dos estudantes, em virtude do seu papel operante na sala de aula, lócus central do processo de ensino.

Nesse sentido, Alves e Dias (2017) propõem um conjunto de três características indispensáveis ao professor de matemática: concepção e/ou preparação das situações, tarefas e/ou desafios que serão propostos aos estudantes; a mediação que utiliza em sala de aula para a aplicação do que foi concebido; e a avaliação das etapas anteriores, tanto do ponto de vista dos alunos quanto de autoavaliação.

À vista disso, as investigações construídas sob o viés da ED, reorganizaram-se passando a considerar, também, o professor, e utilizando a terminologia de Engenharia Didática de 2ª geração (ED2), Engenharia Didática de Formação (EDF) ou ainda Engenharia Didática de Desenvolvimento (EDD) (ALVES, 2018). Ou seja, a EDF passa a ser uma extensão da Engenharia Didática Clássica (TEMPIER, 2016).

A Engenharia Didática de Desenvolvimento é proposta por Perrin-Glorian. A autora destaca que o problema não deveria mais se voltar apenas à implementação dos princípios da ED. Seria necessário, porém, considerar também os professores e as dificuldades enfrentadas por eles nas condições reais de sua prática. Desse modo, a concepção da EDF parte da máxima da construção de recursos para o ensino e a formação docente no qual o professor pudesse realizar adequações para utilização em sala de aula (PERRIN-GLORIAN, 2011).

De acordo com Perrin-Glorian (2019), três características básicas compõem a Engenharia Didática de formação (ou Engenharia Didática de desenvolvimento), a saber: as questões de pesquisas que se originam diretamente de um problema observado no ensino de um objeto matemático, incluindo a formação de professores; a natureza cíclica da metodologia, onde a realização de sessões didáticas dá base para a construção de outras; e uma partilha assumida e teorizada do trabalho, a partir do envolvimento de pesquisadores, professores e/ou formadores.

A EDF, portanto, apresenta três níveis de reflexão e validação que são independentes. Logo, é importante destacá-los. O primeiro questionamento diz respeito à validação teórica a partir das hipóteses epistemológicas e cognitivas levantadas, ao passo que flexibiliza as

margens de ação dos professores. O segundo nível diz respeito ao processo de identificar práticas comuns aos professores e diante disso, os pontos que são considerados como obstáculos, suscitando formação. Já o terceiro se relaciona justamente com a efetividade dos recursos e métodos a serem produzidos com base na formação (treinamento) docente. São esses dois últimos níveis que diferenciam a Engenharia do desenvolvimento da Engenharia clássica (PERRIN-GLORIAN, 2019).

Almouloud e Silva (2021) apresentam uma síntese contraponto os objetivos e os aspectos centrais da Engenharia Didática de 1ª e de 2ª geração, conforme figura 7, abaixo. Os autores evidenciam a distinção entre as extensões da metodologia de pesquisa que, em resumo, se diferem pela finalidade, o público a qual se destina e os posicionamentos que suscita.

Figura 7 - Diferenciação entre ED de 1ª geração e ED de 2ª geração, quanto aos objetivos e aspectos centrais.

	Objetivo (s)	Aspectos centrais
ED 1ª geração	Elaborar e estudar propostas de transposição didática para o ensino.	Metodologia de pesquisa e produto.
ED 2ª geração	Determinar os princípios que comandam a engenharia que se quer transformar em recursos para o ensino regular, e estudar as condições de sua divulgação.	Três funções não independentes: a investigação, o desenvolvimento e a formação de professores por meio da análise. Necessita de vários níveis de construção.

Fonte: Almouloud e Silva (2012, p. 46).

Artigue (2015) acredita que o processo que origina a Engenharia Didática de 2ª geração é justamente o fato de compreender a concepção de Engenharia com objetivos diferentes, e como sendo produtos de observações e necessidades distintas. Nesse mote, a autora destaca que a análise do conhecimento matemático, o *milieu*, a definição das situações e o conhecimento prévio dos estudantes continuam sendo controlados por aporte teórico. No entanto, na EDD a perda de controle sobre o desenvolvimento das situações necessita ser considerado, uma vez que dá maior flexibilidade de adaptação ao professor em formação, faz-se imprescindível.

Ao definir sua concepção sobre a Engenharia Didática de Formação, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), também considerando a identificação de necessidades, como orientação para a construção de formação. De acordo com eles

É um campo de práticas que consiste em construir dispositivos de formação correspondentes às necessidades identificadas, para um público dado, no quadro do seu meio de trabalho. A formação escolar possui, como tendência, a descontextualização das aprendizagens. A engenharia da formação deve, precisamente, insistir no contrário, sobre o contexto social, no qual devem ser efetuadas a aprendizagem dos adultos em formação. [...] A engenharia de formação se concretiza, principalmente, a partir de duas práticas: análise das necessidades e dos

dispositivos de formação [...]. (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2006, p. 146-147)

No trecho, os autores destacam a carência percebida na formação escolar em distanciar a aprendizagem do contexto social e integral. No entanto, seria o papel da Engenharia de formação partir da vivência real para a construção de aprendizagens. Em resumo, duas práticas são necessárias para que isso ocorra: a identificação dos obstáculos reais e a construção de recursos formativos que apresentem possibilidade de adaptação e reflexão ao docente.

Corroborando com essa questão, Alves (2018) afirma que estes dispositivos de formação, concebidos no viés da EDF, devem considerar as reais demandas do professor de matemática, o verdadeiro funcionamento das classes, enfim, as principais necessidades do docente, uma vez que as situações desenvolvidas por meio da Engenharia devem visar uma estruturação do perfil docente e o desenvolvimento de competência profissional.

Tempier (2016) apresenta um esquema de engenharia em dois polos: pesquisa → engenharia → desenvolvimento → educação. O primeiro polo, compreendido pela pesquisa e pela engenharia, destina-se à compreensão do fenômeno, ou seja, são a partir da pesquisa que são identificados os problemas pertinentes de concepção da engenharia. O desenvolvimento e a educação constituem o segundo polo, a ação que se destina a pôr em prática a engenharia concebida no primeiro polo.

Para a concepção da engenharia no contexto da formação, a situação e o *milieu* continuam sendo indispensáveis, em especial que se considere a sua robustez e as possibilidades de reflexão, ação e adaptação pelos quais os professores serão submetidos no ato da vivência das situações. É necessário que a formação tenha potencial de autoformação (PERRIN-GLORIAN, 2009).

Diante disso, Perrin-Glorian (2009) apresenta três condições que devem ser consideradas na realização de uma Engenharia Didática de desenvolvimento: proporcionar liberdade de ação do professor para adaptar a situação vivenciada, contrapondo o que é fornecido com suas necessidades; o formador deve oferecer condições para que o docente perceba que a reprodução da situação fornecida deve partir da perspectiva da reconstrução das condições de aprendizagem; embasar-se na engenharia didática clássica, em consideração às análises que devem ser realizadas.

Ao considerar essas condições, é objetivo do formador prever adaptações dessas situações pelo professor e, a partir disso, identificar meios para a sua condução. É necessário destacar que, mesmo considerando maior flexibilidade nas decisões do docente em formação, a EDF ainda compreende exigências institucionais (realização das análises posteriores e a

validação das hipóteses) (ALMOULOUD, 2012). Em síntese, o *design* da ED para a formação, visa compreender, prever e antever a função do professor durante todo o processo e sistema educativo (ALVES, DIAS, 2017).

Tempier (2017) coloca em jogo dois questionamentos que também devem ser pertinentes à concepção da EDF. São eles: ao construir ou selecionar uma situação é necessário ter em mente se, e qual produção de conhecimento o objeto produzido pode suscitar ao aluno; e quais adaptações o professor pode fazer para que a situação planejada seja utilizada ao ensino regular.

É necessário destacar que de maneira estrutural, a EDF conta com as mesmas fases propostas da Engenharia Didática clássica: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação e análises *a posteriori* e validação. Nesse caso, em cada fase há um objetivo de realização que o diferencia da ED1.

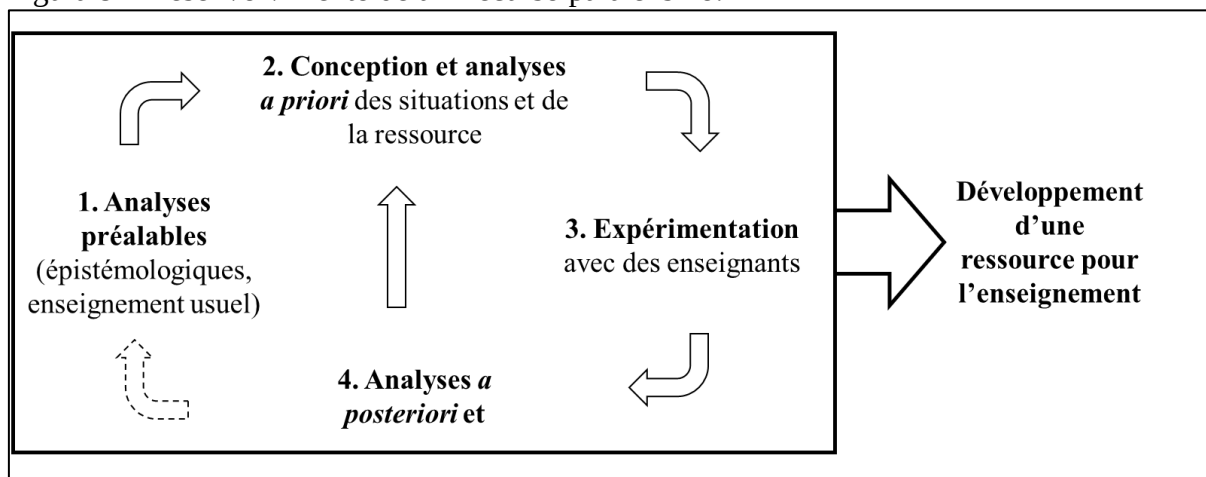
Tempier (2017) apresenta a análise das melhores práticas diante de cada uma das fases. A saber:

- Na construção das análises preliminares, realiza-se a pesquisa acerca do ensino atual do objeto matemático em foco, considerando as esferas epistemológicas, didáticas e cognitivas; identifica-se um ponto insatisfatório do sistema e estabelece-se condições que perspectivem torná-lo equilibrado; obstáculos enfrentados pelo professor no ensino do conteúdo matemático, devem ser considerados;
- As análises *a priori* são condicionadas pelas análises preliminares e levam em consideração os objetivos da pesquisa; a situação deve considerar os controles matemáticos e epistemológicos, relacionando conceito e situação de ação; considerar a flexibilidade e adaptações necessárias ao professor, se faz necessário;
- A experimentação, assim como na ED clássica, é o momento de aplicação do que foi analisado e construído nas fases anteriores, nesse caso, o recurso didático que será apresentado e aplicado com os professores;
- Nas análises *a posteriori* e validação, confrontam-se as hipóteses e previsões levantadas com os dados coletados/observados na experimentação; especificamente na EDF é possível nessa etapa, compreender a relevância das situações e sua possível aplicabilidade ao ensino regular, da maneira semelhante como se questionam as escolhas feitas para a construção do recurso didático.

Mesmo com fases estruturalmente bem divididas, na Engenharia Didática de 2ª geração, assim como na ED clássica, as fases podem ser constantemente retomadas, o que comprova a

natureza cíclica da Engenharia Didática. Nesse sentido, Tempier (2017) propõe um esquema que compreende a construção de um recurso para o ensino baseado na EDF (figura 8).

Figura 8 – Desenvolvimento de um recurso para ensino.



Fonte: Tempier (2017, p.6).

Na figura 8, Tempier descreve a interação entre as fases da EDF, culminando no desenvolvimento de recursos para o ensino. Para o autor, as análises preliminares (onde consideram a epistemologia e as condições de ensino atual), se relacionam diretamente com as análises *a priori* e a concepção dos recursos. A experimentação com professores decorre as duas primeiras etapas, e embasa a quarta, das análises *a posteriori*. Esta, por sua vez, condiciona a construção de novas análises *a priori* (ou ainda, a construção/adaptação dos recursos), uma vez que pode também (seta pontilhada) encaminhar a construção de uma nova investigação, partindo de análises preliminares em outro viés.

Almouloud e Silva (2012) ressaltam a necessidade de atentar-se ao tempo destinado a realização da Engenharia Didática de Desenvolvimento. Os autores alertam que um recurso desenvolvido em um curto espaço de tempo pode ser facilmente analisado, no entanto, em vezes, não é suficiente para favorecer efeitos positivos na prática do professor, pelo contrário, pode acarretar implicações contrárias, pela superficialidade com que são empregadas.

Contundo, a pretensão da Engenharia Didática de Formação é investigar quais habilidades são necessárias ao professor para ensinar Matemática. Pastré (2004 *apud* Almouloud e Silva, 2012) amplia a visão sobre o trabalho do professor, a Engenharia de formação e a carência de investigação no contexto do desenvolvimento profissional. Para o autor

Mas, a instituição desta engenharia de formação, que é talvez a invenção específica da formação profissional contínua nos seus trinta anos de existência instituída, deixou na estrada outro projeto, igualmente importante, mas sem dúvida menos urgente: a constituição de uma engenharia didática profissional, cujo objetivo é utilizar a análise do trabalho para construir conteúdos e métodos, visando à formação das competências

profissionais. Assim, até os anos 80, deixou-se para atrás a necessidade de reconsiderar o ato didático, voltado para os adultos ao trabalho, em referência ao desenvolvimento das competências e da experiência profissional. Pode-se pensar - [...] - que esta questão voltada para a engenharia didática profissional tornou-se a urgência de hoje. (PASTRÉ, 2004, p.465 *apud* ALMOULOUD, SILVA, 2012, p. 24-25)

O autor destaca, no trecho enunciado, a carência de se estabelecerem estudos que considerem também no contexto do ensino, o desenvolvimento de capacidades profissionais, em que a análise do trabalho, subsidiasse a construção de recursos, ferramentas e/ou métodos voltados para o aperfeiçoamento de competências profissionais.

Portanto, com objetivo de oferecer base teórica às reflexões sobre a aprendizagem do professor na sua atividade laboral e subsidiar meios de compreender essa evolução, construindo categorias de análise, no tópico seguinte, apresenta-se a teoria da Didática Profissional, que se embasa justamente na Engenharia Didática de formação como arcabouço teórico-prático, além de outras vertentes teóricas.

3. ANÁLISES PRELIMINARES

Nesse capítulo, apresentou-se um estudo e reflexões acerca do ensino de álgebra na Educação Básica, de maneira mais específica sobre o objeto matemático de interesse dessa pesquisa: as funções polinomiais do 1º grau. Com relação a essa temática, procurou-se apresentar aspectos relacionados às esferas epistemológica, didática e cognitiva. Ainda nesse mote, optou-se por discorrer brevemente em relação à álgebra para a formação docente, especialmente em relação ao conceito de competência profissional, uma vez que há influência do conhecimento matemático em relação à atuação do professor. Por fim, apresentou-se, neste capítulo, uma revisão de literatura, com a análise de dissertações correlatas à presente pesquisa.

3.1. O ensino de álgebra na Educação Básica: um destaque ao conteúdo de função

A álgebra é um dos ramos da Matemática, que se tornou objeto de estudo a partir do momento em que a humanidade se deparou com a necessidade de construir conhecimento, culminando nas abstrações que possibilitaram transmissão e novas visões sobre cada conceito criado. Ribeiro e Cury (2015) defendem a inserção da álgebra nos currículos desde os anos iniciais de escolarização, uma vez que um conjunto de processos e pensamentos matemáticos, como os estudos de padrões, análise de dados e conhecimentos geométricos, advêm do pensamento algébrico.

O ramo da álgebra abrange uma série de conceitos, onde se destacam, especialmente, os de equação e função. Na Educação Básica brasileira, os currículos escolares são provenientes dos documentos norteadores nacionais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mais recentemente, assim como estabelecem relação com as matrizes de referência das avaliações educacionais em larga escala, a exemplo do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

A BNCC organiza o ensino do componente curricular Matemática em cinco unidades temáticas: número, álgebra, grandezas e medidas, geometria e probabilidade e estatística, em que cada uma delas apresenta objetivos de ensino e aprendizagem bem definidos, assim como um conjunto de habilidades a serem desenvolvidas durante toda a Educação Básica. Corroborando com o que apresentam Ribeiro e Cury (2015), a Base Nacional Comum Curricular propõe o ensino de álgebra desde o início do Ensino Fundamental, tendo, portanto, o seguinte objetivo:

A unidade temática **Álgebra**, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos

identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos [...]. (BRASIL, 2017, p.270, destaque do próprio documento)

No trecho, o documento da Base enfatiza a construção de um pensamento algébrico para a construção do conhecimento matemático. No entanto, não há um consenso sobre uma definição para o conceito mencionado. Como exemplo dessas divergências, apresentam-se brevemente a conceituação entregue por Mason (2008) e por Smith (2008) para o que seria pensamento algébrico.

O pensamento algébrico inicia-se quando é reconhecida a ignorância do desconhecido, e diante do reconhecimento dessa ignorância, cálculos são efetuados para que o desconhecido se torne conhecido. Assim pensa Mason (2008) sobre o conceito de pensamento algébrico.

Para Smith (2008), no entanto, há dois tipos de pensamento algébrico: o pensamento representacional e o pensamento simbólico. O pensamento simbólico está relacionado com a forma de usar e compreender um sistema de símbolos. O pensamento representacional, por sua vez, relaciona-se com a capacidade do indivíduo em realizar processos mentais de criação de significados referenciais em um determinado sistema representacional.

Diferente do que há com relação ao conceito de pensamento algébrico, existem, portanto, um consenso sobre quais assuntos se relacionam com álgebra, como por exemplo: equações, cálculo e funções. No que compete às funções e algumas de suas representações, a gráfica, por exemplo, há, porém, dúvidas quanto à sua inserção do campo da “álgebra”. Com relação a isso, Ribeiro e Cury (2015) destacam

No que se refere à noção de função e à compreensão de suas representações, é fato que elas fazem parte dos conteúdos algébricos propostos para o ensino de Matemática desde o ensino fundamental; da mesma forma, podemos considerar que o pensamento funcional é parte do pensamento algébrico, ainda que tenha características específicas. (RIBEIRO, CURY, 2015, p.15)

Delimitando-se sobre o ensino de funções na Educação Básica, é importante elencar as habilidades presentes na Base Nacional Comum Curricular, que se enquadram na unidade temática Álgebra e que se relacionam com esse conceito. O quadro 5, abaixo, apresenta essas habilidades, organizadas em três ciclos: Anos iniciais do Ensino Fundamental; Anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Quadro 5 – Funções na Educação Básica: habilidades presentes na BNCC.

Anos iniciais do Ensino Fundamental
(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
Anos finais do Ensino Fundamental

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
Ensino Médio
(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da Lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

Fonte: Brasil (2017).

A partir do quadro, é perceptível que já nos anos iniciais do Ensino Fundamental (5º ano), a ideia de função é introduzida, mesmo que o termo em si, não seja apresentado,

espera-se que os alunos sejam capazes de compreender relações de proporcionalidade (dependência) entre grandezas, realizando previsões a partir dessas regularidades.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, espera-se que a noção seja aprofundada, novamente através do estudo acerca das relações de dependências entre grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais. Vale ressaltar que somente no final do Ensino Fundamental (9º ano) pretende-se que o termo “função” seja primeiramente usado, onde a noção de função é descrita como relação entre “variáveis”.

O contexto do ensino das funções amplia-se consideravelmente no Ensino Médio, com a inserção de diferenciações específicas, como: funções polinomiais, funções exponenciais, funções logarítmicas e funções trigonométricas, além de relacioná-las a um enquadramento da natureza, do cotidiano social e de ambientes virtuais.

Ademais, no tópico seguinte, apresenta-se a definição do conceito de função, assim como se pretende delimitar definições e aspectos relacionados às funções polinomiais do 1º grau, procurando, especialmente, elencar características que configurem as esferas epistemológica, cognitiva e didática.

3.1.1. O conceito de função

A noção de função é considerada como um conceito elementar no ensino da Matemática, pois sua concepção está ligada a muitos outros assuntos, como o estabelecimento de relações entre grandezas, problemas de ordem natural e até mesmo como forma de “explicar” determinados fenômenos sociais. Além disso, está presente em todos os ciclos de ensino da Educação Básica, mesmo que de forma implícita, conforme observa-se no quadro 05.

A esse respeito, Rêgo (2000) destaca

O conceito de função constitui-se, além disso, de um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas das Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou de várias variáveis. (RÊGO, 2000, p.20)

No trecho, o autor ressalta a importância dada ao ensino de funções, especialmente no que compete à compreensão de seu conceito. Diante disso, apresenta-se a seguir a definição de função sob dois olhares: a primeira, proveniente do livro *Matemática Temas e Metas* de Machado (1988); e a segunda definição destaca da obra *Números e Funções Reais* de Lima (2013). Objetiva-se, com isso, destacar evoluções de caráter epistêmico na definição do conceito em questão.

Machado (1988, p. 69-70) apresenta ao iniciar sua conceituação do conceito de função, uma noção intuitiva e, em seguida, apresenta uma definição com um nível maior de formalismo, utilizando-se de uma linguagem mais técnica. Nos trechos que se seguem, destaca-se essa definição.

Noção intuitiva

Quando grandezas x e y estão relacionadas de tal modo que para cada valor de x fica determinado um único valor de y , dizemos que y é função de x .

Definição

Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma função de A em B é uma relação que a cada elemento x de A faz corresponder um único elemento y de B .

Notemos que:

1º) todo elemento de A deve ser associado a algum elemento de B ;

2º) para um dado elemento de A associamos um *único* elemento de B .

Empregamos a seguinte linguagem:

a) o conjunto A é o *domínio* da função;

b) o conjunto B é *contradomínio* da função;

c) o elemento y de B associado ao elemento x de A , é denominado de *imagem* de x ;

d) o subconjunto de B formado pelos elementos que são imagens dos elementos de A é denominado *conjunto-imagem* (ou apenas *imagem*) da função.

Para dar nomes as funções costumamos usar as letras f , g , h e outras. Empregamos também a seguinte notação:

$f: A \rightarrow B$ (leia: f de A em B), para indicar uma função f de A em B ;

$y = f(x)$ (leia: $y = f$ de x), para indicar que y é a imagem de x ;

D ou $D(f)$ (leia: D de f), para indicar o *domínio* da função f ;

Im ou $Im(f)$ (leia: imagem de f), para indicar o *conjunto-imagem* de f .

Conforme vimos, numa função $f: A \rightarrow B$ temos:

$$D(f) = A \text{ e } Im(f) = \{ y \in B \mid (\exists x \in A \mid f(x) = y) \} \quad (I)$$

Para que a função f fique bem definida precisamos dizer quem é o *domínio* (A), o *contradomínio* (B) e a lei (ou regra) que cada x de A faz corresponder o elemento $y = f(x)$ de B . (MACHADO, 1988, p.69-70)

Apresenta-se agora a definição de função apresentada por Lima (2013, p.36), que utiliza diretamente uma linguagem formal. Os trechos a seguir são transcrições do texto disposto por Lima (2013) em sua obra acerca do conceito de função.

Dados os conjuntos X , Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se “uma função de X em Y ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$ (leia-se “ y igual a f de x ”). O conjunto X chama-se o *domínio* e Y é o *contradomínio* da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a *imagem* de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \rightarrow f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$.

[...] Deve-se ainda observar que uma função consta de três ingredientes: domínio, contradomínio e a lei de correspondência $x \rightarrow f(x)$. Mesmo quando dizemos simplesmente “a função f ”, ficam subentendidos seu domínio X e seu contradomínio Y . Sem que eles sejam especificados, não existe a função. [...]. (LIMA, 2013, p.36-37)

Observando-se as duas definições apresentadas pelos autores, percebem-se semelhanças e diferenças. A definição de Machado (1988) inicia-se com a ideia de relação entre grandezas (noção intuitiva). Outro ponto que merece análise é o fato de que em sua definição, Machado utiliza-se de poucos simbolismos, a exemplo do símbolo de pertencimento ($\in$) que só aparece

uma vez. Percebe-se, portanto, que há uma “construção” descritiva para, por fim, apresentar a linguagem simbólica.

Na definição proposta por Lima (2013), percebe-se uma definição mais “direta”, onde a presença do simbolismo é mais evidente, ou seja, a construção do conceito depende diretamente da compreensão dos termos símbolos empregados. Há em comum nas duas definições apresentadas a necessidade de delineamento de características que, conforme os autores, são essenciais para a construção do conceito de função, a saber: o domínio, o contradomínio e a “lei” de formação.

Nos parágrafos anteriores apresentou-se a definição de função sob a perspectiva de dois autores de diferentes épocas. A partir dessa definição do conceito “gerador” surge especificações que demandam um estudo mais peculiar e com características próprias, como: as funções polinomiais, funções trigonométricas e funções logarítmicas, por exemplo.

Nesse âmbito, optou-se pelas funções polinomiais do 1º grau como objeto de investigação da presente pesquisa e, desse modo, nos tópicos que se seguem pretendeu-se destacar uma análise preliminar acerca do conteúdo destacado, considerando, especialmente, aspectos de cunho epistemológico, didático e cognitivo.

3.1.1.1. Aspectos epistemológicos

As definições de funções que, atualmente, são consideradas como as mais aceitáveis, presentes nas obras estudadas em disciplinas dos cursos superiores, nos livros didáticos de ensino fundamental e médio, passaram por vários momentos evolutivos, como as influências dos babilônicos, gregos e europeus, por exemplo. Pode-se pensar em representações para a ideia de função, sem que haja a presença da palavra “função”, como as informações presentes em gráficos e tabelas (RIBEIRO, CURY, 2015).

Apresenta-se nos trechos que se seguem, a definição e algumas representações da função polinomial do 1º grau, conteúdo escolhido como objetivo matemático de investigação nessa pesquisa. Opta-se por considerar a definição proposta por Lima (2013), proveniente da obra *Números e funções reais*.

Diz-se que $p: R \rightarrow R$ é uma função polinomial quando são dados números reais $a_0, a_1, \dots, a_n$ tais que, para todo $x \in R$, tem-se

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (\text{II})$$

Se $a_n \neq 0$, dizemos que p tem grau n .

A soma e o produto de funções polinomiais são ainda funções polinomiais.

As funções polinomiais p, q assumem o mesmo valor $p(x) = q(x)$ para todo $x \in R$, se, e somente se, têm os mesmos coeficientes. (LIMA, 2013, p.138-139)

Tem-se, portanto, a definição geral de uma função polinomial. Ao considerar, porém, apenas as funções polinomiais de 1º grau, ou seja, funções do tipo

$$p(x) = a_1x + a_0 \quad (\text{III})$$

encontra-se, geralmente, seu estudo apresentado de maneira específica, levando nomenclaturas como função afim ou ainda, função polinomial afim. A seguir, define-se:

Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se *afim* quando existem constantes $a, b \in R$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$.

Lembremos que uma função $f: X \rightarrow R$, com $X \subset R$, chama-se:

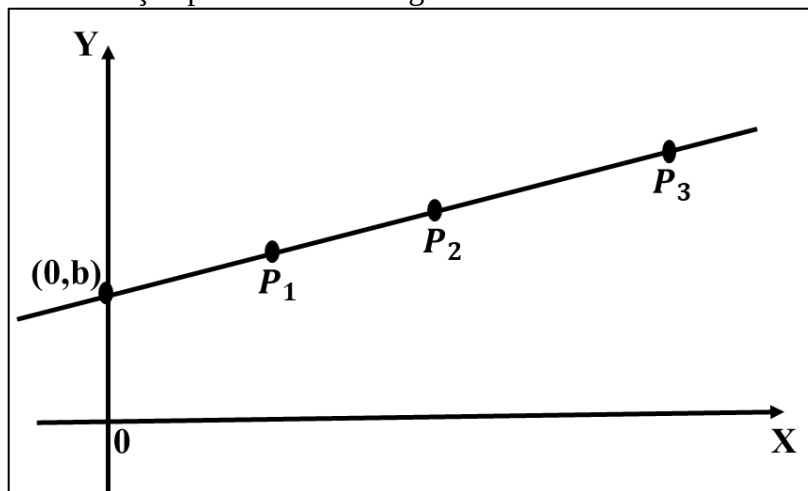
- *Crescente* quando $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$;
- *Decrescente* quando $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$;
- *Monótona não-decrescente* quando $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$;
- *Monótona não-crescente* quando $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ (LIMA, 2013, p.79-80).

O gráfico G de uma função afim

$$f: x \rightarrow ax + b \quad (\text{IV})$$

é uma linha reta, conforme exemplo apresenta na figura 9.

Figura 9 – Gráfico da função polinomial do 1º grau.



Fonte: Lima (2013, p.82).

Os dados de uma função polinomial do 1º grau, além da forma algébrica e gráfica no plano cartesiano, já apresentadas, podem ser expressos por meio de uma tabela ou de diagramas de setas. Nesse sentido, em seu trabalho, Ardenghi (2008) propõe um agrupamento de alguns obstáculos relacionados ao ensino de funções, assim como de algumas sugestões que possivelmente colaborariam na superação deles.

Dessa forma, sobre os obstáculos referentes ao conceito de função, pode-se destacar, com base em Ardenghi (2008):

- Confusão entre as noções de equação e de função;

- Dificuldade em distinguir domínio e contradomínio;
- Compreensão de que a relação de correspondência deve ser expressa por uma lei ou regra;
- Utilizar o termo dependência como sinônimo de função.

Com relação às diferentes representações de uma função, Ardenghi (2008) destaca especialmente os seguintes obstáculos:

- Não dominar a simbologia da representação algébrica da função;
- Dificuldade em relacionar o quadro algébrico e o quadro geométrico (gráfico);
- Não compreensão dos registros próprios de cada representação;
- Relacionar a construção gráfica unicamente a uma tabela de valores.

Percebe-se, portanto, que a construção epistemológica do conteúdo pode proporcionar entraves no ensino de funções. Ademais, no tópico seguinte, espera-se elencar aspectos de cunho cognitivo que se relacionam com essas questões.

3.1.1.2. Aspectos cognitivos

Ribeiro e Cury (2015) acreditam que no ensino de funções, não basta apenas o professor dominar as questões conceituais para que possa lecionar de forma que a aprendizagem ocorra. Porém, “ele precisa ainda ter uma visão das metodologias e de outras questões referentes ao ensino, bem como daquelas que dizem respeito aos estudantes”.

Nos trabalhos de Ardenghi (2008) e de Lima (2017) são apresentados um apanhado de pesquisas que tratam sobre o ensino e a aprendizagem de funções no Brasil e, nesse contexto, os autores discutem diversos obstáculos, que ao longo dos anos vêm sendo identificados pelos pesquisadores que se empenham no estudo desse âmbito.

Muitos desses entraves são de cunho epistemológico, conforme discutido no tópico anterior. Na esfera cognitiva, percebe-se uma ênfase para os obstáculos relacionados à falta de compreensão do sistema simbólico ou na linguagem algébrica, o que dificulta a aprendizagem.

De acordo com Giraldo (2012), é comum que quando os alunos da Educação Básica entram em contato com a simbologia algébrica, apresentem dificuldades em compreender os diferentes significados dos símbolos, como os conceitos de variável, incógnita, constantes e parâmetros, assim como em assimilar as regras que estão arraigadas com tais conceitos.

Nessa perspectiva, Scarlassari e Moura (2015) aproveitam para salientar que, de maneira geral, nas abordagens tradicionais de ensino, principalmente as práticas pedagógicas

relacionadas ao ensino de álgebra, têm destacado, especialmente, a memorização e o uso da repetição de fórmulas, como único modo de aplicação da linguagem algébrica. Em seu texto, os autores reforçam a exemplificação de alguns obstáculos diretamente relacionados com a dificuldade de compreensão e utilização do sistema algébrico de escrita, a saber:

- A não compreensão da significação da linguagem retórica das fórmulas representadas em linguagem simbólica;
- Dificuldade de relacionar ou associar o que está representado;
- A dificuldade em contextualizar as expressões escritas na linguagem simbólica em relação a enunciado das questões.

É possível compreender que o processo de abstração da qual a linguagem algébrica se apoia, representa um obstáculo comumente identificado no ensino e na aprendizagem de funções. Contudo, no tópico seguinte, pretende-se apresentar aspectos didáticos referentes aos estudos acerca das funções polinomiais do 1º grau.

3.1.1.3. Aspectos didáticos

Os livros didáticos são instrumentos que influenciam os currículos e as metodologias de ensino dos professores na Educação Básica no Brasil. Nesse sentido, Lima (2017), em seu estudo sobre o ensino e a aprendizagem de funções no contexto de pesquisas brasileiras, destaca a influência dos livros didáticos nesse processo, apresentando, também, alguns obstáculos que podem estar associados ao seu uso exclusivo.

Diante disso, faz-se necessário analisar o contexto das funções polinomiais do 1º grau (ou em alguns casos, funções afins) nos livros didáticos: as definições, contextualizações, formalizações e/ou exemplos e atividades apresentadas. Para a construção dessa análise, optou-se por considerar dois livros pertencentes ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), um deles destinado ao Ensino Fundamental – Anos finais (9º ano) e outro do Ensino Médio.

O livro do Ensino Fundamental tem como título *A conquista da Matemática* de Giovanni Júnior e Castrucci (2018), esteve em utilização no PNLD para o 9º ano do Ensino Fundamental no triênio 2020-2022. Na obra, os autores destinam uma unidade para o tratamento das funções, da qual o primeiro capítulo ocupa-se justamente da noção geral do conceito.

Nesse capítulo introdutório, Giovanni Júnior e Castrucci (2018) optam por iniciar tratando uma situação problema, pelo qual se utiliza para definir as noções de grandezas, variáveis, dependência e lei de formação. Em seguida, de maneira semelhante, utilizando outra situação, os autores definem a ideia de domínio e imagem de uma função.

Na obra *A conquista da Matemática*, Giovanni Júnior e Castrucci (2018), utilizam para denominar a função polinomial do 1º grau, o termo “função afim”, e semelhante de como feito com o conceito geral de função, iniciam a apresentação do conteúdo por meio de uma situação-problema, para, em seguida, apresentarem uma definição formal, conforme pode ser observado na figura 10.

Figura 10 – Definição de função afim apresentada no livro *A conquista da Matemática* – 9º ano.

Uma função é chamada **função afim** quando é definida pela sentença matemática $y = ax + b$, com $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p.252)

Imediatamente, após a apresentação da definição, os autores escolheram por propor exemplos e exercícios que decorrem de forma mais direta da “aplicação do conceito”, a exemplo de questões que oferecem a lei de formação da função, por meio da representação algébrica, dispõe-se de um determinado valor pertencente ao domínio e cobra-se a correspondência no contradomínio (imagem), como se pode observar na figura 11, a seguir.

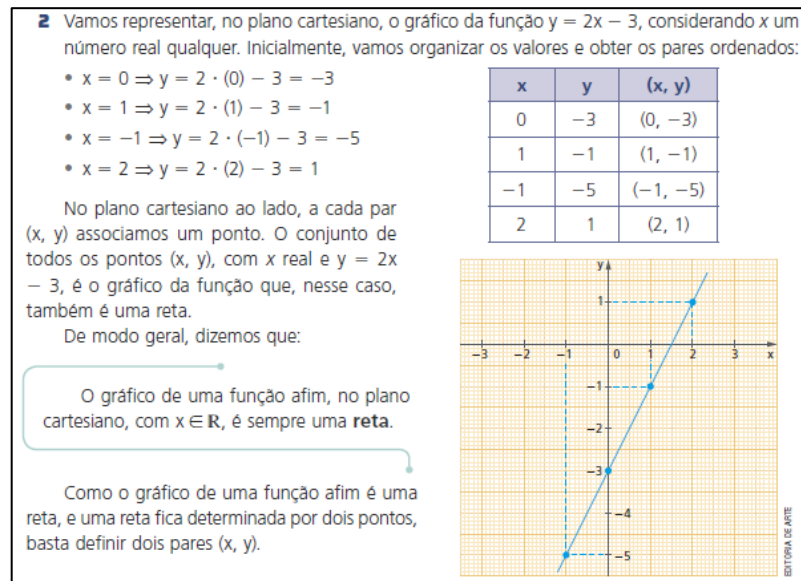
Figura 11 – Exemplo de exercício proposto no livro *A conquista da Matemática* – 9º ano.

1. Uma função afim é definida por $y = 5x + 3$. Nessas condições, determine a imagem do número -2 por essa função. **-7**

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p.253).

Com relação às representações de uma função polinomial do 1º grau, nesse caso, chamada de função afim, Giovanni Júnior e Castrucci (2018), prezam por enfatizar as representações gráficas e em forma de tabela. No entanto, mostra apenas a passagem da representação em tabela para a forma gráfica, não apresentando nem o inverso dessa relação. Apresenta-se um desses exemplos na figura 12 abaixo, da qual os autores aproveitam para estabelecer a generalização de que toda representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau constitui uma reta no plano cartesiano.

Figura 12 – Exemplo de representação da função polinomial do 1º grau no *A conquista da Matemática* – 9º ano.

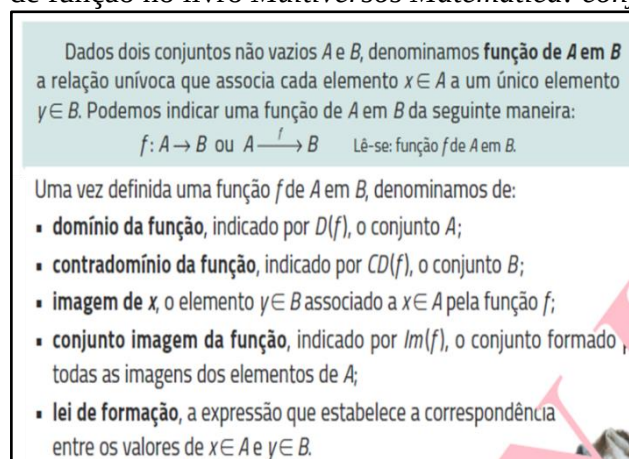


Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 255).

Já o livro do Ensino Médio é intitulado de *Multiversos Matemática: Conjuntos e Função Afim* de Sousa (2020), está disponível para utilização no Programa Nacional do Livro Didático no triênio 2021-2023. Nessa obra, os autores decidem por iniciar apresentando o conceito de função, de maneira semelhante como no livro anteriormente discutido, através de situações-problema, para que por meio deles decorra o estabelecimento dos termos técnicos necessários à compreensão e à formulação do conteúdo.

Sousa (2020) utiliza a linguagem algébrica mais aprofundada em suas definições, a exemplo disso apresenta-se a figura 13, abaixo, que traz a definição do conceito geral de função e dos elementos que decorrem diretamente, e, por conseguinte, complementam a definição, como: domínio, imagem, contradomínio e lei de formação.

Figura 13 – Definição de função no livro *Multiversos Matemática: conjuntos e função afim*.



Fonte: Sousa (2020, p.70-71).

De maneira semelhante, ao iniciar sua apresentação das funções polinomiais do 1º grau (função afim, no caso da obra), traz primeiramente um desafio (situação problema) da qual podem ser extraídos os elementos essenciais à definição da função afim, como: coeficientes, variável independente e variável dependente (figura 14).

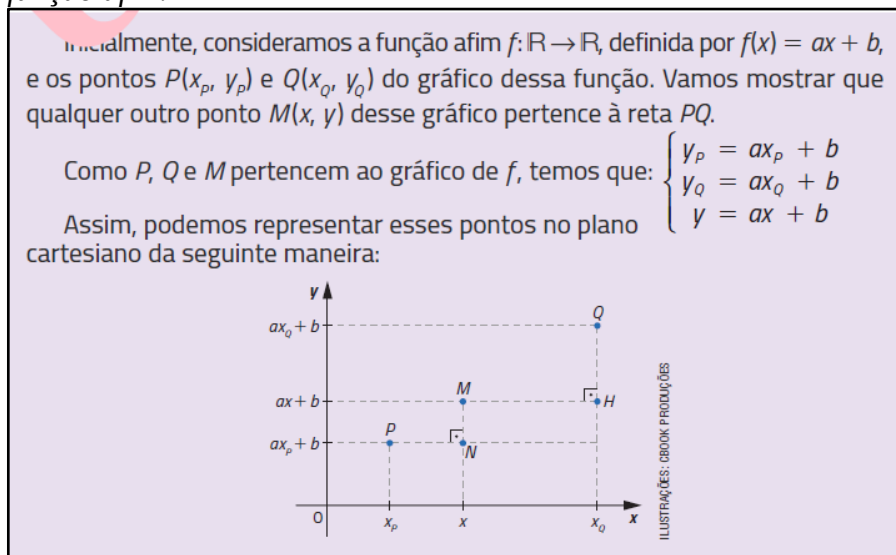
Figura 14 – Definição de função afim no livro *Multiversos Matemática: conjuntos e função afim*.

Denominamos **função afim** toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida pela lei de formação $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais.
Dizemos que a é o **coeficiente** de x e b é o **termo independente** da função.

Fonte: Sousa (2020, p.97).

Com relação às representações das funções polinomiais do 1º grau, Sousa (2020) apresenta em especial três tipos: algébrica, gráfica e tabular, assemelhando-se com a obra de Giovanni Júnior e Castrucci (2018). No entanto, ao tratar da associação entre diferentes representações, Sousa (2020) destaca mais possibilidades, apresentando a transposição da tabular para gráfica, e também algébrica para gráfica (figura 15). Contudo, não apresenta as transposições opostas a estas, ou seja, gráfica para algébrica e gráfica para a tabular.

Figura 15 – Exemplos de representação da função afim no livro *Multiversos Matemática: conjuntos e função afim*.



Fonte: Sousa (2020, p. 106).

Ademais, compreende-se que os livros didáticos destacados nessa análise oferecem aspectos positivos no que condiz à representação de repertório teórico de orientação a professores e alunos acerca do estudo do conceito de função e das funções polinomiais do 1º

grau, como: a apresentação de problemas contextualizados e de definições claras. No entanto, observam-se também pontos que merecem mais atenção, a exemplo de limitar as representações das funções polinomiais do 1º grau aos casos mais comuns e propor transposições entre as representações quase que exclusivamente unilaterais.

3.2. Revisão de Literatura

O ensino e a aprendizagem em matemática têm sido alvos de múltiplas pesquisas, que contam com diferentes temáticas, metodologias e teorias. Todas elas têm em comum o objetivo de melhor compreender aspectos particulares desses sistemas dinâmicos e complexos, e através disso oferecerem perspectivas de aperfeiçoamento formativo, metodológico e/ou curricular, por exemplo.

Ao desenvolver-se uma pesquisa, é valioso tecer uma busca, seleção e revisão de estudos já desenvolvidos anteriormente na área pretendida, ou ainda, que apresentem alguma similaridade com aquilo que se propõe a investigar. A análise desses estudos fornece suporte bibliográfico e suscita novos direcionamentos investigativos acerca dos obstáculos ou, ainda, lacunas percebidas por esses pesquisadores em seus estudos.

Diante disso, para a realização desta pesquisa, optou-se por uma revisão através de uma busca na Plataforma de Teses de Dissertações da Capes. Selecionado, pois, o local das buscas, utilizou-se como descritores os termos: “ensino de funções” e “formação docente”. É válido ressaltar que a quantidade de publicações resultantes foi demasiadamente ampla.

Dessa forma, fez-se necessário refinar os resultados, utilizando as ferramentas da própria plataforma de Teses e Dissertações da Capes. Considerou-se, portanto, o intervalo de dez anos de realização das pesquisas, ou seja, estudos publicados/realizados entre os anos de 2012 e 2021, e apenas Dissertações. Delimitou-se, também, a grande área do conhecimento para o ensino de ciências e matemática. Mesmo assim, a quantidade de publicações impossibilitava a leitura de todos os trabalhos, na íntegra.

A seleção seguinte deu-se a partir de leituras superficiais, que procuravam identificar: a temática, o resumo e o público-alvo dos trabalhos. Por meio dessa seleção, foram considerados apenas trabalhos na área de matemática, que considerassem o contexto da formação docente, tanto inicial quanto continuada e que envolvessem o ensino de funções de qual tipo: polinomiais, exponenciais e/ou trigonométricas, em sua temática.

Ao final, foram selecionadas para a realização dessa revisão, um total de dez dissertações que se enquadram no perfil pretendido. Os títulos, ano de publicação e autoria dos trabalhos, bem como as instituições da qual são provenientes, são dispostas no quadro 6 abaixo.

Quadro 6 – Dissertações selecionadas para a revisão de literatura

Título	Autor	Ano de publicação	Instituição
Funções: análise do crescimento e decrescimento e de concavidade explorando os registros de representações semióticas em um ambiente de geometria dinâmica	Izaías Cordeiro Néri	2013	Universidade Bandeirante de São Paulo
O conceito de função: a utilização do <i>software</i> SimCalc e as narrativas apresentadas por alunos de Licenciatura em Matemática	Júlio Cesar Pereira	2013	Universidade Bandeirante Anhanguera
Contribuições do Geogebra para o estudo de funções afim e quadrática em um curso de licenciatura em Matemática	Ronaldo Dias Ferreira	2013	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Análise da colaboração em situação de formação de professores de matemática <i>on-line</i>	Roberto Mariano de Araújo Filho	2015	Universidade Federal de Pernambuco
O processo de integração de recursos tecnológicos à prática docente de um professor de matemática no ensino de funções polinomiais	Elenilsa Alves da Silva Dantas	2015	Universidade Anhanguera de São Paulo
Apropriação das tecnologias digitais móveis para explorar funções polinomiais do 1º grau	Willian Rocha Padilha	2015	Universidade Anhanguera de São Paulo
Narrativas produzidas a partir de representações dinâmicas: o <i>software</i> SimCalc e a análise de comportamento de funções	Paulo Rogério Renk	2016	Universidade Anhanguera de São Paulo
Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções	Shayene Vieira Mossi	2016	Universidade Federal de Santa Maria
Tecnologias digitais na formação continuada: situações de ensino articulando geometria e funções	Willians Adriano de Oliveira	2017	Universidade Anhanguera de São Paulo
Uma metanálise de artigos sobre o ensino e a aprendizagem de função na Educação Básica publicados, por pesquisadores brasileiros, nos últimos dez anos, na revista <i>Educação Matemática Pesquisa</i>	Patrícia da Costa Lima	2017	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

De posse das dissertações selecionadas, foi realizada a leitura delas, especialmente no que competia: a metodologia, o processo de análise de dados, a discussão dos resultados, as considerações finais e os principais obstáculos encontrados e/ou identificados pelos pesquisados acerca do ensino de funções.

Para destacar as principais contribuições evidenciadas por essas pesquisas, elegeram-se três aspectos sob os quais a análise será desenvolvida. Percebeu-se serem os pontos centrais dos estudos. São eles: tipo de metodologia e abordagem de análise de conteúdo; o uso da tecnologia; e os entraves e obstáculos identificados no ensino ou na aprendizagem de funções.

Acerca dos tipos de metodologia e abordagem de análise do conteúdo: com relação às pesquisas revisadas, a metodologia que predomina, compreendendo cinco dentre os nove trabalhos, é aquela caracterizada como sendo do tipo qualitativa, fazendo parte das pesquisas de Dantas (2015), Pereira (2013), Mossi (2016), Padilha (2015) e de Oliveira (2017). É necessário destacar ainda a metodologia *Design Experiment*, que está presente nas pesquisas de Renk (2016) e Néri (2013).

Metodologicamente, percebe-se, de maneira geral, uma valorização às pesquisas que visem à experimentação, à ação e à prática reflexiva do professor, como forma de contribuição à formação docente. A presente pesquisa também acredita nesse viés, mesmo que apresente diferença quanto à metodologia, propriamente dita, optando pela Engenharia Didática para realização deste estudo, em virtude da abordagem pragmática e ativa dos sujeitos participantes.

Quanto às teorias que embasam a análise dos dados, destacam-se duas em particular: a teoria dos Modos de Pensamento Narrativo e Paradigmático de Jerome Bruner, que é utilizada tanto no trabalho de Renk (2016), quanto no de Pereira (2013), onde são destacadas as considerações dos sujeitos da pesquisa sobre o assunto estudado; e a teoria do Registro de Representações Semióticas de Duval, presente nas pesquisas de Néri (2013) e de Ferreira (2013).

O método de análise de conteúdo de Bardin também é apresentado, na pesquisa de Mossi (2016), assim como o método indutivo de Powell, Francisco e Maher, que faz parte do trabalho de Oliveira (2017). No caso da presente pesquisa, ao utilizar-se a Engenharia Didática como metodologia, já se pretende analisar os dados a partir do confronto entre as análises *a priori* e as análises *a posteriori*.

Em relação ao uso da tecnologia: as pesquisas revisadas, com unanimidade, fazem uso da tecnologia no contexto de suas aplicações e desenvolvimento dos estudos. É necessário destacar a predominância da utilização do *software* de matemática dinâmica GeoGebra, que constitui ferramenta integrante de cinco dentre as nove dissertações selecionadas (NÉRI, 2013; FERREIRA, 2013; MOSSI, 2016; PADILHA, 2015; OLIVEIRA, 2017). O *software* de educação matemática SimCalc aparece nas pesquisas de Renk (2016) e Pereira (2013).

Diante das conclusões apresentadas pelas pesquisas, com relação ao uso da tecnologia no ensino e na aprendizagem de conteúdos matemáticos, especialmente ao assunto de funções, percebem-se os bons resultados provenientes de seu uso no contexto de formação docente. Assim, neste estudo, optou-se também por utilizar o *software* de matemática dinâmica GeoGebra, como auxílio na realização de duas das situações didáticas profissionais, utilizadas em formação.

No panorama dos obstáculos identificados no ensino de funções: todas as pesquisas selecionadas apresentam dificuldades no ensino de funções. Diante disso, é importante destacar alguns desses obstáculos que são apresentados com frequência. São eles:

- O conceito de função geralmente é apresentado com sentidos incompletos ou ainda, confusos; o conceito também apresenta divergências entre o que prega a teoria e o que é disseminado;
- A falta de compreensão do conceito de variáveis e de sua relação; a relação de interdependência entre as grandezas;
- A representação do conceito de função não é compreendida;
- A relação entre o quadro teórico e algébrico; dificuldade de transformação do problema de língua materna para a linguagem algébrica, gráfica ou aritmética;
- A construção e a compreensão gráfica da função; dificuldade em identificar e compreender os parâmetros de relação entre a linguagem algébrica e gráfica; ou ainda, a relação gráfica é apresentada sem relação com a algébrica;
- As conversões entre as diferentes representações de uma função;
- A redução do conceito de função a casos particulares.

Ao perceber-se a repetição de alguns desses obstáculos, na realização da presente pesquisa, optou-se por investigar, no contexto de formação docente, as concepções acerca do conceito de função e das diferentes representações de uma função, delimitando-se às funções polinomiais do 1º grau, buscando compreender como a reflexão e as análises dos posicionamentos dos professores diante de situações formativas (situações didáticas profissionais) podem favorecer a prática profissional docente.

O trabalho desenvolvido por Lima (2017) não realiza aplicação de formação docente, mas acredita-se que oferece uma rica análise acerca do contexto de ensino e aprendizagem de funções no Brasil. A pesquisa da autora caracteriza-se como uma revisão sistemática de literatura, tem como título: “Uma metanálise de artigos sobre o ensino e a aprendizagem de função na Educação Básica publicados, por pesquisadores brasileiros, nos últimos dez anos, na revista Educação Matemática Pesquisa”.

Lima (2017), em sua análise, destaca os obstáculos enfrentados no ensino e na aprendizagem de funções e classifica os principais entraves apresentados pelos artigos que compunham seu campo de investigação, em três categorias: dificuldades enfrentadas pelos docentes; dificuldades enfrentadas pelos discentes; e entraves relacionados às abordagens presentes nos livros didáticos.

Em suma, a pesquisadora destaca com relação aos docentes: os professores sentem-se inseguros com relação ao conceito de função; conhecem o conteúdo de maneira superficial; a construção gráfica representa um entrave, bem como a conversão da linguagem algébrica para outras formas de representação.

Na pesquisa de Lima (2017), os problemas frequentemente enfrentados pelos alunos, são do tipo: a compreensão da linguagem matemática representa um entrave; relacionar o conceito de função unicamente a um valor numérico; a dependência entre as variáveis e o estabelecimento de relação entre os tipos de registro. As fragilidades identificadas nos livros didáticos se resumem, particularmente, à falta de problemas capazes de suscitar à construção de boas sequências didáticas e à carência de informações essenciais à aprendizagem do assunto.

A identificação desses obstáculos no ensino de álgebra (configurados como obstáculos profissionais), especialmente no contexto das funções polinomiais do 1º grau, possibilitaram a organização das situações didáticas profissionais, uma vez que o planejamento de uma SDP, considera um obstáculo profissional próprio da atuação do professor, seja em sala de aula, da relação com o *métier* ou da própria instituição de ensino.

4. ANÁLISE A PRIORI

Neste capítulo, apresentam-se um breve estudo acerca do *software* Geogebra, o plano de ação e as seis situações didáticas profissionais que compuseram o ciclo formativo desenvolvido com os sujeitos. O planejamento das situações baseou-se na Teoria das Situações Didáticas, a partir da qual foi possível delinear as Situações Didáticas Profissionais. Além de apresentar as situações, discorre-se também acerca das previsões que foram feitas para o desenrolar delas, o que permitiu selecionar variáveis didáticas condizentes com o que se perspectivava.

4.1. *Software* Geogebra

O Geogebra é um *software* de matemática dinâmica, que permite a interação entre álgebra, geometria, construções gráficas e estatísticas, por exemplo, em uma mesma plataforma. O *software* tem sido bastante utilizado como recurso de ensino e de aprendizagem, nos diversos níveis de educação (MACEDO, 2018).

O Geogebra foi desenvolvido em 2001 na Universidade de Salzburg, e está em constante aperfeiçoamento, tornando-se, hoje, em uma plataforma *on-line* que é agregada a uma variedade de outros recursos relacionados, principalmente, ao ensino e à aprendizagem em matemática, disponíveis em muitos idiomas, de forma gratuita.

A interface do Geogebra possibilita, por exemplo, a construção de figuras, que podem ser movimentadas, animadas e modificadas. O *software* permite, também, a construção e manipulação de funções, intercalando, automaticamente, as representações gráfica e algébrica de uma mesma função, dispostas nas janelas de visualização e álgebra do Geogebra, respectivamente (SOUZA, 2021).

Em virtude disso, e tendo identificado obstáculos no ensino das funções polinomiais do 1º grau, conforme apresentado no capítulo anterior, na construção no plano de ação e, conseqüentemente, das situações didáticas profissionais desenvolvidas com os sujeitos desta pesquisa, optou-se pela utilização do *software* Geogebra como subsídio para a realização de duas das seis situações planejadas.

4.2. Plano de ação e elaboração das Situações Didáticas

A seleção, organização e planejamento das Situações Didáticas Profissionais que foram desenvolvidas na experimentação dessa Engenharia Didática de Formação, deram-se embasando-se na Teoria das Situações Didáticas e na Situação Didática Profissional, levando em conta, para a aplicação delas, as dialéticas de ação, formulação, validação e

institucionalização, no contexto da formação docente. Assim como na TSD, também na SDP, considere-se a necessidade de estabelecer o contrato profissional e a transposição profissional, por exemplo.

Pais (2002) destaca a necessidade, diante do trabalho do professor, de relacionar a prática profissional com a construção do conhecimento matemático, o trabalho do pesquisador. O autor afirma ainda que “o trabalho do professor envolve o desafio que consiste em realizar uma atividade que, em um certo sentido, é inverso daquele do pesquisador”.

No trecho, percebe-se, de certa forma, uma contradição. É necessário, portanto, compreender que a construção do conhecimento matemático visa cada vez mais uma generalização, enquanto as práticas pedagógicas objetivam a recontextualização do saber para torná-lo cada vez mais acessível e compreensível ao aluno. Desse modo, compreende-se que deve haver uma intersecção entre ambos os contextos, para que o trabalho do professor se efetive.

Brousseau (1986), no contexto da Teoria das Situações Didáticas, destaca diante da construção do conhecimento, a importância da escolha de bons problemas, da qual decorre não somente a utilização de saberes construídos, mas, também, compreendem a reflexão sobre os objetivos e o conhecimento adquirido.

Freitas (2008) salienta o destaque para os problemas e a construção do conhecimento por meio da resolução e da reflexão. De acordo com o autor

Verificamos então que, de maneira geral, em quase todo trabalho de educação matemática, a elaboração do saber envolve algum tipo de problema. O processo de construção do conhecimento matemático não se reduz a dar “boas respostas”, mas também a elaborar “boas questões”. Há toda uma série de dificuldades específicas no trabalho didático com problemas e o saber certamente não é uma consequência imediata da associação de respostas aos problemas. (FREITAS, 2008, p.72)

O autor, no trecho, faz referência a uma série de associações de respostas e reflexões que se unem para a construção de um saber em jogo, corroborando com o que disse Brousseau, ao destacar a relação entre um conjunto de situações didáticas e a origem do conhecimento matemático.

Além do que indicam os referenciais teóricos, para a seleção dessas situações didáticas, embasou-se na revisão de literatura, considerando, também, os estudos por meio dos quais se elencaram possíveis obstáculos no ensino de álgebra, especialmente no que concerne ao conceito de função, as funções polinomiais do 1º grau e as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau.

Diante dessas reflexões, e percebendo que a elaboração de uma situação didática profissional parte da identificação de obstáculos profissionais do professor de matemática, no

quadro 7 abaixo, apresenta-se o plano de ação que permitiu orientar o planejamento das situações que a seguir são apresentadas. A organização desse quadro considera o obstáculo profissional identificado e o propósito de construção de cada situação planejada.

Quadro 7 – Plano de ação.

Obstáculo profissional identificado	Situação Didática Profissional (SDP)
Desenvolver um modelo de ensino que favoreça a compreensão do conceito de função.	Propor uma SDP que privilegie a análise sobre a construção do conceito de função e sua representatividade.
Assumir uma abordagem de ensino que beneficie a compreensão do conceito de função polinomial do 1º grau, bem como suas especificidades (termos e representações).	Propor uma SDP que favoreça a reflexão sobre os elementos que caracterizam o conceito de função polinomial do 1º grau, e seu significado, assim como procedimentos necessários a seu ensino.
Estabelecer um modelo de ensino que permita a compreensão da relação entre a representação tabular e as demais representações de uma função polinomial do 1º grau.	Propor uma SDP que permita a reflexão sobre a importância de compreender a relação entre duas ou mais representações de uma mesma função polinomial do 1º grau.
Desenvolver uma postura de ensino que favoreça a compreensão da representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau, e sua relação com outras representações da função (algébrica e tabular).	Propor uma SDP que privilegie a análise da representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau, e sua articulação com outros modelos de representação da mesma função, refletindo sobre especificidade no seu ensino.
Adotar uma abordagem de ensino que beneficie a compreensão da construção da representação gráfica da função polinomial do 1º grau e a relação com sua representação algébrica.	Propor uma SDP que favoreça a análise sobre a relação entre as representações gráfica e algébrica de uma função polinomial do 1º grau, e as peculiaridades necessárias a seu ensino.
Estabelecer uma postura de ensino que favoreça relacionar os elementos constituintes de uma função polinomial do 1º grau, especialmente nas representações algébrica e gráfica.	Propor uma SDP que permita a análise sobre os elementos constituintes de uma função polinomial do 1º grau, especialmente o comportamento desses elementos na relação entre as representações algébrica e gráfica.

Fonte: elaboração autoral (2022).

Nos tópicos que se seguem, apresentam-se as situações didáticas profissionais desenvolvidas na realização do ciclo formativo que compôs a experimentação deste estudo, bem como optou-se por descrever as previsões dos comportamentos atitudinais dos professores, que se esperava a partir de cada SDP, elencadas no planejamento delas.

4.2.1. Situação Didática Profissional I

O problema utilizado na situação didática profissional descrita a seguir, é proveniente da obra *Multiversos Matemática: conjuntos e funções afins* (SOUSA, 2020). No livro, o autor utiliza o problema para apresentar o conceito de função e a ideia de relação entre grandezas. No caso dessa experimentação, realizaram-se adaptações conforme objetivo pretendido a partir de seu desenvolvimento, que ocorreu no primeiro encontro formativo.

Quadro 8 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional I (SDP I).

Considerando a alta demanda de consumo de plástico no mundo e que, potencialmente, é necessário produzir uma grande quantidade de produtos que utilizam esse material, temos no processo de reciclagem uma alternativa para diminuir a quantidade de insumos utilizados na produção de novos materiais e produtos plásticos. A água, por exemplo, é um dos insumos que pode ter o consumo reduzido. Estima-se que a cada 1t de plástico reciclado sejam economizados 450L de água, que seriam utilizados no processo de produção convencional dessa mesma quantidade de plástico.

Com base nas informações apresentadas, podemos relacionar as grandezas massa de plástico reciclado e a quantidade de água economizada.

Massa de plástico reciclado (t)	Quantidade de água economizada (L)
1	450
2	900
3	1 350
4	1 800
5	2 250

- Dessa forma, qual a quantidade de massa de plástico reciclado seria necessária para proporcionar uma economia de 3600 litros de água?
- Que relação é estabelecida entre as grandezas?
- De quais outras formas podemos expressar essa relação?
- É possível generalizar a ideia de relação entre as grandezas, a exemplo do que acontece na situação?

Fonte: Sousa (2020, p.64) adaptada

O objetivo dessa situação era que os professores em formação percebessem a relação entre as grandezas que estão envolvidas no problema, nesse caso, a quantidade de plástico reciclado e a quantidade de água economizada. Fazendo assim, com que reflitam sobre o conceito de função e as noções inerentes a ele, como: o conjunto domínio, imagem, dependência e independências entre as grandezas (variáveis).

É importante ressaltar que se acredita que os sujeitos da pesquisa já tivessem conhecimento matemático acerca do objeto em estudo. Desse modo, o que se pretendeu observar não foi a construção do conhecimento e a resposta do problema, propriamente dita, mas a postura atitudinal e as estratégias demandadas diante da realização da situação.

Para a descrição das previsões e, posteriormente, para a análise do momento de desenvolvimento da situação, na etapa de análises *a posteriori* dessa Engenharia Didática de Formação, optou-se por organizar nas quatro etapas de construção do conhecimento matemático proposta por Brousseau: ação, formulação, validação e institucionalização, conforme a Teoria das Situações Didáticas. Ressalta-se que, diante da realização da situação, é possível que algumas das etapas mencionadas não tenham ocorrido, ou ainda, que duas ou mais possam ter ocorrido simultaneamente. Apresentam-se nos parágrafos seguintes, as perspectivas realizadas para a presente situação didática profissional.

Dialética de ação: nessa etapa, o pesquisador apresenta o problema aos sujeitos da pesquisa. Esperava-se que os professores se empenhassem em sua resolução, inteirando-se e selecionando estratégias para sua resolução. Assim como apresenta Alves (2016), ao apresentar

que uma situação de ação caracteriza-se por ser o momento em que o aluno “se encontra ativamente empenhado na busca pela solução de um problema, realiza determinadas ações tácitas e imediatas que resultam na produção de conhecimento”.

Ainda na dialética de ação, esperava-se que os professores fossem capazes de resolver o item (a) proposto pelo problema, que demandava que o sujeito percebesse a relação funcional entre as grandezas e realizasse uma perspectiva de resultado que extrapola as informações presentes nos dados fornecidos pelo problema. Os professores poderiam optar por diversas formas de resolução, por exemplo: dividir 3600 por 450, obtendo 8 como resultado; ou ainda, através do estabelecimento de uma razão entre os termos presentes na tabela ($4 \rightarrow 1800$, então $8 \rightarrow 3600$).

O item (b) proposto pelo problema propõe que o sujeito reflita sobre a relação estabelecida entre as grandezas. Esperava-se que os professores identificassem que há a existência de uma relação funcional (função) e que conseguissem identificar e refletir sobre a condição de dependência e independência entre as variáveis (grandezas envolvidas), o conjunto domínio e o conjunto imagem. Conforme obstáculos identificados nas análises preliminares deste estudo, é possível que alguns professores reduzam o conceito de função, discutido na questão, a casos particulares, como: função afim e função linear.

A partir da realização desses itens, reconhecendo a relação de funcionalidade entre as grandezas envolvidas na SDP, era possível que os professores pudessem refletir sobre a necessidade do aluno entender que a relação estabelecida entre as variáveis possibilita realizar diversas perspectivas, e sua compreensão favorece uma diversidade de formas diferentes de resolução.

Já no item (c) esperava-se que os professores retomassem conhecimentos prévios acerca das representações de uma função. Objetivava-se diante da resolução desse item, que os sujeitos desenvolvessem especialmente uma representação algébrica, como as seguintes: $l = 450t$ ou ainda, $f(t) = 450t$, por exemplo.

Ao final da resolução desse item, o professor poderia refletir sobre a relação de dependência entre as variáveis (no caso particular da SDP I, refletir que a quantidade de água depende diretamente da quantidade de plástico reciclado). Em resumo, é possível perceber a necessidade de deixar claro para os estudantes a ideia de dependência e independência entre as variáveis.

Dialética de formulação: nesta etapa, esperava-se que os professores interagissem com seus pares (*métier*) e/ou com o próprio problema, compartilhando tanto conhecimento pragmático quanto epistêmico. É possível ainda que o formador (pesquisador) realize

intervenções para direcionar o sentido da interação e das reflexões. Almouloud (2016) destaca que diante da situação de formulação é necessário aos alunos “trocar informações e/ou estratégias de resolução para produzir ações com os colegas ou professor”.

Retomando ao item (c), seria possível que o pesquisador promovesse interações quanto às diferentes representações pelas quais uma função pode ser expressa, especialmente estimulando a reflexão sobre a representação gráfica e em forma de anagramas (que não aparecem diretamente no problema). Perspectivava-se que ao analisar esses itens, os professores percebam a necessidade de aprofundar a compreensão dos termos e conceitos no ensino de álgebra, particularmente.

A resolução do item (d) sugestionava aos sujeitos a construção de uma generalização para o conceito de função. Perspectivava-se que também, nesse momento, houvesse a interação/comunicação entre os professores participantes do ciclo formativo, compartilhando pensamentos, ideias e sugestões de construção da definição esperada.

Dialética de validação: de acordo com a Teoria das Situações Didáticas, esse momento é destinado à formação/apresentação da resolução do problema/conhecimento matemático em linguagem formal. Esperava-se, portanto, que os professores em formação, realizassem a exposição e o processo de desenvolvimento de suas generalizações, assim como, era esperada uma troca de informações/sugestões durante esse momento.

Dialética de institucionalização: nesta etapa, caberia ao pesquisador, retomar sua posição e, utilizando-se das discussões, resoluções e ideias apresentadas pelos professores, expor as intenções didáticas formativas da realização da situação. Nesse caso específico, que os professores refletissem sobre a construção do conceito de função, que conforme os obstáculos identificados no ensino, geralmente são apresentados de maneira superficial, e com sentidos confusos, com relação a outros conceitos, como equação, por exemplo.

Caso os professores não conseguissem desenvolver uma conceituação/generalização para a ideia de função, era papel do formador, evidenciá-la, de maneira que favorecesse a reflexão, podendo ser assim descritiva: dados dois conjuntos A e B, denomina-se função, a relação estabelecida entre eles, de tal modo que todo elemento pertencente ao conjunto A, relaciona-se com um único elemento pertencente a B, por meio da aplicação. Como se apresenta também em linguagem simbólica:

$$f: A \rightarrow B \leftrightarrow (\forall x \in A, \exists |y \in B| (x, y) \in f)$$

Perspectivava-se, ainda, que o pesquisador juntamente com os professores, pudessem refletir sobre o conceito de função, compreendendo seu real sentido. Tinha-se por objetivo ainda, destacar a necessidade de diferenciar o conceito geral de função, da definição de alguns

casos particulares, apenas, assim como se esperava discutir os principais obstáculos/dificuldades que podem surgir no ensino do conceito. De modo geral, a partir dessa situação é possível que os professores pudessem refletir sobre: a necessidade de formalização do conteúdo matemático; a importância de aprofundar as ideias apresentadas; os benefícios de propor uma construção gradativa do conteúdo.

4.2.2. Situação Didática Profissional II

O objetivo da situação, a seguir, era promover reflexão e construir conhecimentos pragmáticos acerca do conceito de função polinomial do 1º grau, também denominada de função afim. A realização do problema que compõe a situação didática profissional a ser descrita, é proveniente dos materiais disponíveis no portal do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), adaptada para esse contexto. Seu desenvolvimento se deu no primeiro encontro formativo.

Quadro 9 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional II (SDP II).

O custo total, por mês, de um serviço de fotocópias, com cópias do tipo A4, consiste de um custo fixo acrescido de um custo variável. O custo variável depende, de forma diretamente proporcional, da quantidade de páginas reproduzidas. Em um mês em que esse serviço fez 50 mil cópias, seu custo total foi de R\$21 mil; enquanto que em um mês em que fez 20 mil cópias, seu custo total foi de R\$19,2 mil.

- a) Qual o valor do custo para a produção de cada cópia?
- b) Qual o valor do custo fixo?
- c) Qual o valor de custo do serviço se for produzidas 90 mil cópias?
- d) Que relação algébrica pode estabelecer entre esses valores?
- e) Como podemos generalizar a representação algébrica de situações como a descrita?

Fonte: IMPA (adaptada).

Dessa forma, na situação profissional descrita no tópico anterior, também nessa, não se tinha como objetivo o desenvolvimento de conhecimentos epistêmicos, mas de conhecimentos pragmáticos e de reflexões sobre o ensino das funções polinomiais do 1º grau. Utilizou-se para a realização das perspectivas de desenvolvimento dessa situação as dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização. Nos parágrafos a seguir, apresentam-se essas previsões.

Dialética de ação: nesse momento, a pesquisadora esperava apresentar o problema utilizado na SDP II. Esperava-se que os professores em formação entrassem em contato com o problema, realizando a leitura dele e sentindo-se motivados à sua resolução. Esperava-se que fosse nessa etapa que os sujeitos selecionassem estratégias para desenvolvimento da solução.

Ainda na etapa de ação, esperava-se que os professores conseguissem solucionar o item (a) proposto no problema, que demandava a compreensão dos dados e utilização de operações

aritméticas, a fim de descobrir, diante do problema, o valor de custo para a produção de cada cópia, chegando ao resultado de R\$0,06. Para chegar a esse valor, esperava-se que os professores realizassem a diferença entre os totais de cópias (50 mil e 20 mil), e a diferença entre os valores de custos mensais (R\$21 mil e R\$19,2 mil, respectivamente). Em seguida, esperava-se que os professores realizassem a razão entre a variação de custo e a variação de cópias produzidas.

De posse dessa informação, perspectivava-se que os professores conseguissem solucionar também o item (b), que sugestionava encontrar o valor dos custos fixos da empresa (R\$18.000,00, no caso da situação). Para chegar a tal conclusão, esperava-se que os professores pudessem, escolhendo os valores de um dos meses apresentados no problema, como base, realizar o comparativo entre o valor de custo exclusivo da produção das cópias, em relação ao total de gastos da empresa no mês referente.

Na realização desses itens, o professor poderia ser levado a refletir sobre a importância de compreender como se organiza uma função polinomial do 1º grau e o significado de cada um dos elementos (assim como nos dados da situação). Poderia, também, refletir sobre a necessidade de proporcionar aos alunos, condições de construir seu conhecimento.

O item (c), conforme mostra o quadro 9 acima, sugeria que fosse realizada pelos sujeitos, uma projeção, com base nos dados apresentados, do custo demandado pela empresa para a produção de 90 mil cópias. Para a realização dos três primeiros itens, de acordo com o que foi destacado, seriam necessários apenas cálculos aritméticos. No entanto, esperava-se que alguns dos professores já representassem nesse momento a construção de uma expressão algébrica.

Dialética de formulação: o item (d) do problema proposto exigia dos sujeitos a construção de uma expressão algébrica que representasse a situação apresentada, ou seja, era esperado que os professores construíssem a função polinomial do 1º grau que corresponde à relação entre as variáveis: quantidade de cópias produzidas e custo total da empresa. Nesse sentido, as expressões poderiam ser representadas da seguinte forma: $y = 0,06x + 18000$ ou $f(x) = 0,06x + 18000$, onde x representa a quantidade produzida de cópias e y , o custo total da empresa.

Na construção dessas expressões (funções) perspectivava-se que os professores discutissem entre si, apresentando suas estratégias e sugestões de resolução do problema, assim como, também, com o formador. Era possível que no momento dessa interação, os professores retornassem ao problema e/ou reformulassem suas estratégias, mediante reflexões provenientes do *métier*.

Dialética de validação: nessa etapa, projetava-se que os professores fossem capazes de apresentar suas conclusões, em linguagem própria, aos seus pares. De acordo com Freitas (2008), diante das situações de validação, é esperado que o aluno já se utilize de “mecanismos de prova”, se beneficiando do saber adquirido para “esta finalidade”, ou seja, comprovar suas conclusões.

O item (e) sugestionava aos professores participantes da pesquisa que desenvolvessem uma generalização que permitisse representar todos os problemas com o mesmo feitio da situação colocada à vivência, ou melhor, projetava-se que os sujeitos apresentassem a definição das funções polinomiais do 1º grau. Acreditava-se que fosse possível que surgissem generalizações apresentadas de formas diferentes, no entanto, perspectivava-se encontrar generalizações do tipo: para toda aplicação de $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais) em $\mathbb{R}$, de tal modo que todo x pertencente a $\mathbb{R}$, relaciona-se com um único y pertencente a $\mathbb{R}$, com $y = ax + b$. Ou ainda, apenas algebricamente:

$$f(x) = ax + b, \text{ com } (a \neq 0)$$

Dialética de institucionalização: nessa etapa, caberia ao pesquisador discutir e colocar em evidência as intenções da situação didática profissional vivenciada. Brousseau (1987) destaca que diante de situações de institucionalização é possível ao professor relacionar produções e comportamentos desenvolvidos livremente pelos alunos, com o conhecimento formal e científico.

A construção dessa situação didática profissional foi organizada a partir da identificação de um obstáculo profissional do professor de matemática, que consiste em estabelecer uma postura de ensino que favoreça a compreensão do conceito de função polinomial do 1º grau. Em virtude disso, esperava-se no momento da institucionalização, orientar pontos de reflexão sobre os obstáculos na compressão do conceito de função polinomial do 1º grau, como: a linguagem algébrica; compreender os problemas e transcrevê-lo em linguagem matemática; e a construção progressiva das ideias, por exemplo.

Objetivava-se que ao final da realização dessa situação didática profissional os professores pudessem refletir sobre a construção do conceito de função polinomial do 1º grau, além de que fossem capazes de elencar obstáculos que surgissem em sua realização, de modo que pudessem projetar um conjunto de posicionamentos pragmáticos pelos quais esses entraves pudessem ser sanados em suas respectivas salas de aula.

4.2.3. Situação Didática Profissional III

A realização da situação didática profissional que se apresenta a seguir, teve como objetivo promover reflexão sobre a importância de reconhecer as diferentes formas de representação de uma função polinomial do 1º grau, tal como o estabelecimento de relação entre elas. A construção do problema que compõe essa situação embasou-se nos modelos de itens proposto para o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), apresentados no portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), e sua realização ocorreu no segundo encontro de formação desenvolvido na experimentação desse estudo.

Quadro 10 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional III (SDP III).

Para alugar um carro, uma locadora cobra uma taxa básica fixa, acrescida de uma taxa que varia de acordo com o número de quilômetros rodados. A tabela abaixo mostra o custo (C) do aluguel, em reais, em função do número de quilômetros rodados (q).

Quilômetros rodados (q)	Custo (C)
10	55
20	60
30	65
40	70

- Represente essa função de forma algébrica.
- É possível representar essa função de forma geométrica? Se sim, o faça.
- Que dados e recursos você utilizou para a construção geométrica?
- Existem outras formas de representar essa função?

Fonte: INEP (S/D) adaptada.

Com destaque para a construção de conhecimentos pragmáticos, por meio de procedimentos atitudinais e seleção/criação de estratégias para a resolução de problemas, nos parágrafos a seguir evidenciam-se as perspectivas que foram realizadas para o desenvolvimento da situação didática proposta por meio das dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização.

Dialética de ação: ao apresentar o problema para os professores em formação, objetivava-se que eles se debrucem na busca de sua resolução, tomando-o para si, selecionando processos/recursos que, pelos menos à primeira vista, fossem aptos à solução esperada. De acordo com Freitas (2008), caracteriza-se como uma situação de ação o momento em que o estudante “se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realiza determinadas ações imediatas, que resultam na produção de um conhecimento”.

No item (a) do problema proposto, sugeria-se que os sujeitos representassem algebricamente os dados apresentados na tabela. Esperava-se, portanto, que no desenvolvimento de sua solução, os professores buscassem estabelecer uma relação entre as

variáveis (grandezas envolvidas), de modo a perceberem o padrão pela qual os dados da tabela foram submetidos.

Dialética de formulação: nessa etapa, esperava-se que os professores compartilhassem entre si os procedimentos utilizados para a construção da representação algébrica exigida no item (a). Perspectivava-se encontrar diversas formas de realização dessa construção. No quadro a seguir, apresentam-se duas dessas formas que, possivelmente, seriam utilizadas pelos sujeitos da pesquisa.

Quadro 11 – Formas de construção da representação algébrica do problema utilizado na Situação Didática Profissional III.

Solução 01	Solução 02
- Escolher-se duas amostras na tabela; - Calcular a diferença entre as quilometragens ($20 - 10 = 10$); - Calcular a diferença entre os custos ($60 - 55 = 5$); - Calcular a razão entre esses valores e encontrar o custo por quilômetro ($5/10 = 0,5$); - A partir de então, encontrar o valor fixo ($0,5 \times 20 = 10$, logo por 20 quilômetros o custo é R\$10,00. Sabendo que o cliente pagaria R\$60,00 nesse caso, conclui-se que o valor fixo é $60 - 10 = 50$, ou seja, R\$50,00); - Montar a relação ($C = 0,5q + 50$, logo, como $0,5 = 5/10 = 1/2$, a função passa a ser $C = q/2 + 50$).	- Utilizando um sistema de equações do 1º grau construído a partir de duas amostras na tabela, para encontrar os valores dos coeficientes da equação que pretende ser obtida como solução para o problema; - Construção do sistema $\begin{cases} 10x + y = 55 \\ 20x + y = 60 \end{cases}$ - Utilizando os métodos de resolução dos sistemas de equações, obtêm-se: $x = \frac{1}{2}$ e $y = 50$, justamente o valor de custo por quilômetro e o valor fixo, respectivamente; - Montando a relação, tem-se $C = q/2 + 50$.

Fonte: elaboração autoral (2022).

No momento da interação, era possível que os professores retornassem aos dados do problema, confirmando ou refutando conjecturas levantadas. O item (b) apontava para a construção de uma representação gráfica para a função polinomial do 1º grau discutida no problema. Perspectivava-se que os professores construíssem as representações gráficas por meio do plano cartesiano, de duas maneiras diferentes: utilizando os dados diretamente da tabela, assim como utilizando a construção algébrica, desenvolvida no item (a). Nessa construção, os professores podem analisar a importância de reconhecer conceitos importantes ao ensino das funções, como: as condições do domínio da função; e o comportamento da função, por exemplo.

Ao realizar esses itens, era possível que os professores, em formação, pudessem refletir sobre a necessidade e a importância de levar os estudantes a compreenderem, de maneira mais profunda, os elementos que constituem e estão envolvidos no conceito de função, e as diferentes formas de como essa análise de uma função pode ser realizada.

Dialética de validação: no desenvolvimento dessa etapa, pretendia-se que os sujeitos (professores em formação) apresentassem suas estratégias para todo o grupo (interação com o

métier), utilizando de conhecimentos pragmáticos desenvolvimentos, assim como epistêmicos prévios, como embasamento. Alves (2016) destaca que situações de validação são caracterizadas pelo momento em que o aluno “emprega mecanismos explícitos de prova e demonstração, o caráter da verdade e eliminação de possíveis incoerências e incongruências de argumentos empregados”.

A realização/exposição dos itens (c) e (d) pretendia corroborar com a dialética de validação e da construção de um processo reflexivo, uma vez que propunha, a análise sobre os dados necessários/utilizados para a construção da representação gráfica da função e sobre outras possíveis formas de representação para a mesma função, nesse caso: a noção de variável independente e dependente, domínio e imagem, aplicação da função; e a representação por diagramas de setas, seriam respostas possíveis para os dois itens, respectivamente.

Dialética de institucionalização: nesse momento do desenvolvimento da situação didática profissional, pretendia-se, embasando-se nas estratégias escolhidas pelos professores, promover reflexões sobre a relação existente entre as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau. Objetivava-se que ao final dessa situação, os sujeitos envolvidos na pesquisa fossem capazes de compreender as possibilidades de construção e compreensão das representações de funções, especialmente a algébrica e o significado de seus termos, discutida nessa situação.

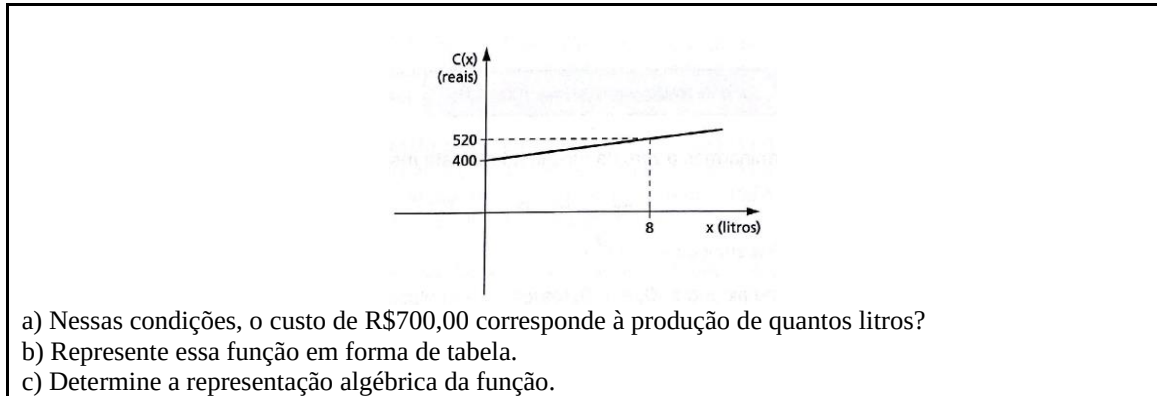
O planejamento dessa situação didática profissional se deu por identificar como sendo um obstáculo profissional do professor de matemática, a capacidade de desenvolver uma postura de ensino que favoreça a compreensão da transposição que pode ser realizada entre as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau. Portanto, esperava-se que por meio de sua realização, os professores pudessem refletir sobre as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau, como essas podem ser construídas, as características e as análises susceptíveis, a partir de cada uma.

4.2.4. Situação Didática Profissional IV

A construção do problema utilizado na situação didática profissional descrita abaixo se baseia na obra de Iezzi (2013) e tem como objetivo compreender a relação entre a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau com outras formas de representação da mesma função. A realização dessa situação ocorreu no segundo encontro formativo.

Quadro 12 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional IV (SDP IV).

O custo C de produção de x litros de uma certa substância é dado por uma função linear de x , com $x \geq 0$, cujo gráfico está representado abaixo.



Fonte: Iezzi (2013, p.107) adaptada.

Dialética de ação: nessa etapa da realização da situação didática profissional era esperado, que ao ser apresentado o problema aos professores, eles se inteirassem com os dados, através da leitura, compreensão e selecionando possíveis métodos e posturas atitudinais que permitissem a resolução do desafio. Almouloud (2016) destaca no contexto da Teoria das Situações Didáticas que o “aluno pode ser colocado em “situação de ação” com relação a um problema ou uma tarefa, sem, no entanto, ter que explicar ou se perguntar sobre o significado de suas ações”.

O item (a) propõe aos sujeitos que realizassem uma perspectiva de um determinado custo (no caso, R\$700,00), utilizando dados apresentados no gráfico. Para realizar tal projeção, seria necessário, porém, que os dados provenientes do gráfico fossem organizados, para que em seguida, houvesse a compreensão da relação funcional entre as grandezas, nesse caso, a quantidade de litros produzidos de determinada substância e o valor de custo dessa produção. Perspectivava-se que alguns professores conseguissem resolver o item proposto apenas através de cálculos aritméticos, no entanto, acreditava-se que, em sua maioria, os sujeitos optariam por iniciar sua resolução dos outros itens, que propõe a construção da representação em tabela e algébrica, respectivamente.

Uma possível forma de resolução seria a seguinte: inicialmente os professores deveriam identificar que o valor zero no domínio (0 litro), representa o valor 400 no contradomínio (R\$400,00), assim como o valor oito no domínio (8 litros) se relacionava com o valor 520 no contradomínio (R\$520,00). Em seguida, seria necessária a compreensão de que a variação de 8 no domínio acarreta a variação de 120 no contradomínio. Assim, deduzindo que a taxa de variação é de R\$15,00 a cada litro produzido. E, dessa forma, concluir que o custo de R\$700,00 é advindo da produção de 20 litros da substância.

Dialética de formulação: como citado, os itens (b) e (c) exigiam dos professores sujeitos da pesquisa, a construção de duas representações para a função apresentada na forma gráfica: a

representação em tabela e a representação algébrica, respectivamente. Desse modo, diante da dialética de formulação, era esperado que os sujeitos compartilhassem, entre seus pares, sugestões de resolução/posicionamento diante do problema. Era possível que o formador (pesquisador) promovesse intervenções com vistas a direcionar a reflexão dos professores sobre a análise/construção de suas estratégias. Exemplos desses questionamentos podem ser: como identificar os coeficientes angular e linear na representação gráfica? Qual a relação desses parâmetros com o conceito de domínio e imagem?

Dialética de validação: nessa etapa, projetava-se que os sujeitos participantes da pesquisa realizassem a exposição, em linguagem adequada, da resolução do problema proposto. Era esperada a participação de todos os professores. Perspectivava-se que posterior ao desenvolvimento da situação, os professores apresentassem a representação em forma de tabela e a representação algébrica proveniente dos dados do gráfico. Esperava-se que fossem apresentadas representações com particularidades. Duas das representações algébricas poderiam ser:

$$c(x) = 15x + 400 \text{ ou ainda } y = 15x + 400$$

Dialética de institucionalização: nessa etapa, o formador (nesse caso o pesquisador) de posse dos resultados provenientes das discussões dos professores, deve propor uma reflexão geral sobre o ensino das representações de uma função polinomial do 1º grau. Nesse contexto, as reflexões deveriam orientar a criação/consolidação de conhecimentos pragmáticos que influenciariam na prática profissional dos sujeitos participantes da pesquisa, conforme afirma Almouloud (2016), quando discute que em situação de institucionalização se caracteriza pelo momento em que o “aluno deve se apropriar em termos de conhecimentos/saberes que futuramente podem ser usados na resolução de novos problemas”.

Ao final da realização dessa situação didática profissional esperava-se que os professores fossem capazes de compreender a relação existente entre os eixos do plano cartesiano (na representação gráfica) e as grandezas envolvidas na função polinomial do 1º grau (relação de dependência e independência).

Ao considerar a necessidade de estabelecer uma postura de ensino que privilegie as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau, como sendo um problema, como sendo um obstáculo profissional do professor de matemática. De forma geral, era esperado que os professores, juntamente com o formador, pudessem refletir sobre a necessidade de compreender as relações biunívocas entre as representações de uma função, em detrimento de apenas representações isoladas.

4.2.5. Situação Didática Profissional V

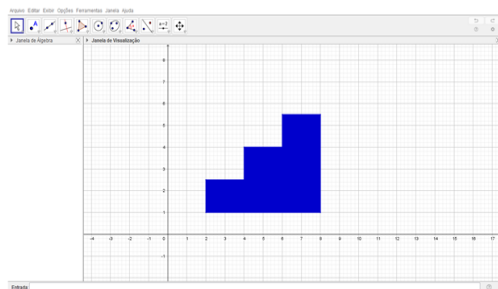
A Situação Didática Profissional V, descrita neste tópico, foi organizada a partir de um possível obstáculo profissional do professor de matemática, no campo da álgebra, especialmente no ensino de funções polinomiais do 1º grau: adotar uma abordagem de ensino que beneficie a compreensão da construção da representação gráfica da função polinomial do 1º grau e a relação com sua representação algébrica.

Desse modo, a SDP V tinha como objetivo favorecer a análise da relação entre as representações gráfica e algébrica de uma função polinomial do 1º grau, e a construção/reorganização de conceitos pragmáticos no ensino do assunto, ou seja, conhecimentos que permitam ao professor orientar a realização de sua prática profissional de maneira competente (ação eficaz).

O quadro 13 abaixo, apresenta o problema utilizado na SDP V, que considerou o subsídio do *software* Geogebra para sua construção e realização. Para isso, no caso do que foi planejado neste estudo, havia a necessidade de disponibilizar aos sujeitos da pesquisa um arquivo do Geogebra com uma construção pré-realizada pelo formador, com base nos objetivos pretendidos. É importante ressaltar, que no contexto da SDP, o foco da resolução não se detém ao conteúdo matemático propriamente dito, mas também, uma reflexão sobre o ensino, por meio dos conhecimentos e ações exigidos pela situação proposta. Essa SDP foi realizada no terceiro encontro formativo.

Quadro 13 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional V (SDP V).

No Geogebra (arquivo disponibilizado) está representada uma escada, conforme mostra a figura abaixo. Utilizando os recursos disponíveis no *software* Geogebra e os conhecimentos matemáticos, calcule o que se pede.



- Encontre as alturas e as profundidades dos degraus.
- Determine a distância entre as extremidades superiores dos degraus da escada.
- Estabeleça, algebricamente, uma relação entre os pontos que marcam as extremidades dos degraus e, em seguida, comprove por meio das ferramentas do Geogebra.
- Determine a inclinação dos degraus em relação ao solo (base da escada).
- Comprove algebricamente e, em seguida, utilizando as ferramentas do *software* Geogebra, que os pontos que marcam as extremidades dos degraus estão alinhados.
- Proponha uma generalização para a ideia do item anterior.

Fonte: elaboração autoral (2022).

Dialética de ação: nessa etapa de resolução do problema, o professor, ao mostrar-se envolvido com sua resolução, poderia optar por diversos procedimentos. No entanto, perspectivou-se algumas possibilidades de solução para o problema, assim como possíveis reflexões e potencialidades para a construção de conceitos pragmáticos (conceitos organizadores da ação), que poderiam surgir por meio dessas reflexões.

No item (a) proposto no problema, o professor em formação, necessitava encontrar a altura e a profundidade dos degraus. Para isso, poderia utilizar o recurso “Distância, comprimento ou perímetro” do Geogebra, ou ainda seria possível usar as ferramentas “ponto” e “segmento”, traçando-se pontos nas extremidades dos degraus, e em seguida, construindo segmentos de retas, observando na janela de álgebra do *software* Geogebra, os valores que indicavam a altura e a profundidade dos degraus.

Para determinar a distância entre as extremidades superiores dos degraus (solução do item (b)), o professor poderia utilizar procedimentos semelhantes ao do item anterior. Caso tenha optado por traçar pontos nas extremidades dos degraus, para os cálculos da altura e da profundidade, seria possível novamente utilizar a ferramenta “segmento”, ligando os pontos e encontrando a distância.

Caso o professor não tivesse seguido esse caminho, seria possível ainda solucionar o item (b) por meio da aplicação do Teorema de Pitágoras e os dados obtidos no item (a). Ao deparar-se com essa condição seria possível ao professor refletir sobre a necessidade de conhecer seu aluno e os seus conhecimentos prévios, pois ao propor um problema como o exemplo deste, alguns conhecimentos previamente construídos são necessários. Isso vale para o ensino de álgebra, assim como para a maioria dos demais conteúdos matemáticos.

O item (c) do problema, orientava para a construção de uma representação algébrica que estabelecesse uma relação entre as extremidades superiores dos três degraus. Seria possível ao professor, analisar inicialmente as coordenadas dos pontos que marcavam as extremidades dos degraus. Uma dessas análises poderia culminar na ideia de que “a cada 2 unidades de variação no eixo das abscissas (x), acarreta uma variação de 1,5 no eixo das ordenadas (y)”. Com isso, seria possível associar que a variação no eixo “x” corresponde à profundidade dos degraus, bem como a variação no eixo “y” corresponde à altura. Estabelecendo-se a noção de dependência entre as grandezas envolvidas na situação (percebendo que a altura dos degraus depende das profundidades).

Era esperado que os professores já identificassem a relação de funcionalidade entre os pontos e conseguissem representar, de forma algébrica, a função que representava a construção

dos pontos que marcavam as extremidades superiores dos degraus, comprovando por meio do Geogebra, com a ferramenta “reta” e os dados algébricos associados à janela de álgebra do *software*. Por meio desse item, o professor poderia refletir sobre alguns pontos, que podem promover mudanças/reorganizações de posturas atitudinais em sua prática: a necessidade de definir o domínio e a imagem de uma função, construindo-as de materiais exemplificada; a possibilidade de analisar a noção de domínio e imagem por meio do estudo das variáveis; a capacidade de verificar a relação de dependência entre as variáveis, de forma prática.

Para resolver o item (d), o professor poderia utilizar-se da ferramenta “ângulo”, no *software* Geogebra, uma vez que o item esperava que fosse determinado a inclinação da reta (inclinação dos degraus) em relação ao solo (eixo x). Era possível, ainda, utilizar os parâmetros constituintes da representação algébrica da função (desenvolvida no item anterior).

Dialética de formulação: por se tratar de uma situação que propõe maior dinamismo, era esperado que a dialética de formulação ocorresse simultaneamente com outros momentos. Após a relação dos itens descritos, era possível ao mediador da aplicação da SDP, orientar as reflexões dos professores, por meio de variáveis didáticas, como: qual a representatividade do coeficiente angular da função? O que esse parâmetro representa em graus (em relação à trigonometria)? Como é possível estabelecer a inclinação da reta por meio do coeficiente angular?

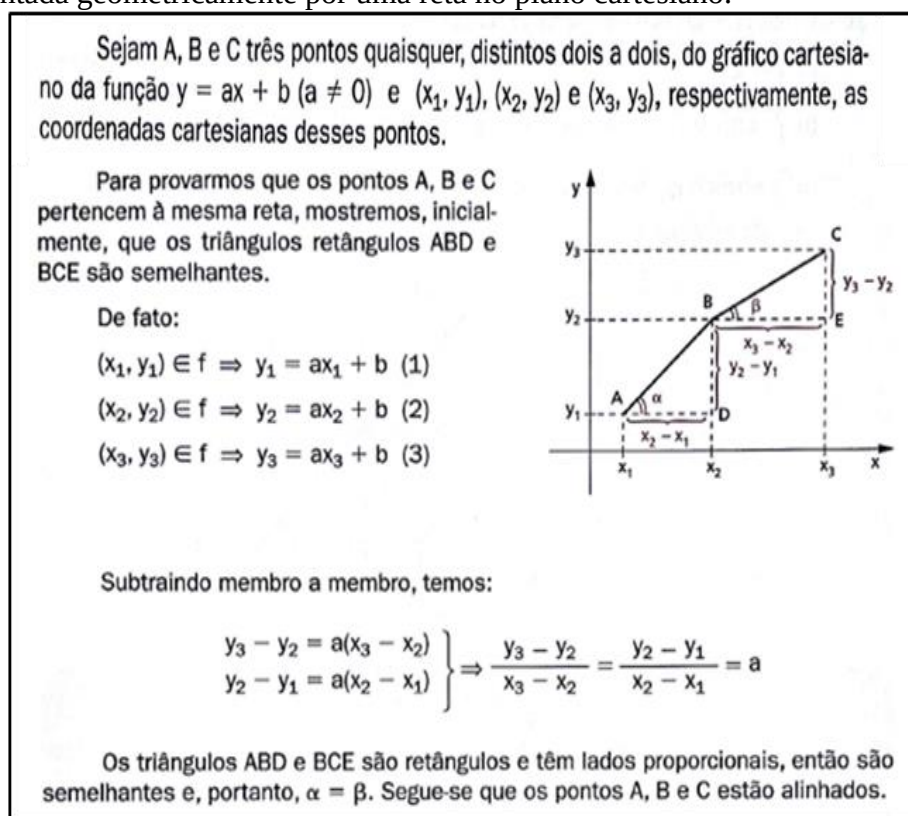
Ao final desses itens, o professor poderia, entre outros aspectos, refletir sobre os seguintes pontos que poderiam influenciar seu posicionamento em sala de aula, no que compete ao ensino: a possibilidade de estabelecer relação entre os diversos conhecimentos matemáticos (neste exemplo - aspectos da trigonometria que permitem melhor compreensão sobre os parâmetros da função polinomial do 1º grau); e a necessidade de aprofundar e dar significado aos conteúdos matemáticos.

Dialética de validação: o item (e) propunha que se comprovasse que os pontos das extremidades dos degraus estão alinhados. Para estimular a reflexão do professor em formação, o formador, possivelmente questionaria: “o que significa dizer que os pontos estão alinhados?”. Para resolver o item, o professor poderia se utilizar da forma representacional algébrica da função do 1º grau, e os dados determinados nos itens anteriores, realizando substituição dos parâmetros e igualando os pontos (uma vez que se os pontos estão alinhados, terão o coeficiente angular como termo em comum).

O último item do problema (item (f)), propunha uma generalização para a ideia construída no item anterior. Em resumo, sugeria o desenvolvimento da demonstração do teorema: “o gráfico cartesiano da função $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) é uma reta”. A ideia para a

resolução do item era semelhante à desenvolvida para comprovar o alinhamento dos pontos (no item (e)). A figura 16, abaixo, apresenta uma possível demonstração do teorema, proposta por Iezzi (2013).

Figura 16 – Demonstração proposta para o Teorema: toda função polinomial do 1º grau pode ser representada geometricamente por uma reta no plano cartesiano.



Fonte: Iezzi (2013, p.100-101).

Ao final deste item, o professor poderia refletir sobre a importância de apresentar uma generalização para os conceitos e ideias matemáticas, apresentando significado para cada uma delas, assim como a necessidade de organização do conteúdo matemático de forma a facilitar a sua compreensão e seu ensino.

Dialética de institucionalização: nessa etapa era esperado que o formador, de posse do que possivelmente seria desenvolvido pelos professores em formação, propusesse uma formalização da ideia envolvida da situação proposta. Nesse caso, a institucionalização poderia favorecer a reflexão e a potencialidade formativa da SDP, ao resgatar obstáculos didáticos e epistemológicos no ensino, discutindo possibilidades de superação.

4.2.6. Situação Didática Profissional VI

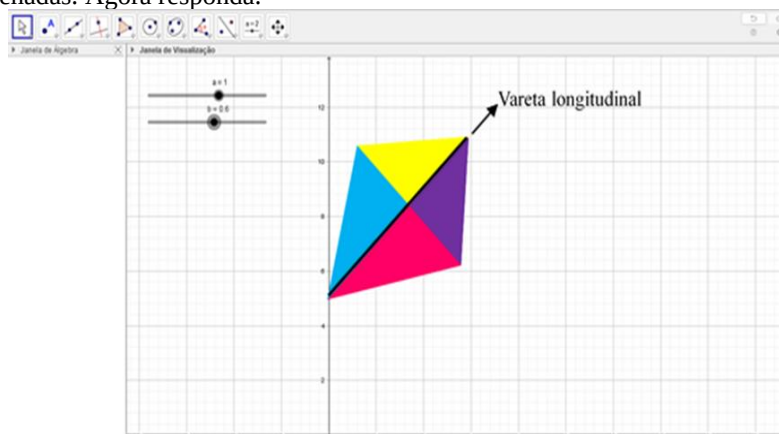
A Situação Didática Profissional VI foi organizada por considerar como um obstáculo profissional do professor de matemática, no contexto do ensino das funções polinomiais do 1º grau, o seguinte: estabelecer uma postura de ensino que favoreça relacionar os elementos constituintes de uma função polinomial do 1º grau, especialmente nas representações algébrica e gráfica.

Dessa forma, o problema utilizado na SDP VI (apresentada no quadro 14, abaixo), tinha como objetivo favorecer a reflexão sobre a relação existente entre as representações algébrica e gráfica de uma função polinomial do 1º grau, e os parâmetros constitutivos dessas representações, principalmente no que diz respeito à construção de conceitos organizadores da ação (conceitos pragmáticos do professor de matemática).

Para a realização desta SDP utilizou-se o subsídio do *software* Geogebra, por permitir melhor verificação das representações da função polinomial do 1º grau, através das janelas de álgebra e visualização, fornecidas pelo *software*, o que poderia favorecer maior potencialidade para a situação, de maneira particular, reflexões sobre o ensino. Era necessário, portanto, que o formador (mediador da SDP) fornecesse o arquivo com a construção da questão no Geogebra (quadro 14) aos sujeitos, conforme objetivo pretendido.

Quadro 14 – Problema utilizado na Situação Didática Profissional VI (SDP VI).

O voo de uma pipa sofre influência de fatores como o vento, a estrutura das varetas e o material escolhido para sua construção, por exemplo. No Geogebra (arquivo disponibilizado) há a representação de uma pipa. Os controles deslizantes (também disponíveis no arquivo) apresentam movimentações da pipa em relação aos eixos das abcissas e ordenadas. Agora responda:



- Movimente os controles deslizantes e descreva o que ocorre com a pipa em relação aos eixos.
- Determine pelo menos 2 pontos que pertençam à vareta longitudinal da pipa.
- Que função pode ser determinada a partir desses pontos? Determine de maneira algébrica e, em seguida, comprove por meio do Geogebra.
- Volte a movimentar os controles deslizantes. Que relação pode ser estabelecida entre o movimento da pipa e os dados da representação algébrica da função desenvolvida no item c)?
- Como pode-se resumir a influência desses parâmetros da representação algébrica da função, na representação algébrica?

f) Considerando os parâmetros da representação algébrica da função polinomial do 1º grau ($y = ax + b$) e parâmetros que influenciam o voo de uma pipa (estrutura e material; altura da pipa; velocidade do vento; posição da pipa em relação ao vento), faça uma relação entre eles, conforme os dados do problema.

Fonte: elaboração autoral (2022).

Dialética de ação: iniciando a resolução do problema, o item (a) propunha que o professor movimentasse os controles deslizantes que estavam disponíveis no arquivo do Geogebra disponibilizado pelo formador, e descrevesse o movimento que ocorria com a pipa (dados do problema). Era esperado que o professor discorresse que o controle deslizante “a” movimentava a pipa em torno do eixo das abscissas, e que o controle deslizante “b” fazia com que a pipa se movimente horizontalmente (eixo das ordenadas).

Para a resolução do item (b) proposto no problema, o professor poderia utilizar a ferramenta “ponto” para marcar quaisquer pontos na vareta longitudinal da pipa, conforme mostrado no quadro 14 e, com isso, o item seria resolvido. Ao associar a demarcação dos pontos à função polinomial do 1º grau e os movimentos promovidos por meios dos controles deslizantes na pipa, seria possível que o professor pudesse refletir sobre a necessidade de oferecer aos estudantes a oportunidade de visualização dos movimentos realizados pela função e a sua relação com os parâmetros da sua representação algébrica.

Ao debruçar-se sobre o item (c), o professor poderia recorrer a quaisquer pontos pertencentes à vareta longitudinal da pipa, onde possivelmente desenvolveria uma relação algébrica (função polinomial do 1º grau) entre eles, que seria comprovado por meio do *software* Geogebra. Antes do desenvolvimento dessa representação, era possível analisar, por meio das coordenadas dos pontos, as variações que ocorrem no domínio e na imagem da função. Diante da resolução deste item, o professor poderia refletir sobre o seguinte aspecto do ensino das funções polinomiais do 1º grau: é possível deixar claro para os estudantes que qualquer ponto pertencente à reta, dispõe das mesmas propriedades (adequa-se à função).

O item (d) do problema sugeria ao professor que voltasse a movimentar os controles deslizantes “a” e “b” apresentados no arquivo do *software* Geogebra, e relacionasse com os parâmetros da representação algébrica desenvolvida do item anterior. Era esperado que o professor relacionasse o movimento da pipa aos parâmetros de coeficiente angular e linear, representados na forma algébrica pelos coeficientes da variável “x” e o coeficiente independente, respectivamente.

Dialética de formulação: era esperado que os professores interagissem com seu *métier* durante todo o processo de realização do problema. A resolução do item (e), estava diretamente relacionada com o item (d), pois sugeria ao professor que construísse uma ideia resumida sobre

a influência dos parâmetros da representação algébrica (coeficiente angular e linear) sob a representação gráfica. O professor poderia discorrer que o coeficiente angular define a inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas (eixo x) e que o coeficiente linear define a posição da reta em relação ao eixo das ordenadas (eixo y). Resolvendo esse item, o professor poderia refletir sobre a importância da utilização da linguagem algébrica intercalando-as com outras representações e/ou com verificações/visualizações daquilo que a abstração corresponde.

Dialética de validação: o item (f), sugeria ao professor em formação que relacionasse os parâmetros da representação algébrica da função polinomial do 1º grau, com os parâmetros que podem influenciar o voo de uma pipa. Era esperado que o professor realizasse a seguinte associação: a velocidade do vento pode ser representado pela variável independente, pois é justamente esse fator aquele do qual o voo da pipa depende diretamente; a posição da pipa em relação ao vento pode ser associado ao coeficiente angular, pois está diretamente ligado à velocidade do vento; a estrutura e o material utilizado na construção da pipa pode ser representado pelo coeficiente linear, pois é constante, não dependente da velocidade do vento; por fim, a altura da pipa em voo pode ser associada à variável dependente, pois varia (e depende diretamente) dos demais parâmetros estabelecidos. Ao resolver esse item, os professores podem refletir sobre a importância de aprofundar os conceitos matemáticos, assim como relacioná-los com a realidade.

Dialética de institucionalização: por meio da realização da SDP VI, descrita neste tópico, era possível ainda ao professor, dentre os fatores já salientados, refletir sobre alguns aspectos sobre sua prática, a exemplos dos seguintes: a importância da contextualização do ensino, com vistas a favorecer um maior significado para o estudante; a necessidade de organização de uma transposição do ensino, de modo a privilegiar uma construção progressiva do conhecimento matemático; e as possibilidades que as ferramentas tecnológicas podem oferecer ao ensino de matemática. Reflexões como as descritas, poderiam ser, a depender do desenrolar da situação, orientadoras das discussões da etapa de institucionalização, resgatando também obstáculos no ensino de matemática, em especial no ensino de álgebra.

5. EXPERIMENTAÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se o lócus de investigação desta pesquisa, bem como dos sujeitos que compuseram o público-alvo deste estudo, situando geograficamente o local escolhido, temporalmente, apresentando o cronograma conforme foi realizado o ciclo formativo, e metodologicamente, destacando alguns instrumentos utilizados na coleta de dados. Apresenta-se, também, os dados coletados na entrevista semiestruturada e descrição da experimentação das seis situações didáticas profissionais, realizadas com os sujeitos.

5.1. Lócus e instrumentos de investigação

A realização deste estudo teve como instituição parceira a Secretaria Municipal de Educação da cidade de Pires Ferreira, estado do Ceará. O referido município localiza-se no noroeste do estado, e se distancia cerca de trezentos e três quilômetros (303km) da capital, Fortaleza.

Para a realização da investigação desenvolvida no contexto desta pesquisa, propôs-se, inicialmente, o desenvolvimento de um momento introdutório para a apresentação da proposta do estudo, assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE (Apêndice C) e realização de levantamento do perfil dos sujeitos, através de um questionário (Apêndice A).

Posteriormente, num segundo momento, realizou-se uma entrevista semiestruturada, com o objetivo de identificar concepções dos professores sobre o conceito de função, das diferentes representações de uma função e de possíveis obstáculos profissionais no ensino do assunto. A entrevista ocorreu à distância, por meio do recurso de vídeochamadas Google Meet, utilizando-se para a coleta dos dados, a ferramenta de gravação da chamada.

Foram realizados também três encontros formativos, com a finalidade de vivenciar Situações Didáticas Profissionais aplicadas sob o viés da Teoria das Situações Didáticas, tendo as funções polinomiais do 1º grau como objeto matemático. Os quadros a seguir apresentam o inventário dos instrumentos de coleta de dados, bem como seus respectivos propósitos e o cronograma de realização da etapa de experimentação da pesquisa.

Quadro 15 - Inventário dos instrumentos de coleta de dados.

Instrumento de coleta de dados	Propósito de aplicação na pesquisa
Questionário	Levantamento do perfil demográficos dos sujeitos – informações relativas à sua caracterização pessoal, formação acadêmica e atuação profissional.

Entrevista semiestruturada	Identificação de concepções habituais de ensino relativos a caracterização do conceito de função e as representações de uma função polinomial do 1º grau.
Situações Didáticas Profissionais	Identificação de conceitos organizadores da ação eficaz (conceitos pragmáticos).
Relatório de <i>debriefing</i>	Verificação dos registros referentes à autoanálise do trabalho a partir da vivência de cada situação didática profissional proposta.

Fonte: elaboração autoral (2022).

Quadro 16 – Descrição do cronograma de realização do projeto.

ENCONTRO	PERÍODO	
	DATA	TEMPO
Apresentação da proposta de pesquisa /Assinatura do TCLE / Resposta do Questionário de levantamento de perfil demográfico	11/07/2022	60 min
Entrevista semiestruturada para levantamento da concepção dos sujeitos sobre o conceito de função, as diferentes representações de uma função e possíveis obstáculos profissionais no ensino do conteúdo	19/07/2022	30 min
Encontro sobre a temática: Conceito de Função/Definição de função polinomial do 1º grau	22/07/2022	180 min
Encontro sobre a temática: as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau /A construção gráfica de uma função polinomial do 1º grau	26/07/2022	180 min
Encontro sobre a temática: a relação algébrica e gráfica de uma função polinomial do 1º grau	28/07/2022	180 min

Fonte: elaboração autoral (2022).

A realização do encontro introdutório e dos três encontros formativos ocorrem nas dependências da Escola Municipal de Ensino Fundamental Maria Madalena Lira Passos, vinculada à Secretaria Municipal de Educação de Pires Ferreira, Ceará. As datas apresentadas no quadro acima, foram definidas conforme disponibilidades dos sujeitos da pesquisa. Todos os momentos ocorreram no horário vespertino, com início sempre às 14 horas.

5.2. Sujeitos da pesquisa e procedimentos metodológicos

Para a constituição do público-alvo deste estudo, contou-se com quatro professores de Matemática em atuação no 9º ano dos anos finais do Ensino Fundamental, ou seja, docentes da área de Matemática das duas escolas municipais, vinculadas à Secretaria Municipal de Educação de Pires Ferreira - Ceará, que atendem esse público. Sendo esse o critério de escolha dos sujeitos.

Para a realização da experimentação do presente estudo, contou-se com alguns instrumentos de coleta de dados, que corroboraram com a metodologia da Engenharia Didática, escolhida para orientar esta pesquisa. Dentre essas ferramentas, optou-se pela realização, em primeiro momento, de um questionário que teve por objetivo a construção do perfil demográfico dos sujeitos participantes do estudo (Apêndice A).

A partir dos dados obtidos com a aplicação do questionário, pôde-se saber que os sujeitos da pesquisa estão em faixa etária que varia de 27 a 42 anos de idade, todos do sexo masculino. Os professores participantes têm formação em Licenciatura em Matemática. Dois deles têm outras formações acadêmicas: um em Licenciatura em Biologia e outro em Licenciatura em História.

Quanto ao nível de especialização dos sujeitos, dois deles têm cursos de pós-graduação *lato sensu* na área de Matemática e/ou Ciências da Natureza, e os outros dois não têm nenhuma especialização. Detém-se sobre o tempo em que os professores atuam como professor de matemática, três deles têm experiência de 05 a 10 anos de atuação, enquanto outro tem mais de 15 anos de docência no ensino de matemática. Destaca-se, ainda, a partir da realização do questionário, que todos os sujeitos destinaram a maior parte de sua atuação profissional nos anos finais do Ensino Fundamental.

Realizou-se, assim, uma entrevista semiestruturada (Apêndice B), que objetivava o levantamento de concepções dos professores acerca do conceito de função, as diferentes formas de representação de uma função e de possíveis obstáculos profissionais no ensino do assunto. O instrumento contou apenas com questões de cunho subjetivo e sua aplicação se deu a distância, por meio da ferramenta de videoconferência Google Meet, e utilizando como registro, a gravação da chamada.

Os sujeitos da pesquisa também participaram de três encontros formativos, onde foram colocados frente a situações didáticas profissionais, relacionadas aos conceitos e às diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau, planejados pela perspectiva da Situação Didática Profissional, e aplicadas considerando as etapas da Teoria das Situações Didáticas. Para os registros e com vistas a embasar a análise *a posteriori* e validação dessas situações,

realizou-se registros fotográficos, gravação (em áudio e vídeo) dos encontros e registros escritos realizados pelos sujeitos (resolução das situações e demais anotações).

Ao final de cada encontro formativo, os professores participantes da pesquisa construíram um relatório de *debriefing*, que também serviu de embasamento para as análises *a posteriori* e validação da experimentação realizada, em consonância com que também colaborou com a formação do professor, conforme acredita a Didática Profissional.

5.3. Descrição da Entrevista

Neste tópico foram descritas as respostas dos sujeitos da pesquisa, obtidas a partir da realização da entrevista semiestruturada, que tinha como principal objetivo levantar concepções dos professores acerca do conceito de função, o conceito de função polinomial do 1º grau e sobre as representações de uma função. Esperava-se, também, conhecer concepções habituais de ensino dos sujeitos, tal como identificar, na concepção dos professores, obstáculos no ensino de funções, refletindo analogamente sobre o ensino de álgebra.

A partir deste tópico, optou-se por se referir aos professores participantes pelos seguintes termos: P1, P2, P3 (professores da Escola A) e P4 (professor da Escola B). Pretende-se, com isso, preservar a identidade dos sujeitos, conforme apresentado no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

A entrevista semiestruturada (Apêndice B) foi organizada em três partes, contendo 08 perguntas, no total. A realização da mesma, deu-se por meio da ferramenta de videoconferências, Google Meet. Cada sujeito participou da entrevista de forma individual. Os participantes tiveram acesso às perguntas um dia antes da realização da entrevista. É necessário destacar que foram realizadas as gravações das chamadas com anuência dos professores.

Nos parágrafos a seguir, enunciou-se as respostas dos sujeitos em cada uma das respostas. Estas, por sua vez, foram organizadas de modo que as repostas de todos os professores sobre um mesmo item, fossem apresentadas juntas, com vistas a favorecer a análise e possíveis comparativos entre elas.

No primeiro item, foi perguntado aos professores qual seria a melhor definição, em suas concepções, para o conceito de função. Objetivava-se com esse questionamento, conhecer como os sujeitos compreendem o conceito de função e como o enunciam. As respostas obtidas são apresentadas a seguir:

P1: Para mim, a melhor definição para a ideia de função, é a definição de relação, entre os elementos de um conjunto e de outro. É como se fosse uma relação de causa e consequência.

P2: Seria dois conjuntos, aonde um desses conjuntos, eles teriam um único ser, um único elemento, né? Correspondente lá no segundo elemento. Um exemplo bem

simples que a gente poderia tá fazendo seria o 1 ligado no 2, o 2 estaria ligado no 4 e o 3 ligado no 6. Isso seria, tipo, um exemplo de uma função.

P3: Eu vejo, até dei uma olhada também, que é uma relação, pelo menos, simplificando, seria uma relação entre duas variáveis, onde o valor numérico estaria variando em função do outro.

P4: Eu acho que função é a relação entre conjuntos, né? Dois conjuntos, no caso. Tem o domínio e o contradomínio, e que obrigatoriamente, né? Segundo a lei de formação, cada conjunto do domínio, tem que ter um elemento correspondente, um único até, no contradomínio. No caso, o conjunto final lá.

O segundo questionamento relacionava-se com as representações de uma função. Perguntava aos professores, de que forma eles costumavam representar uma função, de maneira especial, no contexto da sala de aula. As transcrições das falas dos sujeitos mediante a segunda pergunta, estão a seguir:

P1: A representação da função no 9º ano, a gente vê dentro do plano cartesiano, né? Mas quando eu apresento a eles, eu tento apresentar de uma maneira muito semelhante à equação.

P2: A gente aplica através de um exemplo, porque fica mais fácil do aluno ter essa percepção da questão da função, e acredito, através [...] de utilizar a representação de uma função para explicar o que seria essa função. Uma maneira bem simples seria uma tabela, e representando a função.

P3: Eu não tenho conhecimento, deve existir né? Jogos, algum material concreto que a gente possa facilitar o aprendizado dos meninos. Porém, o que eu utilizo é essa questão do quadro, deixando a entender o verdadeiro sentido da função [...]. E também, dizendo que seria uma representação algébrica, onde a gente aplicaria valores nas letras que são apresentadas lá.

P4: Eu utilizaria, primeiramente, é claro, a lei de formação, para mostrar. Mas eu acho que o principal, eu acho que seria uma situação bem prática [...] iniciar a aula tentando dissociar aquela ideia de que a álgebra é muito mecânica e pouco prática.

Detendo-se sobre o item três, as respostas dos professores estão transcritas abaixo. Nesse item, os sujeitos foram indagados sobre as possibilidades de representação uma função, de maneira geral. Objetivava-se identificar quais as representações de uma função os sujeitos conheciam.

P1: [...] tem a tabela, que é uma das mais comuns. Tem a função, que eles aplicam o número e encontram o resultado. Tem o plano cartesiano, e a equação do 2º grau, de maneira geral. E não sei se tem outras formas, mas deve ter. Eu não sei se essas de conjuntos vale [...]. Eu acho a da tabela melhor, tão simples, mais fácil de apresentar.

P2: Aquela bem clássica, né? Que tem o diagrama, aonde a gente faz uma setinha de um elemento para o segundo elemento, que a gente usa bastante [...] ao invés da gente usar só a tabela né? A gente pode tá representando também pelo diagrama.

P3: Eu compreendo que seja a forma algébrica e a gráfica [...] onde a gráfica é produzida pela algébrica e vice-versa.

P4: Eu acho que a maneira que a gente mais ver, na hora que a gente lembra de função, a gente lembra logo dos diagramas. Coloca dois diagramas aqui e faz aquelas setinhas [...] mas em casos mais gerais, eu posso utilizar aquela linguagem do $f(x)$ ou utilizar a letra y , e relacionar as variáveis, no caso.

A quarta pergunta delimitava-se especialmente sobre o conceito de função polinomial do 1º grau, na qual indagava aos professores, como estes conceituariam esse tipo de função. Organizou-se as transcrições das falas dos sujeitos, de modo que se apresentam a seguir.

P1: Na função do 1º grau a gente tem um coeficiente para um número x e um termo independente. Então, se a gente for colocar dentro da fórmula, eu vou ter um número acompanhado de x , e um outro número qualquer. Então, ela para mim fica muito semelhante à equação, mas ainda continua sendo uma expressão algébrica.

P2: Em termos matemáticos, né? A gente sabe que uma função polinomial ela é dada por $ax + b = 0$, onde esse zero pode ser, tipo a equação do y , a função do y [...]. Em relação ao grau, né? Da função polinomial do 1º grau, é definida pelo expoente que acompanha o termo x , que seria o ax , né? Então, ali o termo x estaria elevado a 1, e ele é definido então como uma equação do 1º grau.

P3: No livro a gente traz que uma função do 1º grau ela se apresenta [...] é a $f(x) = ax + b$, mas a gente deve apresentar para o aluno porque ela é de 1º grau né? Sempre que fala que é do 1º grau é porque o expoente da variável é 1.

P4: Seria uma função que tem uma lei de formação, um polinômio. No caso, a lei de formação seria um polinômio de grau 1.

Na quinta pergunta, indagou-se aos professores quais seriam as possibilidades de representação de uma função polinomial do 1º grau. Objetivava-se, com essa pergunta, identificar quais as formas representacionais de uma função polinomial do 1º grau, são conhecidas pelos professores. As transcrições de suas respostas estão apresentadas a seguir.

P1: A gente pode representar por meio do diagrama, da tabela e do plano cartesiano.

P2: A gente pode estar representando, através da tabela, que é até um dos métodos de resolução dela né?

P3: No caso aí, seria a gráfica e a algébrica, seria no plano cartesiano né? Onde o gráfico é uma reta.

P4: Dependendo do caso, você pode representar com o diagrama, no caso específico da de grau 1 [...] poderia utilizar o $f(x)$ ou $ax+b$, onde o “ a ” e o “ b ” são números reais, e nesse caso, o “ a ” não pode ser zero. E aí eu poderia usar isso. Só que [...] função a gente pode utilizar de tantas formas [...] situações que vai desde o cálculo do salário, utilizando variáveis, até coisas bem mais complexas, como o plano cartesiano.

A partir da sexta questão da entrevista, delimitou-se sobre questões relacionadas à prática dos professores. Neste item, questionou-se aos sujeitos, se eles consideravam o assunto de função (discutindo a álgebra, de maneira mais abrangente), um conteúdo de difícil compreensão para os estudantes, e quais as maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos. As respostas obtidas foram organizadas e estão dispostas abaixo.

P1: Sim, eu considero que realmente é um conteúdo de difícil compreensão deles. A álgebra como um todo, porque gira muito em torno [...] de uma variável, e eles entenderem que essa variável vai estar sendo representada por uma letra [...] isso mexe um pouco. [...] Aí a gente tem que aprender com eles, a separar as coisas dentro de caixinhas. Então, eu acho que essa ideia de um número que deve ser descoberto, deve ser mais bem trabalhada.

P2: Quando a gente envolve letras junto com número, para o aluno, ele sente essa dificuldade, pois é algo tipo: o que essas letras estão fazendo ali? [...]. Eles ainda não têm o entendimento de que ali elas estão só como uma representação. [...] Infelizmente, não tem outra maneira da gente estar tentando representar elas, se não for através dessas letras ou usar símbolos que utilize essas incógnitas, né? Para o aluno é muito difícil ainda, ele não consegue compreender, entender a necessidade das letras estarem ali junto com os números. [...]. É muito complicado por causa dos termos, tipo “aquele portal que abre”, passa para o outro lado, é..., vai positivo, vai negativo, vai com operação contrária. Isso ali ainda custa muito entrar na cabeça do aluno.

P3: Eu acho que seria um conteúdo onde os alunos encontram dificuldades né? E aí quando você parte pra essa questão de expressão algébrica [...]. Tanto na aplicação de jogos de sinais, por exemplo, é..., como na interpretação de situações-problema, ou

seja, interpretar o que é o dobro, o que é o triplo, onde a variável entra, onde que ela não entra. Então, eu acho, que essa parte é muito difícil sim para a compreensão do aluno.

P4: Eu acho que sim, e o principal é a falta de... os alunos não estão habituados a estudar álgebra. E eles estão habituados a ver a álgebra como um bicho de sete cabeças [...].

Ainda considerando o ensino (prática profissional dos sujeitos) de funções polinomiais do 1º grau, na pergunta sete, foi questionado aos professores, como eles costumam ministrar as aulas sobre o assunto e/ou como consideram ser uma organização de aula, que privilegie o ensino do conteúdo (ou da álgebra de maneira geral). A seguir, foram apresentadas as transcrições das respostas dos participantes.

P1: Eu acho que a primeira aula é não colocar o conceito de cara, é revisar. [...]. Revisão do que eles já sabem sobre a equação do 1º grau. Sobre a ideia de monômio, sobre a ideia de chegar a um resultado a partir de termos que ele não conhece, termos desconhecidos. Aí sim eu vou apresentar para eles como a função do 1º grau estaria sendo feita de verdade [...].

P2: Eu sempre tento repassar para eles bem mais explícito. De inicial, coisa bem mais básicas, tipo: aonde a função ela só tenha o elemento “a”, seja sempre 1; tipo: $ax+b$, onde esse “a” é 1 e o “b” seria qualquer outro valor para facilitar [...]. A gente sempre vai trabalhando no básico para poder depois tá avançando assim o assunto.

P3: É bem simples, mostrando mesmo através do pincel e do quadro, trazendo os alunos no quadro, às vezes.

P4: Eu acho que o que mais traz o aluno para a aula, ou seja, faz com que os alunos se sintam interessados, é que apareça alguma coisa que eles sintam-se participantes daquilo [...]. Uma situação do cotidiano do aluno. Se eu conseguir trazer aquilo ali para a aula, automaticamente o aluno se sente interessado [...]. Então, antes de eu falar de qualquer termo formal, definir qualquer coisa, eu acho que eu tenho que trazer o aluno pra mim [...].

Por fim, no oitavo item, perguntou-se aos professores se eles consideravam existir algum obstáculo no ensino de funções polinomiais do 1º grau, ou na álgebra de maneira geral, e em caso afirmativo, quais seriam esses principais obstáculos. As respostas dos participantes foram organizadas, e transcritas a seguir.

P1: Uma dificuldade como um todo, pros alunos que chegam no 9º ano, para eles aprenderem, é justamente, como é que foi esse processo de ver esse termo que eles não conhecem, essa incógnita, e como é que foi de fato praticado, né? É... para eles ao longo dos anos até chegar no 9º ano. Mas, eu acho, que uma dificuldade seria, por mais que é muito fácil falar que uma função pode ser como uma máquina, como vem no livro didático, sempre a função é apresentada como uma máquina, né? Onde eu coloco um número, vai no processo... e gera um outro número. Só que fico imaginando como levar isso para a realidade do aluno. Isso talvez seja o mais complicado. E não somente levar, mas eles entenderem que na realidade deles, uma função acontece normalmente.

P2: Essa questão é um pouco complicada para o professor [...] porque não tem uma representação na vida, algo vivido para o aluno [...]. Quando a gente fala de um pouco de equação, não tem um exemplo assim... básico, né? Para eles. Então, a questão de representação desse assunto, do lúdico, isso complica um pouco a vida do professor.

P3: Se for pensar na minha prática, eu acho que a falta de... novas metodologias, né? Porque, assim, a gente às vezes fala de falta, que não tem, mas aí, se você for ver no pé da letra, a gente não buscou. Talvez até tivesse, e a gente não buscou. [...]. Um dos obstáculos é relacionado ao tempo, devido à grade curricular, que ela vem no final do

livro [...] e a gente seguia o conteúdo do livro [...]. A falta de subsídio, de ajuda, de mecanismos que pudesse ajudar a dar uma aula melhor sobre o conteúdo.

P4: O principal obstáculo, eu acho que não é nem no meu caso, eu acho que é cultural [...] porque quando a gente separa os eixos da matemática, na hora que perguntar para qualquer aluno, qual o eixo mais difícil, ele vai dizer que é a álgebra [...]. Dá aula de álgebra, em alguns casos, é quebrar barreiras [...]. Essa é a dificuldade. Em toda aula de álgebra, tu tem que inovar de tal forma, que não pode ser um ensino clássico não [...]. A grande dificuldade da gente é encontrar mecanismos de transmitir essa aula de uma forma inovadora e que faça com que o aluno despenda dessa de dizer que a álgebra é difícil [...].

A participação dos sujeitos nas entrevistas se dera de forma muito fluida e natural. As respostas apresentadas pelos professores se assemelham em alguns pontos e diferem em outros. As reflexões provenientes do resultado das entrevistas foram apresentadas no próximo capítulo (capítulo 6), que dispõe das análises *a posteriori* e validação, no tópico 6.1 – Análise da entrevista semiestruturada. Ademais, no tópico seguinte foram descritas a experimentação das seis situações didáticas profissionais, realizadas em três encontros formativos.

5.4. Experimentação das Situações Didáticas Profissionais

Nesta seção, realizou-se a descrição da etapa de experimentação desta pesquisa, que contou com três encontros formativos e o desenvolvimento de seis situações didáticas profissionais (sendo realizadas duas situações em cada um dos encontros). A organização dessas situações embasou-se na Situação Didática Profissional, por meio da identificação de obstáculos profissionais dos professores de matemática e, a partir disso, a construção do plano de ação a ser desenvolvido.

Para a aplicação das situações didáticas profissionais, utilizou-se a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD), considerando as dialéticas de: ação, formulação, validação e institucionalização. É necessário destacar que em virtude do dinamismo da realização das situações, em alguns casos, essas dialéticas ocorrem de forma simultânea e/ou indissociáveis.

Brousseau (1986), no contexto da TSD, discorre sobre a importância de outros aspectos que estão intimamente relacionados com as realizações didáticas. Dentre eles: o contrato didático – um conjunto de comportamentos e/ou regras, pelas quais, a relação professor-aluno (no caso da TSD), é orientada.

Desse modo, anteriormente ao desenvolvimento das situações didáticas profissionais, realizou-se um momento introdutório, onde o contrato didático foi apresentado e discutido com os participantes. Ao final, as regras ficaram acordadas da seguinte forma:

- i. A pesquisadora (ou formadora) apresentaria, sempre de maneira impressa, uma situação didática profissional para os professores. Estes, por sua vez, deveriam fazer

- inicialmente uma leitura e iniciar a resolução de maneira individual, realizando anotações e/ou identificando estratégias de resolução;
- ii. De posse de algum resultado, os professores deveriam comentar/discutir entre si, suas estratégias e/ou conclusões sobre a resolução da situação proposta;
 - iii. A pesquisadora poderia realizar alguma indagação ou comentário durante as discussões, com o intuito de favorecer a reflexão. Os professores deveriam estar atentos e responder a esses questionamentos;
 - iv. Ao final do desenvolvimento de um item ou de toda a situação, um ou mais professores deveriam socializar para os demais participantes, sua resolução, verbalmente ou utilizando o quadro;
 - v. Todos os registros de anotações, grifos e/ou cálculos deveriam ser feitos no material impresso distribuído pela formadora, onde eles seriam sempre recolhidos ao final de cada encontro;
 - vi. No terceiro encontro, os professores deveriam fazer uso de seus próprios *notebooks* para a manipulação de arquivo no *software* Geogebra, que seria previamente enviado a todos os participantes pela formadora. Os sujeitos deveriam, ao final desse encontro, compartilhar os arquivos (com suas manipulações) com a pesquisadora.
 - vii. Ao final de cada situação didática profissional desenvolvida, a formadora entregaria, de forma impressa, um *template* para a construção de um relatório de *debriefing*, onde deveriam expor quais as principais reflexões realizadas por eles, a partir do desenrolar da situação.

Assim, nos próximos tópicos, apresentou-se a experimentação referente a cada uma das situações didáticas, por meio da descrição, dos registros fotográficos e escritos, e das transcrições das falas dos participantes.

5.4.1. Experimentação da SDP I

A realização da primeira situação didática profissional (SDP I), tinha como propósito favorecer a reflexão dos professores acerca da construção do conceito de função, com o objetivo de colaborar com a prática profissional dos participantes, no que compete a adoção de uma postura de ensino que favoreça a compreensão dos conceitos em álgebra, especialmente no cenário das funções.

A SDP I foi realizada no primeiro encontro formativo com os professores. Todos os sujeitos estavam presentes (P1, P2, P3 e P4 – nomenclatura adotada para denominar os

participantes da pesquisa, desde o tópico anterior). A pesquisadora entregou para os sujeitos, o problema utilizado na situação didática profissional I, de forma impressa.

Em primeiro momento, caracterizando a etapa de ação, conforme propõe a TSD, os professores realizam a leitura do problema de maneira individual e se empenharam na resolução dos itens propostos (a, b, c, d). Ao final da resolução do item (a), do problema, os professores iniciaram a etapa de formulação, onde discutiram entre si os resultados obtidos.

É importante salientar que, a partir da realização do item (a), os professores passaram a realizar as etapas de ação (refletindo sobre os dados do problema de maneira individual), formulação (interação entre os participantes e discussão dos resultados) e validação (apresentação dos resultados em linguagem formal), de maneira simultânea, uma vez que, a cada item, os professores realizaram esses procedimentos.

Na etapa de validação do item (a), os professores P1, P2 e P4 expuseram suas resoluções no quadro. Após a exposição dos sujeitos, foi possível perceber que todos os participantes resolveram de uma forma diferente, conforme havia sido perspectivado nas análises *a priori*.

A seguir, apresenta-se a transcrição dos comentários de P1 e P2 em suas exposições do item (a).

P1: [...] a observação que eu fiz foi que 4 toneladas de massa, ele conseguiu economizar 1800 litros, né? Como a questão queria saber com quantas toneladas economizaria 3600, eu observei que era o dobro, e isso é uma grandeza diretamente proporcional, então o dobro se aplica a outra grandeza, né? aí eu multipliquei 4 vezes 2 e deu 8.

P2: Primeira coisa que eu vi, como a tabela já estava montada, eu vi que 1 tonelada, correspondia a 450, e o último valor era 5 toneladas, que estava para 2250. Eu fui pensando tipo, como o aluno, ou seja, se fosse aumentar mais 450 nesse outro aqui, ou seja, 6 toneladas corresponderia a $2250 + 450$ [...] que daria 2700 [...].

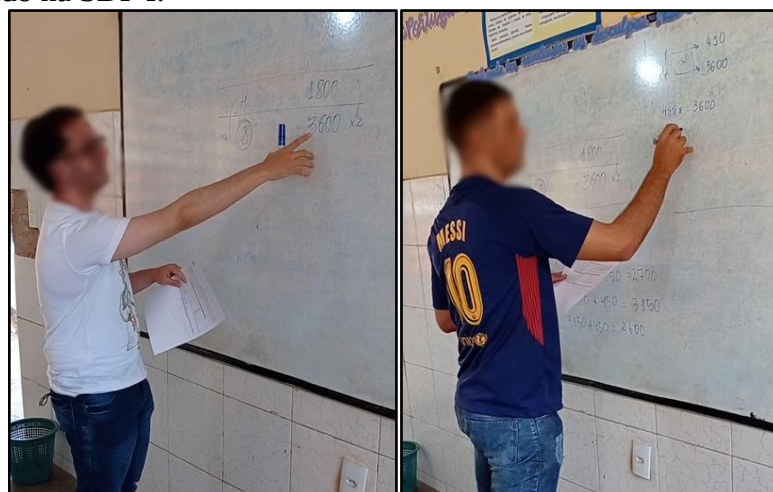
A partir dos excertos, observa-se que o professor P1 utilizou uma das formas de resolução apresentada na análise *a priori*. P2, por sua vez, tenta se colocar na posição dos alunos e objetiva apresentar uma forma, que em sua concepção, os alunos usariam para resolver o item. P2 usa em suas palavras: “Eu fui pensando, tipo, como o aluno [...]”. Essa organização do pensamento, pode ser associada ao conceito de esquema, que no contexto da Didática Profissional, diz respeito ao elemento central da adaptação, ou seja, é a habilidade indispensável na assimilação de novas situações e na adaptação de outras situações já internalizadas.

Figura 17 – Resolução do item (a), proposta por P2.

6	$2250 + 450$	2700
7	$2700 + 450$	3150
8	$3150 + 450$	3600

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 18 – Os professores P1 e P4, respectivamente, apresentando a validação do item (a) do problema utilizado na SDP I.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

No item (b), diferente do que se esperava nas análises *a priori*, os professores não conseguiram identificar que a relação estabelecida entre as grandezas tratava-se de uma relação de funcionalidade. Todos os sujeitos responderam que se tratava de uma grandeza diretamente proporcional, como já apresenta P1, ao expor a validação para o item (a), no excerto transcrito acima.

Para a resolução do item (c), era esperado que os professores discutissem entre si (caracterizando a etapa de formulação) e desenvolvessem uma representação algébrica para a função (validação). Os sujeitos, porém, foram discutindo suas concepções a respeito da resolução do item. O participante P2, apresentou sua ideia, conforme se apresenta no trecho abaixo:

P2: Eu pensei da seguinte forma, [...] na tabelinha lá, dizia que 1 corresponde a 450. O 2, ele correspondia a $450 + 450$. O 3 correspondia a $450 + 450 + 450$. E assim, sucessivamente. Ou seja, aqui (1ª relação) seria uma vez a questão de toneladas, vezes o total de litros, que seria 450 [...]. E, assim, eu conseguiria a relação das toneladas. Seria: o número de toneladas lá, vezes 450 [...].

Tento em vista que os professores, no cenário do item (b), não reconheceram se tratar de uma relação expressa por uma função, no item (c), a construção da representação algébrica não se deu de maneira direta, se diferenciando do que havia sido perspectivado. Mesmo não reconhecendo a ideia de função, ao final da formulação/validação, todos os sujeitos apresentaram alguma expressão algébrica para representar a relação. A exemplo do que fez P4, que construiu duas expressões, que de acordo com ele relacionavam-se com a quantidade de água e a quantidade de plástico reciclado, respectivamente (figura 19, abaixo).

Figura 19 – Resolução do item (c) proposta pelo sujeito P4.

The image shows handwritten mathematical work by subject P4. It is divided into two columns by a vertical line. The left column is titled '1ª relação (Quant de água)' and contains the equation $L = 450 \cdot q$. Below it, a note says 'Onde L seria a quantidade de litros e q a quantidade de toneladas de plástico reciclado'. The right column is titled '2ª relação (Toneladas recicladas)' and contains the equation $q = \frac{L}{450}$. Below it, a note says 'Onde L seria a quantidade de litros e q a quantidade de toneladas de plástico reciclado'.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Já nas análises *a priori*, era prevista a intervenção da pesquisadora, com vistas a estimular as reflexões dos sujeitos. Diante da apresentação das duas expressões algébricas por P4, em concordância com os demais sujeitos, a pesquisadora fez algumas indagações aos professores, com o intuito de que percebessem que, por mais que escritas de maneira diferentes, as relações apresentadas eram análogas. Apresenta-se, abaixo, a transcrição desse trecho:

Pesquisadora: Então vocês usariam duas relações: uma para determinar a quantidade de litros e outra para a quantidade de toneladas?

P4: Na verdade poderia ser a mesma, qualquer uma das duas ali... se o aluno soubesse manusear.

Pesquisadora: Existe alguma diferença entre as duas relações?

[Pausa]

P4: São equivalentes.

A partir dessas indagações, os professores puderam concluir que se tratava de expressões iguais, a única diferença estava na posição ocupada pelas incógnitas utilizadas para representar as grandezas. De maneira semelhante ao ocorrido no item (c) e no item (d), os sujeitos não conseguiram generalizar o conceito de função, pois já nos itens anteriores, não haviam identificado se tratar de uma função.

Apresenta-se abaixo, um trecho da formulação/validação dos sujeitos para o item (d), com intervenção da pesquisadora, sobre como deveria ser o início do processo de generalização.

P4: É o valor inicial, vezes...

P2: É verdade, é o valor inicial vezes o valor... que também é inicial.

Pesquisadora: Será que são duas grandezas iniciais de fato?

[Não houve resposta]

No decorrer das interações entre os professores, percebeu-se que os sujeitos não conseguiram extrapolar a ideia das grandezas apresentadas na situação, para chegarem a um caso geral, pois mesmo tentando enunciar a generalização, sempre utilizam como parâmetro de análise e verificação, os dados e as características apresentadas no problema. Demandou-se, portanto, maior intervenção da pesquisadora, diferente do que havia sido perspectivado nas análises *a priori*. As transcrições abaixo, são trechos das reflexões que os professores realizaram, até se chegar ao mais próximo de um registro generalizado, apresentado por P4, na figura 20, abaixo.

P3: Eu achei que para generalizar seria essa questão da fórmula.

P2: Se eu tenho uma grandeza A e uma grandeza B, aí eu quero saber qual a relação entre elas duas, é só eu tirar a razão entre as duas [...].

Pesquisadora: Todas as relações vão se estabelecer através de uma razão?

P4: Eu acho que não.

[...]

P4: Poderia ser um valor zero, por exemplo. Aí não ia ter razão.

Pesquisadora: Retornando à situação, nesse caso, o conjunto das toneladas de plástico reciclado, admitiria o número zero?

P4: Não, porque não poderia economizar água sem reciclar o plástico.

[...]

P2: Lembra a questão de função, tipo: todos os termos da primeira coluna têm que tá relacionado a segunda coluna.

P4: Sei... a lei de formação.

[Pausa]

P4: O $f(x)$ vai ser igual a quem? 450, vezes...

[...]

P4: $f(1)$ seria 450 vezes 1, $f(2)$ seria 450 vezes 2. Mas nesse caso, o x não pode ser zero. Aí ficaria tipo assim: $f(x) = ax$, com x diferente de zero.

Figura 20 – Ideia de generalização proposta por P4.

The image shows a handwritten mathematical expression inside a rectangular box. The text is written in cursive and reads: "d) $f(x) = ax$, $x \neq 0$ ". There is a small mark to the right of the box, possibly a signature or a date.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na etapa de institucionalização, diferente do que havia sido previsto, houve a necessidade da apresentação da generalização do conceito de função, assim como de serem

realizadas algumas reflexões que, possivelmente, levaram os sujeitos a refletirem sobre os motivos que dificultaram a construção da formalização de suas ideias.

Após formalizar utilizando o quadro, a pesquisadora aproveitou para destacar com os professores algumas questões que foram negligenciadas por eles nos itens (b) e (c). Iniciou ressaltando que as grandezas apresentadas no problema estabeleciam uma relação de funcionalidade. Em seguida, por meio de questionamentos, levou os professores a lembrarem a necessidade de considerar alguns conceitos inerentes ao de função, que são fundamentais para sua construção, como por exemplo: as noções de domínio e imagem. Abaixo, destaca-se um desses trechos:

Pesquisadora: No caso da situação, a quantidade de água economizada só existiria se houvesse anteriormente a reutilização do plástico.

P4: Hum... é daí que vem a lei de formação da função.

Pesquisadora: o que esse primeiro conjunto representa nessa função?

P4: o domínio.

Posterior a esse trecho transcrito, refletiu-se sobre os demais elementos que estão relacionados ao conceito de função. A formadora retornou ao item (a) e destacou as diferentes formas de resolução proposta pelos sujeitos. Em seguida, questionou com os professores por qual motivo, mesmo escolhendo formas e pares de números diferentes, a resposta obtida foi a mesma. P3 concluiu e respondeu que era possível em virtude da relação de funcionalidade, uma vez que os elementos deveriam dispor de uma mesma propriedade.

Continuando as reflexões pertinentes à etapa de institucionalização, a pesquisadora encaminhou os questionamentos para o campo do ensino, indagando sobre quais observações poderiam ser feitas pelos sujeitos em relação à sua prática profissional e ao seu campo de atuação – a sala de aula.

Abaixo, estão transcritas algumas das reflexões relatadas pelos sujeitos no momento de institucionalização, associando a situação com o contexto de suas práticas profissionais.

P3: Eu acredito que buscar várias metodologias né? ou 2, 3... ou, que é o que a gente faz com os meninos, dá oportunidade para eles estarem mostrando diferentes formas de resolução.

P4: E, no final, a gente tem que buscar uma forma de generalizar, possivelmente, para outros casos, quando a situação for propícia. Aquela questão de utilizar os exemplos motivadores para chegar numa conceituação, [...] numa definição formal do conteúdo [...].

P2: Quando tu fala isso, eu lembro do início do ano, quando a gente tava trabalhando juros simples, que a gente tem a questão da fórmula, só que a gente sempre tenta explicar da maneira mais fácil para eles aprenderem [...]. A questão é que a gente pode aplicar várias metodologias, mas não pode esquecer da generalização.

[...]

P2: Só para contribuir, se a gente notar, nós pegamos a questão a e b, e nem uma dessas a gente imaginou que seria uma função [...] no final é que a gente tá descobrindo que ela tem uma questão de função [...] nós só estamos mais... contando que eles resolvam.

Ao final da realização da primeira situação didática profissional (SDP I), mesmo reconhecendo que as previsões não tenham sido efetivadas, pôde-se compreender, a partir dos relatos transcritos acima, na realização da etapa de institucionalização, que o objetivo central da situação tenha sido atingido, uma vez que os participantes puderam refletir sobre a importância do aprofundamento dos conceitos, da generalização e de apoiar-se nas múltiplas possibilidades de respostas para um determinado problema, para construir uma ideia geradora. A essa reflexão acerca do que foi planejado e do que realmente desenvolveu-se, é possível associar as ideias de tarefa e atividade, propostas pela Didática Profissional. De acordo com a DP, a atividade real extrapola a tarefa prescrita.

5.4.2. Experimentação da SDP II

A realização da situação didática profissional II (SDP II) tinha como propósito estimular a reflexão dos professores acerca do conceito de função polinomial do 1º grau, dos elementos que a caracterizam e das representações possíveis para esse tipo de função, com vistas a motivar a adoção de uma prática profissional, por parte dos sujeitos, que favoreça a compreensão do conceito e das representações de uma função polinomial do 1º grau.

A SDP II, foi realizada no primeiro encontro formativo com os professores, em que se contou com a presença de todos os sujeitos (P1, P2, P3 e P4). Inicialmente, a pesquisadora entregou, de forma impressa, o problema para os professores, que realizaram a leitura e iniciaram a resolução dos itens propostos, caracterizando a dialética de ação.

É importante destacar que, assim como na situação didática profissional I, nesta situação, pôde-se perceber que os professores realizaram as dialéticas de formulação e validação simultaneamente, interagindo e discutindo sobre cada um dos itens propostos, retornando ao problema e verificando a adequação das suas resoluções, as condições da situação.

Para a resolução do item (a), diferente do que se esperava, os professores não realizam inicialmente os cálculos conforme apresentados nas análises *a priori* desta pesquisa. Os sujeitos, em primeiro momento, não levaram em consideração o valor de custo fixo da empresa, realizando divisões entre os valores de custo de determinado mês, pelo valor de cópias produzidas, simplesmente.

O primeiro a apresentar seus cálculos foi P1, afirmando que o valor do custo de produção de cada cópia era de R\$0,42, e explicando que realizou o cálculo dividindo o total do custo da empresa no primeiro mês (R\$21 mil) pelo total de cópias produzidas no mesmo mês (50 mil).

Nesse momento, P2 afirmou que também obteve o mesmo valor como resultado para o item (a), destacando que realizou o mesmo procedimento de resolução.

Ao ouvir P1 e P2, o sujeito P4, levantou um questionamento acerca da variação dos custos de cópias. Segundo P4, a resolução apresentada pelos colegas estaria errada, assim como a que o próprio desenvolveu. P4 aproveitou para mostrar, aos demais sujeitos, que realizou cálculo equivalente ao deles, mas considerando os dois meses apresentados na situação, obtendo valores diferentes, o que invalida a resolução, pois o custo de produção das cópias não poderia variar dessa forma, na concepção do professor. A verificação levantada por P4 caracteriza a dialética de validação, proposta pela TSD. O procedimento realizado por P4 pode ser associado ao que a DP chama de ação através da forma operatória e da forma predicativa. A forma operatória precede a predicativa, pois compreende as tentativas (inativas) para então propor a verbalização (discursiva).

Figura 21 – Primeira resolução, proposta por P2 e P4, respectivamente, para o item (a) do problema utilizado na SDP II.

$\begin{array}{r} 1 \text{ } \overline{21} \\ 50 \text{ } \overline{21} \\ \hline 1 = 0,42 \end{array}$	$\begin{array}{l} a) 50000 \\ 2000 \end{array} \quad \begin{array}{l} R\$ 21000 = 0,42 \\ R\$ 19200 = 0,96 \end{array}$
---	---

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Continuando, após essa discussão, os professores voltaram a refletir sobre a situação (caracterizando a dialética de ação). Retornando às dialéticas de formulação (discussão) e de validação (verificação das resoluções), os professores puderam resolver o item (a) do problema, conforme havia sido perspectivado nas análises *a priori*, ou seja, realizando diferenças para encontrar a variação entre os valores de custo no dois meses apresentados no problema e a quantidade de cópias produzidas em cada mês e, em seguida, realizando a razão entre as duas variações.

Figura 22 – Resolução de P4 para o item (a) do problema utilizado na SDP II.

$\begin{array}{r} a) 50000 \\ 2000 \\ \hline 30000 \end{array}$	$\begin{array}{r} R\$ 21000 = 0,42 \\ - R\$ 19200 = 0,96 \\ \hline 1800 = \frac{1800}{30000} = 0,06 \end{array}$
---	--

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

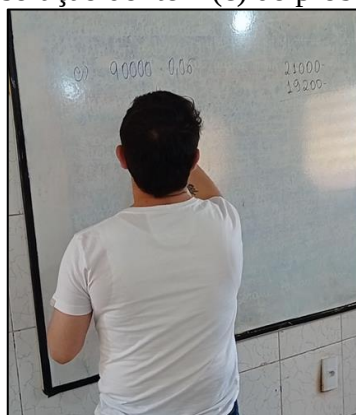
Para a resolução do item (b) os professores voltaram a realizar discussões com vistas a comparar suas conclusões, verificá-las ou refutá-las. Pôde-se perceber, nessas discussões, que alguns sujeitos ainda não estavam compreendendo o que estava sendo tratado no problema. A transcrição das discussões dos professores é apresentada a seguir:

P4: Multiplica aí 50 mil por 0,06, o que faltar é o fixo.
 P2: Dá R\$3 mil.
 P4: Então, R\$3 mil é o fixo.
 P1: Não. É o variável.
 [...] Pausa
 P4: Então, é só tirar R\$3 mil de R\$21 mil. R\$18 mil é o valor fixo.
 P2: Tá errado. Se uma pessoa for tirar uma cópia, vai pagar R\$0,06 mais 18 mil.
 P1: O custo é da empresa [...].

A partir da transcrição é possível identificar os procedimentos realizados pelos professores para construírem a resolução do item (b), ou melhor, os sujeitos multiplicaram 50 mil por R\$0,06, em seguida, subtraíram do valor total do custo da empresa (R\$21 mil), resultando o valor do custo fixo, R\$18 mil, conforme havia sido perspectivado na análise *a priori*.

Na resolução do item (c), de acordo com o que era esperado, os professores utilizaram o que foi discutido nos itens anteriores, para construírem a resposta deste item. Contudo, diferente do esperado, nenhum dos professores desenvolveu algum tipo de expressão algébrica já nesse item. Todos resolveram utilizando apenas as operações básicas de multiplicação e adição. O sujeito P1 apresentou sua resolução, de maneira formal, para os demais professores participantes (figura 23).

Figura 23 – P1 apresentando a resolução do item (c) do problema utilizado na SDP II.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Com base no desenvolvimento dos itens anteriores, os professores construíram a representação algébrica para a situação apresentada, conforme era esperado no item (d). Todos

os sujeitos apresentaram o mesmo esquema representacional. Abaixo, mostra-se a representação desenvolvida por P2 e P4, respectivamente.

Figura 24 – Resolução do item (d) do problema utilizado na SDP II, proposta pelos professores P2 e P4, respectivamente

$f(x) = 0,06 \cdot (x) + 17000$	$g(x) = 0,06 x + 1800$
---------------------------------	------------------------

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Conforme perspectivado, a interação entre os sujeitos foi intensa. No decorrer do desenvolvimento do item (e), que demandava a construção de uma generalização para o conceito de função polinomial do 1º grau ou função afim, pôde-se compreender, diferente do que era esperado, que os professores sabem operar com os elementos que caracterizam uma função afim, no entanto, não compreendem a representatividade aprofundada desses elementos. Apresenta-se a transcrição de um trecho da interação dos participantes, que evidencia essa falta de aprofundamento em relação à compreensão dos conceitos atrelados ao de função polinomial do 1º grau.

P2: Vai ser a mesma coisa da generalização anterior. Nós temos o domínio e a imagem. Então nós teremos uma aplicação de A em B.

P1: É diferente não é não? Não pode ser a mesma coisa.

P2: Tem a questão do valor fixo...

P4: Essa daí é uma função afim.

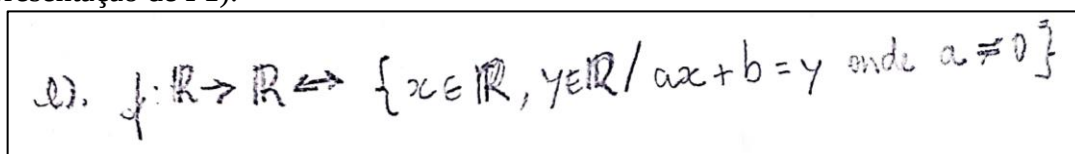
Ao definirem que a representação seria de uma função polinomial do 1º grau, os professores seguiram as discussões acerca dos elementos que caracterizam esse tipo de função. Diante dessa interação, pôde-se compreender que os participantes tiveram dificuldades em relacionar os dados do problema com os elementos que constituem a representação algébrica da função. Ao deparar-se com tal situação, é possível retomar os conceitos apresentados pela Didática Profissional em relação às dimensões do trabalho, a dimensão teórica (aquela que é esperada, organizada teoricamente) e a dimensão operatória (desenvolvida a partir e por meio da atividade).

Assim como perspectivado, a pesquisadora poderia realizar intervenções, com vistas a orientar as reflexões. Nesse caso, diante da dificuldade apresentada pelos professores, a pesquisadora retomou aos itens (c) e (d), questionando com os professores a representatividade de cada um dos elementos presentes no que foi desenvolvido por eles nesses itens.

Os professores, diante das interações com *métier*, apresentaram uma generalização, que foi construída por todos, em conjunto. A representação algébrica escolhida para apresentar a

generalização assemelha-se com o que foi perspectivado nas análises *a priori*. Ao final, P4 aproveitou para apresentar, formalmente, a generalização desenvolvida por todos, de maneira oral.

Figura 25 – Generalização proposta pelos professores no problema utilizado no SDP II (Representação de P1).



$$e). f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R} / ax + b = y \text{ onde } a \neq 0\}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na etapa de institucionalização, a pesquisadora, com o intuito de estimular a reflexão dos professores, indagou-os sobre que relação os sujeitos poderiam fazer entre os desafios enfrentados para a realização da situação e os obstáculos enfrentados em suas salas de aula. Os professores destacaram elementos, como: a necessidade de leitura e compreensão dos problemas, e a dificuldade em identificar as deficiências dos alunos. Nos excertos abaixo, apresenta-se trechos das reflexões dos professores.

P4: A leitura aqui é fundamental. O aluno perceber essa discrepância aí dos valores... a diferença de 30 mil no cálculo de 50 por 20, resultou numa diminuição de R\$1800,00 apenas. Quando ele percebesse isso aí, eu acho que ela ia ver alguma coisa que a gente não viu [...].

P2: Antes dos alunos estarem tentando resolver algo, a gente tem que tá estimulando a eles entenderem o problema... o que é o problema? O que é pedido no problema? [...] os alunos estão condicionados a encontrar valores. Eles não sabem o resultado do problema. [...].

P4: É a análise crítica da questão [...].

Pesquisadora: Será que a prática de mais problemas, levar mais problemas para a sala de aula, não ajudaria?

P1: Com certeza.

P4: Na nossa cabeça, era a primeira vez que a gente tava vendo isso aqui.

P3: A questão é identificar a dificuldade que os alunos têm que trazer problemas desse tipo.

P2: É só olhar para o item (e), né? A gente só conseguiu se embasando na questão anterior.

Pesquisadora: Como podemos refletir sobre a estrutura dos itens?

P1: Quem elaborou a questão sabia que o valor de cada cópia era necessário para todas as outras, né? Era mais importante.

Ao final, a pesquisadora, retornando a refletir sobre cada um dos elementos utilizados pelos professores para desenvolverem a generalização para o conceito de função polinomial do 1º grau, aproveitou para destacar como sendo um obstáculo no ensino de álgebra, a necessidade de compreensão mais profunda de cada um dos elementos que estão atrelados aos conceitos, a exemplo da função, assim como a dificuldade em transpor os problemas de sua língua materna para a linguagem matemática.

5.4.3. Experimentação da SDP III

A situação didática profissional III (SDP III), foi realizada no segundo encontro formativo. Todos os sujeitos participantes desta pesquisa estavam presentes (P1, P2, P3 e P4). O desenvolvimento da SDP III tinha como propósito favorecer a reflexão dos professores acerca das diferentes formas de representar uma função, esperando-se estimular a adoção de uma postura de ensino que colabore com a construção sólida dos conceitos em álgebra, privilegiando a relação de um com outros conceitos que se relacionam, a exemplo das transposições entre uma e outra representação de uma função polinomial do 1º grau.

Considerando as etapas da Teoria das Situações Didáticas, em primeiro momento, a pesquisadora entregou o problema utilizado na situação didática profissional para os participantes, de forma impressa. Os sujeitos, por sua vez, realizaram a leitura e iniciaram a resolução do primeiro item proposto, conforme prever a dialética de ação na TSD.

Porém, de maneira semelhante ao que ocorreu na experimentação das situações anteriores, os professores optaram por discutirem suas ideias no decorrer da resolução dos itens, realizando, também, a verificação das soluções encontradas à adequação do problema. Em virtude disso, as dialéticas de formulação e validação ocorreram simultaneamente.

No problema utilizado na SDP III, o item (a) exigia que os participantes desenvolvessem uma expressão que representasse a função descrita, de forma algébrica. Para tal, os professores precisariam identificar, mediante os dados do problema, os elementos indispensáveis à construção do conceito de função (variável independente, variável dependente, taxa de variação – coeficiente angular, taxa fixa – coeficiente linear, domínio e imagem, por exemplo).

Diferente do esperado, os professores tiveram dificuldades em identificar estes elementos e de apresentar a função na forma algébrica. Os sujeitos, em primeiro momento, destacaram a presença das variáveis independente e dependente, no entanto, não conseguiram estabelecer, algebricamente, a relação entre elas. A seguir, apresentam-se trechos das discussões nos sujeitos (caracterizando a presença da dialética de formulação).

P2: Tipo, se a gente pegasse, foi 50 quilômetros rodados, nessa mesma proporção, seria 75, mas qual seria a lei de formação para a gente encontrar o 75?

P1: Colocar como se fosse 50, né isso?

P2: É. Como se fosse 50. Quanto é que seria o custo? A gente sabe que deve ser 75, porque está subindo de 5 em 5, mas como seria essa lei?

Transcorrido esse momento de discussão, os sujeitos retornaram ao problema. P2 sugeriu que fosse feito uma “regra de três”, utilizando os dados da tabela. O sujeito considerou

o par ordenado 10 quilômetros – R\$55,00, e pretendeu, estimar por meio do procedimento escolhido (regra de três), o custo para 50 quilômetros rodados.

Pôde-se perceber que os professores não consideraram, inicialmente, o valor correspondente à taxa fixa de aluguel do automóvel (dados da situação), pois ao refutarem os resultados encontrados por P2 em sua proposta, descrita no parágrafo anterior, realizaram por indicação de P3, as razões entre todos os pares de dados apresentados na tabela, encontrando, portanto, valores diferentes para cada um. A ação dos sujeitos pode ser relacionada com a ideia de conceito pragmático, em sua dimensão social, uma vez que o organizador não direciona somente uma ação, mas é transmitido entre o *métier*, originando a representação de uma comunidade profissional.

Os sujeitos, nesse momento, retornaram ao problema em busca de desenvolverem novas estratégias (dialética de ação). O professor P4, então, realizou e apresentou sua solução. O participante utilizou, conforme havia sido perspectivado, a representação algébrica geral de uma função polinomial do 1º grau ($y = ax + b$). P4 utilizou os dados apresentados na tabela e construiu um sistema de equações com duas incógnitas, nesse caso, os parâmetros a e b . A transcrição abaixo, é um trecho da socialização de P4 sobre sua solução.

P4: Eu fiz pela forma da função. C , que é o custo, igual a $ax + b$. É só substituir, C é o custo, 55. O a é o que eu quero descobrir.

P2: O 10 seria o x .

P4: Isso.

[...] Pausa.

P4: Agora é só fazer o sistema.

No excerto, é possível perceber que os sujeitos foram relacionando os dados apresentados na tabela, com os elementos que compõem a representação algébrica da função. A partir dessa interação, todos os professores construíram uma expressão algébrica que representava a função descrita no problema. Ao final, P4 apresentou, de maneira formal, sua solução.

Figura 26 – Resolução do item (a) do problema utilizado na SDP III, proposta por P2.

a)

$$C = ax + b$$

$$55 = 10a + b$$

$$60 = 20a + b$$

$$10a = 5$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$b = 50$$

$$\frac{1}{2}x + 50 = C$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 27 – P4 validando o item (a) do problema utilizado na SDP III.

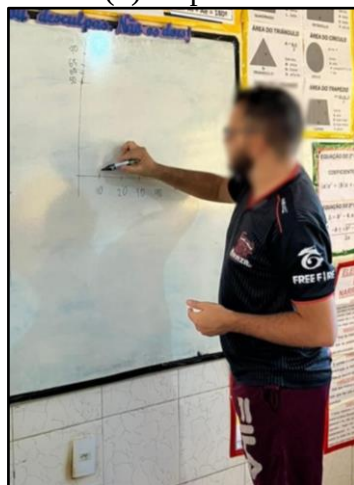


Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Conforme esperado, após realizado o item (a), os demais itens propostos no problema seriam realizados com facilidade pelos sujeitos. O item (b), por exemplo, propunha que os professores construíssem a representação gráfica para a função descrita na situação. Ao discutirem, P2 enfatizou que já tendo os dados da tabela, seria somente necessário dispor no gráfico, pois de acordo com o participante, os pares ordenados já estavam organizados na tabela.

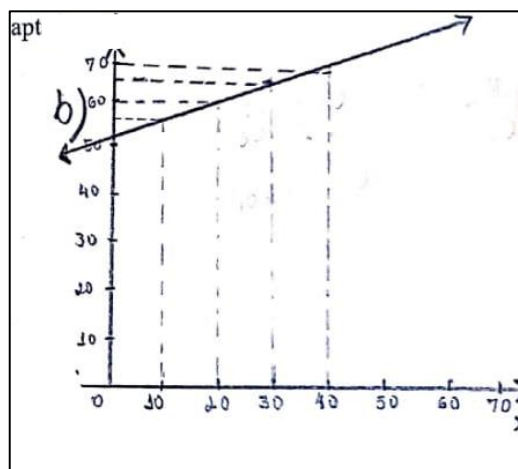
Todos os sujeitos desenvolveram um modelo geométrico para a função apresentada e representada algebricamente por eles no item (a), embasando-se somente nos dados da tabela. Os sujeitos aproveitaram para destacar a construção de uma reta como representação gráfica para a função polinomial do 1º grau. Após discutirem oralmente, P2 apresentou, formalmente, sua construção para os demais participantes.

Figura 28 – Validação de P2 para o item (b) do problema utilizado na SDP III.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 29 – Modelo geométrico apresentado por P4 para o item (b) do problema utilizado na SDP III.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Com vistas a estimular a reflexão, e conforme havia sido perspectivado, a pesquisadora realizou alguns questionamentos aos professores, nesse caso, em relação ao domínio da função apresentada pelos sujeitos, indagando aos professores acerca da admissão ou não, do número zero no domínio da função e, em caso positivo, qual seria a imagem desse número. Os trechos apresentados abaixo são transcrições dessa interação da pesquisadora com os sujeitos.

Pesquisadora: Essa função admite zero no domínio?

P2: Pela lógica, não.

P4: Não. Ele não pode andar zero quilômetros.

[...]

P3: Mas já tem o valor fixo.

P2: É verdade, mesmo com zero já pagaria R\$50,00.

Conforme havia sido perspectivado nas análises *a priori* nos itens (c) e (d), os sujeitos iriam somente refletir sobre os elementos necessários à realização da construção geométrica da função e sobre outras formas de representação da mesma função, já representada algebricamente e geometricamente por eles, respectivamente.

No item (c), os professores afirmaram que os elementos necessários à construção gráfica, foram: a identificação das variáveis independente e dependente, do domínio e do contradomínio da função e dos dados da tabela. Já no item (d), os sujeitos destacaram que naquela situação só restaria realizar uma representação em diagrama.

Ao final da realização desses dois itens, a pesquisadora voltou a intervir na discussão dos professores, indagando com eles sobre quais os tipos de representações de uma função polinomial do 1º grau, foram utilizadas para o desenvolvimento do presente problema. Os sujeitos afirmaram que utilizaram as representações algébrica e geométrica. Pôde-se perceber, pela resposta dos participantes, que eles, apesar de terem respondido ao item (d) com a

representação em diagramas, não a reconhecem, assim como não reconhecem a representação tabular, como representações formais para uma função.

Na etapa de institucionalização, a pesquisadora retomou a atenção para direcionar a reflexão dos professores acerca do problema vivenciado. Inicialmente, a pesquisadora retornou ao item (a), apresentando aos professores uma nova forma de resolução para o item (solução que havia sido perspectivada nas análises *a priori*, mas que não foi utilizada pelos professores). Na construção dessa resolução, a pesquisadora aproveitou para destacar a necessidade de compreender cada um dos elementos inerentes ao conceito de função polinomial do 1º grau, comparando, também, com a solução apresentada pelos participantes.

Ao refletir sobre a construção gráfica (item b), especialmente direcionando o olhar sobre o ensino, a pesquisadora indagou sobre a importância de compreender o conceito de domínio e imagem de uma função, assim como os elementos de compõem à representação algébrica. A transcrição a seguir, é um trecho dessa discussão.

Pesquisadora: Mesmo não conhecendo o conceito de domínio e imagem, na representação geométrica de uma função, seria possível construir o gráfico?

P4: Do jeito que a galera ensina plano cartesiano, sim.

P2: Não precisa necessariamente do x e y ...

P1: Só a posição mesmo, dos elementos.

P4: O domínio e o contradomínio vai ser no automático.

Pesquisadora: Mas se a situação não apresentasse a tabela, será que conseguiriam fazer?

P4: Eu acho que não.

P3: Eu também acho que não. Eu vejo pela nossa dificuldade.

No excerto, é possível compreender que os professores acreditam que os alunos, dispondo da tabela, conseguiriam montar o gráfico, mesmo não compreendendo as noções de domínio e contradomínio, ou seja, na concepção dos professores, para a construção geométrica, esses elementos são irrelevantes. Nesse sentido, a pesquisa então questiona com os sujeitos sobre quais seriam, então, os elementos essenciais para que o conceito de função fosse realmente compreendido. Apresenta-se a seguir, a transcrição desse trecho.

Pesquisadora: Que elementos vocês consideram serem essenciais para a compreensão dessa ideia?

P4: O estudo do domínio e do contradomínio.

P3: Entender o significado de cada um dos elementos.

P4: Se ele não souber isso aí: a variável independente e dependente, quem é o x e quem é o y .

P3: Eles teriam que encontrar os valores também.

P1: Mas o valor é mais fácil se eles souberem o resto.

[...]

P1: Eles precisam compreender os elementos que formam a função. A lei de formação. E como podem representar, né? também. Como é que eles podem representar: que é de diferentes formas.

Por meio da análise dos trechos, pôde-se perceber que os professores destacam, diante dessa reflexão, a necessidade de desenvolver um ensino que privilegie a compreensão dos conceitos inerentes ao de função, bem como as diferentes representações. Nesse ímpeto, a pesquisadora retoma a representação gráfica apresentada por P2 na etapa de validação, e questiona com os sujeitos se os elementos que compõem a representação geométrica variam em relação à representação tabular. Trechos dessas reflexões são apresentadas nas transcrições abaixo.

Pesquisadora: Os elementos da representação gráfica variam em relação à tabela?

P1: Não. Muda apenas a forma como está disposta, representada. Se no lugar da tabela viesse o gráfico [...].

Pesquisadora: Se no lugar da tabela viesse o gráfico, será que a função identificada seria a mesma?

P2: Eu acho que teria mais dificuldade.

P1: Eu acho que não. A questão é que não é comum vir assim (representação gráfica). É comum vir em tabela para transformar. A questão é do livro didático, como se elabora o item. Essa questão veio dessa forma, porque não veio daquela.

Pesquisadora: Se o objetivo da aula for representar a função de forma gráfica, nós utilizaríamos a representação algébrica, ou passaríamos direto para a tabela?

P2: Direto para a tabela.

Pesquisadora: Então, quando se apresentar a forma algébrica, os alunos iriam compreender que se trata da mesma coisa?

P1: Não.

Analisando-se os trechos transcritos acima, pode-se compreender que os professores puderam refletir sobre a necessidade de adotar uma postura de ensino que privilegie as diferentes representações de função polinomial do 1º grau, em detrimento de apresentações isoladas. O que pode ser estendido para outros conteúdos de álgebra, em que o inter-relacionamento entre conceitos é possível. Com isso, acredita-se que o objetivo da situação didática III tenha sido atingido, ao mesmo, em partes.

5.4.4. Experimentação da SDP IV

A situação didática profissional IV (SDP IV) foi realizada no segundo encontro formativo, que contou com a presença de todos os sujeitos da pesquisa (P1, P2, P3 e P4). O propósito dessa situação era favorecer a reflexão dos professores acerca da relação entre as representações de uma mesma função polinomial do 1º grau, com vistas a estimular a adoção de uma postura profissional, por parte dos participantes, que privilegie a compreensão dos elementos que compõem cada uma dessas representações, interligando-as.

Conforme propõe a TSD, inicialmente, na dialética de ação, a pesquisadora entregou o problema utilizado na situação didática profissional aos professores, para que fosse realizada a leitura, compreensão e escolha dos processos de resolução. Os sujeitos o fizeram. No entanto,

transcorrido esse momento, já iniciaram as etapas de formulação e validação, conjuntamente, discutindo e verificando soluções e/ou procedimentos adotados.

Conforme perspectivado no item (a), os professores poderiam optar por resolver o que era solicitado (no caso do problema, estimar a quantidade de litros da substância que poderiam ser produzidos, se o custo seria de R\$700,00). Os trechos a seguir, apresentam as primeiras discussões dos professores acerca do problema (dialética de formulação).

P4: R\$400,00 é o valor fixo.

P3: Por quê?

P2: Porque está representado em todos os outros.

P4: Porque zero litros aqui, vai está valendo R\$400,00.

[...]

P4: $ax + b$, esse b já seria R\$400,00.

Como descrito anteriormente, de maneira inicial, os sujeitos optaram por essa construção algébrica, no entanto, tiveram algumas dúvidas e cometeram alguns equívocos no momento de transpor os elementos que estavam representados no modelo gráfico, para a linguagem algébrica. Os participantes realizaram essa interação. Trechos dessa discussão são apresentados abaixo.

P2: No caso, 520 está se relacionando com 8 litros, né? e aí ele tá pedindo R\$700,00, ou seja, seria no lugar desse 520, eu colocaria 700, $x+400$ que iria dá o valor né não?

P4: Eu acho que não.

[...]

P4: O valor pago é 120 por litro.

P2: É?

P4: Na verdade, 120 por 8 litros. O valor é esse.

P2: Ou seja, 120 dividido por 8, né?

[...]

P2: Então vai ser $120x + 400$, tem que dá 520. Quanto é que vale esse x aí? Pronto. É só isso!

[...]

P1: x é 1? Tá estranho.

Pelos trechos transcritos, é possível perceber que os professores usam procedimentos advindos de duas formas de resolução do item (uma por meio somente de operações aritméticas básicas e outra por meio da utilização da forma algébrica genérica de uma função polinomial do 1º grau).

Transcorrido esse momento de discussão, os professores retornaram para a etapa de ação, refletindo sobre o problema. Ao recomoçarem a formulação (interação), conforme era esperado, a pesquisadora realizou algumas indagações aos participantes, com vistas a orientar sua reflexão, nesse caso, sobre o que os símbolos algébricos representam no contexto das funções e das equações, diferenciando-as. Apresenta-se, a seguir, trechos dessa interação.

Pesquisadora: Nesse caso, o x representa um número ou um conjunto de números? Ele é uma variável ou uma incógnita?

P1: Uma variável.

Pesquisadora: E o termo a ?

P4: Uma incógnita.

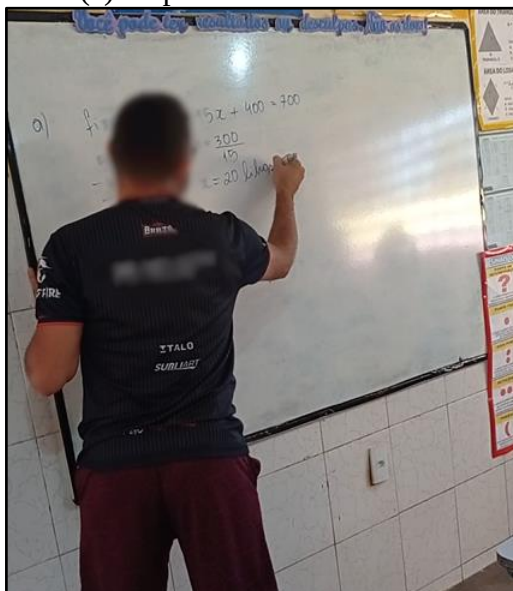
P2: Então o a que seria 1.

Pesquisadora: O que significa dizer que a é 1?

P2: O custo de 1 litro.

Os professores, ao refletirem sobre a diferença entre uma incógnita e uma variável, puderam retornar ao problema e verificarem suas conclusões até ali. P4 então concluiu que 120 deveria ser o resultado de 8 multiplicado pelo termo a e, com isso, montou a expressão algébrica, adotando o número 15 como sendo o coeficiente angular (termo a , na representação algébrica canônica de uma função polinomial do 1º grau). Com isso, todos os professores desenvolveram a representação algébrica solicitada no item (a) do problema, que foi validada formalmente por P2.

Figura 30 – P2 validando o item (a) do problema utilizado na SDP IV.



Fonte: Dados da Pesquisa (2022).

Figura 31 – Resolução do item (a) do problema utilizado na SDP IV, proposta por P2.

$$\begin{array}{r}
 520 \\
 -400 \\
 \hline
 120
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 120 \cdot 15 \\
 \hline
 1800
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 120 \quad 18 \\
 40 \quad 15
 \end{array}$$

a)

$$15 \cdot x + 400 = 700$$

$$x = 20 \text{ l}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Para a resolução do item (b) do problema proposto, os professores, diferente do que era esperado, não realizaram primeiro a construção da representação algébrica para embasar o desenvolvimento dos dados da tabela, isto é, construíram a tabela somente por meio de cálculos aritméticos simples, utilizando as informações do problema, organizadas no item anterior. É importante salientar, também, que as tabelas construídas pelos participantes têm intervalos diferentes, conforme se apresenta na figura 32, a seguir, proposta de tabela desenvolvida por P1, que considerou um intervalo de 2 no domínio (de 2 em 2 litros).

Figura 32 – Resolução do item (b) do problema, proposta por P1, na SDP IV.

Domínio

Intervalo

CONTEÚDO DO DOMÍNIO

Y

Jr.

x	y
litros (L)	C (reais)
0	400
2	430
4	460
6	490
8	520
10	550

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Para a resolução do item (c), conforme havia sido perspectivado, os professores realizaram com grande facilidade, por apenas formalizarem os dados que já haviam analisado e discutido nos itens anteriores. Também de acordo com o que era esperado, as representações algébricas formais construídas pelos professores, apresentaram algumas diferenças em termos simbólicos. Ao final, coube ao sujeito P1, validar formalmente a resolução do item (c) para os demais participantes da pesquisa.

Figura 33 – Resoluções apresentadas por P3 e P4, respectivamente, para o item (c) do problema utilizado na SDP IV.

c) $y = 15x + 400$	c) $C(x) = 15x + 400$ onde x (litros) e $C(x)$ (reais)
--------------------------------------	--

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 34 – Validação apresentada por P1, no item (c) do problema utilizado na SDP IV.

$$f(x) = 400$$

$$15x + 400 = 700$$

$$x = \frac{300}{15}$$

$$x = 20 \text{ litros}$$

$$520 - 400 = 120$$

$$120 / 6 = 20$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na etapa de institucionalização, a pesquisadora iniciou a reflexão retomando o item (a), e discutindo com os professores, formas de análise e resolução para tal item, utilizando, principalmente, o significado de cada um dos elementos característicos de uma função polinomial do 1º grau na representação gráfica, como: domínio e contradomínio, a taxa de variação, a taxa fixa, por exemplo.

Ao refletir sobre tais opções de análise, o professor P4, questionou se poderia mostrar uma forma de resolução, que de acordo com ele, seria uma possível metodologia de resposta apresentada pelos alunos. Na concepção de P4, os estudantes ao deparar-se com uma situação semelhante a que foi apresentada, fariam os seguintes procedimentos: relacionariam os pares ordenados (0 e 400; 8 e 520); em seguida, fariam a análise – de um dos lados que aumentou 8 e do outro 120, logo, concluiriam que se aumentasse 4 na primeira coluna, aumentaria 60 na segunda; e, assim, fariam as projeções solicitadas (figura 35, abaixo). A construção dessa representação pelo professor, organiza sua ação. A esse procedimento, a Didática Profissional dá o nome de plano de representação e plano de ação, sendo o segundo decorrente do primeiro.

Figura 35 – P4 apresentando uma análise para a resolução do problema, considerando uma possível ótica dos estudantes.

x (litros)	f(x) (preço)
0	400
4	460
8	520
12	580
16	640
20	700

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Com vistas a orientar a reflexão dos professores acerca da necessidade de adotar uma postura de ensino que favoreça a compreensão da representação gráfica de uma função, relacionando-a com outros tipos de representações, a pesquisadora indagou os sujeitos sobre os motivos que possivelmente dificultaram a resolução do problema. Apresenta-se, abaixo, as transcrições dessa interação.

Pesquisadora: O que impediu que a resolução da situação ocorresse de maneira mais rápida?

P4: A falta da tabela.

Pesquisadora: Algo mais, além da tabela?

P4: A análise dos elementos: domínio e contradomínio [...].

P1: Não é comum para a gente ver assim.

Aproveitando as respostas dos professores, a pesquisadora destacou como um obstáculo no ensino de álgebra, especialmente no contexto das funções, a compreensão da representação gráfica, além da dificuldade de estabelecer relação desse tipo de representação com outras. Nesse ímpeto, a pesquisadora questionou aos participantes como, geralmente, eles acreditam que acontece o ensino de funções e suas representações.

Pesquisadora: Como, geralmente, as representações de uma função são apresentadas?

P1: Geralmente, começando só de uma.

P4: E, às vezes, separando, não associando uma coisa com a outra. Separa. É igual a representação dos números racionais.

P1: É. As diferentes representações.

P3: Quando a gente tá trabalhando sistema com os alunos, também. O aluno aprende a resolver sistema, mas se cair para ele marcar a representação do sistema, ele tem dificuldade.

P4: Pois é. Por exemplo, tem muitos alunos que não veem que porcentagem é uma fração.

P2: A questão é que a gente mesmo separa.

Pelo excerto, pôde-se compreender que os professores puderam refletir sobre a fragmentação do ensino em matemática, a exemplo do que acontece em álgebra, especialmente no contexto das funções, que conforme a literatura, apresenta um ensino segmentado, dissociando a concepção de uma ou de outra representação. Ao final da discussão, os sujeitos refletiram mais profundamente sobre a construção de sua prática profissional, conforme é apresentado nos trechos abaixo.

P2: O professor sabe aquilo que ensina. Nós professores do 9º ano, a gente tem mais facilidade com determinados assuntos. Mas, quando você até faz umas perguntas mais aprofundadas, a gente já sofre mais um pouquinho.

[...]

P1: Por mais que a gente veja, um conteúdo desse, realmente é passado só a fórmula e pronto, e como utilizar a fórmula. Mas a gente nunca para pra pensar de onde foi que surgiu. [...] Isso regula uma outra coisa: nosso ensino é setorizado [...].

Refletindo sobre os comentários dos professores, é possível relacioná-los com a ideia de conceito pragmático, justamente em relação à sua origem e função. De acordo com a Didática

Profissional, um conceito pragmático é originado na ação e tem a função de organizá-la, conforme acontece com os sujeitos.

Entende-se, portanto, que o objetivo da situação didática profissional IV tenha sido atingido, uma vez que ao final de sua realização, os professores puderam refletir sobre aspectos de sua prática profissional, delimitando-se, também, sobre o ensino de álgebra, a influência dos currículos e dos próprios professores no ensino de matemática na Educação Básica, e de maneira mais específica, no ensino de funções e de suas representações, foco central da realização da SDP IV.

5.4.5. Experimentação da SDP V

A realização da situação didática profissional V (SDP V) deu-se no terceiro encontro formativo, contando com a presença de todos os sujeitos participantes da pesquisa (P1, P2, P3 e P4). A realização desta situação tinha como propósito favorecer a reflexão dos professores acerca da necessidade de adotar uma postura de ensino que beneficie a compreensão da relação existente entre as representações gráfica e algébrica de uma mesma função polinomial do 1º grau.

Para a realização da SDP V, utilizou-se como ferramenta o *software* Geogebra. É importante destacar, portanto, que o objetivo da situação não era analisar o uso da ferramenta em si, mas as potencialidades do *software* com vistas a promover a reflexão dos professores acerca do ensino de álgebra, de modo especial, as representações algébrica e gráfica de uma função polinomial do 1º grau.

Conforme propõe a dialética de ação prevista pela TSD, a formadora entregou o problema utilizado na situação didática profissional para os sujeitos, de forma impressa, e o arquivo do *software* Geogebra com uma construção previamente realizada conforme necessário para a realização da situação, que foi compartilhado por meio do aplicativo de mensagens instantâneas, WhatsApp. Os professores, então, nesse primeiro momento, vivenciaram a dialética de ação, interagindo diretamente com o problema.

Transcorrido essa etapa, os professores já após resolverem o item (a), deram início às etapas de formulação e validação que ocorrem de forma conjunta, uma vez que os sujeitos discutiam, comprovavam e refutavam ideias de resolução, retornando também ao problema.

A resolução do item (a), solicitava que os professores encontrassem, utilizando os recursos do *software* Geogebra ou não, a profundidade e a altura dos degraus da escada (conforme dados da situação). Todos os sujeitos, portanto, obtiveram como resposta aos mesmos valores, a saber: 2 de profundidade e 1,5 de altura.

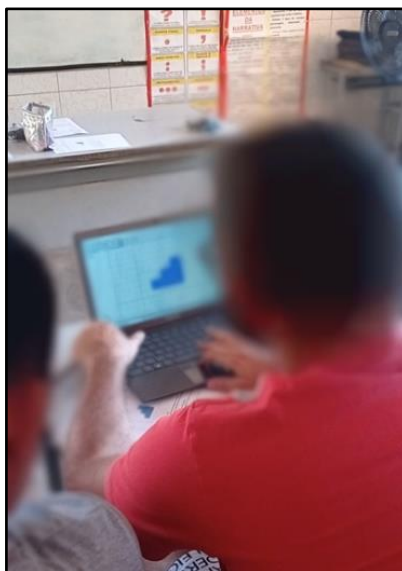
Corroborando com o que foi perspectivado nas análises *a priori*, os professores utilizam mais de uma forma de solução para o item. O sujeito P2 utilizou os recursos do *software* Geogebra, marcando dois pontos, observando as coordenadas e, em seguida, comparando as coordenadas. Já P1, utilizou a escala do próprio plano cartesiano e as demarcações da janela de visualização do Geogebra. Os excertos a seguir, são transcrições da discussão de P2 e P3 na formulação do item (a) do problema.

P2: Eu coloquei dois pontos.

P3: Aí ficou 1,5 a altura?

P2: Isso. Por exemplo, no J, está no 2 e no 2, ou seja, a altura está simbolizada no 2, e aí a altura do primeiro está 1, e o outro 2,5, então a diferença é 1,5.

Figura 36 – P2 utilizando a janela de visualização do *software* Geogebra para explicar sua conclusão para P3.

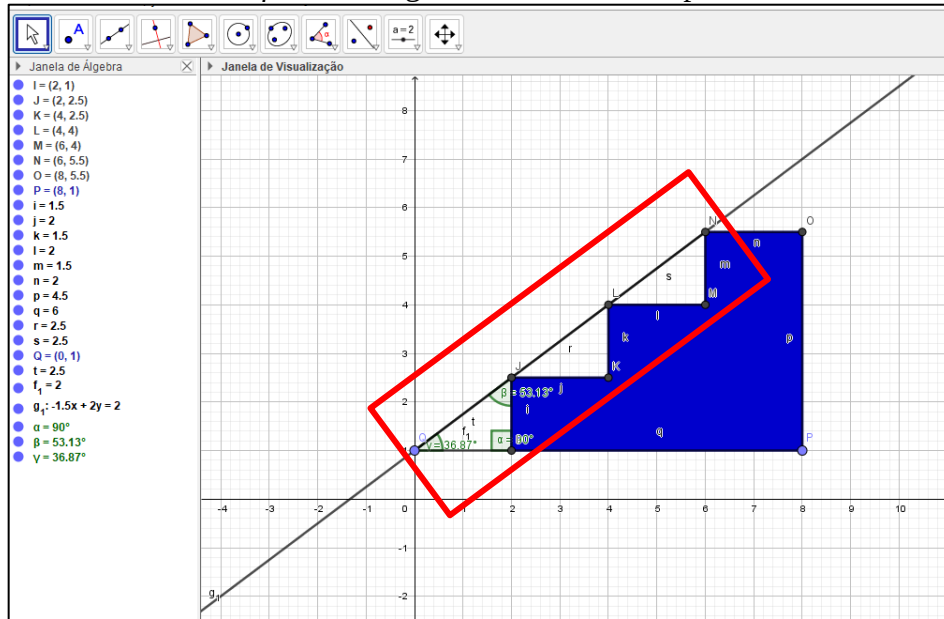


Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Todos os sujeitos discutiram com vistas a validarem se todas as profundidades e alturas encontradas por eles, eram iguais. Ao final, comprovaram que sim e apontaram novas ideias de resolução para o item. P1, nesse momento, disse que criou pontos nas extremidades de todos os degraus, utilizando o Geogebra. P4 sugeriu que outra forma poderia ser através da construção de um segmento de reta, utilizando os pontos traçados nas extremidades dos degraus.

Retornando ao problema, P1 resolveu construir os segmentos de reta, conforme sugestão dada por P4, comprovando os valores, já observados, em relação à profundidade e à altura dos degraus, conforme mostra a figura 37, abaixo, que mostra a manipulação do sujeito P1, no constructo do Geogebra.

Figura 37 – Constructos no *software* Geogebra, desenvolvidos por P1.

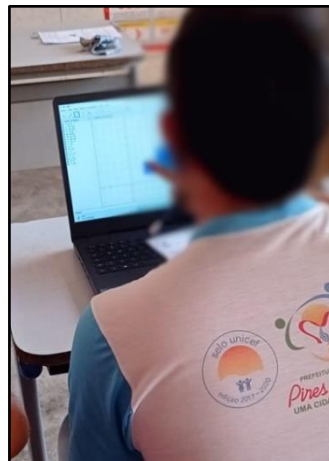


Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Também confirmando o que havia sido previsto para a resolução do item (b), proposto no problema utilizado na situação didática profissional V (SDP V), ainda caracterizando as dialéticas de formulação e validação, todos os professores resolveram, por meio da construção de um novo segmento de reta, ligando os pontos das extremidades superiores de cada degrau da escada.

O sujeito P1, conforme antecipado nas análises *a priori*, nesse momento, aproveitou para comentar sobre uma possível utilização do teorema de Pitágoras como alternativa para resolução do item, acrescentando que essa seria, segundo ele, a forma como os estudantes da educação básica, responderiam. O excerto abaixo é uma transcrição do comentário de P1.

Figura 38 – P1 explicando seu esquema de resolução do item (b) do problema utilizado na SDP V.

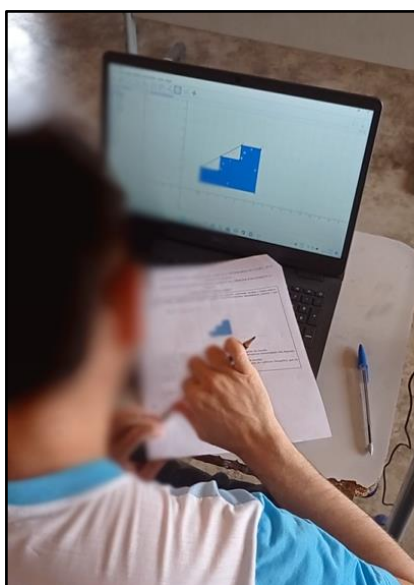


Fonte: Dados da pesquisa (2022).

P1: Normalmente, eu iria fazer com Pitágoras. Aí o que os alunos fazem? Aqui é 1,5. Aqui é 2. O próximo é 2,5. Pronto! Eles sempre fazem assim. Se for de 2 em 2; aqui é 6, aqui é 8, aqui é 10.

O item (c), proposto no problema, solicitava que os sujeitos estabelecessem uma relação algébrica com base nos pontos de extremidade dos degraus. Contrariando o que havia sido perspectivado, os sujeitos não identificaram a relação de funcionalidade em primeiro momento. Os professores retornaram à dialética de ação (figura 39) e, em seguida, retomaram a discussão. Com vistas a potencializar as reflexões, a pesquisadora realizou algumas indagações.

Figura 39 – Retomada de dialética de ação por P1, no item (c) do problema utilizado na SDP V.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

P4: A relação é estabelecida por uma função.
[...]

P1: Aumenta de 1,5 em 1,5.

Pesquisadora: E o outro parâmetro?

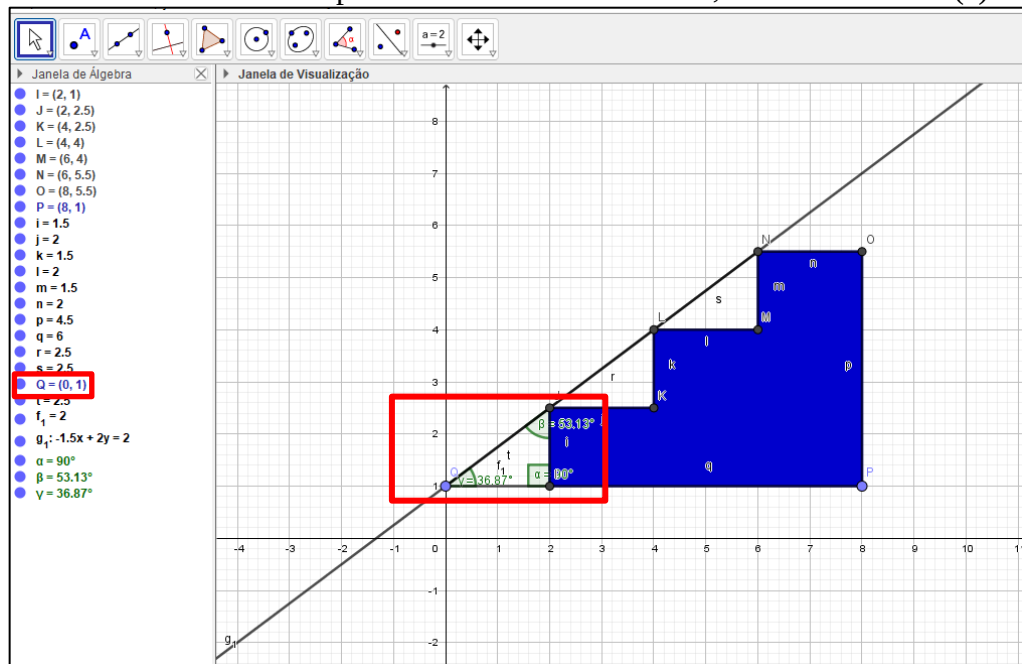
P1: De 2 em 2.

Pesquisadora: Quem aumenta de 2 em 2?

P2: O “x”. No caso, o domínio.

Ainda diante da resolução do item (c), os professores discutiram a existência ou não, do ponto zero no domínio, ficando em dúvida sobre a representação do contradomínio, quando de fato a função atingisse zero no domínio. P1 então afirmou que seria 1, pois ele havia construído no *software* Geogebra, um novo ponto, que representaria a base de mais um degrau, conforme mostra a figura abaixo, aproveitando para salientar que esse valor seria justamente a taxa fixa.

Figura 40 – Constructo de P1 no problema utilizado na SDP V, referente ao item (c).



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Retornando ao que solicitava o item (c), P4 sugeriu a construção da relação algébrica por meio de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. Já os professores P1 e P2 fizeram, conjuntamente, uma análise dos dados do problema, encontrando, portanto, o valor da incógnita “b” (considerando a forma algébrica genérica de uma função polinomial do 1º grau, $y = ax + b$), ou seja, o valor fixo. Em seguida, montaram uma equação do 1º grau, para assim, encontrar o valor da incógnita “a”.

Figura 41 – Resolução do item (c) do problema utilizado na SDP V, proposta por P1.

Handwritten mathematical solution for item (c) of the problem, showing the derivation of the linear equation $y = 4 + 0.75x$.

Given data:

- I = (2, 1)
- J = (2, 2.5)
- K = (4, 2.5)
- L = (4, 4)
- M = (6, 4)
- N = (6, 5.5)
- O = (8, 5.5)
- P = (8, 1)
- Q = (0, 1)

Assuming a linear function $y = ax + b$:

Using point I (2, 1): $1 = 2a + b$

Using point Q (0, 1): $1 = 0a + b$ → $b = 1$

Substituting $b = 1$ into the first equation:

$$1 = 2a + 1$$

$$0 = 2a$$

$$a = 0$$

Using point J (2, 2.5): $2.5 = 2a + b$

Using point Q (0, 1): $1 = 0a + b$ → $b = 1$

Substituting $b = 1$ into the second equation:

$$2.5 = 2a + 1$$

$$1.5 = 2a$$

$$a = 0.75$$

Therefore, the linear equation is:

$$y = 0.75x + 1$$

or

$$y = 4 + 0.75x$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 42 – Resolução do item (c) do problema utilizado na SDP V, proposta por P4.

c) $K(2; 2,5)$, $M(4; 4)$, $O(6; 5)$

$y = ax + b$

$\begin{cases} 2,5 = a \cdot 2 + b \\ 4 = a \cdot 4 + b \end{cases}$

$2,5 = 0,75 \cdot 2 + b$
 $2,5 = 1,5 + b$
 $b = 1$

$-1,5 = -2a$
 $a = \frac{1,5}{2} \Rightarrow a = 0,75$

$y = \frac{3}{4}x + 1$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Conforme era solicitado no item (c), os professores deveriam verificar suas conclusões, desenvolvidas algebricamente, por meio das ferramentas do *software* Geogebra. Assim como foi perspectivado, os sujeitos realizam essa confirmação por meio da construção de uma reta. Nesse momento, P2 questionou, ao deparar-se com a equação da reta que foi construída pelos sujeitos (visualizada por eles na janela de álgebra do Geogebra), por qual motivo a forma algébrica apresentada no *software* era diferente daquela desenvolvida algebricamente? Em seguida, portanto, concluiu, por meio de cálculos, fazendo simplificações, se tratar de representações algébricas semelhantes.

Figura 43 – Simplificações realizadas por P2.

$-3x + 4y = 4$
 $-3x - 4 = -4y \quad (-1)$
 $3x + 4 = 4y$
 $\frac{3}{4}x + 1 = y$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Transcorrido esse momento, diante das discussões dos sujeitos, a pesquisadora propôs alguns questionamentos, com vistas a potencializar a reflexão dos professores, conforme havia sido perspectivado. Os trechos a seguir, são transcrições da interação da pesquisadora com os professores, nesse momento da resolução da situação.

Pesquisadora: Qual a relação entre o domínio e contradomínio com a altura e a profundidade dos degraus?

P4: Que a altura e a profundidade vai ser sempre as mesmas, se mantiver a mesma proporção.

Pesquisadora: O “x” está variando 2. Nos primeiros dados, esse 2 representa o que?

P2: A profundidade.

Pesquisadora: E o “y” está representando o que?

P2: A altura.

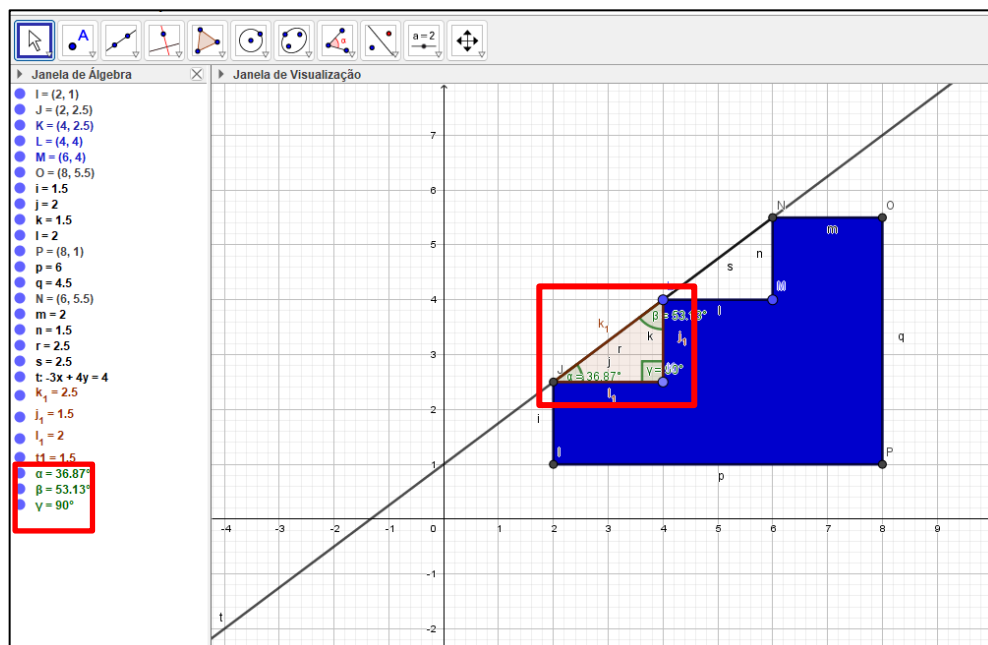
[...]

Pesquisadora: Então, o que a gente pode concluir a partir daí?

P4: Que a altura depende da profundidade.

O item (d) do problema, propunha que os sujeitos da pesquisa determinassem a inclinação dos degraus em relação à base da escada (solo). O sujeito P2 resolveu construir um triângulo entre a reta, já traçada anteriormente, e as bases dos degraus, utilizando as ferramentas “ângulo” e “polígono”, disponíveis no *software* Geogebra, conforme mostra a figura abaixo. A utilização da ferramenta “ângulo” já havia sido perspectivada nas análises *a priori*, diferente da construção do triângulo, que não era esperada.

Figura 44 – Constructo no Geogebra, do sujeito P2, para o item (d) do problema utilizado na SDP V.



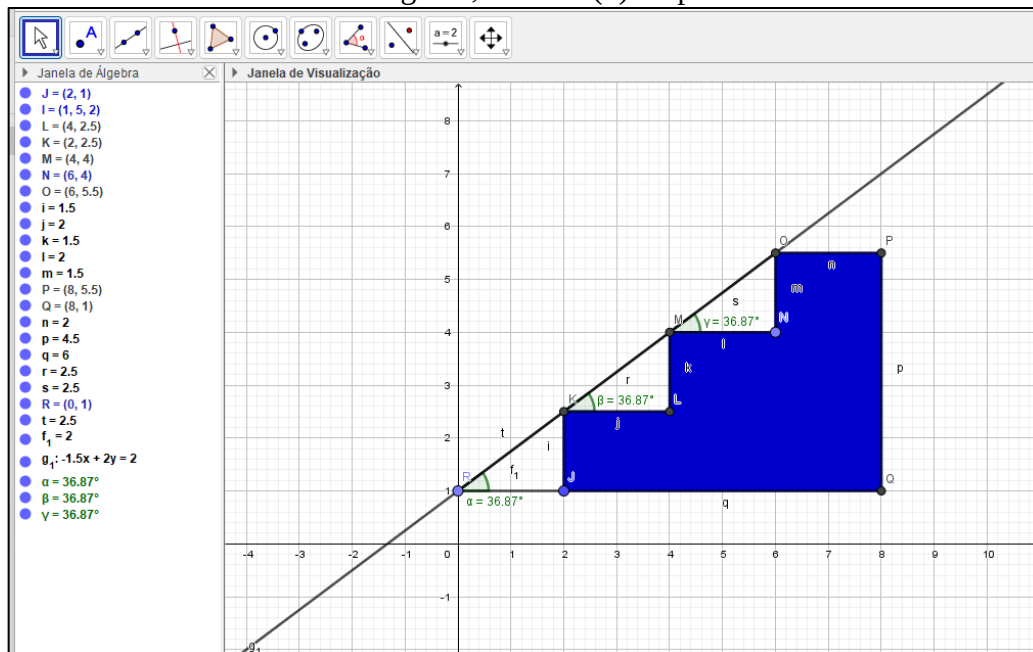
Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Ainda na resolução do item (d), o sujeito P1 utilizou a base que já havia construído no desenvolvimento do item (c), e assim como P2, utilizou a ferramenta ângulo do Geogebra para definir a inclinação dos degraus em relação ao solo. Observou-se, portanto, que todos os professores conseguiram solucionar o que era pedido no item (d), utilizando as ferramentas do *software* Geogebra.

Continuando a reflexão sobre o item (d), caracterizando a dialética de validação, proposta pela Teoria das Situações Didáticas, o professor P4 resolveu traçar em dois degraus os procedimentos já utilizados, ou seja, a ferramenta ângulo do Geogebra para calcular a inclinação dos degraus em relação ao solo (base da escada), contrariando as perspectivas. Ao realizar tal procedimento, P4 comentou com P1 que conseguiu verificar que todos os degraus

estavam em mesma inclinação. Aproveitando a discussão dos sujeitos, a pesquisadora resolveu questionar com os professores, qual motivo eles consideram ser responsável por essa conclusão, de que os degraus estão em mesma inclinação em relação à base. Ao ser questionado, P1 respondeu que acredita que seja devido à aplicação de uma mesma propriedade em todos os degraus.

Figura 45 – Constructo de P4 no Geogebra, no item (d) do problema utilizado na SDP V.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Para a resolução do item (e), os professores precisariam comprovar, algebricamente, e depois utilizando as ferramentas do *software* Geogebra, que os pontos que marcam as extremidades dos degraus que estão alinhados. Os professores apresentaram dificuldades em iniciar a resolução do item e, por isso, a pesquisadora entrevistou, realizando alguns questionamentos, conforme havia sido previsto nas análises *a priori*. Os excertos, a seguir, são transcrições dessa discussão.

Pesquisadora: Caso vocês não dispusessem do Geogebra, qual seria o parâmetro da representação algébrica, que vocês construíram, que me diria a inclinação da reta?

P4: O coeficiente angular.

Pesquisadora: Quanto é o coeficiente angular?

P4: 0,75. [...]

Pesquisadora: De onde veio o 0,75?

P4: É um sobre o outro. É uma razão. A razão da altura pela profundidade.

Pesquisadora: E essa altura e profundidade, representa o que em relação ao ângulo?

P2: Os catetos.

P4: Os catetos oposto e adjacente. [...]

Pesquisadora: Qual relação estabelecida entre os catetos oposto e adjacente de um ângulo?

P4: A tangente.

Após a discussão, os professores concluíram que a tangente do ângulo encontrado no item (d) é 0,75, ou melhor, o próprio coeficiente angular. Os sujeitos, retornaram ao problema e, após, começaram as discussões, o que caracteriza aspectos das dialéticas de ação, formulação e validação, conjuntamente.

Diante desse momento de interação entre os professores, P2 concluiu que deveria utilizar as coordenadas dos pontos para calcular todas as tangentes e, desta forma, provar que seria a mesma. O sujeito P4 assim o fez, conforme mostra a figura abaixo, contrariando o que era esperado que os professores realizassem.

Figura 46 – Resolução do item (e) no problema utilizado na SDP V, proposta por P4.

$$\begin{array}{l} 2) \begin{array}{l} (2, 2,5) \\ (4, 4) \end{array} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{(4 - 2,5)}{(4 - 2)} = \frac{1,5}{2} = 0,75 \\ \\ \begin{array}{l} (6, 5,5) \\ (4, 4) \end{array} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{(5,5 - 4)}{6 - 4} = \frac{1,5}{2} = 0,75 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Para a resolução do item (f), os sujeitos necessitariam desenvolver uma generalização para a ideia utilizada no item (e), ou seja, provar que dada uma função polinomial do 1º grau, os pontos que a pertencerem sempre estarão alinhados (uma vez que terão o coeficiente angular em comum) e, deste modo, estarão dispostos graficamente em uma mesma reta, o que comprovaria o teorema de que toda função polinomial do 1º grau, pode ser representada graficamente por uma reta.

Contrariando o que se esperava, os professores não conseguiram desenvolver a demonstração em primeiro momento. Percebendo a dificuldade dos sujeitos em iniciar esse procedimento de construção da generalização, a pesquisadora realizou algumas indagações, principalmente, levando-os a refletir sobre o motivo pelo qual a reta é a representação algébrica de uma função polinomial do 1º grau. As transcrições que se seguem, são trechos dessa interação entre pesquisadora e os sujeitos.

Pesquisadora: Por que toda função do 1º grau é representada graficamente por uma reta?

P2: Porque todos os pontos estão nela.

P4: Estão alinhados.

Pesquisadora: E o que nos garante que todos os pontos estão alinhados?

P4: O coeficiente angular.

P2: A inclinação.

Pesquisadora: É isso que vamos provar.

P4: Que todos têm coeficiente angular igual.

Retornando à discussão entre os sujeitos, P2 afirmou que deveria ser realizado o mesmo processo que foi desenvolvido no item anterior, só que de maneira genérica. Partindo dessa sugestão, os professores começaram a esboçar cálculos. Observou-se que primeiro os sujeitos só consideraram a diferença entre as coordenadas dos pontos, conforme mostra a figura abaixo. No entanto, os professores refutaram esses cálculos, uma vez que a pesquisadora questionou o motivo do surgimento da variável “a”.

Figura 47 – Construção da solução do item (f) do problema utilizado na SDP V, proposto por P4.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

$$\Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

$$a = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = a$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Novamente, em virtude da dificuldade apresentada pelos sujeitos, a pesquisadora orientou que os professores desenhassem a representação gráfica, com vistas à sua melhor visualização, e possivelmente, a compreensão. Os sujeitos voltaram a discutir, e retornaram a análise dos dados, mesmo assim, não conseguiram levar adiante.

A pesquisadora, por isso, construiu o gráfico no quadro e realizou o seguinte questionamento aos sujeitos: “admitindo que os pontos pertencem à função, como eles podem ser escritos na forma algébrica?”. Transcorrido esse momento, os professores continuaram sua discussão, e acabaram por construir, conjuntamente, a generalização proposta no item (f), tendo P4 como escriba.

Figura 48 – Generalização proposta pelos sujeitos, no item (f) do problema utilizado SDP V.

$$\begin{aligned}
 A(x_1, y_1) \in f &\rightarrow y_1 = a x_1 + b \\
 B(x_2, y_2) \in f &\rightarrow y_2 = a x_2 + b \\
 C(x_3, y_3) \in f &\rightarrow y_3 = a x_3 + b
 \end{aligned}$$

$$\frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} \quad \frac{(ax_3 + b) - (ax_2 + b)}{x_3 - x_2}$$

$$\frac{ax_2 - ax_1}{x_2 - x_1} \quad \frac{ax_3 - ax_2}{x_3 - x_2}$$

$$\frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} \quad \frac{a(x_3 - x_2)}{x_3 - x_2}$$

$$= a \quad = a$$

$$\tan(\alpha) = \tan(\theta) = a$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na dialética de institucionalização, a pesquisadora, com vistas a estimular a reflexão dos professores acerca do ensino de funções polinomiais do 1º grau, de modo especial, no que diz respeito à relação entre as representações gráfica e algébrica de uma mesma função, inicia evidenciando os obstáculos enfrentados pelos próprios sujeitos na realização da situação proposta, como a compreensão do que cada um dos elementos das duas representações (algébrica e gráfica) significavam e a maneira que estes se relacionavam, enfatizando que no contexto de pesquisas anteriormente realizadas, que embasaram a construção das situações didáticas profissionais, esses entraves também já haviam sido identificados.

Os professores, por sua vez, realçaram a necessidade da adoção de questões práticas, a exemplo da situação vivenciada por eles, da mesma forma que destacaram importância da utilização de ferramentas tecnológicas, como o *software* Geogebra, pois, para eles, o manejo de tais recursos, estimulam e facilitam a compreensão dos estudantes.

Por fim, os sujeitos enfatizaram a indispensabilidade de um aprofundamento dos assuntos e conceitos, tendo em vista que, geralmente, os conteúdos são apresentados aos estudantes de maneira superficial e desconectada, pois tomando como base a realização da situação didática profissional V, percebeu-se uma relação entre diversos assuntos e a necessidade de compreender, com maior afinco, os conceitos.

Nessa situação didática profissional, os professores não agiram, em sua totalidade, conforme havia sido perspectivado, no entanto, ao final, conseguiram desenvolver o que estava sendo proposto. Em relação a isso, é possível retomar a ideia de Teoremas em ato, apresentada pela Didática Profissional. De acordo com a DP, um teorema em ato é uma estrutura conceitual de uma classe de situações, em que as variáveis essenciais de atuação são selecionadas, assemelhando-se ao que ocorreu com os sujeitos nesta SDP.

5.4.6. Experimentação da SDP VI

A realização da Situação Didática Profissional VI (SDP VI) aconteceu no terceiro encontro formativo, contando com a presença de todos os sujeitos da pesquisa (P1, P2, P3 e P4). O objetivo desta situação era promover a reflexão dos professores em relação à necessidade de adotar uma postura de ensino que privilegie a compreensão dos elementos que compõem as representações algébrica e gráfica de uma mesma função polinomial do 1º grau, em especial os parâmetros de coeficiente angular e coeficiente linear.

Para a realização da SDP VI, utilizou-se o *software* Geogebra, com vistas à manipulação de um constructo desenvolvido pela pesquisadora e compartilhado com os sujeitos da pesquisa. Vale ressaltar que o objetivo da utilização do *software* na Situação Didática Profissional VI não é a observação da análise da ferramenta em si, mas as reflexões advindas de sua manipulação no contexto da SDP e do ensino de álgebra, de modo especial as representações algébricas e gráficas de uma função polinomial do 1º grau.

Conforme propõe a dialética de ação, de acordo com a Teoria das Situações Didáticas, a pesquisadora entregou o problema utilizado na SDP VI, de forma impressa, assim como disponibilizou por meio do aplicativo de mensagens instantâneas, WhatsApp, o arquivo do *software* Geogebra com o constructo que compõe a Situação Didática Profissional VI.

Os professores, nesse momento de ação, inteiraram-se com o problema e o constructo do Geogebra, e realizaram o item (a), que solicitava que os sujeitos apenas movimentassem os controles deslizantes já dispostos no Geogebra (arquivo compartilhado) e descrevessem como essa movimentação implicava no deslocamento da pipa (dados do problema e imagem no Geogebra).

Transcorrido esse momento, os professores discutiram brevemente para, em seguida, desenvolverem suas anotações (conforme propunha o item (a)). É importante ressaltar, que os sujeitos, durante toda a situação, intercalaram momentos caracterizantes das dialéticas de ação, formulação e validação, de maneira conjunta. As transcrições abaixo são trechos da discussão dos sujeitos com relação ao desenvolvimento do item (a).

P2: O controle deslizante “a” tem haver com o domínio.

[...]

P4: E o “b” também. Agora eu olhando aqui. O “b” tá diminuindo o “x” e aumentando o “y”, só que pra mim, o “b” tá indo numa coisa periódica. [...]

P4: Tem que ver que a figura não está mudando.

P2: Ele só muda a altura em si, como se fosse...

Diante das transcrições, é possível compreender que os professores se focaram na movimentação da figura em si, esquecendo-se de refletir sobre a influência dos controles deslizantes em relação aos eixos, assim como não relacionaram com os parâmetros de coeficiente angular e coeficiente linear, contrariando o que havia sido perspectivado, uma vez que esperava-se que os professores identificassem sem grandes dificuldades a influência desses controles.

Figura 49 – Resposta apresentada por P1, para o item (a) no problema da SDP VI.

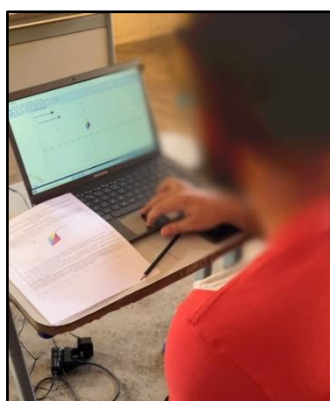
var). Já movimento e controle deslizante a no eixo x a pipa
completa-se ou reduz. Já os movimento e controle deslizante b no eixo
y a pipa muda de direção unilateralmente.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Mesmo assim, já chegando a algumas conclusões sobre a influência dos controles deslizantes, os professores continuaram sua análise. P2 resolveu diminuir o zoom da tela de visualização do *software* Geogebra, percebendo que o controle deslizante “a” também posicionava a pipa no quarto quadrante, fazendo com que a figura girasse em 180° graus. A figura abaixo mostra o momento em que P2 continuava sua análise acerca da influência dos controles deslizantes, assim como o trecho que se segue é a transcrição do seu comentário.

P2: Pessoal, prestem atenção aqui: se eu colocar o “a” no zero e depois mexer no “b” ele vai movimentar de maneira igual, para cima e para baixo no eixo y. Se colocar o “a” maior, o “b” vai movimentar diferente só da direita para a esquerda.

Figura 50 – P2 analisando a influência dos controles deslizantes “a” e “b” sobre a figura da pipa.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A resolução do item (b) exigia que os professores traçassem dois pontos na vareta longitudinal da pipa (dados do problema). Todos os sujeitos conseguiram desenvolver esse item sem dificuldades, utilizando a ferramenta “ponto”, disponível no *software* Geogebra, conforme era esperado que o fizessem. O professor P2 aproveitou para comentar que os pontos poderiam também ser identificados visualmente, a partir das marcações já disponíveis na janela de visualização do Geogebra.

Já para a resolução do item (c), os professores deveriam determinar a função a partir dos pontos traçados no item anterior, primeiro de maneira algébrica e, em seguida, utilizando os recursos do *software* Geogebra. De acordo com o que era esperado nas análises *a priori*, para a construção da função polinomial do 1º grau de forma algébrica, todos os professores utilizaram um sistema de equações a partir das coordenadas dos pontos demarcados no item anterior, mesmo tendo escolhido pontos diferentes. As figuras, a seguir, mostram as resoluções de P1 e P4 para o item (c).

Figura 51 – Resolução do item (c) no problema da SDP VI, proposto por P1.

$$\begin{array}{l}
 \text{c). } y = ax + b \\
 y = x + 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \begin{cases}
 10 = 6a + b \\
 4 = 4a
 \end{cases}
 \quad
 \begin{array}{l}
 -2a + b \quad (-1) \\
 \hline
 10 = 6a + b \\
 4 = 4a
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 10 = 6 \cdot 1 + b \\
 10 = 6 + b \\
 b = 10 - 6 \\
 \boxed{b = 4}
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 52 – Resolução do item (c) no problema da SDP VI, proposto por P4.

$$\begin{array}{l}
 \text{c) } C(5, 9) \\
 D(4, 8)
 \end{array}
 \quad
 \boxed{y = x + 4}$$

$$y = ax + b$$

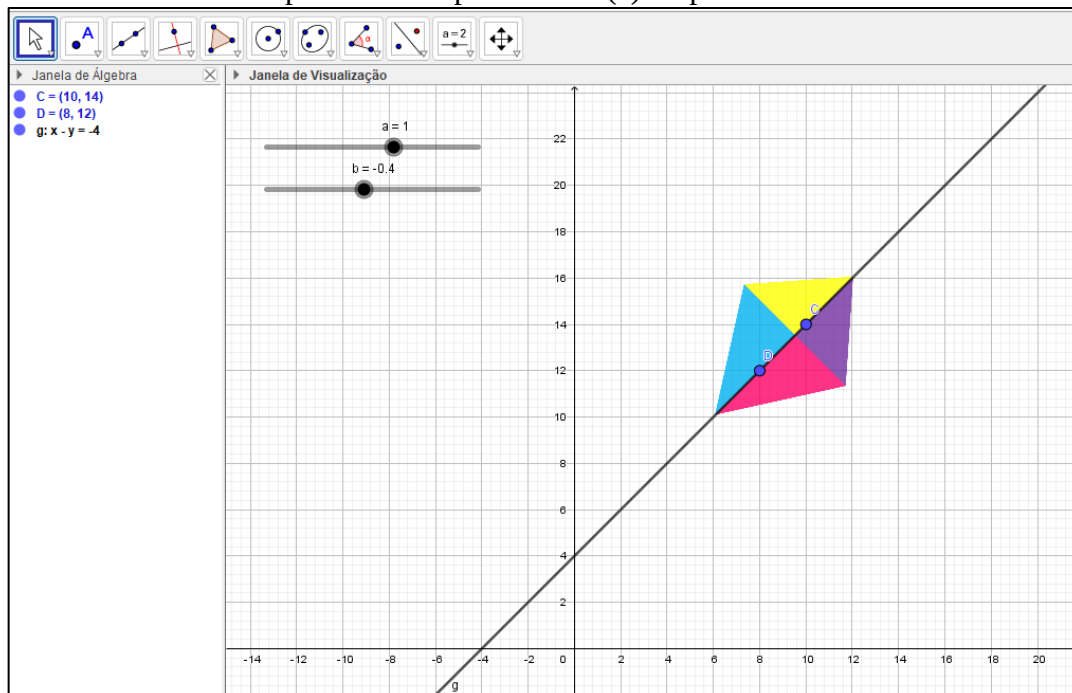
$$\begin{array}{l}
 C \rightarrow 9 = 5a + b \rightarrow 9 = 5 + b \\
 D \rightarrow 8 = 4a + b
 \end{array}
 \quad
 \boxed{b = 4}$$

$$\boxed{1 = a}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

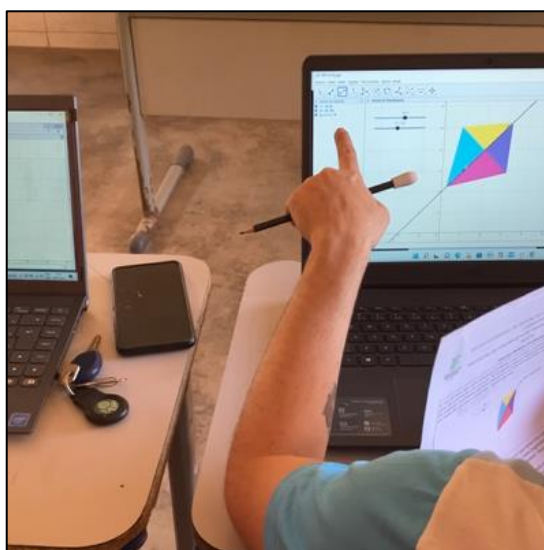
Para comprovarem adequação da função construída algebricamente, por meio do *software* Geogebra, todos os professores utilizaram a ferramenta “reta”, atestando tratar-se da mesma função. As figuras abaixo mostram a construção no Geogebra, realizado pelo professor P4 e o sujeito P1 identificando a equação da reta na janela de álgebra do *software*, respectivamente.

Figura 53 – Constructo do professor P4 para o item (c) no problema da SDP VI.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 54 – P1 verificando no Geogebra a representação algébrica da função que compõe o problema da SDP VI.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Para a resolução do item (d) proposto no problema, os professores necessitavam relacionar o movimento dos controles deslizantes e os elementos da representação algébrica de uma função polinomial do 1º grau. Por estarem se debruçando diretamente sob a figura da pipa, e não para a sua movimentação em relação aos eixos, os sujeitos tiveram dificuldade em identificar essa relação, diferente do que havia sido perspectivado. Reconhecendo a dificuldade dos professores, a pesquisadora realizou alguns questionamentos com vistas a orientar a reflexão dos sujeitos. As transcrições abaixo são trechos dessa discussão.

Pesquisadora: Que parâmetros da reta fariam com que ela se movimentasse assim como a pipa?

P2: O “b”.

Pesquisadora: O que o controle deslizante faz com a pipa?

P4: Amplia.

Pesquisadora: Mas considere a reta como sendo a vareta longitudinal. O que o controle faz com a vareta?

[...]

P2: Tem que pegar em relação ao eixo.

[...]

Pesquisadora: o que acontece quando o “x” é negativo?

P1: Fica de cabeça para baixo. Quando é positivo fica normal.

Pesquisadora: E no zero ela fica como?

P4: Paralelo ao eixo “x”.

[...]

Pesquisadora: Então quem seria o controle “a” na representação algébrica da nossa função?

P4: O coeficiente angular.

Pesquisadora: E o que o coeficiente angular faz com a função?

P3: A inclinação dos ângulos.

Pesquisadora: Quando o “a” é zero, existe alguma inclinação da reta em relação ao eixo “x”?

P2: Não.

A partir das transcrições acima é possível perceber a dificuldade dos professores em relacionar o movimento realizado pela reta (representado pela vareta longitudinal da pipa, conforme dados do problema), por meio dos controles deslizantes e os parâmetros de coeficiente angular e coeficiente linear, que influenciam na posição da reta (representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau) em relação aos eixos das abscissas e das coordenadas, respectivamente.

A resolução do item (e), conforme propõe o problema, ocorreu conjuntamente com o item (d), uma vez que os professores apenas deveriam anotar quais as influências desses parâmetros (coeficientes angular e linear) para a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau. Portanto, ao final das discussões, os sujeitos anotaram suas conclusões.

Figura 55 – Resolução do item (e), proposta por P4, no problema da SDP VI.

d) O parâmetro (a) indica a inclinação da reta ao eixo x , ou seja, coeficiente angular;
O parâmetro (b) indica a variação da reta em relação ao eixo y .

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 56 – Resolução do item (e), proposta por P1, no problema da SDP VI.

d). Como o coeficiente angular determina a inclinação da reta longitudinal, ao modificar o controle deslizante a esta reta inclinada, no ponto 0 a mesma se torna paralela ao eixo x . Por isso, ao modificar o controle deslizante, percebemos que a posição da pipa altera-se em relação ao eixo y (horizontal e vertical).

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

No item (f), os professores deveriam relacionar os parâmetros que compõem a representação algébrica de uma função polinomial do 1º grau, com algumas variáveis reais, conforme dados dos problemas: estrutura e material; altura da pipa; velocidade do vento; posição da pipa em relação ao vento. Os sujeitos discutiram entre si, sobre a relação que poderia ser estabelecida entre esses parâmetros e variáveis. Os trechos a seguir são transcrições dessa interação entre os professores.

P2: O “ y ” seria a altura da pipa.

[...]

P4: O “ a ” tem haver com o ângulo. Então é a posição da pipa em relação ao vento.

P2: E a velocidade do vento, entra onde?

P4: É o “ b ”. Que é sozinho.

[...]

P4: É não! Esse daqui é o “ x ”!

[...]

P2: Então a variável independente nesse é o vento.

P4: Então “ b ” é a estrutura e material.

[...]

P4: A altura da pipa depende de todo o resto.

Conforme era esperado, ao final da discussão, os professores realizaram a seguinte analogia entre os parâmetros da representação algébrica de uma função do 1º grau e as variáveis apresentados no problema: coeficiente angular (parâmetro “ a ”) – posição da pipa em relação ao vento; coeficiente linear (parâmetro “ b ”) – estrutura e material; variável independente (parâmetro “ x ”) – velocidade do vento; e variável dependente (parâmetro “ y ”) – altura da pipa, conforme mostra a figura abaixo.

Figura 57 – Resposta ao item (f), no problema da SDP VI, proposta por P4.

(f) y = altura da pipa, a = posição da pipa em relação ao vento, x = velocidade do vento, b = altura e material.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Ao final da validação dos professores, a pesquisadora iniciou a dialética de institucionalização, comentando com os sujeitos sobre os obstáculos que influenciaram a construção da situação, ou seja, destacando a necessidade da adoção de uma postura de ensino que privilegie o estabelecimento de uma relação entre os parâmetros que constituem as representações de uma função polinomial do 1º grau, em especial as representações algébrica e gráfica.

O professor P2 destacou a importância de privilegiar no ensino problemas práticos, uma vez que, ao exemplo do que foi vivenciado na Situação Didática Profissional VI, em que seria possível associar o comportamento de uma função a variáveis reais. Nesse ímpeto, P4 aproveitou para salientar que, em sua opinião, os alunos relacionariam essas variáveis aos parâmetros das representações de uma função do 1º grau, com facilidade.

Sobre o uso das ferramentas tecnológicas, a exemplo da utilização do *software* Geogebra na SDP VI, a pesquisadora, na institucionalização, realizou questionamentos aos sujeitos da pesquisa, com vistas a estimular sua reflexão. As transcrições dessa interação são apresentadas a seguir.

Pesquisadora: Sobre essas ferramentas tecnológicas, o que vocês consideram mais significativo para o ensino?

P1: Comprovar. Eu acho que é tipo uma comprovação.

P4: E ele manusear.

P2: E a praticidade também, voltando aquela primeira situação, o *** (P2 cita o nome de P1) falou que a gente poderia usar Pitágoras, a questão da inclinação também, né? Aí o menino só pega aqui, traça dois pontos, aí de lá ele já encontra a inclinação [...].

Ao final, os professores também afirmaram que a utilização de recursos tecnológicos poderia contribuir para sanar um grande obstáculo do ensino de álgebra: a abstração. Concluindo a institucionalização, a pesquisadora aproveitou para destacar a importância de inter-relacionar os diferentes tipos de representações de uma mesma função polinomial do 1º grau. Com a SDP VI, encerrou-se o ciclo formativo proposto pelo plano de ação desenvolvido nesta pesquisa, a pesquisadora, portanto, agradeceu a colaboração e a disponibilidade de todos os sujeitos.

Nessa situação didática profissional, os professores embasaram-se no que foi vivenciado nas SDP anteriores, e utilizam vários conceitos pragmáticos para organizarem suas ações. Com isso, pode-se inferir que, nesta situação, assim como possivelmente ocorreu nas outras, os sujeitos fizeram uso de uma estrutura conceitual. Para a Didática Profissional, uma estrutura conceitual de uma situação é quando o operador se utiliza de um conjunto de conceitos pragmáticos frente a um obstáculo (situação desafiadora).

6. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se a análise dos dados obtidos a partir da realização da experimentação, ou seja, a análise dos frutos da entrevista semiestruturada e do desenrolar das seis situações didáticas profissionais selecionadas para o processo formativo, contraponto os reais resultados com as perspectivas realizadas nas análises *a priori* dessa Engenharia Didática de Formação, caracterizando uma validação interna. Ao analisar esses resultados e validá-los, embasou-se nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas e da Didática Profissional, com vistas a compreender aspectos relacionados à prática profissional do professor de Matemática em formação, através dos procedimentos atitudinais por eles utilizados na realização das situações didáticas profissionais, com vistas à identificação de conceitos pragmáticos (conceitos organizadores da ação eficaz).

6.1. Análise da entrevista semiestruturada

A entrevista semiestruturada foi realizada com os quatro sujeitos da pesquisa. Vale ressaltar que os sujeitos são professores em atuação no 9º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, todos com formação em licenciatura em matemática, com tempos de experiências variadas, a saber: P1 – entre 5 e 10 anos, P2 – entre 5 e 10 anos, P3 – mais de 15 anos e P4 – entre 5 e 10 anos.

No contexto da experimentação desta pesquisa, a realização da entrevista tinha como intuito atender ao primeiro objetivo específico, proposto para o desenvolvimento deste trabalho. A saber: conhecer as concepções e as formas habituais de ensino utilizadas pelos professores, no contexto da álgebra, especialmente sobre o conceito de função e as representações de uma função polinomial do 1º grau.

A entrevista continha oito perguntas, organizadas em três partes (Apêndice B). As primeiras duas partes se direcionavam para as concepções dos professores acerca dos conceitos de função, de função polinomial do 1º grau e sobre as representações de uma função, na visão dos sujeitos. A terceira parte se delimitava sobre aspectos relacionados ao ensino de função (assim, como no contexto da álgebra, de maneira mais abrangente), buscando-se identificar práticas metodológicas habituais e obstáculos, que na opinião dos professores influenciam e dificultam o ensino da área.

Analisando-se as respostas dos participantes, perceberam-se algumas semelhanças dos seus relatos com os obstáculos identificados por meio das literaturas utilizadas para a construção das análises preliminares deste trabalho que, por sua vez, embasaram a construção

do plano de ação para elaboração das situações didáticas profissionais utilizadas na experimentação.

Ardenghi (2008) em seu trabalho intitulado: “Ensino e aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 e 2005 no Brasil”, agrupou uma série de obstáculos no ensino de funções. Dentre esses obstáculos, o autor destacou a confusão, realizada por alguns professores, acerca da diferenciação entre os conceitos de equação e de função, que por vezes são apresentados como noções análogas.

O obstáculo identificado por Ardenghi (2008) embasou a construção da primeira situação didática profissional (SDP I), que propõe uma reflexão sobre o ensino da construção da ideia de função. Tal entrave também foi identificado por meio da entrevista realizada com os sujeitos participantes da pesquisa, conforme pode ser observado na resposta de P1 para a questão 03, que indagava quais as possibilidades representacionais para uma função. P1 disse:

P1: [...] tem a tabela, que é uma das mais comuns. Tem a função, que eles aplicam o número e encontram o resultado. Tem o plano cartesiano, e a equação do 2º grau, de maneira geral. E não sei se tem outras formas, mas deve ter. [...]

No trecho, o professor confunde a ideia de função com equação, pois coloca o termo “equação” como sendo uma das formas de representar uma função. Acredita-se que o participante relacionou, nesse caso, a ideia da equação (linguagem algébrica) com a representação algébrica da função.

Usiskin (1995) já discutia sobre esse obstáculo. De maneira mais profunda, o autor já analisava os aspectos que, possivelmente, originavam esse entrave. O autor discorre sobre o sentido das variáveis no contexto das funções e das equações. Para Usiskin (1995) é indispensável que se compreenda essa diferença: nas funções, uma variável é um argumento ou parâmetro, que representa todo um conjunto; diferente disso, no cenário das equações, uma variável é uma incógnita, ou seja, representante de um número (ou uma determinada quantidade deles).

Lima (2017) faz uma análise sobre o ensino e a aprendizagem de funções no Brasil, e da mesma forma como Ardenghi (2008) o tinha feito, categorizou alguns obstáculos no ensino de função. Lima (2017) destaca, dentre outras dificuldades, a falta de segurança dos professores em relação ao conteúdo, além de salientar que, em muitos casos, os professores conhecem o assunto de maneira superficial.

Com relação a isso, é possível exemplificar, por meio da resposta apresentada pelo sujeito P3, para a pergunta 01 da entrevista semiestruturada, que questionava aos participantes, como eles definiriam o conceito de função. P3 respondeu o seguinte:

P3: Eu vejo, até dei uma olhada também, que é uma relação, pelo menos, simplificando, seria uma relação entre duas variáveis, onde o valor numérico estaria variando em função do outro.

Em sua resposta, o professor explicitou a necessidade de rever o conteúdo para apresentar sua concepção acerca de como seria a conceituação da ideia de função. No excerto, o participante relaciona o conceito de função a palavra “relação entre variáveis”. É importante destacar que, o termo “relação” fez parte da resposta de todos os sujeitos, para a questão 01.

Ao realizar a revisão de literatura nas análises preliminares deste trabalho, desenvolveu-se, também, um compilado de obstáculos no ensino de funções, que estão presentes nos trabalhos considerados. Dentre essas questões que interferem na prática profissional dos professores, destacou-se que o conceito de função é, geralmente, apresentado com sentidos incompletos ou confusos (NÉRI, 2013; PEREIRA, 2013; FERREIRA, 2013; FILHO, 2015; DANTAS, 2015; PADILHA, 2015; RENK, 2016; MOSSI, 2016; OLIVEIRA, 2017; LIMA, 2017).

O professor P2, ao responder à pergunta 04 da entrevista, que se relaciona com o conceito de função polinomial do 1º grau, faz confusão entre os termos que constituem a forma algébrica da função polinomial 1º grau e os termos de uma equação do 1º grau, novamente corroborando com a necessidade de refletir sobre o ensino do conceito e dos parâmetros que caracterizam uma função polinomial do 1º grau, foco do desenvolvimento da segunda situação didática profissional (SDP II), da experimentação desta pesquisa. A seguir apresenta-se a transcrição da resposta do professor P2:

P2: Em termos matemáticos, né? A gente sabe que uma função polinomial ela é dada por $ax + b = 0$, onde esse zero pode ser, tipo a equação do y, a função do y [...].

Retornando ao trabalho de Ardenghi (2008), no que diz respeito aos obstáculos relacionados às representações de uma função no contexto do ensino (ou seja, em relação à prática do professor), o autor dá destaque para a necessidade de compreender a passagem do quadro algébrico para o gráfico (representação algébrica para representação gráfica), e a identificação dos elementos que se relacionam a cada tipo de representação. Os obstáculos descritos nesta esfera proporcionaram subsídios para a construção das situações didáticas profissionais III e IV (SDP III e SDP IV).

Apresenta-se, nesse caso, um trecho da fala do professor P1 como resposta para a questão 05, que indagava os participantes sobre as possibilidades de representação de uma função polinomial do 1º grau. P1 disse:

P1: A gente pode representar por meio do diagrama, da tabela e do plano cartesiano.

Lima (2017) propõe, como um dos obstáculos no ensino, a dificuldade de alguns docentes em compreender o significado do que está representado em álgebra, assim como também no cenário do ensino de função. No trecho anterior, o professor confunde a representação gráfica com o próprio plano cartesiano, isto é, não é explícita para o participante, quais são as representações de uma função polinomial do 1º grau.

Nesse sentido, é possível destacar, assim, algumas questões que puderam ser identificadas a partir da análise das respostas dos participantes, diante da entrevista: (i) os professores confundem a definição de função com a própria representação algébrica; (ii) há uma ênfase para a representação algébrica de uma função, em detrimento de outras; (iii) os professores não têm segurança sobre o que é a representação de uma função.

Apresenta-se, abaixo, alguns excertos das respostas dos professores, a partir dos quais as proposições (i), (ii) e (iii), respectivamente, são advindas. Destacam-se trechos das falas dos professores P2 e P4.

Pergunta 03 - P2: Aquela bem clássica, né? Que tem o diagrama, aonde a gente faz uma setinha de um elemento para o segundo elemento, que a gente usa bastante [...] ao invés da gente usar só a tabela né? A gente pode tá representando também pelo diagrama.

Pergunta 03 - P4: Eu acho que a maneira que a gente mais vê, na hora que a gente lembra de função, a gente lembra logo dos diagramas. Coloca dois diagramas aqui e faz aquelas setinhas [...] mas em casos mais gerais, eu posso utilizar aquela linguagem do $f(x)$ ou utilizar a letra y , e relacionar as variáveis, no caso.

Pergunta 02 - P4: Eu utilizaria, primeiramente, é claro, a lei de formação, para mostrar. Mas eu acho que o principal, eu acho que seria uma situação bem prática [...] iniciar a aula tentando dissociar aquela ideia de que a álgebra é muito mecânica e pouco prática.

No primeiro trecho, o professor havia sido questionado sobre as possibilidades de representação de função (pergunta 03). Em sua resposta, ele apresenta o diagrama e a tabela. É possível compreender que para o participante, a representação algébrica não se configura como tal, ou seja, infere-se que para o sujeito esse tipo de representação seja a própria definição do conceito de função.

Ainda respondendo à pergunta 03, o professor P4 (no segundo trecho), comenta sobre a representação de uma função em forma de diagramas, no entanto, em seguida, discorre sobre utilizar a “linguagem do $f(x)$ ou utilizar a letra y ”, referindo-se à representação algébrica. Pela resposta do participante, compreende-se uma valorização para a representação algébrica, em detrimento de outras.

A pergunta 02, respondida por P4, no terceiro excerto, questionava sobre as formas como o professor costuma representar uma função. No entanto, o professor, ao invés de

responder considerando algum tipo de representação de uma função: algébrica, gráfica, tabular, por exemplo, discorre sobre a utilização de situações (exemplos) práticas para iniciar a apresentação do assunto para os alunos, o que permite compreender que o professor não tem clareza do que venha a ser a representação de uma função.

Delimitando-se sobre a prática do professor, na pergunta 06, questionava-se aos participantes sobre as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos, na concepção deles. Analisando-se as respostas dos professores, observa-se que, em sua maioria, os sujeitos destacaram como principal entrave, a compreensão da linguagem algébrica. A seguir, apresenta-se as transcrições de P2 e P3.

P2: Quando a gente envolve letras junto com número, para o aluno, ele sente essa dificuldade, pois é algo tipo: o que essas letras estão fazendo ali? [...]. Eles ainda não têm o entendimento de que ali elas estão só como uma representação. [...] Infelizmente, não tem outra maneira da gente estar tentando representar elas, se não for através dessas letras ou usar símbolos que utilize essas incógnitas, né? Para o aluno é muito difícil ainda, ele não consegue compreender, entender a necessidade das letras estarem ali junto com os números. [...].

P3: Eu acho que seria um conteúdo onde os alunos encontram dificuldades né? E aí quando você parte pra essa questão de expressão algébrica [...]. Tanto na aplicação de jogos de sinais, por exemplo, é..., como na interpretação de situações problemas, ou seja, interpretar o que é o dobro, o que é o triplo, onde a variável entra, onde que ela não entra. Então, eu acho, que essa parte é muito difícil sim para a compreensão do aluno.

Nos excertos, mesmo não usando a terminologia “linguagem algébrica”, os professores destacam como uma dificuldade a compreensão da simbologia presente na álgebra. Nesse sentido, Smith (2008) discorre sobre a necessidade de organizar o pensamento algébrico em dois: pensamento simbólico – compreender e utilizar a linguagem dos símbolos matemáticos; e o pensamento representacional – capacidade de realizar processos mentais acerca dos significados do sistema simbólico.

Scarllassari e Moura (2015) apresentam em seu trabalho intitulado “Dificuldades dos alunos no ensino fundamental, em álgebra, e suas possíveis origens”, alguns obstáculos na aprendizagem dos alunos que, conforme os autores, têm origem no ensino e nas fragilidades formativas dos professores. Eles destacam, entre outros obstáculos, a dificuldade de compreensão e utilização do sistema algébrico de escrita. Para os autores, esse entrave é advindo de um ensino carregado de memorização e repetição de fórmulas, onde a linguagem algébrica é utilizada apenas como forma de aplicação mecânica.

Nessa circunstância, no trecho a seguir, apresenta-se a resposta do professor P1 para a pergunta 08, que indagava do participante quais seriam os obstáculos no ensino de função polinomial do 1º grau, na concepção dos sujeitos. Da mesma forma, destaca-se também a

resposta do sujeito P3, para a questão 07, que questionava sobre as formas habituais de ensino utilizadas pelos professores. As transcrições são apresentadas abaixo, respectivamente:

Pergunta 08 – P1: Uma dificuldade como um todo, pros alunos que chegam no 9º ano, para eles aprenderem, é justamente, como é que foi esse processo de ver esse termo que eles não conhecem, essa incógnita, e como é que foi de fato praticado, né? É... para eles ao longo dos anos até chegar no 9º ano. Mas, eu acho, que uma dificuldade seria, por mais que é muito fácil falar que uma função pode ser como uma máquina, como vem no livro didático, sempre a função é apresentada como uma máquina, né? Onde eu coloco um número, vai no processo... e gera um outro número. Só que fico imaginando como levar isso para a realidade do aluno. Isso talvez seja o mais complicado. E não somente levar, mas eles entenderem que na realidade deles, uma função acontece normalmente.

Pergunta 07 - P3: É bem simples, mostrando mesmo através do pincel e do quadro, trazendo os alunos no quadro, às vezes.

No trecho, é possível compreender que os professores, mesmo que inconscientemente, adotam uma postura profissional que privilegia a mecanização do ensino e a repetição de fórmulas prontas. Foi justamente a identificação de obstáculos nesse sentido, que permitiu a concepção das situações didáticas profissionais V e VI (SDP V e SDP VI), que consideram a utilização do *software* Geogebra em sua realização.

Ainda sobre a resposta do sujeito P1, para a pergunta 08, apresentada acima, é possível refletir sobre a progressão do ensino, ou ainda, no cenário da álgebra, como se dá o processo de introdução e continuidade dos conteúdos relacionados a essa área da matemática. Ribeiro e Cury (2015) defendem a ideia de que a álgebra deve ser introduzida já nos primeiros anos de escolarização. Nesse enquadramento, é importante citar que a Base Nacional Comum Curricular também corrobora com essa inserção prematura da álgebra no currículo da Educação Básica.

Por fim, destaca-se a resposta do sujeito P3 para a pergunta 08, que faz uma reflexão sobre a sua prática, baseando-se na necessidade de buscar e/ou utilizar novas metodologias para desenvolver uma postura de ensino mais eficiente. A seguir, apresenta-se a transcrição da resposta do participante.

P3: Se for pensar na minha prática, eu acho que a falta de... novas metodologias, né? Porque assim, a gente às vezes fala de falta, que não tem, mas aí, se você for ver no pé da letra, a gente não buscou. Talvez até tivesse, e a gente não buscou. [...]. Um dos obstáculos é relacionado ao tempo, devido à grade curricular, que ela vem no final do livro [...] e a gente seguia o conteúdo do livro [...]. A falta de subsídio, de ajuda, de mecanismos que pudesse ajudar a dar uma aula melhor sobre o conteúdo.

Em seu trabalho “Álgebra para formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função”, Ribeiro e Cury (2015) acreditam que no cenário do ensino de álgebra, especialmente no contexto de função, além de deter o conhecimento teórico/técnico relacionado à construção do conteúdo, é indispensável ao professor ter um olhar apurado acerca da

metodologia, dos conhecimentos prévios dos estudantes, e de outras questões que estão intrínsecas ao ensino, como: a análise dos currículos e os obstáculos de aprendizagem, por exemplo.

6.2. Análise *a posteriori* e validação das Situações Didáticas Profissionais

Nesta etapa, realizou-se as análises *a posteriori* e validação interna das Situações Didáticas Profissionais aplicadas com os sujeitos da pesquisa. De acordo com Artigue (1988), é nessa etapa da Engenharia Didática em que, apoiando-se nas observações realizadas nas sessões de ensino, as produções dos participantes, e demais dados coletados, realiza-se o confronto entre as hipóteses levantadas e o desenvolvimento real do que havia sido planejado, validando-as ou refutando-as.

Conforme havia sido perspectivado nas análises *a priori* de todas as seis situações didáticas profissionais planejadas, por meio da utilização da Teoria das Situações Didáticas, as dialéticas de ação, formulação, validação, poderiam, no desenvolvimento da situação, ocorrer de forma conjunta. Essa projeção, de fato, ocorreu durante a aplicação das situações.

Situação Didática Profissional I: a realização da situação didática profissional I (SDP I), tinha como objetivo estimular a reflexão dos professores sobre a necessidade de desenvolver um modelo de ensino que privilegie uma compreensão profunda sobre o conceito geral de função. Utilizou-se a análise, resolução e comentários sobre um problema matemático focado na construção da conceituação de função, com vistas a atingir tal propósito. O problema utilizado era composto por quatro itens.

Corroborando com o que havia sido perspectivado para o item (a) no problema que compõe a SDP I, os professores utilizaram diferentes procedimentos matemáticos para chegarem a uma mesma solução para o item. No entanto, para a realização do item (b), diferente do que se esperava, os sujeitos não conseguiram identificar que a relação estabelecida no problema era a de funcionalidade.

Ao contrário do que havia sido idealizado, no desenvolvimento dos itens (c) e (d) do problema proposto, os professores não conseguiram desprender-se dos dados apresentados e construir uma generalização para o conceito de função, cabendo, portanto, à pesquisadora a fazê-lo no momento inicial da institucionalização. Nesse momento, a pesquisadora aproveitou para destacar alguns elementos negligenciados pelos professores durante a resolução dos itens, como: a noção de dependência entre as variáveis, a noção de domínio e contradomínio, por exemplo.

Em resumo, era esperado que a partir da vivência com essa situação didática profissional, os professores pudessem refletir sobre os seguintes aspectos: compreender a importância de destacar a relação estabelecida entre as variáveis, dentro do contexto das funções, ou seja, a relação de dependência entre elas; assim como, a necessidade de aprofundamento da compreensão dos termos e conceitos que compõem um determinado conhecimento (conteúdo) matemático.

Ao analisar, portanto, as reflexões apresentadas pelos sujeitos, diante dos comentários realizados por eles na institucionalização, compreendeu-se que, em suma, os professores direcionaram sua análise sobre as diferentes formas que são possíveis a resolução de um problema matemático, assim como a importância de realizar uma generalização formal dos conceitos tratados por eles, no contexto da sala de aula.

Nesse ímpeto, é importante destacar os comentários de P1 e P4, ao construírem seu relatório de *debriefing*, acerca das reflexões provenientes da situação didática profissional I. As transcrições abaixo, são trechos dos comentários dos sujeitos mencionados.

P1: [...] Por fim, e não menos importante, o item d trouxe uma reflexão sobre o uso, a criação e a apropriação das fórmulas e seus termos, e como é importante pensá-los de forma mais abrangente para nós profissionais e para os estudantes.

P4: Após a análise e resolução da situação didática profissional I, nota-se particularmente falando que a observação de todas as possibilidades de aprendizagens advinda de uma mesma situação e de fundamental importância, visto que para a mesma resolução de um item, variadas formas podem ser utilizadas e mais o professor deve antecipar possíveis respostas visando à ambientação com a questão para possível auxílio dos alunos e para finalizar a generalização é de fundamental importância já que um mesmo caso pode ter uma infinidade de assuntos que se assemelham.

Através da transcrição das reflexões dos sujeitos, é possível compreender que, ao menos em parte, a situação didática profissional I, tenha atingido seu objetivo, uma vez que os professores reconhecem a importância de serem considerados no ensino, aspectos relacionados à formalização dos conceitos, o aprofundamento das ideias, bem como considerar os obstáculos e antecipações dos processos realizados pelos alunos.

Situação Didática Profissional II: ao propor o desenvolvimento da situação didática profissional II, tinha-se como propósito favorecer a análise dos sujeitos sobre a indispensabilidade de adotar uma postura de ensino que privilegie a compreensão para o conceito de função polinomial do 1º grau, a representatividade dos elementos que a compõem, e as possibilidades de representação desse tipo de função. A SDP II era composta por um problema, contendo cinco itens.

Diante da resolução dos itens (a) e (b), os professores realizaram procedimentos diferentes dos que foram perspectivados nas análises *a priori*, uma vez que mesmo conseguindo solucionar o que era exigido no problema, os sujeitos não o fizeram com facilidade, conforme

havia sido previsto, ao invés disso, desenvolveram com certa dificuldade. No item (c), também diferente do que era esperado, os professores não construíram uma expressão algébrica para a resolução do item.

Já a partir da realização dos itens (d) e (e), pode-se perceber, diferente do que se pretendia observar, que os professores sabem operar matematicamente com os termos pertencentes a uma função polinomial do 1º grau, no entanto, não tem uma compreensão aprofundada do que esses termos representam para a construção do conceito desse tipo de função.

Ao planejar o desenvolvimento da situação didática profissional II, na análise *a priori*, esperava-se que no decorrer de sua aplicação os professores pudessem refletir sobre alguns aspectos relacionados ao ensino de álgebra, de maneira particular, o ensino das funções polinomiais do 1º grau, como: a importância de compreender cada um dos elementos que compõe o conceito de função polinomial do 1º grau, e por meio dessa compreensão, a possibilidade de construir esse conceito, por exemplo.

No contexto da institucionalização na SDP II, os sujeitos, em seus comentários, evidenciam duas questões, que de acordo com eles, devem ser tratadas com maior atenção no contexto da sala de aula, são elas: a necessidade da compreensão dos problemas e a dificuldade, do professor, em identificar as dificuldades dos alunos, para assim, agir de maneira direcionada.

Ao construir o relatório de *debriefing* sobre a situação didática profissional II, os professores puderam refletir individualmente. Trechos dos relatórios desenvolvidos pelos sujeitos são apresentados abaixo.

P1: [...] Estabelecendo uma relação de lógica e complementação, os itens nos levam à construção da função do 1º grau. E sua generalização se atentou, basicamente, ao uso específico destes termos, bem como a interpretação da própria situação.

P2: [...] a maneira em que os itens foram pensados podemos montar a relação e explicar para que serve, e o que é cada termo, diferente de metodologias aplicadas, em que já chegamos aplicando e mostrando a lei de formação de uma função [...] sendo que podemos induzir o que seria o “a” e “b” nessas situações.

P3: Percebi que cada situação-problema há uma construção passo a passo para a resolução, e que este passo a passo deve ser trabalhado no desenvolvimento do aluno.

P4: Na resolução/reflexão da situação didática profissional II como contribuição nota-se a análise crítica da questão evidenciando valores importantes e linguagem matemática para o bom andamento da questão, ainda o uso da questão construída onde um vem auxiliar o outro até a generalização [...].

Analisando-se as reflexões dos professores, ao construírem seu relatório de *debriefing*, é possível perceber que o objetivo da situação didática profissional II foi atingido, uma vez que em seus comentários nota-se aspectos relacionados ao que se esperava que os sujeitos refletissem, em especial: a importância de favorecer ao aluno condições de construção do seu

próprio conhecimento, bem como a compreensão da linguagem matemática e a dos termos que compõem de uma função polinomial do 1º grau.

Situação Didática Profissional III: o desenvolvimento da situação didática profissional III tinha como objetivo estimular a reflexão dos professores acerca da necessidade de adotar uma postura de ensino que considere a compreensão e relação existente entre duas ou mais representações de uma mesma função polinomial do 1º grau. Essa SDP, era composta por um problema que continha os itens (a), (b), (c) e (d).

Na resolução do item (a), diferente do que era previsto nas análises *a priori*, os professores apresentaram dificuldade em identificar os elementos constituintes da função polinomial do 1º grau, para assim construírem a representação algébrica da função descrita no problema.

A realização dos demais itens, por serem advindos da resolução do item (a), transcorrem-se conforme havia sido perspectivado. Assim também, como esperado, a pesquisadora realizou intervenções, nesse caso, em especial relacionando-se a algumas questões referentes ao conceito de função e seus elementos, como as noções de domínio e contradomínio.

Através da realização da situação didática profissional III, era esperado que os professores pudessem refletir sobre alguns aspectos relacionados ao ensino de álgebra, por meio das particularidades do ensino de funções polinomiais do 1º grau, como por exemplo: a importância de compreender os elementos constituintes de uma função do 1º grau e sua representatividade em cada um dos tipos de representação, bem como as formas de análise e identificação da função a partir das diferentes representações.

No momento da institucionalização na SDP III, os professores direcionaram suas reflexões para o contexto da sala de aula, pois destacaram, que em sua concepção, os alunos da Educação Básica, ao deparar-se com um problema como o que foi utilizado na situação didática profissional III, fariam o gráfico da função de maneira automática, sem refletir sobre os elementos, mesmo que os sujeitos reconheçam a indispensabilidade de compreensão dos elementos que compõem o conceito de função do 1º grau, como: variáveis dependente e independente, domínio e contradomínio, por exemplo. Abaixo apresentam-se trechos das reflexões dos professores no relatório de *debriefing*, acerca da SDP III.

P1: Na situação apresentada foi aplicada a lei de função do 1º grau [...] por meio de representações diferentes, como o sistema de equações para descobrir os coeficientes angular e linear. Além disso, buscamos representar de outra maneira os dados da tabela, como foi pedido no item “b”; e ainda neste, discutimos a importância e o posicionamento de outros elementos da função, que são o domínio e o contradomínio.

P2: [...] podemos notar que as representações (gráfica, algébrica e tabular) podem ser trabalhadas em diversas ordens e obter o mesmo resultado, sem falar que está ligado a um só assunto.

P4: O principal ponto observado foi a análise crítica da tabela que nos fez perceber que se tratava de uma função e a utilização dos dados pode ser usado em variados assuntos, como por exemplo na construção de um gráfico, mas nota-se a necessidade de se entender a teoria acerca do estudo de função e conhecimentos específicos sobre imagem ou contradomínio e domínio.

Ao deter-se sobre os comentários dos professores em seus relatórios, acredita-se que o propósito da situação didática profissional tenha sido atingido, uma vez que, em resumo, os sujeitos refletem especialmente sobre os seguintes aspectos, que se relacionam diretamente com o objetivo da SDP III: a importância de analisar os dados e elementos de uma função do 1º grau, de maneira específica, conseguir realizá-los a partir das diferentes representações possíveis para esse tipo de função.

Situação Didática Profissional IV: o propósito da situação didática profissional IV era favorecer a reflexão dos professores acerca da necessidade de adotar uma postura de ensino que privilegie a compreensão da relação entre as diferentes representações de uma mesma função polinomial do 1º grau, principalmente a representação gráfica em relação às demais. Essa SDP era composta por um problema contendo três itens.

Para a resolução do item (a), os professores agiram conforme havia sido perspectivado, mesmo cometendo alguns equívocos na construção de sua resposta. Em virtude disso, de acordo com o que era esperado, a pesquisadora realizou algumas intervenções, especialmente levando os professores a refletirem sobre a linguagem algébrica e simbólica.

Diferente do que foi planejado, na resolução do item (b), os sujeitos não construíram a representação algébrica como se esperava. Ao invés disso, desenvolveram apenas cálculos aritméticos simples para responderem ao item. Na realização do item (c), por sua vez, todos os professores desenvolveram as representações algébricas para a função do 1º grau, mesmo que com algumas modificações, conforme perspectivado.

Na etapa de institucionalização, os sujeitos, em sua reflexão sobre a vivência da situação didática profissional IV em contraponto com a sua prática profissional, destacam alguns pontos relacionados à prática habitual dos estudantes em sala de aula e o ensino, como: a falta de associação entre uma e outra representação de uma mesma função do 1º grau, e a fragmentação dos conteúdos ensinados em matemática, por exemplo. Essas reflexões também são defendidas pelos professores em seus relatórios de *debriefing*, conforme mostra as transcrições abaixo.

P1: A partir da premissa e possibilidade de representar uma função de diferentes formas, nesta situação fomos instigados a realizar o reverso, ou seja, por meio de uma representação geométrica, representar em uma tabela. Com isso, chegamos a uma discussão superinteressante de como somos condicionados (e condicionamos, muitas das vezes) a ver/representar uma função apenas de uma ou duas formas, havendo

dificuldade quando nos deparamos com uma representação “diferente” da habitual, vista principalmente nos livros didáticos. Essa indagação, nos faz reconhecer como é importante demonstrar para os alunos as diferentes formas de representar uma função, assim como normalmente fazemos no conjunto dos números racionais, por exemplo. Tal abertura permite também mudanças no ensino de álgebra, desde a nossa didática à produção de material didático, como livros e jogos.

P2: [...] podemos ver que é necessário termos conhecimento de cada “coisa” da função, ou seja, o que elas representam na situação, porém, nós professores fragmentamos o ensino de função, passando a pensar que cada uma dessas representações não têm conexão ou até mesmo se tratar de assunto diferentes.

P4: Na realização da situação didática profissional IV notoriamente houve a conclusão de que para o ensino adequado de função deve-se estimular a associação/visualização das variadas formas de representação de uma mesma situação.

Ao analisar-se os comentários dos professores no momento da institucionalização e os relatórios produzidos por eles, pode-se compreender que o objetivo da situação didática profissional IV tenha sido cumprido, uma vez que, a partir de sua realização, esperava-se que os professores pudessem refletir, entre outros pontos, sobre a relação biunívoca entre as diferentes representações de uma mesma função polinomial do 1º grau, e a necessidade de tornar o ensino em matemática menos fragmentado.

Situação Didática Profissional V: o objetivo da situação didática profissional V era contribuir com a reflexão dos professores acerca da necessidade de adotar uma postura de ensino de privilegie a compreensão dos elementos que compõem o conceito e as representações de uma função polinomial do 1º grau, especialmente a relação estabelecida entre as representações gráfica e algébrica. A SDP V era composta por um problema, contendo seis itens, e um constructo do *software* Geogebra previamente desenvolvido pela pesquisadora e compartilhado com os sujeitos.

O desenvolvimento do item (a), pelos sujeitos, ocorreu conforme havia sido planejado nas análises *a priori*. Para realizarem o item, os professores utilizam métodos diferentes. Como era esperado, da mesma forma, ocorreu o desenrolar do item (b) do problema proposto na situação.

Ao contrário dos itens anteriores, no item (c), os sujeitos não conseguiram identificar a relação de funcionalidade existente entre as variáveis apresentadas nos dados do problema, diferente do que havia sido perspectivado que os professores realizassem. Em virtude disso, os professores tiveram dificuldade em solucionar o item, necessitando de intervenção da pesquisadora.

No item (d), os professores utilizaram, em partes, os procedimentos perspectivados nas análises *a priori*. De maneira similar ao que se desenrolou no item (c), também no item (e), os sujeitos precisaram da intervenção da pesquisadora e, ao final, procederam com a resolução do item de maneira diferente daquela que havia sido perspectivada.

Concluindo a solução para o problema, no item (f), que demandava que os professores construíssem a demonstração de que toda função polinomial do 1º grau pode ser representada graficamente por uma reta, diferente do que era previsto, os sujeitos tiveram dificuldades, e após intervenções da pesquisadora, acabaram por construir a demonstração de forma coletiva.

No momento da dialética de institucionalização, ao sintetizar as reflexões realizadas pelos professores acerca da situação didática profissional V e considerando o contexto da sala de aula, os professores destacaram os seguintes aspectos: a necessidade de serem trabalhados com os estudantes problemas de cunho prático, bem como o uso de recursos tecnológicos no ensino; a indispensabilidade de aprofundar os conceitos e de inter-relacionar conteúdos no ensino de matemática.

Ao construírem seu relatório de *debriefing*, os professores reforçam as reflexões destacadas no momento da institucionalização, acrescentando a necessidade de generalização dos conceitos em álgebra. Os trechos a seguir são transcrições dos comentários dos sujeitos em seus relatórios.

P1: A proposta da situação-problema dessa vez teve como recurso o *software* Geogebra, o que nos ajudou em compreender alguns itens e sua aplicabilidade. Na resolução dela, ainda foi observado, outros conteúdos importantes, como o Teorema de Pitágoras, um conteúdo da matriz curricular dos alunos do 9º ano e também podemos relacionar os elementos da função e da situação de forma a generalizar sua aplicabilidade.

P2: Durante a solução do problema podemos notar que o uso da ferramenta Geogebra na prática, facilitaria a resolução da mesma, mas ao mesmo tempo teria algo a mais a mostrar: “ensinar” aos alunos, pois não basta trazer o Geogebra.

P3: [...] a ferramenta Geogebra torna mais compreensível o significado de cada elemento da função. Outro ponto importante é demonstrar a generalização da relação.

P4: Na realização da situação, a principal observação é a aplicação de variados conteúdos matemáticos numa situação prática. A generalização, que é a parte mais complicada, tem que ser feita pelo professor, mas com o auxílio de variada quantidade de questões, e também para o bom andamento de suas aulas o professor deve conhecer o que seus estudantes já sabem.

Acredita-se, portanto, que o propósito da situação didática profissional V tenha sido cumprido, tendo em vista que esperava-se que no decorrer de sua realização, os professores pudessem refletir sobre os seguintes aspectos, que podem vir a contribuir com mudanças de posturas atitudinais em sua prática profissional: necessidade de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes; indispensabilidade de estabelecer relação entre diversos conhecimentos matemáticos; e a importância de aprofundar os significados dos conceitos, em álgebra.

Situação Didática Profissional VI: a situação didática profissional VI era composta por um problema, contendo seis itens, e um arquivo do *software* Geogebra, com um constructo previamente desenvolvido pela pesquisadora, compartilhado com os sujeitos. A realização dessa SDP tinha como objetivo levar os professores a refletirem sobre os elementos que

compõem o conceito de uma função polinomial do 1º grau e a influência desses elementos para as representações gráfica e algébrica de uma mesma função.

Na resolução do item (a), os professores, contrariando o que havia sido perspectivado nas análises *a priori*, não conseguiram identificar com facilidade, a influência dos controles deslizantes em relação ao posicionamento da função e aos eixos. Diferente do que ocorreu no item (a), nos itens (b) e (c), os sujeitos procederam conforme havia sido projetado, utilizando o *software* Geogebra para identificação dos pontos pertencentes à função e às coordenadas desses pontos para desenvolverem uma representação algébrica para ela, respectivamente.

Contrariando o que havia sido projetado, no desenrolar dos itens (d) e (e), os professores não conseguiram identificar, em primeiro momento, a relação entre os controles deslizantes e os elementos que compõem o conceito de função polinomial do 1º grau, necessitando, portanto, de intervenção da pesquisadora. Já o item (f), por ser de cunho prático, foi desenvolvido com facilidade pelos professores, conforme havia sido perspectivado nas análises *a priori*.

Ao planejar a realização dessa situação didática profissional VI, era esperado que os professores pudessem refletir sobre alguns aspectos relacionados à prática profissional, em especial no contexto do ensino de álgebra, como: a necessidade de oferecer aos alunos a capacidade de visualização do que se representa de forma abstrata; a indispensabilidade de compreensão da linguagem algébrica (capacidade de abstração); a importância de contextualização da reflexão sobre a transposição do ensino.

Na etapa de institucionalização, assim como na construção do relatório de *debriefing* acerca da vivência da situação didática profissional VI, os professores puderam refletir sobre sua prática profissional, em alguns aspectos. Os trechos a seguir são transcrições dos comentários dos sujeitos em seu relatório.

P1: [...] nos deparamos com os controles deslizantes nesta situação-problema, e que mudariam a posição e a inclinação da pipa de acordo com a vareta horizontal. Percebemos como o coeficiente angular se altera no programa e também como os elementos da função do 1º grau estão relacionados com o voo da pipa, o que particularmente considerei espetacular em uma possível prática com os alunos.

P2: [...] precisamos tentar mostrar o que cada termo significa na prática. Ainda também, vale ressaltar que a parte da generalização, apesar de ser complicada para os alunos, é interessante que seja feita, pois ali pode quebrar aqueles paradigmas em relação a conteúdos vistos anteriormente [...].

P3: [...] é importante estar ligando a teoria à prática. Quando se trata de uma função, buscar situações que possa demonstrar na prática o significado de cada elemento da função, mostrando a contribuição da matemática na situação escolhida como exemplo.

P4: O conhecimento do significado de cada termo associado ao estudo de função foi primordial dessa questão, mas o principal ponto é que a observação na prática do comportamento de uma função através de seus parâmetros. Para os estudantes é fundamental.

Sintetizando as reflexões dos professores diante da institucionalização e no relatório de *debriefing*, é possível compreender que os sujeitos destacaram alguns aspectos que demandam um olhar direcionado em sua prática profissional, são eles: a necessidade da utilização de problemas de cunho prático e associados a problemas reais (contextualização do ensino); e a importância da utilização de recursos tecnológicos, como recursos capazes de auxiliar no processo de construção de significados para a abstração. Portanto, acredita-se que o objetivo da situação didática profissional VI tenha sido atingido.

Ao final desta etapa de análises *a posteriori*, em que foram contrapostos os objetivos, antecipações e as reflexões verdadeiramente obtidas a partir da realização das seis situações didáticas profissionais, desenvolvidas no contexto desta pesquisa, pôde-se compreender que, ao menos em partes, o propósito da realização das situações foi cumprido. No tópico a seguir, apresenta-se, os conceitos organizadores da ação identificados por meio da realização e análise da experimentação.

6.3. Conceitos organizadores da ação – Conceitos pragmáticos

A Didática Profissional (DP) tem como propósito desenvolver métodos de análise do trabalho, com vistas à organização de formações, que tenham foco na construção de competências profissionais. No contexto da DP, a formação profissional está diretamente relacionada com a atividade (ação do profissional em seu trabalho), construindo-se, também, por meio da autoanálise dessa atividade.

De acordo com Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), a atividade humana se organiza em esquemas, que têm como centro organizador os conceitos pragmáticos ou ainda, conceitos organizadores da ação. Esses esquemas referem-se a classes de situações que, juntas, têm função adaptativa, uma vez que, a organização da atividade profissional mesmo que invariável, é flexível, pois as competências que a constituem não se relacionam com a repetição de um único *modus operandi*, mas com capacidade adaptativa.

Um conceito organizador da ação, no entanto, representa a capacidade do profissional de identificar em que classe de situações se encontra, permitindo a realização de um diagnóstico, com vistas a orientar a ação, para que ela seja eficaz, ou seja, quando um conceito pragmático é adquirido por meio do fazer, e é capaz de organizar a ação, temos, por isso, uma competência profissional.

A partir dessa concepção, e compreendendo que a realização da presente pesquisa tinha como um dos objetivos específicos o desejo de identificar, por meio da aplicação e análises de

situações didáticas profissionais, acerca do ensino de funções polinomiais do 1º grau, conceitos organizadores da ação, neste tópico, apresenta-se e discorre-se sobre o que foi identificado.

Ao analisar-se as posturas atitudinais dos professores diante da vivência das seis situações didáticas profissionais, planejadas e aplicadas no contexto desta pesquisa, observou-se alguns esquemas de ação e comentários que permitiram identificar a caracterização de conceitos organizadores da ação.

Por meio da organização desses esquemas, observou-se três conceitos organizadores da ação, que serão apresentados e exemplificados por meio de trechos da experimentação, nos parágrafos a seguir. Os conceitos identificados foram denominados da seguinte forma: *transposição didática profissional*, *funcionalidade* e *adaptabilidade*. O quadro a seguir sintetiza brevemente a caracterização desses conceitos organizadores da ação.

Quadro 17 - Síntese dos conceitos organizadores da ação identificados na pesquisa.

Conceito organizador da ação	Caracterização
Transposição didática profissional	Capacidade do professor em realizar o diagnóstico do nível de aprendizagem dos alunos com vistas à organização de sua ação em sala de aula (quanto à forma de apresentação do conteúdo).
Funcionalidade	Habilidade do professor em desenvolver uma postura de ensino que privilegie a aplicação dos conhecimentos matemáticos para a resolução de problemas.
Adaptabilidade	Capacidade do professor em organizar sua atuação em sala de aula, por meio da análise das formas habituais de raciocínio matemático utilizados pelos alunos.

Fonte: elaboração autoral (2022)

O conceito organizador da ação denominado de *transposição didática profissional* diz respeito à capacidade dos professores em realizarem um diagnóstico do nível de aprendizagem de um determinado grupo de alunos, para que assim possa organizar a forma de apresentação e desenvolvimento de certo conhecimento matemático.

Já o conceito organizador da ação denominado *funcionalidade*, relaciona-se com habilidade do professor, em a partir do contexto ou situação, desenvolver um modelo de ensino que privilegie a utilização da matemática como fonte de resolução de problemas matemáticos, sem preocupação com a formalização e aprofundamento dos conceitos.

Adaptabilidade é denominado outro conceito organizador da ação, e nesse contexto, diz respeito à capacidade do professor de, tendo identificado as formas habituais de aplicação de

algoritmos matemáticos pelos alunos na resolução de problemas, adaptar as formas de análise e aplicação de um determinado conhecimento matemático.

Nos parágrafos que se seguem, buscou-se exemplificar, por meio de trechos da experimentação, de que forma se aplica os conceitos organizadores da ação, identificados e caracterizados acima.

Transposição Didática Profissional: durante a realização das situações didáticas profissionais, pôde-se perceber que os professores, em sua prática profissional, buscam formas de organizar o ensino de modo a desenvolverem maneiras mais simplificadas de apresentação do conteúdo, acreditando, portanto, numa maior compreensão por parte do estudante. Como exemplo, retoma-se um comentário do sujeito P2, na institucionalização na SDP I, quando ele diz: “[...] a gente tem a questão da fórmula, só que a gente sempre tenta explicar da maneira mais fácil para eles entenderem [...]”.

No desenvolvimento da situação didática profissional III, caracterizando também o conceito organizador da ação *transposição didática profissional*, os professores, ao serem indagados sobre a construção da representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau, comentam que conforme o ensino é organizado, com vistas a facilitar o entendimento dos alunos, os estudantes não precisariam ter claros as noções de domínio e contradomínio, por exemplo, uma vez que, dispondo da tabela e dos pares ordenados organizados, os estudantes apenas demarcariam os pontos no plano cartesiano. Os trechos citados são novamente apresentados abaixo.

Pesquisadora: Mesmo não conhecendo o conceito de domínio e imagem, na representação geométrica de uma função, seria possível construir o gráfico?

P4: Do jeito que a galera ensina plano cartesiano, sim.

P2: Não precisa necessariamente do x e y ...

P1: Só a posição mesmo, dos elementos.

P4: O domínio e o contradomínio vai ser no automático.

De maneira semelhante, ainda no desenvolvimento da SDP III, ao refletir sobre as diferentes representações de uma mesma função polinomial do 1º grau, os sujeitos enfatizaram, que a depender do objetivo da aula, fariam apenas a relação entre a representação tabular e a gráfica, uma vez que, para o aluno seria facilitada a compreensão. É importante retomar a leitura dos trechos.

Pesquisadora: Se o objetivo da aula for representar a função de forma gráfica, nós utilizaríamos a representação algébrica, ou passaríamos direto para a tabela?

P2: Direto para a tabela.

Pesquisadora: Então quando se apresentar a forma algébrica, os alunos iriam compreender que se trata da mesma coisa?

P1: Não.

É importante retomar também outro trecho, transcrito abaixo, em que os professores novamente refletem sobre o ensino, nesse caso, no contexto da situação didática profissional IV, que caracteriza a *transposição didática profissional* como um conceito organizador da ação. No trecho, o comentário dos professores evidencia como o ensino é fragmentado, tendo em vista a ideia de tornar a aprendizagem dos alunos mais fácil.

Pesquisadora: Como geralmente as representações de uma função são apresentadas?
 P1: Geralmente, começando só de uma.
 P4: E, às vezes, separando, não associando uma coisa com a outra. Separa. É igual a representação dos números racionais.
 P1: É. As diferentes representações.
 P3: Quando a gente tá trabalhando sistema com os alunos, também. O aluno aprende a resolver sistema, mas se cair para ele marcar a representação do sistema, ele tem dificuldade.
 P4: Pois é. Por exemplo, tem muitos alunos que não veem que porcentagem é uma fração.
 P2: A questão é que a gente mesmo separa.

Na situação didática profissional VI, por meio das reflexões realizadas pelos professores acerca da utilização dos recursos tecnológicos no ensino, a exemplo do *software* Geogebra, compreendeu-se que os sujeitos utilizam ou utilizariam tais recursos com o objetivo de facilitar/otimizar o tempo e a capacidade dos alunos na resolução de problemas, caracterizando a sua forma de organização do ensino.

Funcionalidade: por meio da análise da experimentação, compreendeu-se que os professores ao desenvolverem sua atividade profissional, privilegiam, nos alunos, a capacidade de resolução de problemas matemáticos (a busca por uma solução) em detrimento da reflexão e do aprofundamento dos conceitos. Destacou-se, portanto, alguns trechos, a partir dos quais pôde-se inferir a existência de tal conceito organizador da ação.

Durante a realização da maioria das situações didáticas profissionais, de modo particular na SDP I, a urgência pela busca de uma solução para o problema apresentado, leva os professores a não refletirem sobre o sentido dos elementos e o significado da solução no contexto do problema. No item (c) da SDP I, por exemplo, os sujeitos apresentaram duas expressões algébricas como solução para o item, que na verdade eram iguais, apenas com inversão de posição entre os símbolos representados. Ressalta-se abaixo, um trecho do comentário de P2, na institucionalização da situação didática profissional I.

P2: Só para contribuir, se a gente notar, nós pegamos a questão a e b, e nem uma dessas a gente imaginou que seria uma função [...] no final é que a gente tá descobrindo que ela tem uma questão de função [...] nós só estamos mais... contando que eles resolvam.

De maneira semelhante, na realização da situação didática profissional II, a busca pela resolução de um determinado problema extrapola a necessidade da reflexão. No trecho a seguir,

é possível perceber o comentário dos sujeitos P2 e P4 sobre a forma como o ensino influencia os alunos na busca por um valor, dispensando a análise crítica dos dados manipulados.

P2: Antes dos alunos estarem tentando resolver algo, a gente tem que tá estimulando a eles entenderem o problema... o que é o problema? O que é pedido no problema? [...] os alunos estão condicionados a encontrar valores. Eles não sabem o resultado do problema. [...].

P4: É a análise crítica da questão [...].

É válido ressaltar também, um trecho do comentário apresentado pelo sujeito P1 na institucionalização da situação didática profissional IV. O trecho a seguir é a transcrição do comentário do professor P1.

P1: Por mais que a gente veja um conteúdo desse, realmente é passado só a fórmula e pronto, e como utilizar a fórmula. Mas a gente nunca para pra pensar de onde foi que surgiu. [...] Isso regula uma outra coisa: nosso ensino é setorizado [...].

Em sua reflexão, P1 destaca a percepção de como o ensino desenvolvido por ele dá maior ênfase para a aplicabilidade e utilização das fórmulas, ao invés de buscar uma compreensão mais profunda do significado dos símbolos e demais representações utilizadas na álgebra e/ou no ensino de matemática de maneira mais ampla.

Adaptabilidade: em decorrência da vivência e da análise do desenvolvimento das situações didáticas profissionais aplicadas com os sujeitos, percebeu-se que os professores buscam compreender as formas habituais de pensamento matemático utilizado pelos estudantes, como maneira de organização de sua prática profissional. Ressaltando-se a seguir alguns momentos da experimentação, com vistas a exemplificar a identificação da *adaptabilidade* como um conceito organizador da ação.

Na situação didática profissional I, para responder ao item (a), o professor P2 afirma ter se colocado no lugar do aluno para compreender de que forma os estudantes pensariam a resolução do item. Tal reflexão, torna-se norteadora do trabalho do professor e, por isso, contribui com a caracterização de um conceito organizador da ação. O trecho a seguir, é a transcrição do comentário de P2.

P2: Primeira coisa que eu vi, como a tabela já estava montada, eu vi que 1 tonelada, correspondia a 450, e o último valor era 5 toneladas, que estava para 2250. Eu fui pensando tipo, como o aluno, ou seja, se fosse aumentar mais 450 nesse outro aqui, ou seja, 6 toneladas corresponderiam a $2250 + 450$ [...] que daria 2700 [...].

Procedimento semelhante foi apresentado por P4, na resolução da situação didática profissional IV, quando o professor mostra uma análise do problema, da maneira em que na concepção dele, os estudantes o fariam, ou seja, uma forma de organização do pensamento matemático, diferente daquele utilizado pelos sujeitos.

P1 também buscou, na realização da situação didática profissional V, construir esquemas que, possivelmente, os alunos utilizariam para a resolução do item. Primeiramente, P1 comenta que para solucionar um determinado item do problema, os estudantes usariam o Teorema de Pitágoras, mesmo não sendo este o assunto discutido no problema. Em seguida, o professor ainda acrescenta uma nova forma de análise que os estudantes poderiam fazer. O trecho a seguir, apresenta o comentário de P1.

P1: Normalmente, eu iria fazer com Pitágoras. Aí o que os alunos fazem? Aqui é 1,5. Aqui é 2. O próximo é 2,5. Pronto! Eles sempre fazem assim. Se for de 2 em 2; aqui é 6, aqui é 8, aqui é 10.

Ao resolverem o item (f) da situação didática profissional VI, que visava relacionar variáveis reais aos elementos que compõem o conceito de função polinomial do 1º grau, os professores comentaram que de acordo com eles, os alunos, relacionariam com facilidade tais variáveis, e que esse procedimento provavelmente os ajudaria em sua contribuição. Percebeu-se, portanto, um desejo dos professores em compreenderem a forma como os alunos pensam matematicamente. Ressalta-se, abaixo, o trecho do comentário de P3 na institucionalização da SDP II.

P3: A questão é identificar a dificuldade que os alunos têm e trazer problemas desse tipo.

Ao final dessa discussão sobre os conceitos organizadores da ação identificados, é válido destacar um trecho do comentário do professor P2 que, a depender da perspectiva, pode caracterizar os três conceitos aqui enunciados: *transposição didática profissional*, *funcionalidade* e *adaptabilidade*. O trecho é transcrito abaixo.

P2: O professor sabe aquilo que ensina. Nós, professores do 9º ano, a gente tem mais facilidade com determinados assuntos. Mas, quando você até faz umas perguntas mais aprofundadas, a gente já sofre mais um pouquinho.

O professor, em seu comentário, evidencia a construção da formação através da prática profissional. Ao analisar o trecho pelo ângulo dos conceitos organizadores da ação *transposição didática profissional*, *funcionalidade* e *adaptabilidade*, reflete-se com os seguintes aspectos: o professor organiza o ensino conforme a necessidade de nível e compreensão dos estudantes; o docente desenvolve sua prática a partir da demanda dos estudantes em resolverem os problemas matemáticos; e os professores organizam sua prática por meio do diagnóstico e de perspectivas de construção do pensamento matemático dos estudantes, respectivamente.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa originou-se do interesse de investigar aspectos relacionados ao ensino de álgebra na Educação Básica no Brasil, em virtude dos dados apresentados pelas avaliações educacionais realizadas nesse nível de ensino, que mostram uma defasagem de aprendizagem, especialmente nessa área da matemática. Optou-se, portanto, por delimitar como objeto matemático de estudo, as funções polinomiais do 1º grau, e como público-alvo, professores em atuação no 9º ano do ensino fundamental do município de Pires Ferreira - Ceará.

Como fundamentação teórica, contou-se com os preceitos da Didática Profissional, dentre outros enfoques, especialmente, as possibilidades formativas para o profissional, a partir da autoanálise da atividade e a existência de conceitos organizadores da ação, com vistas à construção de competência profissional. Considerou-se, de modo particular, os trabalhos de Pastré (2002; 2011), Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) e Alves (2019a; 2020a; 2021a; 2021b).

Considerou-se, também, os princípios da Teoria das Situações Didáticas, com base em Brousseau (1986; 1997), para a realização da parte empírica desta pesquisa, particularmente, ao considerar a organização da aprendizagem a partir das dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização.

Conceitos advindos dessas duas vertentes teóricas, a Didática Profissional e a Teoria das Situações Didáticas, inspiraram a apresentação de uma nova perspectiva teórica, direcionada, sobretudo, para a formação e a construção de competência profissional do professor de matemática, a Situação Didática Profissional, proposta por Alves e Catarino (2019) e Alves (2018a; 2018b; 2019b; 2020a; 2020b; 2021c). O planejamento e a aplicação de uma SDP ocorre a partir da identificação de um obstáculo profissional específico, que pode circunstanciar três planos de ação do professor de matemática: o plano de sala de aula, do ambiente escolar e da instituição escolar.

Assim, considerando os princípios advindos dessas teorias, e tendo definido o objeto matemático de interesse, o desenvolvimento desta pesquisa pretendia, de maneira geral, investigar as contribuições da Situação Didática Profissional a formação dos professores de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.

Com vistas a atender esse propósito, elaborou-se alguns objetivos específicos e, por meio deles, a escolha dos instrumentos de coleta de dados e dos procedimentos a serem realizados neste trabalho. Desejava-se, primeiramente, conhecer as concepções e formas habituais de ensino dos professores, acerca do objeto matemático escolhido. Em virtude disso, optou-se pela realização de uma entrevista semiestruturada com os sujeitos (Apêndice B).

Posteriormente, pretendia-se identificar a existência de conceitos organizadores da ação, bem como investigar a construção/modificação desses conceitos. Intencionando alcançar tais propósitos, desenvolveu-se um ciclo de formações, no qual utilizaram-se situações didáticas profissionais e relatórios de *debriefing*, ao final de cada uma das SDP.

Por adotar a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988; 1990; 1995) como metodologia, esta pesquisa foi desenvolvida em quatro etapas: *análises preliminares*, *análise a priori*, *experimentação* e *análise a posteriori e validação*. Nas análises preliminares, realizou-se um estudo acerca do ensino de álgebra, especialmente, no contexto das funções polinomiais do 1º grau, destacando aspectos relacionados às esferas epistemológica, didática e cognitiva.

Realizou-se, também, a busca e, posteriormente, a leitura de pesquisas realizadas em formação de professores, que tiveram o ensino das funções como objetivo matemático de investigação. Por meio dessas pesquisas, pôde-se identificar alguns obstáculos no ensino das funções, especialmente relacionados à concepção do conceito de função e a compreensão dos elementos que compõem as representações de uma função.

A identificação desses obstáculos no ensino de funções, possibilitou, na etapa de análise *a priori*, a construção do plano de ação, que orientou a elaboração das seis situações didáticas profissionais planejadas e desenvolvidas em três encontros de formação.

Nessa etapa de análise *a priori*, além do planejamento das situações didáticas profissionais, realizou-se também um breve estudo acerca do *software* Geogebra, utilizado em duas das seis SDP construídas, assim como para cada situação, desenvolveu-se perspectivas de posicionamento dos sujeitos, juntamente com possíveis reflexões que os professores poderiam realizar por meio da vivência das situações.

Na experimentação, ao definir os sujeitos da pesquisa, pelo critério de estarem em atuação no 9º ano dos anos finais do Ensino Fundamental e o cronograma de aplicação da pesquisa, aplicou-se, com os professores, um questionário (Apêndice A), com vistas à construção do perfil demográfico dos sujeitos, a partir do qual pôde-se compreender que todos os professores têm formação específica em matemática, com experiência profissional mínima de 05 anos, sendo predominantemente exercida nos anos finais do Ensino Fundamental.

Realizou-se, assim, ainda na etapa de experimentação, a entrevista semiestruturada, os três encontros formativos, nos quais desenvolveram-se as seis situações didáticas profissionais planejadas, bem como a construção do relatório de *debriefing*, pelos professores, para cada uma das SDP aplicadas.

Para a aplicação das situações didáticas profissionais, procurou-se utilizar as dialéticas propostas pela Teoria das Situações Didáticas. Nesse contexto, é importante destacar que as

etapas de ação, formulação e validação referem-se ao momento em que os professores estiveram agindo, refletindo e interagindo com os dados do problema e entre si. No entanto, a dialética de institucionalização, diferente do que acontece quando se tem por objetivo o desenvolvimento de um determinado conhecimento matemático, no cenário da SDP, direcionou-se para as reflexões sobre o ensino, as dificuldades enfrentadas e/ou a retomada dos obstáculos que motivaram a construção da situação didática profissional, em questão.

Na última etapa desta pesquisa, de análise *a posteriori* e validação interna, procurou-se desenvolver um confronto entre o que era esperado na etapa de análise *a priori* e o que de fato ocorreu por meio da experimentação. Com foco a atender aos objetivos de realização deste trabalho, organizou-se essa etapa de análise *a posteriori* e validação interna, em três tópicos: análise da entrevista semiestruturada; análise *a posteriori* e validação das situações didáticas profissionais; e conceitos organizadores da ação.

A partir da análise da entrevista semiestruturada, onde se pretendia conhecer a concepção e formas habituais de ensino dos professores, acerca das funções polinomiais do 1º grau, pôde-se observar, a partir de trechos enunciados pelos sujeitos, que estes dispõem de alguns obstáculos que corroboram com aqueles identificados na etapa de análise preliminar, em especial, pode-se citar: os professores, em alguns trechos da entrevista, confundem o conceito de função com o conceito de equação; os sujeitos têm um conhecimento superficial sobre o conceito de função e sobre as possíveis representações de uma função; há uma dificuldade em compreender a relação existente entre duas ou mais representações de uma mesma função; com relação ao ensino, os sujeitos privilegiam a capacidade dos estudantes de utilização dos algoritmos de “resolução” de problemas apresentados por meio de uma função.

Ao deparar-se com tais considerações, além de atingir o primeiro objetivo específico proposto para esta pesquisa, valida-se a adequação das situações didáticas profissionais aos sujeitos, uma vez que estes também dispõem de obstáculos no ensino de funções, semelhantes àqueles identificados por meio da literatura, que serviram como base para a construção do plano de ação e das SDP.

Ao desenvolver a análise *a posteriori* e validação interna das seis situações didáticas profissionais, observou-se, em primeiro momento, que em cada uma das SDP aplicadas com os sujeitos, houve aspectos que corroboram com as perspectivas desenvolvidas na análise *a priori*, no entanto, na vivência de todas as situações, ocorreram procedimentos utilizados pelos professores, que não eram esperados, mas que enriqueceram a experimentação.

É possível, portanto, destacar alguns pontos compreensíveis por meio da análise *a posteriori* e validação interna das situações didáticas profissionais, utilizando, também, os

dados obtidos por meio do relatório de *debriefing* produzido pelos professores, que permitem um caminho para que os demais objetivos específicos da pesquisa fossem atingidos. São eles: percebeu-se que a urgência dos professores em apresentarem uma solução para o problema, extrapolam a necessidade de uma reflexão sobre o significado dos termos que envolvem a construção do problema e da própria solução; os professores buscam diferentes formas de resolução para os problemas, considerando ângulos diversos de análises, em que procuram sempre compreender através de uma possível perspectiva dos alunos; a utilização de recursos tecnológicos, a exemplo do *software* Geogebra, no ensino, configura-se como possibilidade de um novo olhar sobre a construção do conhecimento matemático, especialmente por permitir a “materialização” das ideias e conceitos apresentados teoricamente.

Ao final da análise *a posteriori* e validação das situações didáticas profissionais, desenvolvidas e aplicadas no contexto desta pesquisa, pôde-se concluir, a partir das reflexões dos professores nos momentos de institucionalização e provenientes dos relatórios de *debriefing*, que eles puderam refletir sobre os obstáculos centrais no ensino de função, que motivaram a construção das SDP, como: a fragmentação do ensino e a superficialidade na apresentação dos conceitos, por exemplo, levando à compreensão de que os propósitos individuais de cada uma das situações didáticas profissionais, tenham sido cumpridos.

Por meio dessas conclusões decorrentes da análise da postura e das reflexões dos professores durante a vivência das situações didáticas profissionais, inferiu-se, portanto, a existência de conceitos organizadores da ação, que conforme definição são esquemas de diagnóstico das situações em que o professor se encontra, a partir dos quais a ação é organizada. Os conceitos organizadores da ação identificados e exemplificados por meio de comentários e procedimentos realizados pelos sujeitos, no contexto desta pesquisa foram: *Transposição didática profissional*: capacidade do professor, a partir da realização de um diagnóstico do nível de aprendizagem dos estudantes, organizar a forma de apresentação do conteúdo de modo a atender ao público em questão; *Funcionalidade*: habilidade do professor em, por meio de uma análise da situação, desenvolver um modelo de ensino que privilegie a utilização dos algoritmos matemáticos para resolução de problemas, sem a indispensabilidade de uma reflexão aprofundada sobre os conceitos; *Adaptabilidade*: capacidade do docente em realizar um esquema antecipatório de compreensão de problemas, considerando a perspectiva dos estudantes e, por meio disso, organizar um modelo de ensino condizente com a construção do conhecimento matemático pelos alunos.

Com isso, acredita-se que os objetivos específicos tenham sido atingidos e, assim, retoma-se ao propósito central desta pesquisa, que era investigar as contribuições das Situações

Didáticas Profissionais à formação do professor de matemática, no contexto do ensino da álgebra, nos anos finais do Ensino Fundamental, ao passo em que permite-se, pelo menos em partes, responder à pergunta norteadora, ao compreender-se que a aplicação de situações didáticas profissionais no contexto da formação do professor de matemática, a partir da identificação de obstáculos no ensino de determinado conteúdo matemático, permitem a construção/reorganização de conceitos organizadores da ação e, no entanto, contribuem para possíveis mudanças de posturas atitudinais na prática profissional do professor.

Destaca-se, também, no que compete as principais reflexões oriundas da realização desta pesquisa para o ensino de álgebra, é possível salientar que alguns desafios ainda precisam ser superados, especialmente em relação ao aprofundamento dos conceitos e ao estabelecimento de relação entre conteúdos em matemática, a exemplo da dificuldade enfrentada pelos professores na resolução do problema que constituía a SDP II.

Outro problema que os sujeitos apresentaram obstáculos em resolvê-lo, foi aquele que compunha a SDP VI. Por meio da mediação dessa situação, destaca-se a dificuldade dos professores na manipulação do *software* Geogebra e da identificação de suas ferramentas. Nesse sentido, reflete-se sobre a necessidade da implementação de recursos tecnológicos no contexto do ensino de matemática.

É válido salientar que, ao realizar esta pesquisa, depararam-se com algumas dificuldades, de cunho teórico e empírico. Um desses obstáculos diz respeito à capacidade de identificar, no contexto da experimentação, as dialéticas propostas pela Teoria das Situações Didáticas e utilizadas como norteadoras da análise da ação dos professores participantes da pesquisa, uma vez que, apesar de bem definidas, teoricamente, esses momentos ocorrem quase que indissociáveis na prática da atividade. Outro entrave, susceptível de destaque, relaciona-se com postura necessária à pesquisadora, tendo em vista a aplicação das situações didáticas profissionais por meio da TSD, atentando-se para o fato de que os professores eram o centro do processo de desenvolvimento de cada SDP.

Ademais, como forma de apresentar perspectivas de estudos futuros que venham a reafirmar, refutar ou ainda, ampliar os resultados e conclusões provenientes desta pesquisa, propõe-se a realização de uma investigação que contraponha a identificação de conceitos organizadores da ação utilizados por professores com experiência e atuação profissional (*expert*), em detrimento de conceitos organizadores da ação utilizados por professores em formação inicial, com vistas a verificar semelhanças e diferenças nos esquemas de organização da ação desses dois públicos.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba - PR: Ed. UFPR. 2007.
- ALMOULOUD, S. A. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. Amazônia. **Revista de Educação em Ciências e Matemática**, v.13, n. 27. Set 2017. p.05-35.
- ALMOULOUD, S. A. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.11, n. 2, p. 109-141, 2016.
- ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidades. Revista Eletrônica de Educação Matemática - **REVEMAT**, v. 7, n. 2, p. 22-52. 2012.
- ALMOULOUD, S. G.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPED. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 3, n. 6, p.62-77, UFSC: 2008.
- ALVES, F. R. V. A vertente francesa da Didática Profissional (Didactique Professionnelle) e o ensino. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, n. 29, p. 68-78, 2021c, DOI: 10.24215/18509959.29.e8.
- ALVES, F. R. V. A vertente francesa de estudos da Didática Profissional: implicações para a atividade do professor de matemática. **VIDYA**, v. 39, n. 1, p. 255-275, jan./jun., 2019 - Santa Maria, 2019b. ISSN 2176-4603.
- ALVES, F. R. V. Didactique des mathématique (DM) et la didactique professionnelle (DP): une proposition de complémentarité et la formation des enseignants au Brésil. **Acta Scientiarum Education**, v. 41, n. 1, p. 1-12. 2019a.
- ALVES, F. R. V. Didactique professionnelle (didaprof): repercussão para a pesquisa em torno da atividade do professor de matemática. **Revista Paradigma**, v.16, n. 1, p. 1-54. 2020b.
- ALVES, F. R. V. Didactique Professionnelle (Didaprof): Sur L'Apprentissage du Professeur de Mathématique dans L'Activité. **Revista Imagens da Educação**, v. 11, n. 1, p. 01-22, jan./mar. 2021a. DOI 10.4025/imagenseduc.v11i1.50396.
- ALVES, F. R. V. Didactique professionnelle (DP) et la théorie des situations didactiques (TSD): le cas de la notion d'obstacle et l'activité de professeuse. Em Teia: **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 9, n. 3, p. 1-26. 2018b.
- ALVES, F. R. V. Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos Números (Generalizados) de Catalan (NGC). **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 047-083, 2018a. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i2p47-83>.
- ALVES, F. R. V. Engenharia Didática para a s-Sequência Generalizada de Jacobsthal e a (s,t)-Sequência Generalizada de Jacobsthal: análises **preliminares e a priori**. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 51, p.83-106, 2017.

ALVES, F. R. V. Professional Didactics (PD): une perspective of application to the mathematics teacher. **Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT)**, v. 13, n. 2, p. 184-209, 2018a.

ALVES, F. R. V. Teoria das Situações Didáticas (TSD): sobre o ensino de pontos extremantes de funções com arrimo da tecnologia. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, ISSN 2316-7297, v. 05, n. 02, p. 59-68, 2016.

ALVES, F. R. V. Transposition didactique et la transposition professionnelle: une discussion sur la notion de compétence du professeur de mathématiques. **Revista Diálogo Educacional**, v. 21, n. 69, p. 1-25. 2021b.

ALVES, F. R. V.; ACIOLY-RÉGNIER, N. M. Comunicação no ensino, na aprendizagem e na atividade profissional do professor de Matemática: implicações da Didática Profissional (DP). **Revista de investigación educativa de la Rediech**, v. 12, 2021.

ALVES, F. R. V.; CATARINO, P. M. Engenharia Didática de 2ª geração com o tema: $h(x)$ -polinômios de Jacobsthal. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, v. 8, n. 3. set./dez. 2018.

ALVES, F. R. V.; DIAS, M. A. Formação de professores de matemática: um contributo da engenharia didática (ED). **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.12, n. 2, p. 192-209, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n2p192>.

ALVES, F. R. V.; JUCÁ, S. C. S. **Trabalho e competência do professor de Matemática: um ponto de vista a partir da didática profissional**. Revista Multidisciplinar em Educação, v. 6, n. 14, p. 103-123, 2019.

ALVES, F. R. V. A Didática Profissional (DP): Implicações para a formação do professor e o Ensino de disciplinas específicas no Brasil. **RIAEE – Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, Araraquara**, v. 15, n. 4, p. 1903-1918, out./dez. 2020a. DOI: <https://doi.org/10.21723/riaee.v15i4.13377>.

ALVES, F. R. V.; CATARINO, P. M. M. C. Situação Didática Profissional: um exemplo de aplicação da Didática Profissional para a pesquisa objetivando a atividade do professor de Matemática no Brasil. **Indagatio Didactica**, v. 11, n. 1, julho, 2019.

ARDENGHI, M. J. **Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 182f. 2008.

ARSAC, G. L'évolution d'une Théorie en Didactique: L'exemple de la Transposition Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 12, n. 1, p. 7-32, 1992.

ARTIGUE, M. **Didactical engineering**. Recherches en didactique des mathématiques, v. 9/3, 281-308, Grenoble, La Pensée Éditions, 1988.

ARTIGUE, M. Ingeniería didáctica. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GÓMES, P. **Ingeniería didáctica en educación matemática**. Grupo editorial Iberoamérica. Bogotá, 1995.

ARTIGUE, M. **Ingenierie didactique**. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 9, n. 3, p. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

ARTIGUE, M. Perspectives on Design Research: The Case of Didactical Engineering. In: BIKNER-AHSBAHS, A.; KNIPPING, K.; PRESMEG, N. **Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education**: Examples of Methodology and Methods. New York: Springer, 467 -497, 2015.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Trad. Estela dos Santos Abreu. 5 reimp. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

BAUDOUIN, J. M. La compétence et le thème de l'activité: vers une nouvelle conceptualization didactique de la formation. **Raison éducative**, v. 2, n. 2, p. 149-169. 1999.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: TELES, R. A. M.; SOUZA, R. E.; BORBA, R.; MONTEIRO, C. E. F. **Investigações em didática da matemática**. Recife: Ed.UFPE, 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Ministério da Educação. Brasília: 2017.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Brasil no Pisa (2018) – Brasília, 2020.

BRASIL. **PDE**: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: ensino médio: matrizes de referências, tópicos e descritores. Ministério da Educação – MEC. Brasília: 2008.

BROUSSEAU, G. A etnomatemática e a teoria das situações didáticas. **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 267-281, 2006. Tradução: Saddo Ag Almouloud e Cileda de Queiroz e Silva Coutinho - PUC-SP.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques**. Recherches en Didactiques des Mathématiques, v.7, n. 2. p. 33-116. Grenoble, 1986.

BROUSSEAU, G. La théorie des situations didactiques em Mathématiques. **Éducation et didactique** [En ligne], p. 5-1 | 2011.

BROUSSEAU, G. **Theory of Didactical Situations**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1997.

CHEVALLARD Y. **Sur l'ingénierie didactique**. Texte préparé pour la deuxième. Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques, Orléans, Juillet: 1982.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique, 1991.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Grenoble: Éd. La Pensée Sauvage, 1983.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design experiments in education research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 9-13. 2013.

DANTAS, E. A. D. S. **O processo de integração de recursos tecnológicos à prática docente de um professor de matemática no ensino de funções polinomiais**. Dissertação (Programa de Mestrado em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-graduação, Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

FAVARGE, J-M. **L'analyse du travail**. Paris: PUF, 1955.

FERREIRA, R. D. **Contribuições do Geogebra para o estudo de funções afim e quadrática em um curso de Licenciatura em Matemática**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP, 2013.

FILHO, R. M. D. A. **Análise da colaboração em situação de formação de professores de matemática online**. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal do Pernambuco. 2015.

FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações. In: MACHADO, S. D. A (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2008. p. 65-87.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática: 9º ano – ensino fundamental: anos finais**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

GIRALDO, V. **Recursos computacionais no ensino de Matemática**. SBM, Rio de Janeiro, 2012.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, v. 1 – conjuntos e funções. Gelson Iezzi, Carlos Murakami. – 9. ed. – São Paulo: Atual, 2013.

IMPA. Instituto de Matemática Pura e Aplicada. **Portal da Obmep. Função Afim – Caderno de Exercícios**. Disponível em: <https://portaldaozmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=35&tipo=4>. Acesso em: 06 jun. 2021.

INEP. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)**. Modelo de itens. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_gestor/exemplos_questoes/M11_Saeb_Site_FP.pdf. Acesso em: 02 jul. 2021.

LABORDE, C. **Teaching learning projects and didactical engineering**. La matematica e la sua didattica. Anno 25, n. 2, 2017, 163-179.

LEPLAT, J. **L'analyse psychologique de l'activité en ergonomie**. Toulouse: Octares, 1995.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LIMA, P. D. C. **Uma metanálise de artigos sobre o ensino e a aprendizagem de função na Educação Básica publicados, por pesquisadores brasileiros, nos últimos dez anos, na**

revista Educação Matemática Pesquisa. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2017.

MACEDO, A. D. A. **Engenharia Didática de segunda geração: um referencial para ação investigativa na formação inicial dos professores de Física.** 2018. 158p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, 2018.

MACHADO, A. D. S. **Matemática Temas e Metas: conjuntos numéricos e funções.** 2. ed. São Paulo: Atual, 1988.

MARGOLINAS, C. **Points de vues de l'élève et du professeur : essai de développement de la théorie des situations didactiques.** (Habilitation de recherche). Provence: Université de Provence. 160f. 2004.

MARGOLINAS, C.; ABOUD-BLANCHARD, M.; BUENO-RAVEL, L.; DOUEK, N.; FLUCKIGER, A.; GIBEL, P. *et al.* (Eds.). **En amont et en aval des ingénieries didactiques.** Grenoble: La pensée sauvage. 2011.

MARGOLINAS, C.; DRIJVERS, P. **Didactical engineering in France; an insider and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact.** ZDM - The International Journal of Mathematics Education, v. 47, n. 6, p. 893-903. 2015. <https://doi.org/DOI.10.1007/s11858-015-0698-z>.

MASON, J. Making use of children's powers to produce algebraic thinking. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. L. (Eds.) **Algebra in the Early Grades.** New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008, p.57-94.

MAYEN, P.; OLRÉ, P. **Expérience du travail et développement pour de jeunes adultes en formation professionnelle.** Recherche et formation, v. 12, n. 70, p. 91-106. 2012.

MAYEN, P.; OLRÉ, P.; PASTRÉ, P. L'Ingénierie Didactique Professionnelle. In: CARRÉ, P.; GASPAR, P. (Orgs.) **Traité des sciences et des techniques de la Formation** – 4e edition. (p. 467 – 482). 2017. Tradução de Francisco Régis Vieira Alves. Pesquisa e Ensino, Barreiras (BA), Brasil. 2020.

MOSSI, S. V. **Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções.** Dissertação de Mestrado do programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Universidade Federal de Santa Maria – RS. 2016.

NÉRI, I. C. **Funções: análise de crescimento e decrescimento e de concavidade explorando os registros de representações semióticas em um ambiente de geometria dinâmica.** Dissertação (MESTRADO) – Universidade Bandeirante Anhanguera, 2013.

OLIVEIRA, W. A. D. **Tecnologias digitais na formação continuada: situações de ensino articulando geometria e funções.** Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-Graduação - Universidade Anhanguera de São Paulo, 2017.

PADILHA, W. R. **Apropriação das tecnologias digitais móveis para explorar funções polinomiais do 1º grau**. Dissertação (MESTRADO) – Universidade Anhanguera de São Paulo, Mestrado em Educação Matemática, 2015.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PASTRÉ, P. L'analyse du travail em didactique professionnelle. **Revue Française de Pédagogie**, Lyon, 138, janv/mars, 2002.

PASTRÉ, P. La conceptualisation dans l'action: bilan et nouvelles perspective. **Education Permanente**, Paris, n. 139, p. 13-35, 1999.

PASTRÉ, P. La Didactique Professionnelle. **Education, Sciences & Society**, v. 2, n. 1, p. 83-95. 2011.

PASTRÉ, P. La didactique professionnelle: um point de vue sur la formation et la professionnalisation. **Education sciences & society**: competenza e professionalità, p. 83-95, 2012.

PASTRÉ, P.; MAYEN, P.; VERGNAUD, G. La didactique professionnelle. **Revue française de pédagogie** [En ligne], 154, janvier/mars, 2006. DOI: 10.4000/rfp.157.

PEREIRA, J. C. **O conceito de função: a utilização do software SimCalc e as narrativas apresentadas por alunos de Licenciatura em Matemática**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirante Anhanguera, 2013.

PERRIN-GLORIAN, M. J. A l'interface entre recherche et enseignement, les ingénieries didactiques. **Actes du congrès**: La TACD en questions, questions à la didactique. Out/2019.

PERRIN-GLORIAN, M. J. **L'ingenierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement**. Développement de ressources et formation des enseignants. In: MARGOLINAS C. *et al.* (eds.) **En amont et en aval des ingénieries didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 57-78, 2011.

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingénierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formação des enseignants. In: MARGOLINAS *et al.* (org.). **En amont et en aval des ingénieries didactiques**, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 57-78, 2009.

RÊGO, R. G. D. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese de Doutorado em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal. 247p. 2000.

RENK, P. R. **Narrativas produzidas a partir de representações dinâmicas: o software SimCalc e a análise do comportamento de funções**. Dissertação do (Programa de Mestrado em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-graduação, Universidade Anhanguera . São Paulo, 2016.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**. Coleção Tendências em Educação Matemática. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. A teoria das situações didáticas no ensino de Olimpíadas de Matemática: Uma aplicação do Teorema de Pitot. Desenvolvimento curricular e didática. **Indagatio Didactica**, vol. 9, n. 4, dezembro 2017.

SAVOYANT, A. Eléments d'un cadre d'analyse de l'activité: quelques conceptions essentielles de la psychologie soviétique. **Cahiers de Psychologie**, Paris, n. 22, p. 29-42, 1979.

SCARLASSARI, N. T.; MOURA, A. R. L. **Dificuldades dos alunos no ensino fundamental, em álgebra, e suas possíveis origens**. Anais do XV Congresso de Leitura do Brasil, 2005.

SILVA, B. A. D. Contrato Didático. In: MACHADO, S. D. A (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2008. p. 65-87.

SMITH, E. Representational Thinking as a Framework for Introducing Functions in the Elementary Curriculum. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. L. (Eds.) **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008, p.57-94.

SOUSA, J. R. D. **Multiversos Matemática: Conjuntos e função afim: Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

SOUSA, R. C. D. **Engenharia Didática de Formação: uma aplicação do Geogebra com os alunos da Universidade Estadual Vale do Acaraú no ensino de conceito de volume**. 2021. 283p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, 2021.

TEMPIER, F. New perspectives for didactical engineering: an example for the development of a resource for teaching decimal number system. **Journal of Mathematical Teacher Education**, v. 19, n. 1, p. 261-276, 2016.

TEMPIER, F.; CHAMBRIS, C. Concevoir une ressource pour l'enseignement de la numération décimale de position. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 37, n. 2-3, p. 289-332, 2017.

TOURMEN, C. **Usages de la didactique professionnelle em formation: principes et évolutions**. Savoirs, Editions L'Harmattan, 2014.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. Atual editora. São Paulo – 1995.

VERGNAUD, G. **Concepts et shèmes dans une théorie opératoire de la representation**. Psychologie Française, n.30, p.248-252, 1985.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels.** Recherches em didactique des mathématiques. [S.l.], v.10, n. 2-3, p.133-170, 1990.

APÊNDICE A – Questionário para levantamento de perfil demográfico dos sujeitos da pesquisa



INSTITUTO FEDERAL

Ceará

Campus Fortaleza

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO – ENSINO DE MATEMÁTICA**

QUESTIONÁRIO

Nesse questionário consta um total de seis questões de cunho objetivo e subjetivo. Com sua realização, pretende-se conhecer informações importantes sobre sua formação acadêmica e sua trajetória profissional.

Nome: _____

1) Qual sua idade?

2) Sexo?

a) Masculino

b) Feminino

3) Qual sua área de formação (graduação)?

4) Qual seu nível de pós-graduação?

a) Especialização

b) Mestrado

c) Doutorado

d) Não possuo especialização

5) Há quanto tempo você atua como professor de matemática?

a) entre 0 e 5 anos

b) entre 5 e 10 anos

c) entre 10 e 15 anos

d) mais de 15 anos

6) Em que nível de educação você destinou a maior parte do seu tempo da docência?

a) Ensino Infantil

b) Anos iniciais do ensino fundamental

c) Anos finais do ensino fundamental

d) Ensino Médio

e) Ensino superior

APÊNDICE B – Entrevista semiestruturada



INSTITUTO FEDERAL

Ceará

Campus Fortaleza

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO – ENSINO DE MATEMÁTICA**

ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

OBJETIVO: levantar concepções dos professores acerca do conceito de função, as diferentes representações de uma função e identificar possíveis obstáculos profissionais no ensino das funções polinomiais do 1º grau, especialmente.

PÚBLICO-ALVO: sujeitos da pesquisa

Esta entrevista semiestruturada se organiza em três partes. A primeira delas diz respeito a concepções sobre funções de uma maneira geral. A segunda busca identificar concepções particulares ao conceito de função polinomial do 1º grau. E a terceira visa compreender questões relacionadas ao ensino de funções polinomiais do 1º grau.

Parte I

- 1) Para você, qual seria uma melhor definição para o conceito de função?
- 2) Nas suas aulas, como você costuma representar uma função?
- 3) De modo geral, de que maneiras você considera ser possível representar uma função?

Parte II

- 4) Detendo-se sobre as funções polinomiais do 1º grau: como você definiria uma função polinomial do 1º grau?
- 5) Para você, quais as possibilidades de representação de uma função polinomial do 1º grau?

Parte III

- 6) Sobre as funções polinomiais do 1º grau: você considera ser esse assunto de difícil compreensão para os alunos? Para você, quais seriam as maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos?
- 7) Sobre o ensino das funções polinomiais do 1º grau: como você costuma ministrar as aulas desse assunto?
- 8) Você considera existir algum obstáculo relacionado ao ensino de funções polinomiais? Se sim, quais?

APÊNDICE C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE



**INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**
Ceará

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

**Título da Pesquisa: Didática Profissional (DP) e Teoria das Situações Didáticas (TSD):
um olhar para a formação docente e o ensino de álgebra no 9º ano**

Pesquisadora: Francisca Narla Matias Mororó

Orientador: Francisco Régis Vieira Alves

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como participante e é elaborado em duas vias, uma que deverá ficar com você e outra com o pesquisador.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com o pesquisador. Se preferir, pode levar este Termo para casa e consultar seus familiares ou outras pessoas antes de decidir participar. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se você não aceitar participar ou retirar sua autorização em qualquer momento.

Justificativa e objetivos:

A realização desta pesquisa se justifica pela compreensão da necessidade de garantir suporte e formação adequada ao professor de matemática no exercício da sua prática profissional, de maneira que venha a condizer com suas reais fragilidades e obstáculos enfrentados.

Desse modo, apresenta-se como no questionamento norteador deste estudo: que contribuições a utilização das Situações Didáticas Profissionais pode trazer à formação do professor de matemática, no contexto do ensino de álgebra?

O conceito de função e as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau no contexto da formação docente, constitui objeto de estudo dessa investigação.

Temos como objetivo geral: verificar as contribuições das Situações Didáticas Profissionais à formação do professor de matemática, no contexto do ensino da álgebra, nos anos finais do Ensino Fundamental.

Com isso, apresenta-se os seguintes objetivos específicos:

- iv. Conhecer a concepção dos professores, assim como as formas habituais de ensino utilizadas por eles, no contexto da álgebra, especialmente sobre o conceito de função e as representações de uma função polinomial do 1º grau;
- v. Identificar, por meio da realização de Situações Didáticas Profissionais, conceitos organizadores da ação;
- vi. Investigar a construção/modificação de conceitos organizadores da ação eficaz (conceitos pragmáticos), por meio da autoanálise do trabalho.

Procedimentos:

Participando do estudo você está sendo convidado a responder a um questionário, uma entrevista semiestruturada e a participar da realização de três sessões didáticas, que por sua vez serão realizados no mês de julho/2022. Os encontros presenciais serão realizados em dependências da Secretaria Municipal da Educação de Pires Ferreira – Ceará. A realização da

apresentação do projeto e a resposta do questionário tem tempo previsto de sessenta minutos (60 minutos). Já a entrevista, perspectiva-se a utilização de cerca de trinta minutos (30 minutos). Para o desenvolvimento das sessões didáticas, acontecerá em torno de cem minutos (100 minutos) cada.

Ressalta-se que para a realização dos encontros presenciais, serão seguidas as medidas sanitárias indicadas pela Organização Mundial da Saúde, em decorrência da pandemia da COVID-19, como o distanciamento adequado, uso obrigatório de máscaras pelos participantes e uso de álcool em gel 70%, disponibilizados nas dependências da realização da formação.

Eventualmente, os pesquisadores, sob permissão expressa dos participantes, farão registros de áudio e/ou vídeo com a utilização de equipamentos digitais adequados (celular, câmera fotográfica, *notebook*, *software* de gravação de tela) que servirão para subsidiar a análise dos problemas e questionários realizados pelos participantes, de forma impressa ou digital.

Ao fim desta pesquisa, os dados serão tratados pelos pesquisadores envolvidos e, em seguida, o material, após ficar de posse dos pesquisadores por 5 anos, será descartado.

Desconfortos e riscos:

Você não deve participar deste estudo caso sentir algum desconforto no ambiente de formação docente (realização de sessões didáticas, resposta ao questionário e entrevista semiestruturada), ou possuir a incapacidade de seguir orientações do pesquisador, pois essa pesquisa envolve a realização de sessões didáticas sobre o objeto de estudo de investigação já explicitado.

Ao estar inserido no contexto da realização desta pesquisa, o sujeito pode ser exposto aos seguintes riscos de cunho psicológico:

- Possibilidades de constrangimento ao responder questionários;
- Desconforto ao participar de entrevista semiestruturada;
- Constrangimento com a gravação de áudio e/ou imagem através de gravação de voz ou filmagem;
- Alterações em significados, relacionamentos e/ou comportamentos relacionados a concepções pessoais ou satisfação profissional;
- Cansaço, estresse, vergonha ou medo ao participar de algum dos momentos ou instrumentos de coleta de dados desta investigação.

Ressaltamos que buscaremos minimizar quaisquer desconfortos, garantindo que a pesquisa seja desenvolvida em local reservado e que o participante tenha a liberdade de não responder ou não participar de qualquer questão ou situação que ele considere constrangedora. Os pesquisadores se responsabilizarão pelo sigilo dos dados coletados, assegurando a confidencialidade, privacidade e proteção da imagem e bem-estar dos participantes envolvidos.

Benefícios:

Ao participar desta pesquisa você não terá nenhum benefício direto. No entanto, espera-se que este estudo possa vir a colaborar com sua prática profissional, proporcionando a oportunidade de refletir sobre o ensino do objeto matemático escolhido: o conceito de função e as diferentes representações de uma função polinomial do 1º grau. Além disso, os resultados obtidos a partir deste estudo podem subsidiar a construção de novas perspectivas de ensino e formação docente, assim como impulsionarem futuras investigações.

Acompanhamento e assistência:

Caso o participante necessite de algum acompanhamento pedagógico/didático durante a realização desta pesquisa, pode solicitar o auxílio, a qualquer momento, dos pesquisadores

responsáveis, que prontamente o farão no momento e durante a realização dos encontros formativos.

Caso o participante sinta algum desconforto físico ou psicológico decorrente da realização da pesquisa, os pesquisadores se responsabilizarão em encaminhar e garantir o atendimento médico/psicológico necessário ao participante.

Se o participante desejar, poderá solicitar seu desligamento da pesquisa, caso ela esteja, de alguma forma, causando desconfortos de qualquer natureza, não existindo, portanto, nenhum tipo de punição.

Sigilo e privacidade:

Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados deste estudo, seu nome não será citado.

Ressarcimento e indenização:

Você terá direito ao ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa e à indenização pelos danos resultantes desta, nos termos da Lei.

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores Francisca Narla Matias Mororó ou Francisco Régis Vieira Alves, Av. Treze de Maio, 2081- Benfica, Fortaleza – CE, 60040-531, Coordenação do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM, sala 141, fone (88) 99922 – 8075, *e-mail*: narlamatiasm@gmail.com).

Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do IFCE das 08h às 12h e das 13h às 17h no IFCE Reitoria - R. Jorge Dumar, 1703 - Jardim América, Fortaleza - CE, 60410-426; fone (85) 34012332 *e-mail*: cep@ifce.edu.br

Consentimento livre e esclarecido:

Após ter recebido esclarecimentos sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, aceito participar e declaro estar recebendo uma via original deste documento assinada pelo pesquisador e por mim, tendo todas as folhas por nós rubricadas:

Nome do(a) participante:

Contato telefônico (opcional):

e-mail (opcional):

(Assinatura do participante ou nome e assinatura do seu RESPONSÁVEL LEGAL)

Data: ____/____/____.

Responsabilidade do Pesquisador:

Asseguro ter cumprido as exigências da resolução 510/2016 CNS/MS e complementares na elaboração do protocolo e na obtenção deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Asseguro, também, ter explicado e fornecido uma via deste documento ao participante. Informo que o estudo foi aprovado pelo CEP perante o qual o projeto foi apresentado e pela CONEP, quando pertinente. Comprometo-me a utilizar o material e os dados obtidos nesta pesquisa exclusivamente para as finalidades previstas neste documento ou conforme o consentimento dado pelo participante.

Nome do(a) pesquisador(a): Francisca Narla Matias Mororó

[Assinatura do(a) pesquisador(a)]

Data: ____/____/____.