



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ -
IFCE *CAMPUS* FORTALEZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA – PGECM
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

JOSÉ GLEISON ALVES DA SILVA

**SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO): UMA ENGENHARIA DIDÁTICA DE
FORMAÇÃO (EDF) NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA
UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ – UVA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA PLANA**

FORTALEZA - CE

2020

JOSÉ GLEISON ALVES DA SILVA

**SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO): UMA ENGENHARIA DIDÁTICA DE
FORMAÇÃO (EDF) NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA
UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ – UVA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA PLANA**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – *Campus* Fortaleza, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves.

Coorientador: Prof. Dr. Daniel Brandão Menezes.

FORTALEZA - CE

2020

JOSÉ GLEISON ALVES DA SILVA

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO): UMA ENGENHARIA DIDÁTICA DE
FORMAÇÃO (EDF) NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA
UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ – UVA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA PLANA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – Campus Fortaleza, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: 28 de janeiro de 2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves (Orientador)

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Daniel Brandão Menezes (Coorientador)

Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Prof. Dr. Diego Eloi Misquita Gomes

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Profa. Dra. Francisca Cláudia Fernandes Fontenele

Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Profa. Dra. Maria José Araújo Sousa
Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues
Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal do Ceará - IFCE
Sistema de Bibliotecas - SIBI
Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- S586s Silva, José Gleison Alves da.
Situações Didáticas Olímpicas (SDO) : Uma Engenharia Didática de Formação (EDF) no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA para o ensino de geometria plana / José Gleison Alves da Silva. - 2020.
177 f. : il. color.
- Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2020.
Orientação: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves.
Coorientação: Prof. Dr. Daniel Brandão Menezes.
1. OBMEP. 2. Teoria das Situações Didáticas. 3. Situações Didáticas Olímpicas. 4. Engenharia Didática de Formação. 5. Ensino de geometria. I. Título.

CDD 510.07

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me concedido a vida e a oportunidade de realizar mais essa conquista.

À minha família, meu pai (Oziel), minha mãe (Lúcia), meu avô (José), minha avó (Justina – *in memoriam*) e minha tia (Fátima) por ter estimulado meus estudos e me apoiado para que eu me dedicasse aos estudos.

À minha esposa, Analine Maria Martins Parente, pela paciência, compreensão e ajuda nos momentos angustiantes, inspirando-me sempre a alcançar meus sonhos.

Ao meu orientador, Dr. Francisco Régis Vieira Alves, por acreditar em mim e compartilhar seus conhecimentos e experiências, contribuindo fundamentalmente na construção deste trabalho e no meu desenvolvimento profissional.

Ao meu coorientador, Dr. Daniel Brandão Menezes, pela paciência e incentivo que sempre demonstrou nos momentos conturbados da minha pesquisa.

Aos professores da minha banca de defesa, Dra. Maria José de Araújo, Dra. Francisca Cláudia Fernandes Fontenele, Dra. Chang Kuo Rodrigues e o Dr. Diego Eloi Misquita Gomes.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE, *Campus* Fortaleza, pelo compromisso e dedicação ao trabalho, o que motiva os alunos a alcançarem um futuro promissor na sua carreira profissional.

Aos meus amigos de mestrado, em especial o grupo da matemática, com os quais tive a oportunidade de aprender e trocar experiências no decorrer desses dois anos.

E, por fim, à Secretaria de Educação de Sobral, em especial ao Prof. Dr. Herbert Lima, por proporcionar meu afastamento e dedicação exclusiva à minha pesquisa.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta didática baseada no uso de Problemas Olímpicos (PO), em específico, da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que busca a relação com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) para o ensino de geometria plana. Essa relação é denominada de Situação Didática Olímpica (SDO) e representada pela expressão $SDO = PO + TSD$. Desse modo, a referida investigação buscou responder ao seguinte questionamento: *as SDOs, abordadas com o uso do software GeoGebra, podem ser apresentadas como uma proposta para o ensino de geometria plana em um contexto de sala de aula?* Com isso, foi definido como objetivo principal investigar se as SDOs, abordadas com o amparo do *software* GeoGebra, podem ser apresentadas como uma proposta para o ensino de geometria plana em um contexto da sala de aula. A Investigação foi estruturada com base na Engenharia Didática (ED), no entanto, devido aos participantes serem futuros professores, utilizou-se a terminologia Engenharia Didática de Formação (EDF). A Experimentação ocorreu na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), organizada em quatro encontros, com um grupo de estudo formado por 6 licenciandos e orientadores do Programa de Iniciação Científica (PIC Jr). Foram aplicadas 5 SDOs, de maneira remota, pela plataforma *Google Meet*, além do aplicativo de mensagens *WhatsApp*, que foi utilizado na transferência das construções no GeoGebra, *software* auxiliar nas resoluções, pelos licenciandos, e nas construções, pelo pesquisador. Os dados foram coletados por meio das ações dos sujeitos, por fotos, áudios e a escrita, categorizada a partir das etapas de ação, formulação, validação e institucionalização, validando internamente pelo confronto entre Análise *a priori* e Análise *a posteriori*, etapas da ED. Os resultados obtidos mostraram que as SDO, quando bem planejadas, com o apoio do GeoGebra na dinamização e visualização das figuras, possibilitam a capacidade de o discente agir, formular e validar as estratégias, utilizando-se de sua autonomia na interação com o meio, e na construção do aprendizado dos conceitos geométricos. Concluiu-se que a proposta apresentada (SDO), em consonância com a utilização do GeoGebra, contribuiu de forma satisfatória para o ensino de conceitos de geometria plana e para a formação dos sujeitos participantes, propiciando a experiência da proposta como aluno, enfrentando as dificuldades, obstáculos e servindo de parâmetro para a utilização e adequação dos POs junto à TSD e o GeoGebra em sala de aula.

Palavras-chave: OBMEP. Teoria das Situações Didáticas. Situações Didáticas Olímpicas. Engenharia Didática de Formação. Ensino de geometria.

ABSTRACT

This work presents a didactic proposal based on the use of Olympic Problems (OP), specifically from the Brazilian Mathematics Olympiad in Public Schools (BMOPS), which seeks a relationship with the Theory of Didactic Situations (TDS) for teaching flat geometry. This relationship is called the Olympic Didactic Situation (ODS) and is represented by the expression $ODS = OP + TDS$. Thus, the aforementioned investigation sought to answer the following question: Can SDOs, addressed with the use of the GeoGebra software, be presented as a proposal for teaching flat geometry in a classroom context? Thus, it was defined as the main objective to investigate whether the ODSs, approached with the support of the GeoGebra software, can be presented as a proposal for teaching flat geometry in a classroom context. The Research was structured based on Didactic Engineering (DE), however, due to the participants being future teachers, the terminology Didactic Training Engineering (DTE) was used. The experimentation took place at the University of Vale Acaraú (UVA), organized in four meetings, with a study group formed by 6 graduates and supervisors of the Scientific Initiation Program (PIC jr). 5 SDOs were applied, remotely, by the Google Meet platform, in addition to the whatsapp messaging application that was used in the transfer of buildings in GeoGebra, auxiliary software in the resolutions, by the licensors, and in the buildings, by the researcher. The data were collected by observing the subjects' actions, through photos, audios and writing, categorized from the action steps, formulation, validation and institutionalization, validating internally by the confrontation between a priori analysis and a posteriori analysis, steps of DE. The results obtained showed that the ODS when well planned, with the support of GeoGebra in the dynamization and visualization of the figures, allows the student's ability to act, formulate and validate the strategies using his autonomy in the interaction with the environment, and in the construction of learning geometric concepts. It was concluded that the presented proposal (ODS) in line with the use of GeoGebra contributed satisfactorily to the teaching of flat geometry concepts and to the formation of the participating subjects, providing the experience of the proposal as a student, facing the difficulties, obstacles and serving as a parameter for the use and adequacy of OPs with TDS and GeoGebra in the classroom.

Keywords: OBMEP, Didactic Engineering Training, Olympic Didactic Situations, plane Geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Triângulo Didático.	31
Figura 2	– Dialética entre conhecimento/saber.	33
Figura 3	– Equação característica da SDO.	34
Figura 4	– Estrutura do percurso realizado pela Metodologia EDF.	37
Figura 5	– Janela de visualização 2D e 3D no <i>software</i> GeoGebra.	62
Figura 6	– QR code que permitiu o acesso a figura pelo celular.	63
Figura 7	– Acesso pelo celular no <i>software</i> GeoGebra para smartphone.	63
Figura 8	– Prolongamento dos ângulos de 120° graus a medida de um ângulo raso.	64
Figura 9	– Medida do lado ED	65
Figura 10	– Triângulo Equilátero de lado 12 cm.	66
Figura 11	– Solução apresentada pela OBMEP.	66
Figura 12	– Triângulo equilátero ABC de lado a.	67
Figura 13	– Medida da altura h.	68
Figura 14	– Expressão que representa o cálculo da área de um triângulo equilátero.	68
Figura 15	– SDO 2 transposta no <i>software</i> GeoGebra para computadores.	70
Figura 16	– QR code para ter acesso pelo celular ou <i>tablet</i>	70
Figura 17	– Construção do PO transposta a tela do celular.	71
Figura 18	– Movimentação esperada pelo licenciando por meio do ‘controle deslizante’ no <i>software</i> GeoGebra.	71
Figura 19	– Ponto P localizado no ponto médio do segmento CD	72
Figura 20	– Solução da SDO.	73
Figura 21	– Demonstração geométrica da propriedade fundamental da equivalência.	74
Figura 22	– Construção obtida a partir das informações do enunciado.	75
Figura 23	– QR code que permite acesso à construção pelo celular da SDO3.	75
Figura 24	– Visualização da construção da SDO3 pelo celular.	76
Figura 25	– Construção do segmento AC dividindo o quadrilátero ABCD em dois triângulos.	77
Figura 26	– Utilizando semelhança de triângulo para encontrar a medida EG	77
Figura 27	– Utilizando semelhança de triângulo para encontrar a medida FG	78
Figura 28	– Solução apresentada considerando a visualização no <i>software</i> GeoGebra.	79
Figura 29	– Triângulo ABC	80
Figura 30	– Triângulo ABC com semirreta.	80

Figura 31	– Triângulo ABC com ponto médio e semirreta.	81
Figura 32	– SDO transposta no <i>software</i> GeoGebra.	83
Figura 33	– <i>QR code</i> que permite acesso à construção pelo celular da SDO4.....	83
Figura 34	– Visualização da construção da SDO4 pelo celular.	84
Figura 35	– Movimentação inicial e produto final adquirido com a movimentação.....	84
Figura 36	– Representação da demonstração geométrica do teorema de Pitágoras.	86
Figura 37	– Enunciado do Teorema de Pitágoras obtido após a movimentação no <i>software</i> GeoGebra pelos licenciandos.....	86
Figura 38	– SDO representada na janela de visualização 2D e 3D no <i>software</i> GeoGebra.	87
Figura 39	– <i>QR code</i> que permite acesso à construção pelo celular da SDO5.....	88
Figura 40	– Visualização da construção da SDO4 pelo celular.	88
Figura 41	– Movimentações realizadas pelos licenciandos por meio dos controles deslizantes.	89
Figura 42	– Dados retirados do enunciado da questão.	90
Figura 43	– Segmento AT sendo movimentado sobre o arco BD	91
Figura 44	– Triângulo ΔAMC_2 com as suas medidas.....	91
Figura 45	– Triângulo MBC_1 com as suas medidas.	92
Figura 46	– Triângulo ΔAMC_2 e Triângulo ΔMBC_1	93
Figura 47	– Solução apresentada pela OBMEP.	94
Figura 48	– Primeiro contato com a SDO por intermédio do <i>software</i> GeoGebra.	99
Figura 49	– Construção do triângulo ΔADE completando figura pelo licenciando L3.	101
Figura 50	– Proposta do licenciando L5.....	102
Figura 51	– Divisão do quadrilátero ABCD em três triângulos por dois segmentos.	103
Figura 52	– Apresentação da solução final do licenciando L4 a partir da ferramenta “apresentação” do <i>Google Meet</i>	104
Figura 53	– Completando a figura o L4 obteve o triângulo equilátero de lado 12 cm.	105
Figura 54	– Cálculo escrito do licenciando L4.....	105
Figura 55	– Solução apresentada por L7.	106
Figura 56	– Contato inicial com o problema por intermédio do <i>software</i> GeoGebra.	108
Figura 57	– Movimentando o controle deslizante levando-o o ponto P ao meio do segmento CD	109
Figura 58	– Estratégia utilizada pelo licenciando L2.	110
Figura 59	– Segmento BP perpendicular ao segmento AB	111

Figura 60	– Demonstração e validação da propriedade que proporciona a movimentação do ponto P sobre o segmento CD	113
Figura 61	– Primeiro contato com a SDO3 por intermédio do enunciado e a visualização no GeoGebra.	114
Figura 62	– Estratégia utilizada pelo licenciando L2.	116
Figura 63	– Raciocínio utilizado por L6 para encontrar a medida do segmento MP	117
Figura 64	– O ponto B gira em torno do ponto A fixo.	119
Figura 65	– Posição em que o ponto B faz com o a reta BD coincida com a reta AD	121
Figura 66	– Segmento EG e EF coincidindo conforme a explicação do L5.	122
Figura 67	– Validação da estratégia que proporcionou o encontro da resposta da SDO. ..	123
Figura 68	– Contato Inicial com a SDO.	124
Figura 69	– Triângulos que estão sendo verificados quanto a sua igualdade pelo L5.	125
Figura 70	– Solução apresentada pelo licenciando L6.	126
Figura 71	– Demonstrando a semelhança de triângulos da figura por meio dos ângulos. ..	127
Figura 72	– Demonstração utilizando a “apresentação” do Google Meet.....	128
Figura 73	– Solução final apresentada pelo Licenciando L7, depois de ter demonstrado a semelhança dos triângulos 1 e 2.....	129
Figura 74	– Construção após a movimentação realizada pelo L5, conforme a demonstração clássica do teorema de Pitágoras.....	130
Figura 75	– Contato inicial com a SDO por intermédio do <i>software</i> GeoGebra.....	131
Figura 76	– Tentativa inicial realizada pelo licenciando L2.	132
Figura 77	– Construção do triângulo ΔAC_1B encontrado a partir da exploração do controle deslizante.....	133
Figura 78	– Medidas apresentada pelo licenciando L5 em função do r.	134
Figura 79	– Estratégia utilizada para encontrar a medida de R.	135
Figura 80	– Construção do triângulo ΔAC_2B identificando sua altura R.	135
Figura 81	– Identificando as medidas do triângulo ΔAC_2B em função do raio r.	136
Figura 82	– Solução apresentada pelo licenciando L5, validando sua estratégia.....	137

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Comparativo entre noção de PO e SDO.	35
Quadro 2 – Informações básicas sobre a estrutura da OBMEP.....	48
Quadro 3 – Lista de Programas e Portais disponibilizados pela OBMEP.....	49
Quadro 4 – Relação dos livros didáticos analisados quanto à abordagem do conteúdo de geometria plana.	52
Quadro 5 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2017/nível 3.....	61
Quadro 6 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2018/nível 2.....	69
Quadro 7 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2018/nível 3.....	74
Quadro 8 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2016, 1ª fase/nível 3.	82
Quadro 9 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2012, 1ª fase/nível 3.	87
Quadro 10 – Cronograma de atividades realizadas no grupo de estudos.	96
Quadro 11 – Questionário aplicado aos participantes da pesquisa.....	97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.
DM	Didática da Matemática.
ED	Engenharia Didática.
EDF	Engenharia Didática de Formação.
IFCE	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada.
IREM	Instituto de Investigação acerca do Ensino de Matemática.
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática.
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas.
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais.
PIC Jr.	Programa de Iniciação Científica Júnior
PICME	Programa de Iniciação Científica e Mestrado.
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PO	Problemas Olímpicos.
POTI	Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo.
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Acadêmico).
PPGNCIMA	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Profissional).
PROLÍMPICO	Programa de Aperfeiçoamento de Professores Olímpicos
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática.
SDO	Situações Didáticas Olímpicas.
TSD	Teoria das Situações Didáticas.
UFC	Universidade Federal do Ceará.
UVA	Universidade Estadual Vale do Acaraú

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO	29
2.1	Sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Situação Didática Olímpica (SDO)	30
2.2	Engenharia Didática de Formação.....	36
3	ANÁLISES PRELIMINARES.....	44
3.1	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas - OBMEP.....	44
3.2	Sobre o ensino de geometria e a OBMEP	51
4	ANÁLISE A <i>PRIORI</i> E CONSTRUÇÕES DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	58
4.1	Situação Didática Olímpica - SDO e o Cálculo de áreas.....	60
4.1.1	<i>Situação Didática Olímpica 1 (SDO1)</i>	60
4.1.2	<i>Situação Didática Olímpica 2 (SDO2)</i>	69
4.2	Situação Didática Olímpica e o teorema da Base Média do Triângulo	74
4.2.1	<i>Situação Didática Olímpica 3 (SDO3)</i>	74
4.3	Situação Didática Olímpica e o teorema de Pitágoras	81
4.3.1	<i>Situação Didática Olímpica 4 (SDO4)</i>	82
4.3.2	<i>Situação Didática Olímpica 5 (SDO5)</i>	87
5	EXPERIMENTAÇÃO	95
5.1	Sujeitos e <i>locus</i> da pesquisa	95
5.2	O grupo de estudos	97
5.3	Experimentação das Situações Didáticas Olímpicas – SDO	98
5.3.1	<i>Experimentação SDO1</i>	99
5.3.2	<i>Experimentação SDO2</i>	107
5.3.3	<i>Experimentação SDO3</i>	113
5.3.4	<i>Experimentação SDO4</i>	124
5.3.5	<i>Experimentação SDO 5</i>	131
6	ANÁLISE A <i>POSTERIORI</i> E VALIDAÇÃO (INTERNA).....	139
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	148
	REFERÊNCIAS	152
	APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE).....	160

ANEXO A – PARECER COMITÊ DE ÉTICA UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ - UVA.....	164
ANEXO B – PARECER COMITÊ DE ÉTICA INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE.....	167
ANEXO C – RESPOSTAS DOS QUESTIONÁRIOS PELOS LICENCIANDOS PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	170

1 INTRODUÇÃO

As Olimpíadas de Matemática são realizadas anualmente como um incentivo aos estudantes na aproximação com a disciplina e, com isso, estabelecem uma cultura de resolução de problemas que pode contribuir para melhoria dos resultados e o aprimoramento no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino básico. Essas competições visam estimular os discentes no estudo de conteúdos que perpassam os currículos da educação básica, desenvolvendo competências e habilidades e contribuindo também na formação dos professores que participam diretamente desse processo de preparação (WIEST, 2017). Essa contribuição na formação dos professores acontece devido ao momento do planejamento, em que o docente busca metodologias de ensino que visem à adequação para o nível da turma e a melhor maneira que possibilite o educando o entendimento do conteúdo abordado no problema.

No Brasil, existem diversas competições olímpicas na área de matemática, que anualmente acontecem em nível nacional, regional e municipal e, dentre elas, as que se destacam são a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), tidas hoje como as duas principais do país (AZEVEDO, 2020). Nesta dissertação, limita-se a utilização de problemas relacionados à OBMEP, porque é um certame que inclui todos os alunos de escolas públicas e privadas do país, trazendo questões desafiadoras, atrativas e que estimulam o raciocínio dos estudantes. (SANTOS; ALVES, 2017).

A OBMEP é uma competição criada com recursos do governo federal, realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) junto à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com o intuito de estimular o ensino e a melhoria da matemática nas escolas públicas de todo o Brasil. Desde sua criação, em 2005, esse certame vem crescendo em participação atingindo muitos municípios do país (OBMEP, 2020a).

Os materiais disponibilizados, em seu acervo, apresentam uma gama de conceitos matemáticos trazidos em banco de questões, provas, livros didáticos para o contexto olímpico, simulados e vídeos com resoluções de problemas, que são reproduzidos por professores em ambientes de preparações. Ademais, a OBMEP, em seu site, também traz informações sobre portais e programas que estimulam o uso desse material por professores e discentes, como o

Portal do Saber¹, o Portal Clubes de Matemática², Polos Olímpicos de Treinamentos Intensivo – POTI³ e o Programa “OBMEP na Escola”⁴, este último direcionado a professores de matemática e alunos de licenciaturas também dessa disciplina.

No entanto, observa-se, pela forma como os problemas são elaborados, que há um direcionamento apenas a alunos habilidosos em matemática, isto é, aqueles que gostam da matemática, que tiram notas boas na disciplina, que estão em constante contato com esses tipos de problemas em ambientes preparatórios e que são criativos. Esse estilo dos problemas de competições difere dos modelos apresentados no ensino tradicional, pelo seu modo particular de divulgação (ALVES, 2020). Os modelos dos problemas apresentados no ensino tradicional, por intermédio dos livros didáticos, seguem padrões que podem tirar a autonomia do estudante durante a construção do conhecimento, padrões esses compostos por “[...] explicação dos conteúdos, seguidos de exemplos e, por fim, atividades relacionadas aos conteúdos” (KLIEMANN, 2015, p. 23), o que proporciona uma aprendizagem por intermédio da reprodução, aplicação e memorização.

Já os problemas da OBMEP apresentam aspectos relevantes quando dizem respeito à criatividade, investigação, raciocínio lógico, dedução e argumentação (WIEST, 2017; VALÉRIO, 2017), e esses aspectos são importantes para que o discente consiga desenvolver seu aprendizado de maneira autônoma e significativa. Em relação a essas características, a BNCC (2019, p. 9) diz que é importante que os docentes busquem, através das escolhas dos problemas,

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Como observou-se anteriormente, os problemas da OBMEP apresentam essas competências, destacadas na BNCC, por isso a importância do seu uso no ensino básico pelos professores de matemática e que esse estilo “[...] foge do padrão encontrado em muitos livros didáticos, pois suas soluções não dependem da simples aplicação de modelos matemáticos prontos, e sim da utilização criativa dos conhecimentos matemáticos dos estudantes” (ARAÚJO; SILVA; SILVA; PEREIRA, 2016, p. 4). Contudo, para que isso ocorra, existe a

¹ PORTAL DA OBMEP, 2021. Disponível em: <https://portaldaoimep.impa.br/index.php> acesso em 19 de fev. 2021.

² CLUBE DE MATEMÁTICA DA OBMEP, 2021. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/> acesso em 19 de fev. 2021.

³ POTI, 2021. Disponível em: <https://poti.impa.br/> acesso em 19 de fev. 2021

⁴ OBMEP NA ESCOLA, 2021. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/na-escola.htm> acesso em 19 de fev. 2021

necessidade de programas de formação que estimulem o uso desses Problemas Olímpicos (PO) em sala de aula (AZEVEDO; ALVES; OLIVEIRA, 2018).

São poucos os programas de formação que desenvolvem atividades com materiais didáticos que a OBMEP disponibiliza, então os professores beneficiados são aqueles que participam, no caso, do Programa “OBMEP na escola” e do Programa de Aperfeiçoamento de Professores Olímpicos - PROLÍMPICO⁵ como também aqueles “[...] professores e matemáticos profissionais intimamente envolvidos na produção de provas e de exames seletivos” (ALVES, 2020, p. 25).

A pouca adesão a esses programas de formação se junta a outros fatores que impedem o direcionamento desse material para sala de aula. Isso porque as questões abordadas na avaliação da OBMEP exigem uma compreensão mais detalhada em sua resolução, o que necessita de tempo, fazendo com que muitos tenham dificuldades em desenvolver e trabalhá-las no âmbito da classe e “[...] acabam por não tratar ou abordam de forma insuficiente a matemática necessária à compreensão dos problemas solicitados neste tipo de competição” (REINHEIMER; SILVA, 2019, p. 2).

Nos estudos de Azevedo (2020, p. 16), é destacado que “[...] são notórias as dificuldades enfrentadas por alguns professores de matemática quando a situação é resolver problemas de olimpíadas, pois exige maior investimento profissional, ou seja, mais estudo e formação aprofundada nos conteúdos matemáticos”, ou seja, quanto menos programas de formação, menos professores preparados.

Esses aspectos acabam sendo obstáculos aos professores em relação ao uso das questões da OBMEP, o que causa insegurança e acaba fazendo com que os docentes se prenam, em sua maioria, apenas ao livro didático como única ferramenta utilizada para a construção do seu planejamento diário (GIARETA; ORO; RICO, 2014). Até porque, como observado nos livros didáticos aprovados pelo PNLD 2018 (ensino médio), os problemas de competições matemáticas são pouco apresentados ou, muitas vezes, não são abordados (SILVA; ALVES; MENEZES, 2020).

Diante dessas inquietações trazidas nos parágrafos anteriores e da relação do autor com o trabalho em ambientes preparatórios para a OBMEP, o que justificou a construção deste escrito e o desenvolvimento desta temática, observou-se o estilo dos Problemas Olímpicos (PO) trabalhados com os estudantes e viu-se a possibilidade de relacioná-los a metodologias de ensino que viessem a adequá-los de acordo com o nível da turma para o ensino de conceitos

⁵ PROLÍMPICO, 2021. Disponível em: <https://impa.br/ensino/programas-de-formacao/programa-de-aperfeiçoamento-de-professores-olimpicos/prolimpico-janeiro-de-2020/> acesso em 19 de fev. 2021.

matemáticos. Com essa adequação dos POs, seria viável apresentá-los aos alunos, porque trazem em si características desafiadoras, instigantes e que, por meio da investigação, estimulam o raciocínio lógico e a construção do conhecimento em sala de aula.

Entretanto, mesmo tendo essas características positivas destacadas anteriormente, os Problemas Olímpicos (PO) ainda são taxados como complexos pelos estudantes e impõem insegurança aos docentes que queiram realizar atividades em sala de aula utilizando esses problemas, como também as ausências em programas de formação podem ser consideradas alguns dos fatores que impedem essa inclusão. Entende-se que a participação do licenciando em formação na experimentação das situações criadas pelo pesquisador contribui para o seu modo de pensar em relação ao uso dos Problemas Olímpicos (PO) em sala de aula.

Portanto, este estudo busca ampliar as reflexões para o ensino de geometria plana, podendo despertar diferentes percepções e atitudes na prática docente, suscitando a vontade de reelaborar a forma de abordagem dos conceitos matemáticos, utilizando os Problemas Olímpicos, modelados pela Teoria das Situações Didáticas (TSD). Estas reflexões colaboram para o desenvolvimento profissional do licenciando como futuro professor de matemática, apresentando-os às Situações Didáticas Olímpicas (SDO), que remetem a união de duas parcelas, a saber: os Problemas Olímpicos, problemas retirados de provas de competições matemáticas (como OBMEP, OBM, entre outras) e a Teoria das Situações Didáticas, teoria de ensino criada por Guy Brousseau (1986), na França. Essa união é representada pela expressão $SDO = PO + TSD$ (ALVES, 2019).

Os trabalhos que desenvolveram atividades com essa temática, baseados na proposta do uso de Situações Didáticas Olímpicas (SDO) como metodologia para o ensino de conceitos matemáticos, foram encontrados em dois programas de mestrado. No banco de dissertações do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (mestrado profissional) – PPGENCIMA, da Universidade Federal do Ceará (UFC)⁶, em que foram encontrados 4 itens correlacionados. No acervo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECEM do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)⁷ (mestrado acadêmico), foram encontrados 2 trabalhos.

Dos 4 itens encontrados no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (mestrado profissional) – PPGENCIMA, da Universidade Federal do Ceará (UFC),

⁶ PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - UFC, 2021. Disponível em: http://www.ppgencima.ufc.br/public_html/index.php/trabalhos-de-conclusao acesso em 19 de fev. 2021.

⁷ PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – IFCE. Disponível em: <https://ifce.edu.br/fortaleza/pgcem/publicacoes/dissertacoes-defendidas#wrapper> acesso em 19 de fev. 2021.

o trabalho de Oliveira (2016) teve o objetivo de mostrar que, utilizando o GeoGebra, o docente pode propiciar um material de apoio à preparação para as olimpíadas de matemática, fazendo o uso de uma metodologia de ensino. No estudo de Lima (2019), o objetivo foi o de elaborar e propor Situações Didáticas Olímpicas (SDO) do conteúdo de Sequências Numéricas com o *software* GeoGebra como recurso auxiliar para o professor e para o aluno. No texto de Filho (2019), buscou-se estruturar e apresentar Situações Didáticas Olímpicas (SDO) do conteúdo de geometria plana, no contexto da OBMEP, utilizando o *software* GeoGebra como um recurso pedagógico para o professor e para o aluno. Em Neto (2019), desenvolveu-se uma Engenharia Didática que permitiu a estruturação de Situações Didáticas Olímpicas, acerca dos conteúdos de geometria plana, para a melhoria da prática docente, visando à inserção da TSD com finalidade de transformação da escola pública através da OBMEP.

Esses trabalhos trazem em comum o uso da Engenharia Didática (ED) como suporte, por meio do estudo de obstáculos e na identificação de dificuldades do objeto de estudo, para a construção de situações didáticas que permitam a adaptação desses Problemas Olímpicos (PO), visando à aplicação em sala de aula. Essa adaptação se utiliza do *software* GeoGebra, ferramenta que possibilitou para o aluno o prosseguimento no processo de aprendizagem e na obtenção do conhecimento/saber do conteúdo estudado. Além da ED e do *software* GeoGebra, apoiaram-se na Teoria das Situações Didáticas (TSD), na qual os autores modelaram esses Problemas Olímpicos (PO) visando suscitar no estudante a capacidade de agir, formular e validar os conhecimentos matemáticos, entretanto há a necessidade de validar tais saberes, aplicando com professores e alunos em ambientes de formação ou na sala de aula.

No Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), os trabalhos de Santos (2018) tiveram como público-alvo alunos do ensino fundamental (8º e 9º ano) cujo objetivo foi o desenvolvimento de uma Engenharia Didática (ED) que permitisse a descrição de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), envolvendo a construção e aplicação de conceitos referentes à geometria plana. Assim, foi observado que os alunos se envolveram durante a resolução do problema, mudando sua postura de agente passivo, passando agir no confronto com o meio e no uso do *software* GeoGebra, discutindo as estratégias, apresentando aos colegas diferentes maneiras de resolução, trazendo conhecimentos prévios e aprendendo novos conhecimentos sobre a geometria plana.

Por fim, destaca-se o trabalho de Azevedo (2020), que teve como público-alvo licenciandos do curso de Matemática do IFCE e teve como objetivo analisar as Situações Didáticas Profissionais concebidas a partir de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), com

aporte da Didática Profissional e da Teoria das Situações Didáticas, para formação inicial do professor de matemática perante a resolução de Problemas Olímpicos (PO). Essa autora, em relação aos trabalhos elencados anteriormente, é a única que tem como foco a formação inicial do professor, por intermédio da aplicação diretamente aos professores, no entanto o conteúdo utilizado perpassa pelo estudo de Sequências Numéricas.

Conforme esses estudos, existe a possibilidade de adequação na perspectiva do ensino de um conteúdo utilizando os Problemas Olímpicos (PO), no entanto isso exige dos docentes um trabalho extraclasse durante a construção do seu planejamento para criar meios, como a utilização de uma ferramenta (o GeoGebra) e materiais de apoio que induzam a progressão dos estudantes no aprendizado de conceitos matemáticos, apoiando em discussões e ações sobre o meio proposto.

Nessa perspectiva, como forma de diferir dos trabalhos já realizados por outros autores, o conteúdo escolhido foi a geometria plana e o público-alvo foram professores ou futuros professores de matemática (licenciandos), em que se buscou nos docentes o interesse em trabalhar em sala de aula com os Problemas Olímpicos, utilizando as Situações Didáticas Olímpicas.

A escolha da geometria plana perpassou por alguns aspectos que vêm desde décadas anteriores e ainda se pode observar nos tempos atuais. Em relação a esse conteúdo, houve momento de esquecimento nos currículos escolares, nos quais o seu estudo “[...] era feito como tema ilustrativo dos conjuntos ou da álgebra, e o estudo das medidas completamente abandonado” (PIRES, 2009, p. 179). Também se pode observar os livros didáticos como uma das ferramentas que guiam o professor durante o ano letivo e figura “[...] entre os recursos mais usados no estudo da matemática, funcionando como uma referência para a avaliação dos conhecimentos construídos nesse contexto” (FREITAS; PAIS, 2009, p. 151). Sabendo disso, é importante ressaltar que conteúdo da geometria plana, na maioria das vezes, é abordado nos últimos capítulos e, por esse motivo, em alguns casos, devido ao tempo durante o ano letivo, acabam não sendo abordados pelos professores (SILVA; ALVES; MENEZES, 2020).

A geometria plana também é um dos conteúdos abordados em olimpíadas de matemática anualmente. Nessas provas, esse conteúdo exige do aluno uma maior compreensão dos conceitos geométricos, prioriza a interpretação a partir do enunciado, assim como também consiste em problemas que envolvem demonstrações, não priorizando apenas a aplicação dos raciocínios mecânicos, como a aplicação de fórmulas (SANTOS, 2018). A OBMEP, em relação à geometria plana, traz questões em seu material que buscam no discente a aplicação de vários conceitos e no uso de diferentes estratégias para a resolução.

Essas possibilidades do uso de diferentes conceitos e diferentes estratégias dão oportunidades aos estudantes de apresentar conhecimentos prévios sobre o tema, como também a liberdade de utilizar a criatividade. Em certos momentos, essa criatividade leva os alunos à construção de um teorema ou propriedade matemática proposta no problema. Esses aspectos trazidos nos parágrafos anteriores sobre os Problemas Olímpicos (PO) de geometria plana diferem dos problemas trazidos nos livros didáticos que priorizam a mecanização do conhecimento, realizando atividades pouco criativas e abordando atividades que se prendem à replicação dos exemplos apresentados em seu contexto.

Então, a partir desses estudos, concluiu-se a necessidade de utilizar metodologias de ensino que venham adequá-los (adaptá-los) a esses Problemas Olímpicos (PO) em sala de aula para o ensino de geometria plana, como também em programas de formação de professores para que se tenha mais docentes preparados, afinal é uma competição que a cada ano cresce em números de participações e encontra muitos alunos talentosos na matemática.

Portanto, a partir das inquietações demonstradas anteriormente a pergunta que norteou esse estudo foi formulada da seguinte maneira: *as Situações Didáticas Olímpicas, abordadas com o uso do software GeoGebra, podem ser apresentadas como uma proposta para o ensino de geometria plana para o contexto da sala de aula?*

Desse modo, com o propósito de responder a indagação apresentada se definiu como objetivo geral da referida pesquisa:

Investigar se as Situações Didáticas Olímpicas, abordadas com o amparo do software GeoGebra, podem ser apresentadas como uma proposta para o ensino de geometria plana para o contexto da sala de aula.

Assim, traçou-se alguns objetivos específicos que permitirão atingir o principal:

- a) Analisar o papel da Engenharia Didática de Formação com base no objeto de estudo, na elaboração, na aplicação e nas análises dos resultados obtidos na pesquisa.
- b) Elaborar um Conjunto de Situações Didáticas Olímpicas sobre o conteúdo de geometria plana, utilizando problemas contidos em avaliações da OBMEP, enfatizando a visualização e a modelização no *software* GeoGebra, tendo como base as fases dialéticas da Teoria das Situações Didáticas;
- c) Avaliar a contribuição do *software* GeoGebra na adaptação dos Problemas Olímpicos, na construção das Situações Didáticas Olímpicas e na resolução dos problemas de geometria plana;
- d) Analisar a partir da percepção dos licenciandos em formação, o papel do professor em relação ao planejamento das SDOs, pelo pesquisador.

A referida investigação foi estruturada e sistematizada pela metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED), que se apresenta como um esquema experimental a partir de realizações de sequências didáticas que permite a concepção, construção, observação e análises de situações de ensino aplicada em sala de aula (ARTIGUE, 1995). Entretanto, este trabalho foi direcionado à formação de licenciandos do curso de Matemática e, devido a participação desse público, utilizou-se a terminologia Engenharia Didática de Formação (EDF) (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019).

Além disso, adotou-se a Teoria das Situações Didáticas (TSD), introduzida pelo francês Guy Brousseau (1986), com o intuito de criar um modelo de ensino e construir um ambiente de interação que possa envolver aprendiz, saber e *Milieu* (meio), nesse caso, com o uso de problemas de olimpíadas representando o *Milieu*. Essa teoria visa emergir quatro etapas/situações durante a resolução dos problemas, são elas: situação de ação, situação de formulação, situação de validação e, por fim, situação de institucionalização, permitindo o pesquisador a sua utilização como roteiro/planejamento das sequências didáticas, proporcionando observar determinadas ações dos estudantes, para com isso, agir em momentos necessários.

A TSD tem como seu objeto central “[...] não o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre o professor, aluno e saber” (ALMOULOU, 2007, p. 32). Portanto, este foi o papel do professor como agente construtor dessas situações: a criação de um ambiente de ensino, utilizando Problemas Olímpicos que estimulou a interação entre esses três polos.

Esse modelo de ensino que envolveu a Teoria das Situações Didáticas e os Problemas Olímpicos, junto à formação de professores, vem sendo abordado em alguns trabalhos como Lima (2019), Alves (2019; 2020) e Azevedo (2020) como possibilidade de inserção em um contexto em sala de aula e na qualificação da mediação do professor, proporcionando uma adaptação ou, de modo simplificado, alterando e modificando substancialmente, por intermédio do *software* GeoGebra.

Essa proposta busca a integração da tecnologia, amparada pelo *software* GeoGebra, como complemento na adaptação desses Problemas Olímpicos (PO), que acarrete na criação de um cenário de aprendizagem pelo professor e que proporcione um maior envolvimento de estudantes considerados “medianos” na disciplina de matemática, os quais são excluídos desses ambientes de competição (ALVES, 2019) e não como ocorre atualmente nas preparações para essas competições matemáticas, o que inclui apenas aqueles que evidenciam talentos ou habilidades matemáticas.

A fase experimental ocorreu com um grupo de estudos, com 9 (nove) participantes, identificados como L1 a L9 para preservar suas identidades, realizada no curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), localizada na cidade de Sobral - CE, além disso, também participavam do Programa de Iniciação Científica – PIC Jr como professores orientadores de alunos medalhistas de Olimpíadas de Matemática. Nesse contexto, foram aplicados os Problemas Olímpicos na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD), que teve como ferramenta tecnológica para auxiliar durante as resoluções o *software* GeoGebra. Os dados coletados foram baseados em apenas 6 participantes por terem participado no mínimo de 25% das aulas, esses sujeitos, identificados por L2 a L7.

Essa ferramenta tecnológica, o *software* GeoGebra, oportunizou aos sujeitos uma melhor visualização, permitindo a manipulação e a construção de conjecturas em um ambiente antes estático (provas da OBMEP), como também nas análises de conceitos de geometria plana inseridos (teorema e propriedades propostas), contribuindo de maneira significativa no processo de ensino, visando o protagonismo do aluno, na construção do conhecimento individual e coletivo (ALVES, 2019).

De acordo com Santos e Alves (2018), a SDO como proposta possibilitou o aluno a oportunidade de vivenciar as fases da TSD modelada pelo *software* GeoGebra, permitindo criar um modelo de ensino o qual suscitou a interação entre o professor, o aluno e o conhecimento matemático. Quanto ao que diz respeito ao uso do *software* GeoGebra na modelização das situações didáticas, essa ferramenta se consubstanciou pela sua obtenção gratuita que relaciona a álgebra e a geometria plana, apoiando na dinamização das figuras e contribuindo em uma melhor visualização das propriedades geométricas, o que influencia na “[...] busca a interatividade auxiliando professor-aluno no processo de ensino-aprendizagem, procurando novas formas de solucionar as atividades propostas em sala de aula” (SOUZA; CALEJON, 2019, p. 232).

As aulas ocorreram de maneira remota, por intermédio da ferramenta *Google Meet*, uma plataforma de videoconferência escolhida devido à paralização das escolas e universidades em razão da pandemia de coronavírus (Covid-19) e, consequentemente, ser uma das formas de ensino escolhida pela UVA. Os dados foram coletados por meio de *printscreen* da tela do computador, áudios, registros de imagens e escritas dos cálculos dos participantes. Esses dados foram coletados seguindo como critério as categorias que representam cada etapa da TSD, observando as ações dos estudantes e objetivando a validação por intermédio do confronto entre Análise *a priori* e Análise *a posteriori* estruturadas pela metodologia Engenharia Didática de Formação (EDF).

Este trabalho foi estruturado em sete capítulos. No capítulo 1, foi apresentada a introdução, na qual foram descritos a justificativa, a problemática, os objetivos, o procedimento metodológico e, por fim, a estrutura dos capítulos do trabalho.

Na sequência, discorreu-se sobre o referencial teórico que deu suporte na referida pesquisa, iniciando com a TSD, na perspectiva de criar um ambiente de ensino utilizando os problemas da OBMEP e com o propósito de adequar esse ambiente para o contexto da sala de aula por meio das Situações Didáticas Olímpicas (SDO). Esse ambiente de ensino perpassou pela construção de sequências didáticas que visou emergir etapas da TSD.

Também foi abordada a metodologia de Pesquisa Engenharia Didática (ED), a qual definiu o modo de organização da investigação e descreveu o percurso metodológico, no entanto, como a pesquisa teve o direcionamento a formação de professores, foi utilizada a terminologia Engenharia Didática de Formação (EDF).

No capítulo três, na etapa de Análises preliminares, realizou-se um estudo sobre a OBMEP desde sua criação, buscando entender alguns aspectos relevantes sobre seu contexto e sua importância, como também se apresentou um pouco sobre os programas de formação de professores com direcionamento a preparação para as Olimpíadas de Matemática.

Além disso, foi abordado sobre o ensino de geometria plana, os livros didáticos do ensino médio a respeito do conteúdo de geometria plana, como também o material disponível na internet e banco de questão da OBMEP para selecionar a questão sobre geometria plana que seria abordada na pesquisa.

Em relação ao estudo, baseou-se em autores como Pavanello (1993), Crescenti (2008) e Nunes (2010) quando retrataram sobre o abandono do ensino da geometria plana em décadas anteriores dando prioridade ao estudo da álgebra e a teoria dos conjuntos, como também a abordagem nos livros didáticos, na qual o conteúdo ficava localizado sempre nos últimos capítulos, o que em certos momentos, devido à extensa quantidade de conteúdos no currículo anual e o pouco tempo necessário para cada um deles, a geometria plana era exposta de forma insuficiente ou não abordada somada à insegurança que os professores tinham em relação a esta área, pela pouca exploração nos cursos de licenciatura e a formação insuficiente na área.

Também foi observado que, em todos os livros aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2018), o conteúdo de geometria plana ainda traz sua abordagem, em sua maioria, nos últimos capítulos. Dos 8 (oito) livros analisados, apenas Paiva (2015) expõe nos capítulos iniciais. Também foi observada a maneira como os conteúdos são explanados aos estudantes, seguindo padrões tradicionais de ensino que estimulam a mecanização do pensamento e a aprendizagem por repetição.

E, por fim, foram procuradas, nas provas da OBMEP, questões referentes ao conteúdo de geometria plana. As questões escolhidas também são suscetíveis ao uso do GeoGebra, que dará suporte aos estudantes e ao docente para adaptação do problema.

No capítulo quatro, na *Análise a priori*, foi elaborado e planejado um conjunto de situações didáticas, com base no estudo realizado na etapa de *Análise preliminares*, a partir de Problemas Olímpicos (PO), retirados das provas da OBMEP, que abordaram conceitos de geometria plana. As situações didáticas seguiram os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), em suas quatro fases (ação, formulação, validação e institucionalização). Além disso, todas essas questões foram construídas com o auxílio do *software* GeoGebra, que também foi utilizado como objeto para a construção e modificação do comportamento dos professores em formação inicial durante a resolução dos problemas.

No capítulo seguinte, foi apresentada a etapa de Experimentação, a qual foi realizada com um grupo de estudos composto por licenciandos do curso de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), localizada na cidade de Sobral – CE e que, também, participavam do PIC⁸ como professores orientadores. Cada aula teve duração de 90 minutos, as coletas de dados foram registradas por áudios, registros fotográficos, cálculos realizados pelos discentes, além das observações obtidas, sendo que as aulas foram realizadas pela plataforma Google Meet e os dados analisados com base nas categorias que representam as etapas da TSD.

No penúltimo capítulo, na *Análise a posteriori* e Validação (interna), foram realizadas as análises dos dados, confrontando-os com a *Análise a priori*, com o propósito de atingir os objetivos e hipóteses elencadas neste trabalho, além disso foi verificada, a partir dos sujeitos, a adequabilidade dos Problemas Olímpicos resolvidos por eles e sua análise quanto à utilização em sala de aula.

No último capítulo, foram realizadas as considerações finais, retomando as principais reflexões identificadas na pesquisa, tendo como foco a busca de respostas para a questão central e para atingir os objetivos, bem como são ressaltados os desafios e limitações vivenciados e as contribuições para o ensino de matemática.

⁸ PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA – PIC, 2021. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/pic.htm> acesso em 19 de fev. 2021.

2 REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

Neste capítulo, foi apresentado o campo teórico, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1986). Essa teoria, serviu como base para a modelização dos POs por meio de situações didáticas seguindo as etapas da TSD e com isso, oportunizou ao docente a construção de um ambiente que fomentou a investigação em matemática de tal forma que os alunos conseguissem “[...] reproduzir, mesmo que de maneira elementar, o caminho semelhante ao de um matemático na formulação de suas conjecturas” (ALMOULOU, 2007, p. 33).

As modelizações dessas situações basearam-se em problemas retirados de provas da OBMEP, adequando ao contexto de sala de aula, tendo como a base as etapas da TSD. Esses problemas de olimpíadas “[...] envolve um viés intrínseco do conhecimento matemático que não pode ser separado e diferenciado de uma abordagem didática” (ALVES, 2019, p. 97) e, desse modo, pensou-se nessa adequação visando à sala de aula e à formação dos professores.

Com esse propósito, foi utilizada a TSD porque “[...] permite organizar de modo sistemático uma sessão didática a fim de analisar os fenômenos que ocorrem no contexto da sala de aula. [...]” e também “[...] permite-nos aperfeiçoarmos as técnicas que aplicamos durante o processo de ensino e aprendizagem” (SANTOS, 2018, p. 36). Além disso, essa teoria serviu como um suporte para os professores que ensinam matemática, abordando a resolução de problemas de olimpíadas por intermédio das Situações Didáticas Olímpicas (SDO) (AZEVEDO, 2020).

Foi utilizada a Engenharia Didática (ED) como metodologia de pesquisa sistematizando esse percurso em suas quatro etapas (Análise preliminar, Análise *a priori* e Construções das situações didáticas, Experimentação e Análise *a posteriori* e Validação) permitindo a compreensão do campo de interesse e a elaboração de Situações Didáticas Olímpicas (SDO). Além de que se torna importante pelo seu modelo de análise dos dados determinado pelo confronto entre Análise *a priori* e Análise *a posteriori* (SANTOS, 2018).

Segundo Oliveira (2016), a ED proporcionou um estudo capaz de dar suporte à construção de boas situações didáticas, fundamentada pela Análise preliminar, para que o docente consiga prever obstáculos/dificuldades e criar métodos para que o aluno supere de forma autônoma e criativa, utilizando os caminhos proposto pelo professor com base em realizações didáticas através da aplicação em sala de aula (SANTOS; ALVES, 2018).

A utilização da ED e TSD em complementariedade teve o intuito de proporcionar a ruptura de determinadas rotinas de ensino tradicional (SANTOS, 2018), além de ser um fator preponderante no momento da produção, aplicação e análise das situações didáticas para a

observação necessária de forma organizada, permitindo o controle das ações dos estudantes por parte do professor (GALVEZ, 1996).

Como abordado anteriormente, esta pesquisa segue um *design* de investigação baseado na ED, mas com um direcionamento a formação de professores e a produção de recursos para o ensino da matemática (ALVES, 2017a; ALVES; CATARINO, 2018), para um contexto de competição (AZEVEDO, 2020). Desse modo, utilizou-se a terminologia Engenharia Didática de Formação - EDF (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019).

O uso da EDF perpassou pela visão limitada da ED clássica que não estudou o papel do professor frente ao ensino de matemática, com isso a aplicação da EDF se complementou a ED incluindo o professor nesse estudo (AZEVEDO, 2020) frente a um ambiente de formação e na visão em relação à adaptação das sequências didáticas para a realidade escolar de cada sujeito.

Na seção seguinte, discorreu-se sobre a TSD abordada no contexto olímpico como a teoria que subsidiou o docente na estruturação das situações didáticas e nas análises dos dados ocorrido na Experimentação.

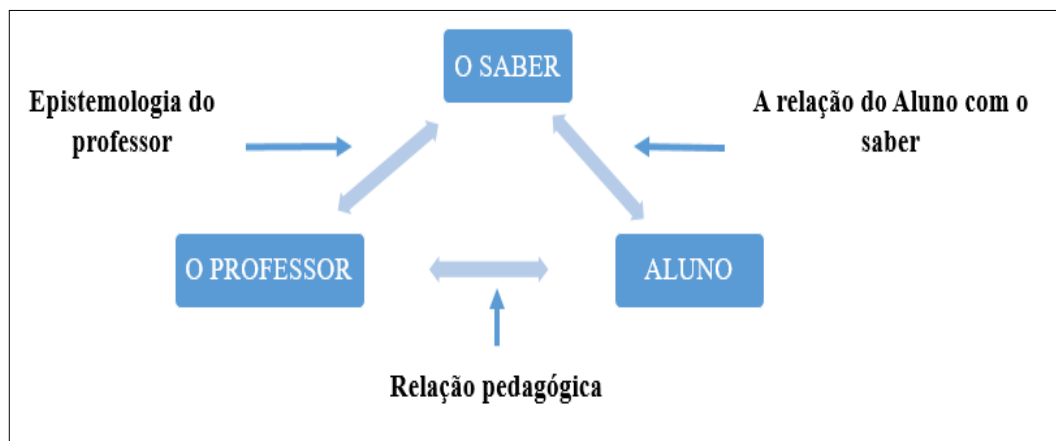
2.1 Sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Situação Didática Olímpica (SDO)

Em um período de mudança do ensino da matemática na França, surgiram estudos dedicados ao papel do docente, principalmente voltados para o uso de teorias com o objetivo da criação de atividades visando à interação entre três pilares capazes de influenciar diretamente no ensino e aprendizagem, que se constitui por professor, aluno e conhecimento matemático. Essa reestruturação culminou em um campo de investigação denominado Didática da Matemática – DM (SILVA, ALVES, MENEZES, 2020).

A DM se desenvolveu na França por volta da década de 1970 e impulsionou a criação de institutos de pesquisas chamados de Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM), que tinha o intuito de estudar os problemas de ensino decorrente naquela época (ALVES, 2017b). Em decorrência dessa transformação, surge a Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau (1986), que tem o objetivo de “[...] criar um modelo de interação entre aprendiz, saber e o *milieu* (meio) no qual a aprendizagem deve se desenrolar” (ALMOULOU, 2007, p. 31). Com o intuito de utilizar os problemas da OBMEP para a criação de um modelo de ensino, esta pesquisa baseou-se na TSD possibilitando a construção de um modelo que estabelece a interação entre aprendiz, saber e *milieu* (meio).

O objetivo dessa teoria se consubstanciou na situação didática, na qual necessariamente deve ocorrer a interação envolvendo o triângulo didático composto por professor, aluno e saber (FIGURA 1) a partir de um meio criado e planejado pelo docente.

Figura 1 – Triângulo Didático.



Fonte: Almouloud (2007, p.35)

Para que ocorra essa interação, “[...] a apresentação de uma boa situação pelo professor se torna importante para a progressão do aprendizado do estudante, ou seja, para que este desenvolva os conhecimentos necessários para a aquisição de saberes” (SILVA; ALVES E MENEZES, 2020, p. 331), por isso tem em seu objetivo central as situações didáticas.

Além desse, a TSD também tem como objetivo, conforme Almouloud (2007, p. 31-32):

Caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente a modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos da ocorrência de uma aprendizagem significativa.

Diante desses propósitos da TSD, procurando a relação dos problemas da OBMEP e essa teoria de ensino, o papel do docente no planejamento das situações didáticas reflete na melhor adaptação para o seu contexto escolar, com a inclusão de uma ferramenta tecnológica, um jogo ou um problema, visando à modificação dos comportamentos dos sujeitos na obtenção dos conhecimentos, agindo de forma autônoma para construção do próprio saber.

Desse modo, a situação didática criada na perspectiva Almouloud (2007, p. 32) se baseia em três hipóteses:

- i. O aluno aprende adaptando-se a um milieu que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio[...]. Esse saber, fruto da adaptação dos alunos, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem.
- ii. [...]. O professor deve criar e organizar um milieu que seja suficiente para desenvolver

situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens. iii. A terceira hipótese postula que esse milieu e essas situações devem engajar os conhecimentos matemáticos envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem.

Sendo assim, o professor deve se basear nessas hipóteses para a construção de uma situação didática, que Brousseau, Brousseau e Warfield (2014) chamam de categorias e, dentro desta, o estudante consiga vivenciar três subcategorias necessárias para a gênese do conhecimento sobre o conceito matemático, são elas: situação de ação, formulação e validação. Em relação a essas três subcategorias, Brousseau et al., (2014, p. 203) destacou que elas devem ocorrer da seguinte maneira:

Situações de ação revelam e provocam a evolução de modelos de ação sem que o aluno precise formá-los. O aluno pode, imediatamente ou mais tarde, aprender a identificá-los, formulá-los em situações de formulação (expressão ou comunicação) e justificá-los em situações de prova (validação ou argumentação).

As três subcategorias Almouloud (2007, p. 34) denominou como situações adidáticas uma “[...] situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a estes condições favoráveis para a apropriação do novo saber”, ou seja, o professor acompanha, sem interferência, deixando os sujeitos (no caso os discentes) criarem suas conjecturas de forma autônoma ou em grupo, sem participação efetiva.

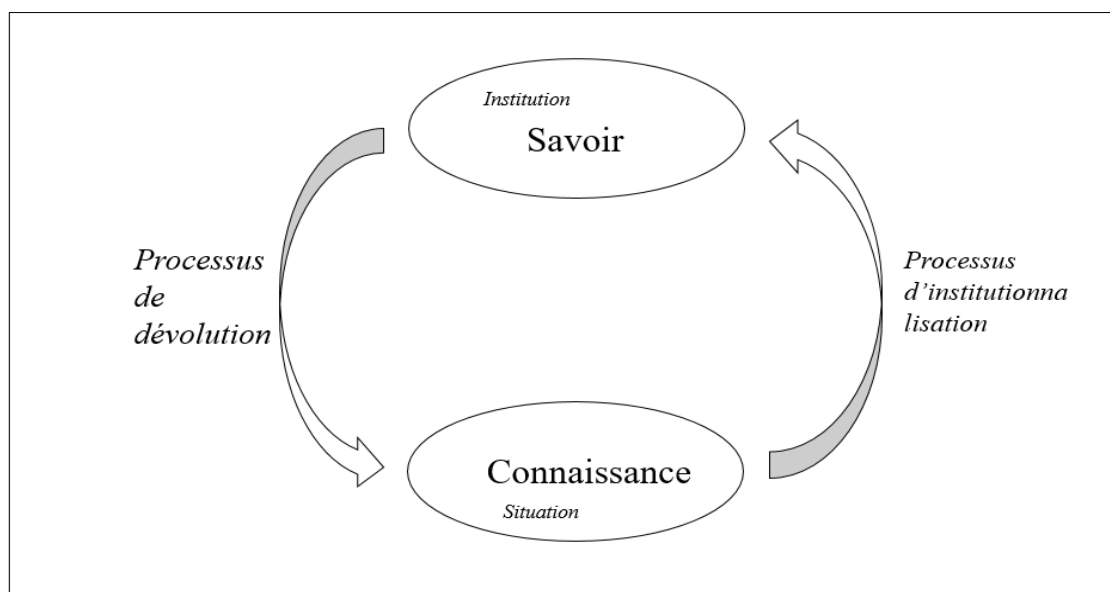
Brousseau (1986, *apud* ALMOULOU 2007, p. 33) caracteriza essas situações adidáticas da seguinte maneira:

- O problema matemático é escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria;
- O problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo as razões didáticas;
- O professor, assumindo o papel de mediador, cria as condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir das atividades propostas.

Essa experiência, obtida por meio desse processo de modificação do conhecimento matemático relativo à situação em jogo, perpassa pelas condições criadas pelo docente, baseadas no *Milieu* escolhido por ele. Por fim, tem-se a situação de Institucionalização cujo propósito é o de realizar esse confronto dos conhecimentos adquiridos durante as fases de ação, formulação e validação, transformando em saberes, os conhecimentos que podem ser utilizados em atividades futuras (BROUSSEAU, 2010).

Essa transformação que perpassa de um conhecimento matemático para um saber é representada por Margolinas (2012) pelo diagrama abaixo (FIGURA 2).

Figura 2 – Dialética entre conhecimento/saber.



Fonte: Margolinas (2012, p. 8)

Diante desse contexto teórico, pretendeu-se neste trabalho a construção de situações didáticas utilizando problemas de olimpíadas, especificamente a OBMEP. Notou-se, em suas provas, a quantidade de problemas desafiadores trazendo em seu bojo “[...] o rigor dos conceitos matemáticos, o estímulo do raciocínio lógico e o desenvolvimento das habilidades individuais [...], que [...] contribuem para a construção sólida de cada etapa do saber conforme as necessidades do cotidiano escolar” (WIEST, 2017, p. 65).

Seguindo a perspectiva da TSD, mas com um direcionamento para o contexto olímpico, foi proposto a utilização de problemas da OBMEP na criação desse *Milieu*, e essa escolha refere-se pela qualidade e a maneira desafiadora que são apresentadas em seus certames. Conforme Fidelis (2014), para o aluno ir ao encontro da solução dos problemas de olimpíadas, é necessário pensar em uma estratégia, e esse pensar implica diretamente no desenvolvimento do raciocínio, do espírito investigativo, o que, consequentemente, ajuda na ampliação do conhecimento matemático o que “[...] contrapõem o método de ensino há tempos dominante nas salas de aulas que, resumidamente, é o de transmitir modelos prontos na resolução de problemas padronizados por muitos livros didáticos”. (PINHEIRO, 2013, p. 10).

Desse modo, o planejamento das situações didáticas baseou-se em problemas retirados de provas da OBMEP⁹ e foi estruturado nas etapas da TSD, o que nesse contexto denominou-se de Situação Didática Olímpica (SDO). A SDO é definida como:

⁹ OBMEP, 2021. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em 19 de fev. 2021.

Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos de um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição e problemas ou um conjunto de problemas característicos das olimpíadas (SANTOS; ALVES, 2017, p. 285).

Essas situações didáticas, construídas a partir de Problemas Olímpicos (PO), cria um ambiente de ensino semelhante ao de competições junto à inclusão de ferramentas tecnológicas que proporciona uma maior atratividade aos estudantes. A SDO deve apresentar alguns objetivos básicos:

- i. A partir de uma transposição didática adequada, realizada pelo professor, dos problemas olímpicos, possa permitir o acesso ou a inclusão de um conjunto maior de estudantes ao ambiente de discussão ou « clima » de competição matemática, visando à elaboração de conhecimentos; ii. A partir de uma transposição didática adequada permitir ao professor de Matemática perspectivar novas formas de abordagem (com o uso da tecnologia e exploração de softwares de Matemática) e descrição de problemas olímpicos, que não sejam intimamente restritos a uma tarefa de resolução de problemas, com o tempo previamente demarcado e atividades hegemonicamente individuais; iii. Divulgar e promover a sociabilização das ideias matemáticas intuitivas e estratégias características de situações problemas de olimpíadas não apenas para alunos reconhecidos como mais habilidosos diante do conhecimento matemático (SANTOS, 2018, p. 43).

Esses aspectos presentes na SDO devem ser imprescindíveis para o uso dos Problemas Olímpicos (PO) com o propósito de atrair uma maior quantidade de estudantes, junto ao auxílio da tecnologia (nesse caso o *software* GeoGebra) e criar um ambiente dinâmico em sala de aula.

Essas situações didáticas que partem da perspectiva da TSD em suas quatro etapas são representadas por Alves (2019) pela seguinte equação (FIGURA 3):

Figura 3 – Equação característica da SDO.

$$SDO = PO + TSD$$

Fonte: Alves (2019)

Baseando-se na equação que caracteriza a SDO (FIGURA 3), foram construídas no momento da Análise *a priori* e Construções das situações didáticas, seguindo a TSD, a partir de Problemas Olímpicos (PO), realizando uma previsão do que cada licenciando em formação poderá realizar em cada etapa.

Além da equação apresentada, foi apresentado um comparativo trazido por Alves (2020, p. 25) em relação alguns aspectos e características sobre a noção de PO e SDO e quais seus objetivos (QUADRO 1):

Quadro 1 – Comparativo entre noção de PO e SDO.

	Problemas Olímpicos (PO)	Situações Didáticas Olímpicas (SDO)
Público-alvo	Estudantes regularmente inscritos nos certames científicos envolvendo as Olimpíadas de Matemática.	Estudantes, competidores e, sobretudo, os estudantes não competidores.
Forma de abordagem	Por intermédio do estilo de provas e exames presentes a cada nível de dificuldade crescente em Olimpíadas de Matemática.	Por intermédio de um princípio de modelização do saber matemático, com amparo da TSD.
Interesse e objetivo	Classificar e selecionar os melhores estudantes competidores, evidenciado pelo laureamento e a concessão de prêmios para escolas e estudantes.	Aproximar, seduzir, estimular, instigar a curiosidade de estudantes por uma cultura matemática oriunda das Olimpíadas de Matemática.
Papel do estudante	Consumidor de uma cultura matemática produzida por professores e matemáticos profissionais intimamente envolvidos na produção de provas e de exames seletivos.	Consumidor de uma cultura matemática produzida por professores de matemática não necessariamente envolvidos na elaboração de provas oficiais e exames de Olimpíadas de Matemática.
Papel do professor	Consumidor passivo de uma cultura matemática disseminada por associações científicas e que se orienta pelo interesse precípua pela seleção dos melhores estudantes e/ou prodígios.	Participante ativo de alteração, modificação e discussão dos Problemas Olímpicos, mediante a possibilidade de emprego da tecnologia e interesse em uma população ampliada de estudantes

Fonte: ALVES (2020, p. 25)

Esse quadro retrata o contexto que se pretende inserir as questões trazidas em provas de competições, principalmente no papel do professor quando se trata da adaptação a um contexto de sala de aula para que proporcione e estimule um número maior de estudantes em uma cultura de resolução de PO e, nesse caso, com a inserção do *software* GeoGebra para a adaptação dessas questões.

Essa adaptação necessitou de conhecimentos adquiridos por meio da investigação dos POs em provas de edições anteriores da OBMEP e em materiais utilizados nessas competições para que possam ser adaptadas frente ao uso do *software* GeoGebra, criando elementos que possam ser úteis para professores que pretendem utilizá-los em sala de aula. Para a realização da investigação, baseou-se na Engenharia Didática de Formação (EDF), que nos deu suporte a um estudo sobre aspectos referentes ao conteúdo, a construção das situações didáticas, a observação e a análise e, conseqüentemente, a produção do recurso didático.

2.2 Engenharia Didática de Formação

Em um processo de evolução e diante de insuficiências detectadas pelos didatas da Matemática, por volta da década de 1980 e 1990, surgiu a terminologia Engenharia Didática de Formação (EDF), denominada também por Perrin-Glorian e Bellemain (1993) como Engenharia Didática de Desenvolvimento ou Engenharia Didática de 2ª geração (chamada dessa maneira por se basear em uma Engenharia Didática de 1ª geração), que direcionou a sua atenção à formação do professor ou do futuro professor e prolongou questionamentos sobre os conhecimentos adquiridos por meio da ED.

De acordo com Perrin-Glorian (2009, *apud* ALMOULOU; SILVA 2012, p. 32), a EDF:

É uma engenharia didática para o desenvolvimento de recursos e para a formação de professores envolvidos no projeto. [...] A engenharia de desenvolvimento está fortemente ligada às investigações nos saberes matemáticos necessários aos professores para ensinar a matemática. É neste sentido que ela está ligada à formação.

Nesse papel investigativo, o professor segue um poderoso meio de treinamento para o seu aperfeiçoamento profissional na busca de um melhor produto para o seu alunado, indo ao encontro ao que Perrin-Glorian (2009) pensa sobre a formação de professores, isto é, que a partir destas investigações, amplia-se o conhecimento podendo ser considerado uma Engenharia Didática para o conhecimento (ALMOULOU; SILVA, 2012).

Ainda sobre a EDF, Perrin-Glorian e Bellemain (2019, p. 73) referiram-se a ela como Engenharia Didática para o Desenvolvimento porque

Visa estudar a adaptação das situações produzidas às condições comuns de ensino e às necessidades dos professores. É uma questão de estudar a difusão dessas situações na educação básica, através da produção de recursos e das necessidades de treinamento e apoio dos professores, para que eles possam usá-los efetivamente para melhorar a qualidade da aprendizagem de seus alunos. Isso requer um estudo mais aprofundado das condições para a implementação da sala de aula e das maneiras pelas quais os professores lidam com as dificuldades deixada pela situação.

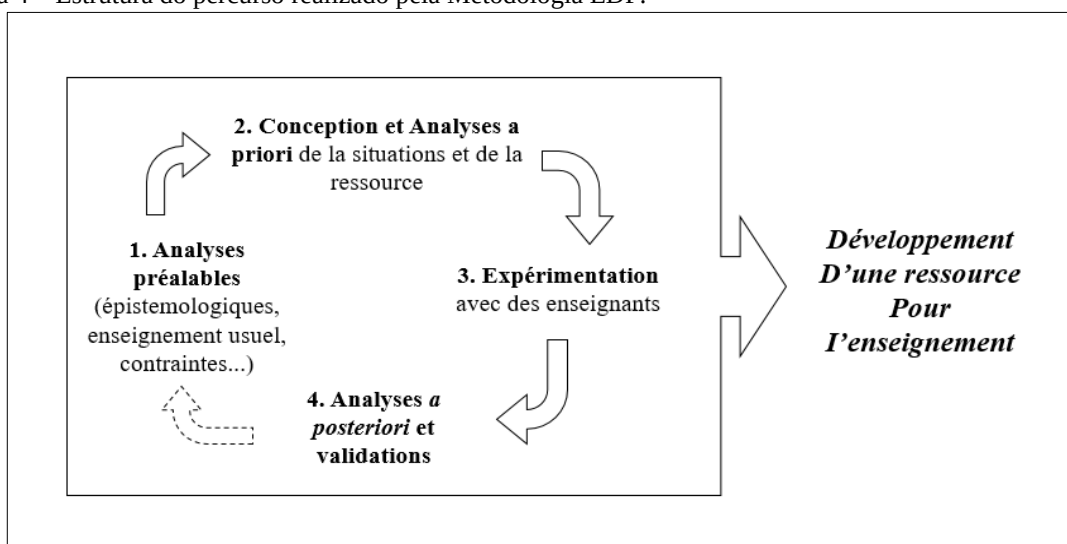
Essa metodologia tem a necessidade da participação dos professores em formação para lhes proporcionar as adaptações das situações didáticas, nesse caso o uso do PO, por serem, em sua maioria, problemas complexos para um ambiente como um todo em sala de aula e, com isso, qualifique uma melhora para o ensino da matemática e uma inclusão desses estudantes em um contato mais frequentes com esse tipo de problema.

Entretanto, na referida investigação, os licenciandos em formação apenas participarão das resoluções das SDOs, produto desenvolvido para o ensino em sala de aula e para o ambiente

de preparações de alunos. Sob a perspectiva de aluno, terão a possibilidade de identificar situações que podem aparecer como empecilho/obstáculo no aprendizado e que, ao serem replicados em sala de aula, possam ser adaptados para o contexto escolar do futuro professor.

Então, surgiu a necessidade de estudos com esse viés para criação de dispositivos e recursos que auxiliem o trabalho docente e solucionem os problemas de transposição didática dos conteúdos. Foi apresentado, no trabalho de Tempier e Chambris (2017), o percurso utilizado por uma EDF como *design* de investigação e um itinerário formativo para ajudar os professores em formação a melhorar o ensino de contagem, conteúdo específico abordado em seu trabalho.

Figura 4 – Estrutura do percurso realizado pela Metodologia EDF.



Fonte: Engenharia Didática de Formação proposto por Tempier e Chambris (2017).

Observou-se o papel cíclico que segue uma Engenharia Didática de Formação (EDF), em que seu objetivo é a produção de recursos para o ensino. Nesse caso, o processo segue direcionado à adaptação dos Problemas Olímpicos (PO) para o contexto da sala de aula (FIGURA 4). A EDF, como método de pesquisa, apoia-se na elaboração, implementação das sessões de ensino, análise e, por fim, constrói um produto a partir de discussões entre pesquisador e professores para uma melhor adequação para o ensino. Em relação a isso, há a necessidade de vários níveis de construção (ALMOULOU; SILVA, 2012), e essas discussões, análise, construção e reconstrução acontecem em processo formativo para ambos: pesquisador e professores.

Segundo Perrin-Glorian (2011, p. 68, *apud* AZEVEDO, 2020, p. 61), a EDF necessita de pelos menos dois planejamentos de engenharia com objetivos diferentes:

1. Primeiro nível em condições experimentais "protegidas" específicas para testar a validade teórica das situações (ou seja, sua capacidade de produzir o conhecimento esperado, estamos buscando menos um teorema da existência) e identificar as escolhas fundamentais da Engenharia: o que - o que é essencial, inevitável em relação ao conhecimento almejado, o que se enquadra no contexto escolhido e pode ser alterado, adaptado, o que se resume aos detalhes em resumo?
2. Segundo nível, para estudar a adaptabilidade das situações ao ensino comum, a negociação da primeira Engenharia; a diferença na implementação e as transformações realizadas são tomados como objeto de estudo por repercussões na própria engenharia didática, no conhecimento do funcionamento do conhecimento em questão no sistema escolar (professor, alunos ...). O que podemos deixar cair de lastro na negociação? O que vamos tentar salvar? Por quê? Como você controla o que pode acontecer?

Esse processo formativo, que acontece no segundo nível, necessita da participação dos professores em formação na Experimentação, no estudo da adaptação dos POs e, devido a isso, torna-se peça fundamental nessa transformação, porque cabe a ele conhecer o conteúdo que se pretende ensinar.

Na referida pesquisa, essa etapa aconteceu por intermédio da experiência vivida durante a resolução das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), com os sujeitos em formação observando os aspectos relevantes e, conseqüentemente, opinando sobre tais. Essas opiniões foram obtidas por intermédio de questionamentos realizados pelo pesquisador através de um questionário semiestruturado.

Com essa experiência vivenciada, pode-se obter a melhor metodologia para que o docente incentive o estudante a utilizar seu raciocínio de forma contínua e construtiva, destacando o papel (do aluno) como agente construtor de conhecimentos. Os PCN (2001, p. 40) destacam o papel do professor da seguinte maneira:

Numa perspectiva de trabalho em que considere a criança como protagonista na construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além conhecer as condições socioculturais, expectativa e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher o(s) problema (s) que possibilita (m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista objetivos a que se propõe atingir.

O mesmo documento ainda acrescenta que:

Além de organizador, o professor também é consultor nesse processo. Não aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explicações, oferece materiais, textos, etc. (BRASIL, 2001, p. 40).

A partir disso, junto aos professores em formação em meio a um processo de investigação e organização que possibilitaram uma adequabilidade dessas situações, essa

participação em formação junto à adaptabilidade de situações didáticas proporcionaram uma capacidade e um acúmulo de conhecimentos que se tornaram fundamentais para o desenvolvimento de competências em sua profissão. Da mesma forma, Tempier (2013) abordou que esse trabalho com os docentes durante o desenvolvimento da engenharia pode trazer benefícios quando se relaciona à transposição didática corrigindo aspectos que não se percebe em um primeiro estudo.

Essa importância do papel do professor junto ao ensino de matemática necessita de conhecimentos que sustentem o que foi dito anteriormente. Sendo assim, exige-se do docente a capacidade de investigar, refletir e analisar sobre o campo que circunda o contexto de competição matemática e, objetivando atingir com sua prática um ambiente de aprendizagem eficaz, utilizando problemas desafiadores e que busque do aluno conhecimentos necessários para seu desenvolvimento individual e intelectual.

Diante desse contexto, o papel da EDF tornou-se bastante relevante para o uso dos POs em sala de aula, contribuindo tanto para o senso de investigador do professor de matemática quanto para construção de ambientes propícios para o desenvolvimento da aprendizagem, que ampliem para uma maior quantidade de estudantes e não sejam apenas direcionados para alunos competidores. A pesquisa como processo investigativo e formativo capacitou o docente para a escolha de metodologias e aplicação de problemas, visando ao ensino, delegando meios e ferramentas as quais possibilitam para o estudante a construção com autonomia do conhecimento matemático.

Como abordado anteriormente, esta pesquisa seguiu um *design* de investigação baseado na ED, mas com um direcionamento à formação de professores e produção de recursos para o ensino da matemática (ALVES, 2017a; ALVES; CATARINO, 2018), em um contexto de competição (AZEVEDO, 2020). Desse modo, utilizou-se a terminologia Engenharia Didática de Formação (EDF) ou Engenharia Didática de Desenvolvimento (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019).

Conforme dito, essa metodologia tem, em seu primeiro nível, a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, que surgiu na França por volta da década de 1980 e foi amplamente divulgada por Michele Artigue. Além disso, foi comparada ao trabalho de um engenheiro que, para construir um projeto, baseia-se em estudos de tipo científico para aquisição de conhecimentos que ajudem a lidar com problemas mais complexos que os objetos depurados da ciência (ARTIGUE, 1995).

Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 66), a ED “[...] caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto

é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino”, como também se caracteriza pelo seu modo de validação de forma interna. Essa validação interna acontece “[...] comparando os processos de solução esperados dos alunos na análise *a priori* e os processos observados nas salas de aula”. (LABORDE, 2017, p. 173).

Frente à referida pesquisa, essa metodologia buscou proporcionar um controle sobre o ambiente criado pelo docente, principal objetivo na TSD. Conforme Lima e Neves (2019, p. 697), na ED “[...] é importante levar em consideração o objeto matemático e a preparação para as situações de ensino”, além disso ela “[...] possibilita uma organização sistemática para o desenvolvimento das ações no ambiente escolar”.

Assim como nos trabalhos de Santos e Alves (2017; 2018), a complementariedade entre a ED e TSD em um contexto de olimpíada propiciou ao docente, a partir de uma fundamentação metodológica e teórica, a construção e aplicação em sala de aula de situações didáticas. Além disso, permitiu o controle da sessão didática e a intervenção em momentos necessários para que não interceda, ou apenas o necessário, nas ações dos discentes e não lhe retirem a autonomia na construção do conhecimento proposto, agindo como mediador.

Brousseau (2013, p. 4 *apud* LIMA; NEVES, 2019, p. 697) sobre a ED relata que:

- A Engenharia Didática é sobre a criação de modelos consistentes e relevante e realizar dispositivos de ensino de um conhecimento, destinado a descrever ou prever, e a explicar os eventos observáveis de um determinado episódio de ensino (situações ou currículo) observadas ou previstas:
- Observado, a fim de reunir as informações que possibilitarão a explicar a posteriori o seu progresso e os seus resultados, e permitir a sua reprodução
- Considerado para determinar as condições reprodutíveis (realizável e transmissível) do seu curso e seus resultados observáveis. O estudo da consistência e relevância desses modelos refere-se a um exame crítico de todos os conceitos relacionados ao ensino, aprendizagem e a própria constituição do assunto ensinado.

Contudo, a participação do professor nessa metodologia ocorre por meio da construção de boas situações didáticas, proporcionando construir ou adequá-las aos objetivos que se pretende alcançar, neste caso os objetivos propostos neste escrito. Nesse caso, utilizou-se problemas de olimpíadas adaptados para o uso em sala de aula, visando à inclusão para uma maior quantidade de estudantes. Para isso, sistematizou-se a referida pesquisa nas etapas da ED. De acordo com Lima e Neves (2019, p. 698), sobre a ED, é dito que

Sua estrutura possibilita ao pesquisador uma organização na elaboração e desenvolvimento de sequências didáticas, levando em consideração aspectos do objeto matemático e de outros elementos envolvidos no processo de ensino, como os alunos com os quais serão desenvolvidas as atividades, as condições e restrições que estão presentes na situação, levantamento de possibilidades de eventos que podem

ocorrer e como superá-los, caso seja necessário e um meio analítico das atividades desenvolvidas.

Essa metodologia se estrutura em quatro etapas: as Análises preliminares, Concepção e Análise *a priori* das situações didáticas, Experimentação e Análise *a posteriori* e validação (ARTIGUE, 1995), que têm como foco “[...] o planejamento do ensino de um objeto matemático” (FIGUEIROA; ALMOULOU, 2019, p. 431).

Nas Análises preliminares, faz-se um estudo sobre a epistemologia do conteúdo visado pelo ensino, do ensino usual e seus efeitos, das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução, das condições e fatores dos quais depende a construção didática efetiva, a consideração dos objetivos específicos da pesquisa e o estudo da transposição didática do saber, considerando o sistema educativo no qual se insere o trabalho (ALMOULOU; COUTINHO, 2008), visando a um amplo conhecimento sobre aspectos gerais do objeto de estudo.

Apoiado na primeira etapa, realizou-se um estudo sobre a OBMEP desde sua criação, buscando entender alguns aspectos relevantes sobre seu contexto e sua importância, como também se apresentou um pouco sobre os programas de formação de professores com direcionamento à preparação para as Olimpíadas de Matemática.

Além disso, foi realizado um estudo baseado em autores como Pavanello (1993), Crescenti (2008) e Nunes (2010) quando retrataram sobre o abandono do ensino da geometria plana em décadas anteriores dando prioridade ao estudo da álgebra e a teoria dos conjuntos. Como também a abordagem nos livros didáticos localizado sempre nos últimos capítulos, o que em certos momentos, devido à extensa quantidade de conteúdos no currículo anual e o pouco tempo necessário para cada conteúdo, a geometria plana era exposta de forma insuficiente ou não abordada, que somando à insegurança que os professores tinham em relação a esta área, pela pouca exploração nos cursos de licenciatura e a formação insuficiente na área.

Também foi observado em todos os livros aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2018) que o conteúdo de geometria plana ainda é abordado, em sua maioria, nos últimos capítulos, sendo que dos 8 (oito) livros analisados, apenas Paiva (2015) expõe o assunto nos capítulos iniciais. Também se observou a maneira com que os conteúdos são explanados aos estudantes, seguindo padrões tradicionais de ensino que estimulam a mecanização do pensamento e a aprendizagem por repetição.

Por fim, foram procuradas, nas provas da OBMEP, questões referentes ao conteúdo de geometria plana. As questões escolhidas também são suscetíveis ao uso do GeoGebra, que dará suporte aos estudantes e ao docente para adaptação do problema. A partir do estudo na primeira

etapa, a Análise *a priori* se consubstanciou em definir as variáveis de comandos e as hipóteses para que venham a permitir a progressão do estudante na aquisição dos conhecimentos através de situações didáticas escolhidas pelos pesquisadores com o objetivo de ensinar, neste caso, conceitos de geometria plana.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008, p. 66), “[...] o objetivo de uma análise *a priori* é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido”, essas variáveis didáticas “[...] têm como função levar os alunos a utilizarem determinadas estratégias, em detrimento de outras” (ARTIGUE, 1996 *apud* LIMA; NEVES, 2019, p. 698).

Conforme dito, nessa etapa, foi elaborado um conjunto de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), a partir de Problemas Olímpicos (PO) retirados das provas da OBMEP, os quais abordavam conceitos de geometria plana. As situações didáticas seguiram os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD). Além disso, todas as questões foram construídas com o auxílio do *software* GeoGebra, que também foi utilizado como objeto para a construção e modificação do comportamento dos licenciandos em formação inicial durante a resolução dos problemas.

Na Experimentação, foram analisadas as observações feitas durante a aplicação da situação, como todas as produções realizadas em sala de aula pelos alunos (ARTIGUE, 1995). Esses dados podem ser completados, às vezes, utilizando outros métodos externos, como questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos (ALMOULOU; COUTINHO, 2008). Essa etapa, segundo Almouloud (2007, p. 177), “[...] é o momento de se colocar em funcionamento todo o dispositivo construído, corrigindo-o quando as análises locais do desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, o que implica um retorno à análise *a priori* em um processo de complementação”.

Antes da aplicação, foi estabelecido o contrato didático, ou seja, o “[...] conjunto de regras, acordos e obrigações estabelecido entre o professor e o aluno” (SANTOS; DIAS, 2016, p. 180). Segundo Brousseau (1986), esse contrato didático estabelece regras que devem ser respeitadas tanto pelos professores quanto pelos alunos.

Nessa perspectiva, utilizou-se o modelo de contrato didático denominado por Pais (2002 *apud* SANTOS; DIAS 2016, p. 181) como “relação aluno-professor-saber”:

Esse modelo tem por característica uma intencionalidade do professor, com intervenções direcionadas, não sendo mais vistos como detentor do conhecimento. O professor apresenta outras preocupações com o aluno, além do saber, tomam destaque os aspectos socioculturais que envolvem o discente. Desse modo o professor deve apresentar uma prática vigilante fundamentada na ação e reflexão. Nesse modelo, a

resolução de problemas, jogos, atividades, trabalhos de pesquisa por meio de situações didáticas são recursos importantes. O aluno é direcionado a ser participe no ensino, que traz no seu contexto, situações de acordo com os seus conhecimentos.

Logo após, o acordo do contrato didático foi aplicado com um grupo de estudos composto por licenciandos do curso de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), localizada na cidade de Sobral – CE e que participam do Programa de Iniciação Científica – PIC Jr como professores orientadores. Cada aula teve duração de 90 minutos, as coletas de dados foram registradas por áudios, registros fotográficos, cálculos realizados pelos discentes, além das observações obtidas, sendo que as aulas foram realizadas pela plataforma *Google Meet*, de maneira remota, e os dados analisados com base nas categorias que representam as etapas da TSD.

Por fim, a etapa de Análise *a posteriori* e validação representa a análise dos dados obtidos na fase anterior. A análise *a posteriori* e validação “[...] se apoia no conjunto de dados recolhidos durante a experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela” (ALMOULOUD, 2007, p. 177). A análise desses dados baseia-se no confronto entre análise *a priori* e análise *a posteriori*, validando as hipóteses definida na investigação (ARTIGUE, 1995).

Esse processo de validação se distingue em duas maneiras: a validação interna e a validação externa. Laborde (1997, p. 105) explica que a validação interna envolve “[...] uma descrição genérica da classe ou das condutas e tipos de produção majoritárias na classe, estudo de sua evolução e verificação de sua adequação no que concerne ao esperado dos estudantes” e, a validação externa estuda a “[...] comparação das produções obtidas dentro ou fora da sequência com produções de outros alunos” (LABORDE, 1997, p. 105). Nesse caso, realizou-se a avaliação interna.

Sendo assim, foram realizadas as análises dos dados, confrontando-os com a Análise *a priori* com o propósito de atingir os objetivos e hipóteses elencados neste trabalho, além disso verificou-se nos professores a adequabilidade dos Problemas Olímpicos (PO) resolvidos por eles e suas análises quanto à utilização em sala de aula. Nos capítulos seguintes, foi apresentado o percurso metodológico baseado nas etapas da Engenharia Didática (ED).

3 ANÁLISES PRELIMINARES

Foi definido como conteúdo a geometria plana, um dos conteúdos abordados pela OBMEP, a escolha buscou diferir outros trabalhos realizados semelhantes à proposta estudada (SDO). Além disso, outros aspectos influenciaram o seu estudo, por exemplo, o abandono dessa disciplina no ensino básico, causado pela localização nos livros didáticos, em sua maioria, nos últimos capítulos, como também pela formação insuficiente nos cursos de licenciaturas em Matemática e a deficiência dos docentes em relação à geometria plana. A partir disso, procurou-se relacionar com a construção das situações didáticas com foco no ensino de geometria plana para oferecer ao docente um material de qualidade, incluindo também o uso da tecnologia e a Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Antes da apresentação desses aspectos, realizou-se um estudo da OBMEP desde sua criação, buscando entender alguns aspectos relevantes sobre seu contexto e sua importância, como também se apresentou um pouco sobre os programas de formação de professores com direcionamento à preparação para as olimpíadas de matemática.

Logo após, foi realizado um breve estudo sobre o ensino de geometria plana, também foi observado os livros didáticos do ensino médio sobre esse conteúdo e foi realizada uma busca no material disponível na internet e no banco de questões da OBMEP para a seleção daquelas que forem sobre geometria plana para serem abordadas na pesquisa.

3.1 Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP)

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é um projeto criado pelo diretor geral do IMPA e pela presidente da SBM (César Camacho e Suely Druck, respectivamente), financiado pelo ministério da Educação e da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações com o objetivo de melhorar os resultados nessa disciplina. Um dos projetos que incentivou o surgimento dessa competição foi o Projeto Linguagem das Letras e dos Números – *Numeratizar e Leituralizar*, no qual o governo federal teve o desejo de generalizar a partir do sucesso obtido no estado do Ceará¹⁰.

Em relação ao Projeto de Linguagem das Letras e dos Números – *Numeratizar e Leituralizar*, foi uma competição criada em 2003, no estado do Ceará, sob a supervisão da

¹⁰ BARBOSA, SD. Disponível em: http://www.sbpnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm acesso em 06 de Fevereiro de 2021.

Universidade Federal do Ceará (UFC). Esse projeto foi organizado como uma política pública de inclusão social que, além disso, tinha a intenção de descobrir talentos precoces de todas as regiões do estado, incluindo alunos de comunidades pobres, como também para a melhoria do ensino fundamental nas escolas públicas cearenses, o que indicou forte indício de uma exitosa experiência que deu motivação para a criação da OBMEP. (MACIEL; BASSO, 2009).

Com objetivos comuns, foi criada a OBMEP, uma política pública com o intuito de melhorar o ensino da matemática nas escolas públicas de todo o país, visto que o Brasil não estava entre as melhores educações do mundo em relação aos resultados dessa disciplina. Essa competição teve sua primeira edição em 2005 e teve como foco os alunos do ensino fundamental (6º ao 9º) e do ensino médio. Em 2017, foram incluídos os alunos de escolas particulares e, em 2018, foi criada a OBMEP nível A, destinada a estudantes do 4º e 5º ano do ensino fundamental.

A OBMEP¹¹ visa atingir os seguintes objetivos:

- a) Estimular e promover o estudo da matemática;
- b) Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- c) Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;
- d) Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a valorização profissional;
- e) Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas e;
- f) Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Um desses objetivos tem a intenção de contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso ao material didático de qualidade. Esses materiais estão disponíveis nos sites e plataformas com diversas questões, simulados e provas que abordam problemas contextualizados e que motivam os alunos a pensar, raciocinar e ampliar seus conhecimentos na matemática.

Relacionado a isso, observou-se, em alguns trabalhos, a ênfase em relação à qualidade dos problemas que são abordados em provas de competições, apresentados de forma desafiadora e atrativa. Em relação a essas qualidades, Wiest (2017, p. 32) aborda que:

¹¹ OBMEP, 2019. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm> Acesso em 26 de out. 2019.

Os problemas propostos aos participantes das competições matemáticas abordam desde conceitos básicos até outros com alto grau de formalidade. Esse tratamento trabalha questões como criatividade, investigação, imaginação, raciocínio, rigor lógico, transparência e elegância nas resoluções, aprimorando o conhecimento desses jovens.

Essas questões abordadas pelo autor criam ambientes de interação na busca do saber, impactando diretamente na condução de sua resolução e formulação de diversas estratégias que levem ao mesmo resultado. Esse percurso permite que o estudante a crie teoremas, realizando o percurso de um matemático ao resolver esses problemas. Essas características, presentes nas questões, estimulam o aluno a interagir com o propósito de resolvê-las, pela maneira desafiadora com que se apresentam e pela diversidade de formas de resolução.

Outro desses objetivos trata-se de incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional, no entanto, isso não acontece de uma forma que possam abranger todos os professores do ensino básico. Isso porque existe uma quantidade limitada de vagas para esses processos formativos, sendo que ainda são formações direcionadas para professores que realizam trabalhos extraclasse.

As poucas vagas pode ser um dos entraves na utilização desse material, como também a pouca quantidade de programas destinados à formação de professores e voltados para competições matemáticas (OBMEP). No caso, há dois programas a nível nacional: o Programa “OBMEP na escola” e o Programa de Aperfeiçoamento de Professores Olímpicos (PROLÍMPICO), programa criado no ano de 2020 e que teve apenas uma edição até o presente momento (IMPA, 2020).

Conforme dito, um dos objetivos da OBMEP é a capacitação de professores e, com esse propósito, foi criado em 2014, com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o Programa “OBMEP na escola”. Esse programa é:

Voltado para o professor de Matemática das escolas públicas e alunos de Licenciatura em Matemática, ele tem como objetivo melhorar a qualidade do ensino da Matemática nestas escolas. Incentiva a criação de atividades extraclasse vinculadas às provas da Olimpíada, estimulando a adoção, em sala de aula, de novas práticas pedagógicas e do material didático produzido pela OBMEP. (ESTEVES, 2016, p. 17).

Como foi observado na citação anterior, esse programa incentiva a criação de turmas extraclasse e acontece fora do horário escolar com uma quantidade limitada de estudantes (20 alunos, no máximo), o que pode excluir a utilização desse material em sala de aula.

As preparações dos docentes acontecem por meio de resoluções de problemas e trocas de experiências sobre as atividades realizadas pelos alunos, objetivando ajudá-los por meio de

cursos de formação. Esse programa é acessível a professores habilitados por meio de uma seleção na qual são escolhidos uma quantidade limitada de professores premiados nessas competições e alunos de licenciatura em matemática.

Também se destaca o PROLÍMPICO, que teve sua primeira edição no ano de 2020, visando oferecer treinamento gratuito para professores do ensino básico e abordando assuntos relativos às Olimpíadas de Matemática (IMPA, 2020). Conforme Caldas e Viana (2016, p.332), esses programas têm o intuito de “[...] estimular, desenvolver a autonomia, o raciocínio lógico-matemático do educando, contribuindo efetivamente para um bom desempenho escolar e para participação ativa na sociedade”, além de alavancar os resultados não satisfatórios em relação a essa disciplina.

Os problemas abordados nas preparações para as olimpíadas de matemática se tornam não triviais devido à exigência em relação às questões que são abordadas nessas provas. Nota-se nos professores uma grande dificuldade nas resoluções de problemas de olimpíadas, o que exige uma maior capacitação profissional, formação e um estudo mais aprofundado dos conteúdos matemáticos que são abordados nessa competição (AZEVEDO, 2020).

Em relação aos materiais que são abordados nessas formações, Esteves (2016) acrescenta que exige um grande aporte de conhecimento de conceitos matemáticos, o que dificulta para os professores participantes a adequação de tais ideias no ambiente de sala de aula que vise à aplicação com educandos de todos os níveis. Desse modo, cabe ao professor (como facilitador) encontrar subsídios (ferramentas tecnológicas, metodologias de ensino, etc.) que possibilitem a adaptação dos problemas que são abordados nas provas da OBMEP, assim como usufruir desse material na sala de aula. O que se pretende neste trabalho é a apresentação de uma proposta que proporcione essa adaptação para que o professor de matemática possa, também, utilizar esse material em sala de aula.

Dando prosseguimento, serão apresentadas algumas informações básicas sobre a OBMEP, que mostram a estrutura no que se refere a participantes, fases e as premiações que cada discente ganha caso fique entre os melhores do Brasil nessa avaliação (QUADRO 2).

Quadro 2 – Informações básicas sobre a estrutura da OBMEP.

Informações sobre a estrutura da OBMEP.		
Participantes	Fase	Premiação
Nível I – Alunos de 6º e 7º ano do ensino fundamental.	Fase I – Provas com 20 questões objetivas de caráter eliminatório.	Escolas públicas: medalhas de ouro Nível I e II são 200 medalhas para cada, Nível III são 100 medalhas. Escolas privadas: 25 medalhas para cada nível, totalizando 75 medalhas.
Nível II – Alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental.	Fase II – Provas com 6 questões discursivas de caráter classificatório.	Escolas públicas: medalhas de prata Nível I, II e III são 500 medalhas para cada nível Escolas privadas: 75 medalhas para cada nível, totalizando 225 medalhas.
Nível III – Alunos do ensino médio.		Escolas públicas: medalhas de Bronze 1500 medalhas para cada Nível. Escolas privadas: 225 para cada nível, totalizando 675 medalhas. Menções honrosas são distribuídas um total de 51.900 certificados sendo 46.200 para escolas públicas e 5.700 para escolas privadas.

Fonte: OBMEP (2020b).

Esse quadro mostra a quantidade de alunos premiados nessa competição nacional, o que pode impactar diretamente na melhoria dos resultados dos sujeitos participantes em avaliações de larga escala, como também o gosto pela matemática. Além das premiações, também se destaca o interesse em participar de tais competições, pois possibilita a interação entre os discentes envolvidos. Valério (2017, p. 47) sobre esse interesse destaca que:

A OBMEP é muito mais que uma premiação. Ela é usada para promover a socialização dos alunos e do conhecimento, buscando propiciar um ambiente diferente e motivador na escola, pois através dela, os alunos podem ter contato com questões interessantes e desafiadoras da Matemática.

Além disso, a OBMEP também contribui com alunos e professores que queiram se aprofundar na ciência matemática com o propósito de contemplar a cada ano um número maior

de adeptos nas competições, disponibilizando uma lista de programas e portais de estudos dispondo de materiais didáticos, videoaulas, exercícios, mestrados para alunos medalhistas e formações de professores (QUADRO 3).

Quadro 3 – Lista de Programas e Portais disponibilizados pela OBMEP.

Programas e portais disponibilizados pela OBMEP	
Portal do Saber	Oferece aos alunos materiais distribuídos em: videoaulas, exercícios resolvidos, material teórico e aplicativos interativos. Materiais esses que abordam todo conteúdo do ensino fundamental (6° ao 9° ano) e ensino médio, ou seja, complementando a aprendizagem do discente.
Banco de questões e provas antigas	Um material complementar tanto para aluno quanto para professor. São abordados problemas que desenvolvem raciocínio lógico e o incentivo a descobertas de propriedades importantes na matemática para resolução dos problemas propostos pela OBMEP, todo esse material está dividido por assunto e por nível.
Portal Clubes de Matemática	Esse portal disponibiliza desafios diariamente, é um espaço criado para estudar matemática em que alunos de todas as séries podem participar, além de professores e alunos universitários, e podem criar grupos com objetivos de estudar matemática e desenvolver atividades, como: gincanas, discussão de filmes, resolução de problemas, jogos; além de filmagens e atividades que utilizam programas de geometria dinâmica.
Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo – POTI	Este programa serve de treinamento para alunos do 8° e 9° ano do ensino fundamental e do ensino médio que desejam participar da OBMEP e OBM, oferecendo cursos gratuitos com conteúdo específico dessas duas competições.
Programa de Iniciação Científica e Mestrado – PICME	Esse programa é destinado a alunos de graduação medalhistas da OBMEP ou da OBM que pretendem cursar um mestrado simultaneamente ao seu curso. Com objetivo de estudos mais avançados na matemática, além disso podem receber bolsas disponibilizadas pela CNPq (Iniciação Científica) e CAPES (mestrado).
Programa OBMEP na Escola	Esse programa é destinado a professores de escolas públicas escolhidos através de seleção que acontece em dois e dois anos. Esses professores ficam responsáveis por uma turma de alunos, os quais são preparados com materiais disponibilizados pela própria OBMEP, além disso os docentes também recebem formação para esse fim. Também são disponibilizados bolsas.
OBMEP Nível A	Olimpíada voltada para alunos do 4° e 5° anos do ensino fundamental das escolas públicas. Teve sua 1ª edição no ano de 2018 e está prevista para ocorrer no 1° semestre de 2019, no mesmo formato do ano anterior.
A bolsa Instituto TIM – OBMEP	É uma iniciativa do Instituto TIM, em parceria com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Foi criada com o objetivo de oferecer apoio financeiro a jovens talentosos para que possam cursar uma universidade. As bolsas ofertadas são direcionadas a medalhistas, de qualquer edição da OBMEP, que estejam ingressando em universidades públicas (federais ou estaduais), no primeiro período do ano de abertura das inscrições.

Fonte: OBMEP (2020a).

Os programas mencionados dão suporte para os alunos medalhistas que queiram ingressar na carreira de pesquisador ou professor na área de matemática, esse mecanismo é uma estratégia para que não se perca jovens talentos para, com isso, obter uma melhoria significativa no ensino e aprendizagem da matemática.

Além disso, Caldas e Viana (2016) abordam que essa olimpíada é um grande incentivo para o estudo da disciplina, que, de forma geral, aproxima universidades públicas, institutos de pesquisas e sociedades científicas com as escolas públicas, além de envolver Secretarias Estaduais e Municipais de Educação e de Ciência e Tecnologia. Em relação a essa aproximação, Fidelis (2014, p. 10) destaca que:

Essa influência positiva que a OBMEP tem conseguido em melhorar o aprendizado de Matemática se deve em grande parte pela disponibilização de um vasto material didático, baseado em problemas interessantes, que ajudam, não apenas a se preparar para a competição, mas principalmente, a aprender o conteúdo.

Entretanto, diante de todas essas qualidades, esses problemas não são acessíveis a toda a comunidade escolar, até pelo grau de formalidade e raciocínio que são necessários em sua resolução, o que exclui e afasta uma maioria de estudantes que apresentam dificuldade na disciplina de matemática. De acordo com Araújo e Monsorens (2017, p. 3), sobre essa exclusão diz que:

Pode-se argumentar, por exemplo, que a competição é excludente para boa parte dos alunos, e não motivadora. Ou que as habilidades avaliadas nas competições não são relevantes para o aluno médio, que não pretenda seguir carreira na área de ciências exatas.

Essa exclusão não se restringe apenas a estudantes, mas também se amplia às dificuldades que os professores de matemática têm em relação a resolução e a aplicação desses problemas em sala de aula. Diante disso, existe a necessidade de criar ambientes de formação que envolvam a utilização dos problemas de olimpíadas, unindo a metodologias de ensino que proporcionem uma adaptação e possam atrair uma maior quantidade de professores capacitados e, conseqüentemente, possibilitar a inclusão dessas questões em sala de aula. Sendo assim, os professores necessitam vivenciar estes tipos de Problemas Olímpicos (PO) e, por conseguinte, estimular os estudantes a participar dessas competições, assim também utilizar esse material como complemento ao livro didático.

Portanto, a utilização dessas questões em sala de aula pode ser uma forma de diversificar o planejamento do professor de matemática, segundo Bragança (2013 p. 7), eles são “[...]”

problemas que vão desde questões que necessitam de ferramentas básicas de matemática, criatividade, imaginação com um apelo à qualidade de raciocínio, até questões com alto grau de formalismo matemático”, o que estimula os estudantes a uma maior participação nas resoluções.

De acordo com Alves (2019, p. 97-98), os docentes “[...] devem estimular e 'seduzir' o maior número possível de alunos ou uma construção coletiva e grupal de conhecimentos matemáticos mobilizados por meio de interações com os POs a partir dos testes da OBMEP” e, com base nisso, auxiliar o professor de matemática em atividades que incluam a utilização dos problemas que são utilizados para a preparação da OBMEP, também para a sala de aula. Nas subseções seguintes, tratou-se sobre o ensino de geometria, um dos conteúdos abordados na OBMEP.

3.2 Sobre o ensino de geometria e a OBMEP

A geometria é uma área bastante importante na vida cotidiana, isso porque está presente em quase tudo e desenvolve no ser humano um modo diferente de ver o mundo. De acordo com os PCN (2001), conhecer os conceitos geométricos se torna parte fundamental para o estudante e é imprescindível estar presente no currículo de matemática, isso acontece porque:

Por meio deles o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] A geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 2001, p. 55-56).

Conforme foi abordado na proposta curricular, a importância desse tema nem sempre foi aplicada pelos professores e pelo sistema educacional de modo que o conteúdo fosse contribuir na formação do aluno. Em algumas décadas anteriores, a geometria passou por uma grande precarização em seu ensino, alguns autores como Pavanello (1993), Crescenti (2005) e Nunes (2010) trouxeram discussões relacionados a esses problemas que perduraram por algumas décadas, a partir da criação de um movimento denominado Movimento da Matemática Moderna (MMM) no ano de 1960 e que se baseou na formalidade e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos e da álgebra para o ensino e a aprendizagem de matemática.

De acordo com Nunes (2010), a geometria quase foi excluída da proposta curricular, no período da MMM, quando dava prioridade ao simbolismo da álgebra, passando a ocupar um

lugar de destaque, o que descaracterizou o ensino desta disciplina e levou a quase seu abandono em sala de aula. Pavanello (1993) destacou, também, outro fator que pode ter sido determinante nesse quase abandono: a promulgação da Lei 5.692/71. Isso porque essa lei dava total liberdade às escolas na organização da programação anual e, devido à insegurança dos professores relacionado a geometria, deixavam de incluir a disciplina nesse planejamento.

Nos trabalhos de Pavanello (1993) e Crescenti (2008), foi destacado outro problema, quando diz respeito à organização dos livros didáticos, que trazia o conteúdo de geometria sempre nos últimos capítulos, o que levavam aos professores, pela falta de tempo, deixar em segundo plano.

Conforme Lorenzato (*apud* CALDATTO; PAVANELLO, 2015, p. 122), foi explicitado

Que o ensino de geometria continua abandonado, e atribui tal abandono ao despreparo dos professores, à utilização do livro didático em consequência da má formação destes. Acrescenta que os livros didáticos de matemática apresentam a geometria, na grande maioria das vezes, nos últimos capítulos e esta é reduzida a fórmulas, definições e propriedades desvinculadas de aplicações e de explicações da natureza histórica ou lógica. Aponta ainda para a forma frágil e diminuta de abordagem do tema nos currículos.

Esse problema relacionado ao livro didático detectado em décadas anteriores, pelos autores citados, é um fato que pode ser notado nos tempos atuais. Foi observado em 8 (oito) livros didáticos do 1º ano do ensino médio, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do ano de 2018, a localização dos capítulos referentes à geometria plana. No quadro abaixo, foram destacados todos os livros, apresentando os autores e o título (QUADRO 4).

Quadro 4 – Relação dos livros didáticos analisados quanto à abordagem do conteúdo de geometria plana.

Livros Didáticos PNLD 2018	
Autor/Ano	Título do LD
Paiva (2015)	Matemática Paiva
Balestri (2016)	Matemática: interação e tecnologia
Chavante e Prestes (2016)	Quadrante Matemática
Leonardo (2016)	Conexões com a Matemática
Souza e Garcia (2016)	Contato Matemática
Smole e Diniz (2016)	Matemática para compreender o mundo
Dante (2016)	Matemática: contexto e aplicações
Iezzi <i>et al</i> (2017)	Matemática: ciência e aplicações

Fonte: BRASIL (2017).

Dos livros observados, apenas Paiva (2015) não apresentou o conteúdo de geometria plana nos últimos capítulos (Cap. 3 e 4), o que pode fortalecer uma certa preocupação com tal conteúdo no diz respeito à explanação durante o ano letivo. Essa preocupação delineada

anteriormente pode estar atrelada à apresentação de conteúdos relacionados à teoria dos conjuntos e funções e, por ser bastante extenso, os professores acabam por não os abordar ou explanar conceitos de geometria plana de forma insuficiente para o aprendizado do discente (SILVA; ALVES; MENEZES, 2020).

Além desse aspecto, foi observada também a maneira como é abordado o conteúdo geometria. Conforme Lorenzato (1995, p. 4), o ensino da geometria se estabelece, nos livros didáticos, apenas pela “apresentação de um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas desligados de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a geometria é reduzida a meias dúzias de formas banais do mundo físico” e essas maneiras abordadas tiram a real funcionalidade do que é a importância para a formação discente, com base nos seus conhecimentos geométricos.

Essa importância mínima dada ao ensino de geometria plana para o desenvolvimento do estudante perpassa também pela necessidade do professor que ensina matemática com uma formação de qualidade. Nunes (2010, p. 112) destaca a “[...] formação insuficiente que futuros professores de matemática recebem em geometria, e que se percebe também que os cursos de formação continuada não estão atendendo aos objetivos em relação à Geometria”.

Essa deficiência na formação de professores com base na geometria também pode estar relacionada à pouca interação destes com a referida área da matemática, segundo Nunes (2010, p. 111)

Muitos dos professores, em seus depoimentos, admitem não terem vivenciado um ensino de geometria capaz de lhes permitir pensar geometricamente e que suas experiências com o ensino de geometria reduzem-se à geometria métrica e ao reconhecimento de figuras geométricas sem, no entanto, chegar a distinguir nem mesmo os aspectos figurais dos conceitos.

Desse modo, percebe-se a importância dessa união entre teoria e prática na formação do professor quando se relaciona à geometria, isso porque os permite vivenciar conceitos geométricos, identificando lacunas que os estudantes necessitam para o conhecimento desse conteúdo e, conseqüentemente, contribuindo para seu processo formativo. Esse impacto, conforme Nunes (2010), de uma má qualidade não se estende apenas aos cursos de licenciatura, mas vem desde o ensino básico, com a não convivência dessa área ou a formação insuficiente de um estudo relacionado aos conceitos geométricos.

Nos cursos de licenciaturas em Matemática, a formação dos licenciandos se estende ao modo como são repassados os conteúdos de geometria, na qual será a maneira como serão

ensinados no ensino básico. Sobre esse modelo de ensino, Adilson e Rodrigues (2014, p. 2)¹² destacam que nos cursos de graduação “[...] a geometria é tratada de forma abstrata muitas vezes sem nenhuma conexão dos conteúdos”, principalmente quando se trata da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Em relação ao modelo de ensino do conteúdo de geometria plana a que foram submetidos os licenciandos e sujeitos da pesquisa, por alguns professores, foi relatado que:

L3: “O conteúdo foi repassado pelo professor que utilizou instrumentos de medidas para o desenho no quadro, para que o aluno tivesse uma melhor visão da figura. Logo após a explicação do professor iniciava a interação professor-aluno”.

L4: “Fui muito prejudicado pelas ausências do professor da disciplina no semestre letivo, então não tenho como opinar sobre o método de ensino apresentado”.

L5: “São aulas expositivas, com demonstração e provas usando coisas não vistas na escola, na minha opinião é suficiente, mas apenas utilizando o quadro e o pincel, dificulta”.

L6: “Na minha turma, a disciplina de geometria euclidiana plana foi repassada de maneira tradicional, utilizando quadro e materiais de geometria. Também fomos prejudicados pelas ausências dos professores, o que me fez acumular poucos conteúdos e obtendo algumas lacunas em relação à disciplina”.

L7: “O método usado é o clássico: mostra o conteúdo e logo em seguida dá início a resolução de exercícios para a fixação do conteúdo, a diferença é porque é vista de maneira mais aprofundada os conteúdos, podendo assim entendê-los melhor para que assim eu possa repassar o conteúdo para outros alunos. Não considero muito bom, por ser muito repetitivo de modo que às vezes o aluno só decora ao invés de aprender”.

Como foi observado nos relatos dos licenciandos que participam da pesquisa, ainda perduram o modelo de ensino tradicional, utilizado por alguns docentes, quando diz respeito ao ensino de geometria nos cursos de licenciatura em Matemática. Esse modelo tradicional se estende ao modo expositivo de apresentar ao conteúdo, utilizando apenas o quadro branco, pincel e a aplicação de exercícios para a fixação dos conhecimentos geométricos. Também foi relatado que, durante o semestre letivo, a ausência dos professores que ministravam o conteúdo de geometria plana prejudicou bastante os licenciandos e influenciou em relação à compreensão dessa disciplina.

Então, como forma de minimizar essas ausências dos estudantes frente à disciplina de geometria plana e com o intuito de apresentar a eles uma proposta didática que difira de metodologias tradicionais abordadas, apenas pelo quadro branco e pincel, foram propostas neste trabalho situações didáticas utilizando Problemas Olímpicos (PO). Essas situações didáticas que utilizam os POs, são denominadas de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), metodologia

¹² ADILSON; RODRIGUES, SD. Disponível em:

<http://www.uece.br/endipe2014/ebooks/livro2/UMA%20EXPERI%C3%8ANCIA%20COM%20GEOMETRIA%20EM%20UM%20CURSO%20DE%20FORMA%C3%87%C3%83O%20INICIAL%20DE%20PROFESSOR%20ES.pdf> acesso em 19 de fev. 2021.

de ensino que busca emergir no estudante um percurso análogo ao de um matemático que, ao resolver um problema, realiza momentos de ação, formulação e validação, etapas decorrentes da Teoria das Situações Didáticas (TSD). Essa metodologia de ensino busca diferir dos modelos tradicionais apresentados nos cursos de licenciatura em Matemática quando diz respeito ao ensino de geometria plana, utilizando de tecnologias (*software* GeoGebra) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Os Problemas Olímpicos foram escolhidos da OBMEP levando em “[...] em consideração a importância dessa avaliação para o ensino e desenvolvimento da matemática na educação básica, possibilitando e propondo que professores e alunos do ensino médio tenham acesso a materiais de matemática de alta qualidade [...]” (AMARANTE, 2019, p. 19), o que proporciona uma maior atenção de professores e alunos que estão diretamente ligados a essa competição. Ricardo Santos (2018, p. 18) sobre a OBMEP:

As Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP têm como principal objetivo levar aos estudantes uma matemática contextualizada e que envolvem situações que dependem de uma boa base conceitual, de um bom raciocínio lógico e de muita paciência no processo de resolução, e trabalhar todos esses fundamentos dentro do ambiente das escolas públicas, saindo do tradicionalismo por vezes arraigado na comunidade escolar, torna-se um desafio ainda maior.

Essa matemática contextualizada pouco é apresentada nos livros didáticos, que prezam por questões mecanizadas nas quais são apresentadas demonstrações geométricas seguidas de exercícios de aplicação das propriedades, o que tendencia os professores na utilização do ensino tradicionalista, visto que o livro didático é uma ferramenta fundamental na organização anual da programação escolar.

Referente a essa padronização, Cyrino e Jesus (2014, p. 753) relata que

Alguns professores, ao planejarem suas aulas, escolhem tarefas tendo como base os conteúdos trabalhados ou a presença dessas tarefas podem se tornar sinônimo de listas de exercícios, nas quais os trabalhos dos estudantes se limitam a resolvê-las de forma mecânica e em alguns casos, tendo como partida um “exercício modelo” explicado anteriormente pelo professor.

Assim, é importante que o professor conheça e reflita sobre quais tarefas/problemas deve inserir no planejamento para propiciar ao aluno o protagonismo no processo de aprendizagem e não se abster ao processo de ensino mecanizado, por repetição. Dessa forma, Cyrino e Jesus (2014, p. 754) apresentam alguns aspectos importantes ao professor em seu planejamento, são eles:

Escolher problemas adequados aos seus objetivos; Iniciar um processo de ensino que priorize problemas desafiadores, nos quais os alunos podem estabelecer conexões com significados ou com ideias e conceitos matemáticos; Reconhecer problemas que podem expressar mais do que o conteúdo; Perceber como os problemas influenciam em seu ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos; Proporcionar um ambiente de aprendizagem durante as aulas de Matemática e; Perceber qual o impacto de suas ações no processo de Ensino e Aprendizagem.

Diante desse contexto, buscou-se, a partir das análises realizadas sobre a abordagem do conteúdo de geometria plana nos livros didáticos, encontrar meios, ferramentas e metodologias que agreguem ao planejamento do professor de matemática. Com esse propósito, utilizou-se o material disponibilizado pela OBMEP, devido ao fato de este se apresentar, de um modo desafiador, cobrando o raciocínio, a utilização de ideias e conceitos matemáticos e exigir bastante criatividade.

Portanto, buscou-se no material disponibilizado pela OBMEP, em seu banco de questões, provas e sites, problemas para serem utilizados como proposta para o ensino de matemática em sala de aula e para adaptação, conforme a TSD e com auxílio do *software* GeoGebra.

A OBMEP contribui para o aprendizado de alunos e professores que queiram se aprofundar na ciência matemática, com o propósito de contemplar a cada ano um número maior de adeptos nas competições, disponibilizando uma lista de programas e portais de estudos dispondo de materiais didáticos, videoaulas, exercícios, mestrados para os medalhistas e formações de professores (QUADRO 3). Os programas mencionados dão suporte para os alunos medalhistas que queiram ingressar na carreira de pesquisador ou professor na área de matemática, esse mecanismo é uma estratégia para que não se perca os jovens talentos e com isso obter uma melhora no ensino e aprendizagem da matemática.

Além disso, Caldas e Viana (2016) abordam que essa olimpíada é um grande incentivo para o estudo da disciplina que de forma geral aproxima universidades públicas, institutos de pesquisas e sociedades científicas com as escolas públicas, além de envolver Secretarias Estaduais e Municipais de Educação e de Ciência e Tecnologia. Sobre esse incentivo, Fidelis (2014, p. 10) destaca que:

Essa influência positiva que a OBMEP tem conseguido em melhorar o aprendizado de Matemática se deve em grande parte pela disponibilização de um vasto material didático, baseado em problemas interessantes, que ajudam, não apenas a se preparar para a competição, mas principalmente, a aprender o conteúdo.

Contudo, diante de todas essas qualidades, esses problemas não são acessíveis a toda a comunidade escolar até pelo grau de formalidade e raciocínio que são utilizados em sua resolução, o que exclui e afasta uma maioria de estudantes que apresentam dificuldade na disciplina de matemática.

Diante disso, existe a necessidade de criar ambientes de formação inicial que envolvam a utilização dos problemas de olimpíadas unindo a uma metodologia de ensino que proporcione adaptação e que possa atrair uma maior quantidade de professores capacitados e, consequentemente, a inclusão dessas questões em sala de aula.

Sendo assim, os problemas foram escolhidos, com base em Almouloud (2007), mas voltados aos problemas de olimpíadas, de forma que fizesse o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria, adquirindo novos conhecimentos de geometria plana inteiramente justificados pela lógica interna da Situação Didática Olímpica (SDO) e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas. Por fim, o professor, assumindo o papel de mediador, cria as condições, com o amparo do *software* GeoGebra, para o aluno ser o principal ator da construção dos conhecimentos em geometria plana, a partir das resoluções dos Problemas Olímpicos (PO).

Baseado nisso, foi incluída a tecnologia, representada pelo *software* GeoGebra, ferramenta computacional que relaciona geometria e álgebra simultaneamente. Essa ferramenta apoiou o docente e o discente na construção e adaptação de figuras estáticas, dando dinamização, e essa mobilidade apoia o discente na superação e modificação do conhecimento geométrico com o seu uso. No capítulo seguinte, fala-se mais um pouco sobre o *software* GeoGebra e sua contribuição na concepção das Situações Didáticas Olímpicas (SDO).

4 ANÁLISE A PRIORI E CONSTRUÇÕES DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Diante desse contexto, perspectivou-se nessa etapa a construção de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), visando solucionar problemas de ensino que criam obstáculos para a aquisição de conhecimentos pelos estudantes nas resoluções de problemas de olimpíadas, apresentando aos professores como recurso para o ensino de geometria plana a partir de questões da OBMEP com amparo do *software* GeoGebra.

O *software* GeoGebra foi incluído no planejamento das SDOs, contribuindo na construção e como complemento para ser utilizado na sua resolução pelos licenciandos, a escolha dessa ferramenta acontece pela facilidade do uso, manuseio em sala de aula por professores e alunos, um recurso prático e que possibilita uma aula mais dinâmica. O GeoGebra

É um *software* de uso livre, criado por Markus Hohenwarter e pode ser baixado gratuitamente pela internet, por ser desenvolvido em linguagem JAVA, está disponível em várias plataformas, ou seja, pode ser baixado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS. É possível também baixar o GeoGebra em *smartphones* que contém sistema operacional, no qual é possível acessar a internet e baixar aplicativos, o professor pode solicitar que os alunos façam o download do aplicativo e utilizá-lo no próprio celular (A. ALVES, 2019, p. 63).

Essa ferramenta proporciona ao docente uma gama de atividades para o uso no ensino de diversos conteúdos envolvendo a álgebra, cálculo diferencial e integral, trigonometria, geometria e estatística, possibilitando a visualização e dinamização de figuras estáticas abordadas nos livros didáticos, provas da OBMEP e em aulas nas quais não se utiliza esse recurso.

O *software* é capaz de trazer dinamismo para figuras estáticas que são abordadas em problemas da prova da OBMEP, pois possibilita ao professor criar estratégias para o ensino de conteúdo, como nesse caso a geometria plana, tornando a explicação clara e simplificada para o discente. Observou-se nas palavras de Rico e Maria (2014, p. 386), ao dizer que “[...] em certos momentos, a utilização de alguns *softwares* pode facilitar a dinâmica em sala de aula e, também, propiciar a exploração de algo que seria de difícil compreensão sem esses recursos”.

Além disso, o GeoGebra torna-se uma ferramenta que possibilita ao aluno a construção do conhecimento de forma autônoma ou junto com os demais colegas, através da visualização e o dinamismo que esse recurso disponibiliza. Portanto, ao incluir no planejamento, o professor torna a aula mais atrativa, com a utilização desses recursos tecnológicos, atraindo a participação dos discentes.

Em vista disso, modelizou-se um ambiente de ensino sob a perspectiva da TSD com o auxílio do *software* GeoGebra, possibilitando para o estudante caminhos diversificados para se chegar à resolução final e outros modos de construir estratégias e, por fim, criar uma situação que permita controlar o comportamento do aluno (ALMOULOU; COUTINHO, 2008). Conforme Santos (2018), essa modelização realizada por intermédio do *software* GeoGebra proporciona o estudante compreender, validar e demonstrar os teoremas e propriedades relativos a cada SDO.

Baseando-se no estudo realizado anteriormente sobre um quadro geral em relação ao tema da pesquisa, partiu-se para a segunda etapa da ED, a Análise *a priori* e construção da situação didática. Ela se consubstancia da fundamentação teórica “[...] para a construção e constituição da sequência de ensino, mobilizando atividades e variáveis didáticas que contribuirão com o objetivo da pesquisa” (LIMA; NEVES, 2019, p. 698-699).

Na perspectiva de Artigue (1995), essas variáveis podem ser distinguidas de duas maneiras: as variáveis macrodidáticas ou globais, quando dizem respeito à organização global da engenharia; e as variáveis microdidáticas ou locais, quando se referem à organização local da engenharia, ou seja, a organização das situações didáticas. Nesse caso, definiu-se nessa etapa, as variáveis macrodidáticas que se consubstanciaram pela construção das situações didáticas utilizando problemas da OBMEP adaptados pelo *software* GeoGebra, com base na Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Essa construção, com base na TSD, visou proporcionar ao estudante a construção do saber decorrente ao meio criado pelo docente, buscando diferir das aulas tradicionais. Conforme Lablém e Bittar (2018, p. 208) destaca, a TSD segue “[...] os processos de ensino e aprendizagem que diferenciam dos modelos convencionais de comunicação, de informações em que o professor ministra aulas expositivas ou de forma de palestra e, a aprendizagem é entendida como assimilação de informações e repetição de procedimentos” (LABLÉM; BITTAR, 2018, p. 208), como também esses problemas propiciem autonomia ao estudante visando à realização de um percurso análogo ao um matemático (ALMOULOU, 2007).

Foram definidas também nessa investigação duas hipóteses, são elas:

- a) O *software* GeoGebra permite ao estudante a construção de novas estratégias durante a resolução das Situações Didáticas Olímpica (SDO), amparado pela movimentação e visualização;
- b) A Teoria das Situações Didáticas (TSD) proporciona ao docente um planejamento e o controle sobre as ações que os estudantes realizarão durante a resolução das Situações Didáticas Olímpica (SDO), oportunizando o aluno agir, formular e validar

suas soluções apresentadas, com a mínima participação do professor, sem que este possa interferir em sua autonomia.

Além disso, essa etapa também se consubstanciou pela elaboração das SDOs, nas quais realizou-se um momento de previsão relacionado às ações dos licenciandos em formação inicial durante a resolução dos POs, baseado em aspectos e dificuldades detectadas a partir do estudo obtido por meio da Análise preliminar, realizada na primeira etapa da ED. Essa previsão proporcionou criar um ambiente de aprendizagem que permitiu o pesquisador/professor incluir elementos nos POs, adaptando e endereçando não apenas a alunos competidores, mas para a sala de aula como um todo.

Ademais, a inclusão do *software* GeoGebra é útil na interação do estudante como um meio que deu ênfase tanto na visualização, na movimentação e na dinamização das figuras, fazendo com que eles conseguissem perceber novas estratégias a partir do seu uso. Entende-se que essa ferramenta possibilita que os sujeitos em formação inicial evoluam em prol da construção do conhecimento através das escolhas que provocaram modificações nas estratégias de resolução das questões, fazendo seu desempenho progredir.

Diante disso, abordou-se, nas seções seguintes, PO retirados de provas da OBMEP da 1ª fase, relacionados ao conteúdo de geometria plana, suscetíveis à utilização do *software* GeoGebra, isso porque contar com essa ferramenta como auxílio ajudará o estudante perante a movimentação, visualização e percepção de novos direcionamentos para a resolução dos POs. Essas construções, amparadas pelo *software* GeoGebra, podem ser acessadas por computadores, tablets e/ou celulares, expandindo o acesso a todos os estudantes que possuem algumas dessas ferramentas.

4.1 Situação Didática Olímpica - SDO e o Cálculo de áreas

As duas situações didáticas SDO1 e SDO2 são referentes ao conteúdo do cálculo de áreas, mais especificamente o cálculo da área do triângulo equilátero e a propriedade fundamental da equivalência, respectivamente.

4.1.1 Situação Didática Olímpica 1 (SDO1)

A SDO1 abordou conceitos além da geometria plana, ou seja, trouxe conhecimentos envolvendo relações trigonométricas. Diante desse diferencial, incluiu-se dinâmicas na figura, utilizando o *software* GeoGebra, por exemplo “controles deslizantes” e “caixas de objetos”

como ferramentas que podem disponibilizar um modelo que leve o estudante à propriedade proposta, no caso a área do triângulo equilátero (SILVA; ALVES; MENEZES, 2020).

Foi entendido que, com a movimentação dos controles deslizantes, os licenciandos em formação inicial perceberiam a possibilidade de completar o quadrilátero ABCD, obtendo um triângulo retângulo, observando seus ângulos internos. Com esse entendimento e preenchendo a caixa de objetos, é possível que passem a visualizar um triângulo equilátero, analisando os ângulos obtidos logo após essas ações. Por fim, com essas ações realizadas, eles podem vir a chegar à propriedade proposta, desenvolvendo toda a SDO1 e, conseqüentemente, chegando à resposta procurada.

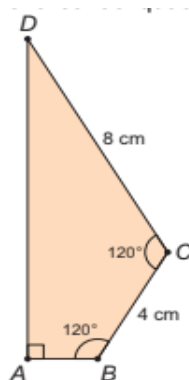
A questão apresentada foi retirada da prova da OBMEP, realizada no ano de 2017 para alunos do ensino médio (nível 3/1ª fase) referente ao conteúdo de geometria plana (QUADRO 5). Esse problema deve abordar conceitos, como: teorema de Pitágoras, simetria, área do triângulo equilátero e ângulos suplementares, dando ênfase a área do triângulo equilátero.

A proposta visou, a partir da questão adaptada e transposta no *software* GeoGebra, abrir possibilidades para que o estudante diversifique os caminhos que os levem à solução do problema e que essa diversificação proporcione um aprendizado satisfatório e o encontro do teorema proposto.

Como abordado anteriormente, deu-se ênfase à área do triângulo equilátero, com isso, o professor planejou a construção da figura presente no PO, disponibilizando elementos para que, durante a exploração no *software* GeoGebra, os licenciandos pudessem perceber essa propriedade.

Quadro 5 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2017/nível 3.

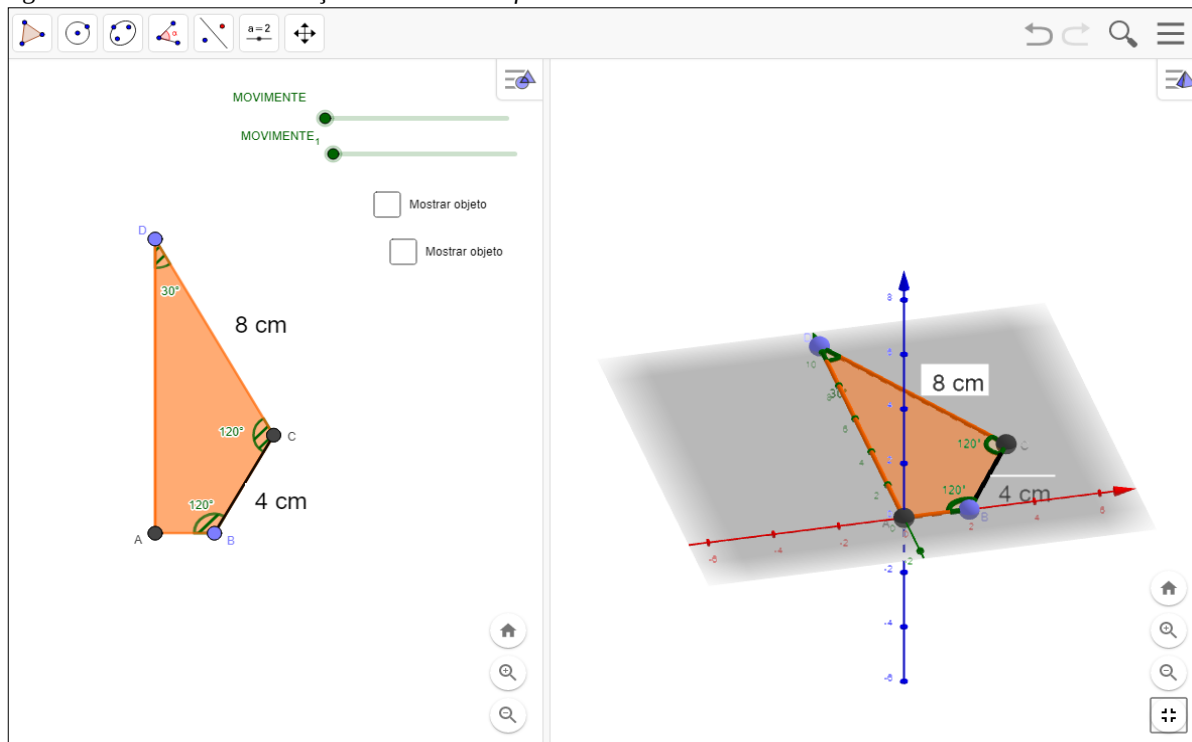
Questão 1: Na figura, os ângulos $\Delta A\hat{B}C$ e $\Delta B\hat{C}D$ medem 120° , o ângulo $\Delta B\hat{A}D$ é reto e os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero ABCD em cm^2 ?



Fonte: OBMEP (2020d)

A Situação Didática Olímpica (SDO) construída teve o apoio tecnológico do *software* GeoGebra, sendo que a figura disposta no problema foi adaptada (FIGURAS 5 e 7), tanto pelo computador como pelo celular, a essa ferramenta, o que permitirá a movimentação e visualização dos elementos, dando mais subsídios aos licenciandos durante a resolução.

Figura 5 – Janela de visualização 2D e 3D no *software* GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 5 corresponde à imagem obtida pelo *software* GeoGebra para computadores. Na “janela de visualização”, acompanhou-se a imagem referente à visualização em duas dimensões (2D) e em três dimensões (3D). A figura 6 corresponde ao *QR code* (modelo que pode ser criado pelo professor aplicador) que permitiu o acesso à construção pelo *smartphone* ou *tablets*. Para ter acesso, o licenciando necessitou ter um aplicativo que leia *QR code*, disponível nas lojas de compras de celular ou *tablets*.

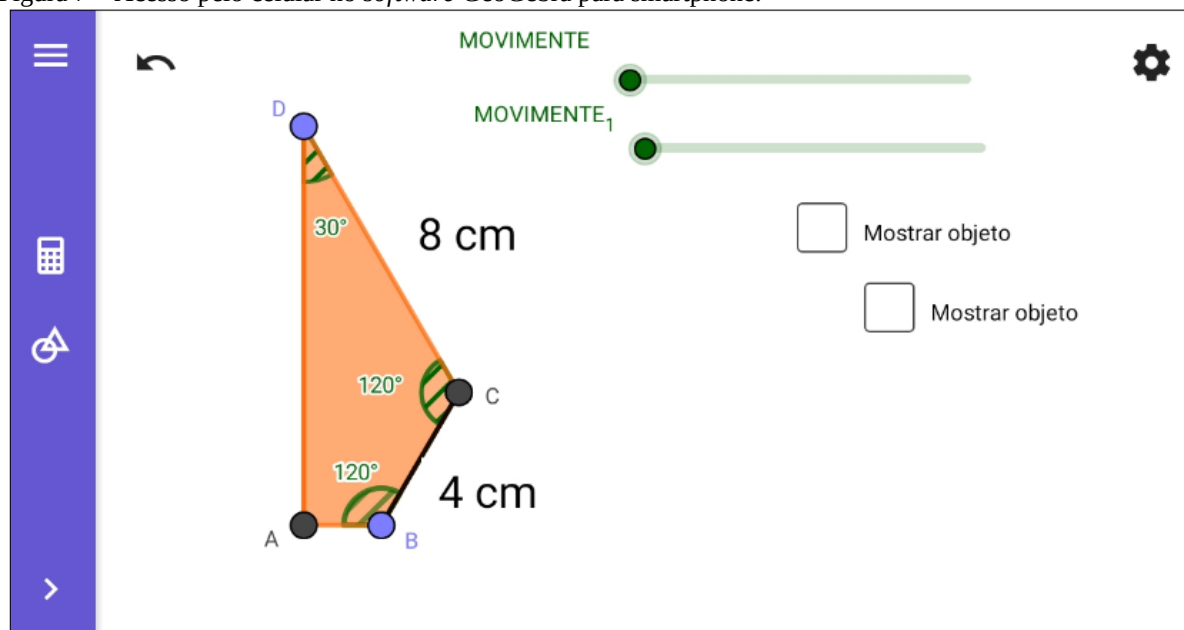
Figura 6 – QR code que permitiu o acesso a figura pelo celular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir do acesso, utilizando o QR code exposto, o licenciando teve acesso à construção em seu *smartphone* ou *tablet*, obtendo a seguinte estrutura (FIGURA 7).

Figura 7 – Acesso pelo celular no software GeoGebra para smartphone.

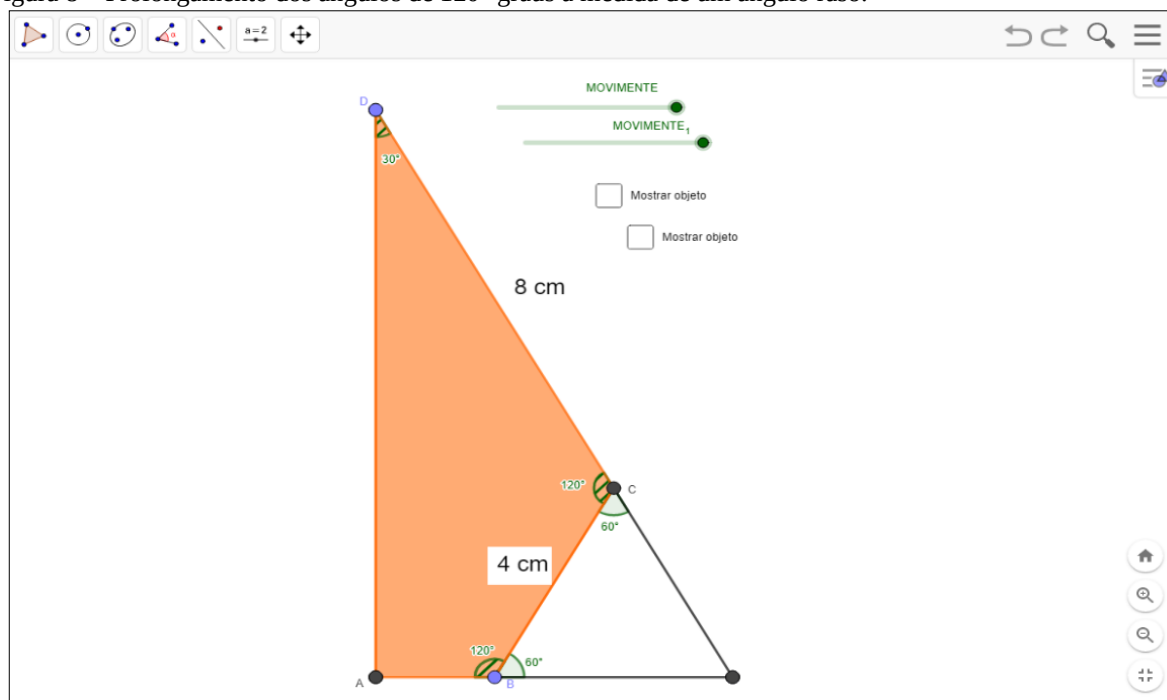


Fonte: Elaborado pelo autor.

No momento inicial da resolução, o licenciando iniciará a leitura da questão, identificando os dados relevantes para serem utilizadas durante a resolução do PO. Dessa forma, ao interpretar a questão, o sujeito deve observar alguns dados que o leve à construção de hipóteses que lhes permitirão as discussões e validações nas etapas subsequentes. É importante que eles verifiquem os ângulos de 120° como uma possibilidade de prolongamento a um ângulo raso, nesse caso apresentando o suplemento de 120° , ou seja, 60° .

O professor deve estimular os estudantes a verificarem, a partir da movimentação dos controles deslizantes no *software* GeoGebra, informações que contribuirão para a continuidade da resolução do PO. A partir das movimentações realizadas no GeoGebra, por meio dos controles deslizantes, o estudante deve chegar à seguinte estrutura (FIGURA 8).

Figura 8 – Prolongamento dos ângulos de 120° graus a medida de um ângulo raso.



Fonte: Silva, Alves e Menezes (2020)

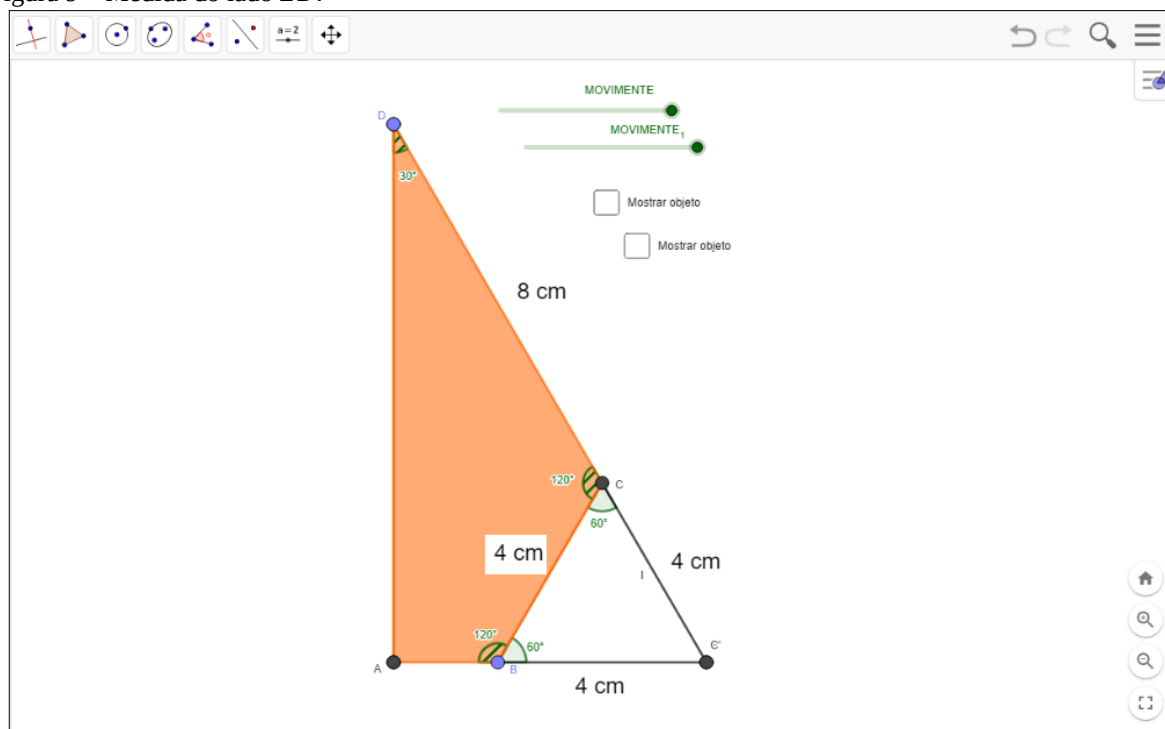
Com a movimentação apresentada na figura anterior, o licenciando poderá encontrar uma estratégia cabível e superar alguns entraves/dificuldades caso não consiga identificar esse prolongamento dos segmentos. Por exemplo, ao utilizar o conteúdo de razões trigonométricas ou divisão em triângulos, conteúdos que exigem mais conhecimentos não triviais.

A partir de então, inicia-se a troca de informações. Nesse momento, é importante direcionar a motivação do professor para as discussões a partir das informações obtidas na fase anterior pelos licenciandos, com o propósito de formular conjecturas suscetíveis à resolução do problema, que podem ser apresentadas de forma escrita ou oral com base nas hipóteses levantadas.

Os estudantes vão debater a partir das informações obtidas na interpretação em relação ao prolongamento do lado $\overline{DC}$, formando o triângulo $\triangle ADE$. A partir das modelagens realizadas pelo *software* GeoGebra e com a extensão desses dois segmentos, além da construção do triângulo retângulo $\triangle ADE$, também poderá perceber um triângulo equilátero de lado medindo

4 cm e, assim, obter a medida da hipotenusa desse triângulo, ou seja, segmento $\overline{DC} = 8$ cm e $\overline{CE} = 4$ cm totalizando 12 cm (FIGURA 9).

Figura 9 – Medida do lado $\overline{ED}$.

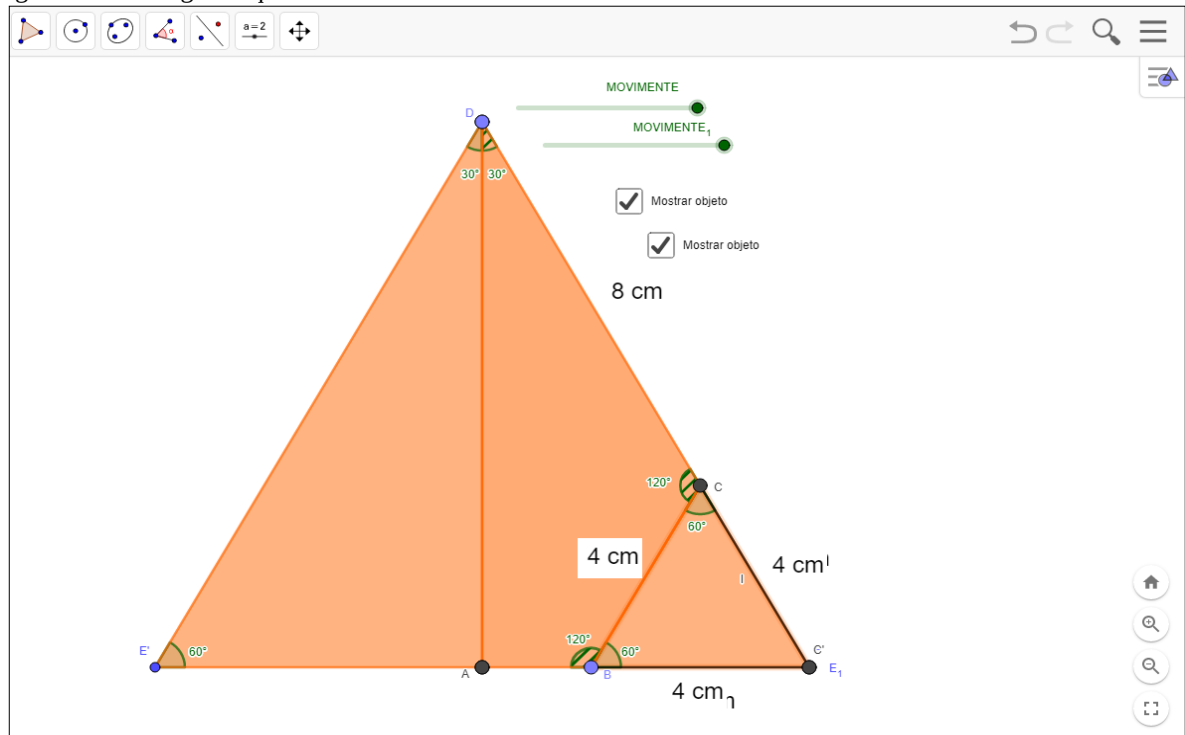


Fonte: Silva, Alves e Menezes (2020)

Dessa forma, dando continuidade à resolução, é esperado que construam, a partir da identificação de um eixo de simetria, em relação ao segmento $\overline{AD}$, um triângulo simétrico $\triangle EDE'$ formando um triângulo equilátero de lado medindo 12 cm, visto que todos os ângulos internos são 60° . A partir dessas informações obtidas, os professores em formação podem chegar à propriedade da área do triângulo equilátero, o que facilitaria o desenvolvimento da SDO1.

Após esse desenvolvimento, o estudante deve validar suas hipóteses construídas anteriormente. Sendo assim, o sujeito demonstrará ou provará as estratégias utilizadas para o público presente com o propósito de validá-las, submetendo ao julgamento e opiniões contrárias. É esperado que o estudante, baseado nas informações coletadas e estratégias utilizadas anteriormente, cheguem ao conhecimento de aplicação do triângulo equilátero (FIGURA 10).

Figura 10 – Triângulo Equilátero de lado 12 cm.



Fonte: Silva, Alves e Menezes (2020)

A Figura 10 apresentou um triângulo equilátero de lado 12 cm , podendo ser também identificado pela igualdade dos ângulos de 60° . É provável que os licenciandos utilizem o teorema de Pitágoras para encontrar essa medida da altura do triângulo maior $12^2 = h^2 + 6^2$ por meio do triângulo retângulo $\triangle DAE$ e, prosseguir rumo à solução, como também, a propriedade procurada, quando encontrarem a propriedade, podem utilizar a fórmula do cálculo da área do triângulo equilátero maior que é dada por $\frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ e que proporcionará ir ao encontro da solução (FIGURA 11).

Figura 11 – Solução apresentada pela OBMEP.

QUESTÃO 13
ALTERNATIVA A

Prolongando-se dois lados do quadrilátero, obtemos um triângulo equilátero de lado 4 cm e um triângulo retângulo grande DAE que é metade de um triângulo equilátero de lado 12 cm , como indicado na figura.

Pelo Teorema de Pitágoras, a altura de um triângulo equilátero de lado l é $h = \frac{\sqrt{3}}{2} l$. Logo,

área de $ABCD = (\text{área do triângulo retângulo } DAE) - (\text{área do triângulo equilátero } CBE) = \frac{6 \cdot 6 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{16\sqrt{3}}{4} = 14\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

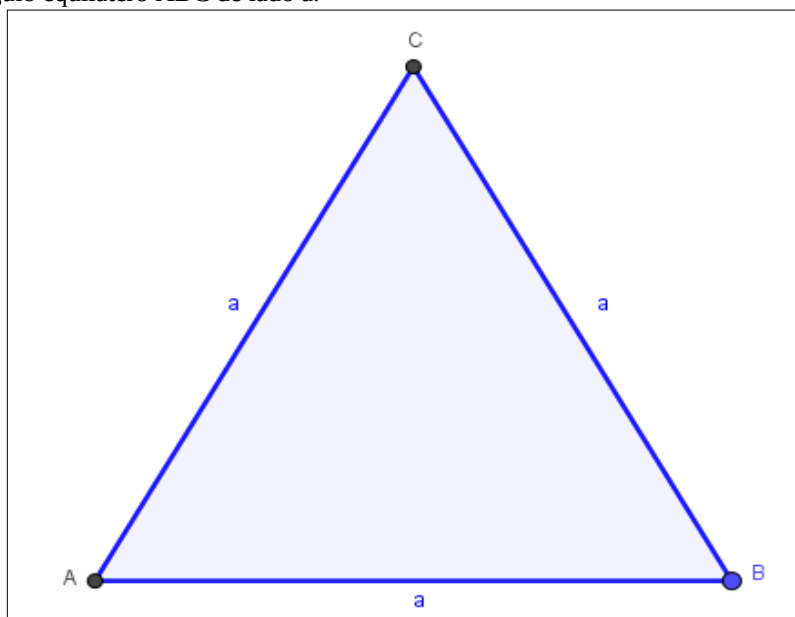
Fonte: OBMEP (2020e)

Logo após a apresentação da solução pelos licenciandos, o professor retomará a sua ação com o propósito de apresentar os conceitos os quais se propôs a ensinar, tirando dúvidas e discutindo do que foi destacado nas etapas anteriores. O professor deve apresentar o conceito intimamente correlacionado com o cálculo da área do triângulo equilátero (PAIVA, 2015).

Definição: todo triângulo equilátero possui três ângulos congruentes entre si, assim sendo, todos têm medidas 60° , assim como todos os seus lados têm mesma medida. Para o cálculo da área do triângulo equilátero, é preciso saber que a medida do seu lado pode ser determinada da seguinte maneira:

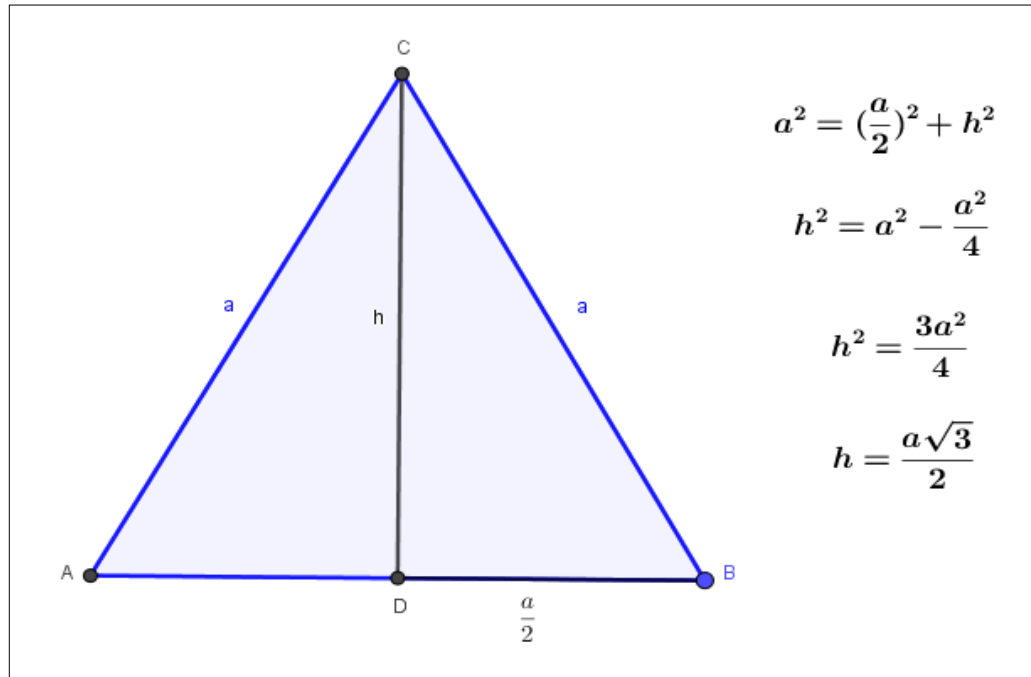
Considere um triângulo equilátero $\triangle ABC$ de lado a (FIGURA 12), baseie-se na fórmula da área do triângulo, que se determina pela multiplicação da sua base pela altura ($At = \frac{b \cdot h}{2}$), que para o cálculo da área necessita da medida da altura desse triângulo.

Figura 12 – Triângulo equilátero ABC de lado a .



Fonte: Elaborado pelo autor.

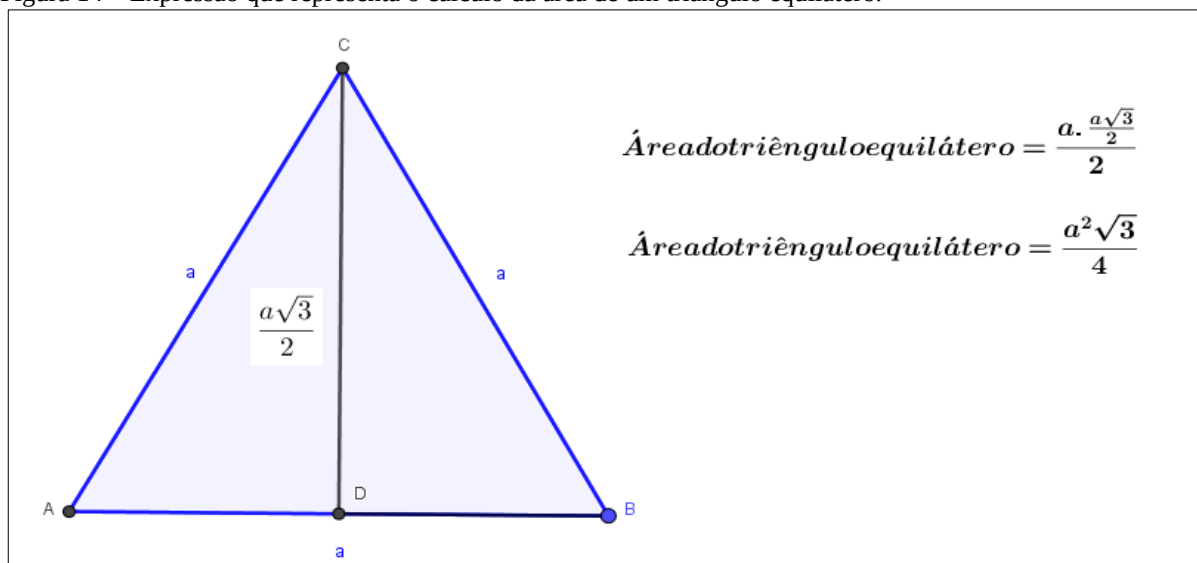
Primeiramente, determina-se a medida da altura h aplicada ao teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$) sabendo que a hipotenusa (segmento $\overline{BC}$) tem comprimento a , a base (segmento $\overline{BD}$) do triângulo retângulo CBD mede $\frac{a}{2}$ e a altura (segmento $\overline{CD}$) tem medida h . Com a aplicação dessas medidas, obtém-se a medida da altura $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. (FIGURA 13).

Figura 13 – Medida da altura h .

Fonte: Elaborado pelo autor.

Identificando a medida da altura h do triângulo equilátero ABC , pode-se aplicar essas medidas na expressão para o cálculo da área de um triângulo qualquer definido por $(At = \frac{b \cdot h}{2})$. Após a aplicação da base a e da altura $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, obtém-se a área do triângulo equilátero que é dada por $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (FIGURA 14).

Figura 14 – Expressão que representa o cálculo da área de um triângulo equilátero.



Fonte: Elaborado pelo autor.

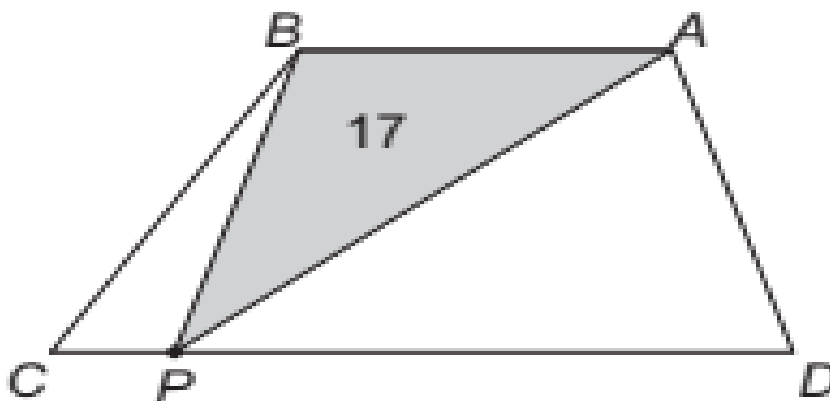
4.1.2 Situação Didática Olímpica 2 (SDO2)

A SDO2 trouxe consigo a propriedade fundamental da equivalência, que pode ser visualizada e demonstrada com uso do *software* GeoGebra, pela movimentação que essa ferramenta dispõe. Sabendo disso, acrescentou-se um controle deslizante sobre o ponto P para que os licenciandos em formação pudessem realizar as movimentações necessárias a fim de demonstrar a propriedade proposta.

A SDO2 foi retirada da prova da OBMEP, realizada no ano de 2018 para alunos do ensino fundamental (nível 2/1ª fase), referente ao conteúdo de geometria plana (QUADRO 6). Esse problema deve dar ênfase à propriedade fundamental da equivalência, além de outros conceitos que podem ser apresentados como conhecimentos prévios dos estudantes, como: semelhanças de triângulos e cálculo da área do trapézio.

Quadro 6 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2018/nível 2.

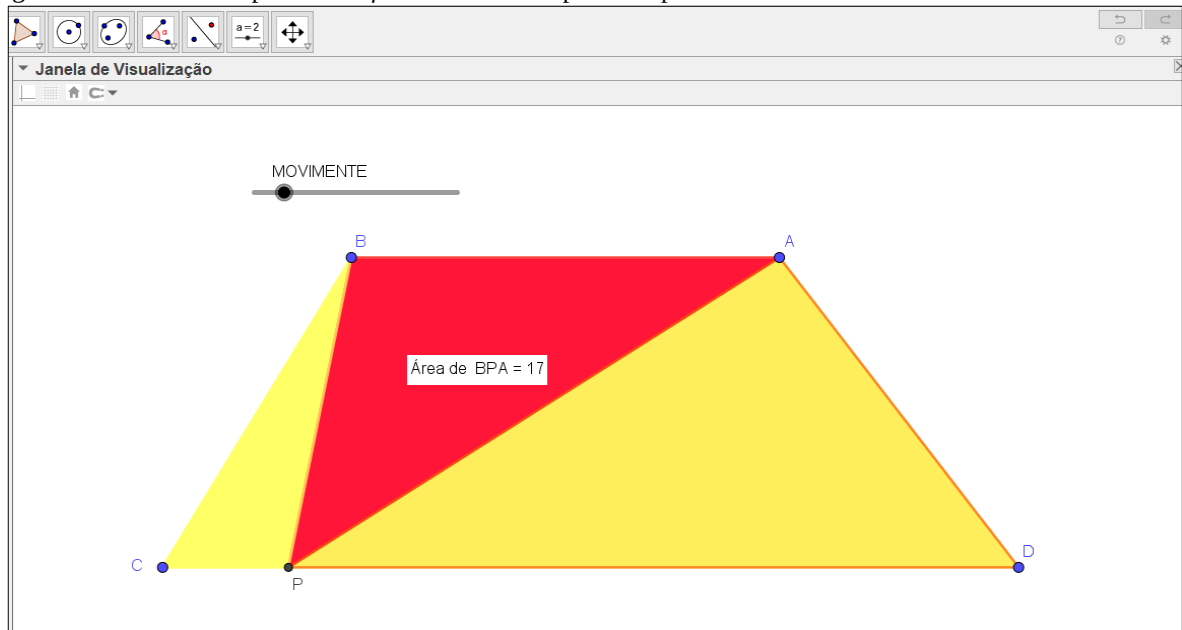
Questão 2: No trapézio $ABCD$ da figura, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelos e o comprimento de $\overline{CD}$ é o dobro do comprimento de $\overline{AB}$. O ponto P está sobre o lado $\overline{CD}$ e determina um triângulo $\triangle ABP$ com área igual a 17. Qual é a área do trapézio $ABCD$?



Fonte: OBMEP (2020f).

Na Figura 15, foi exibida a adaptação do PO no *software* GeoGebra, para computadores, para a inclusão de elementos que permitirão aos licenciandos em formação inicial a sua exploração. Logo em seguida, apresentou-se o QR code (FIGURA 16) (modelo que deve ser criado pelo professor no momento da aplicação), que pode ser acessado pelo celular ou *tablet* e, conseqüentemente, dá acesso à construção pela tela do celular (FIGURA 17).

Figura 15 – SDO 2 transposta no *software* GeoGebra para computadores.



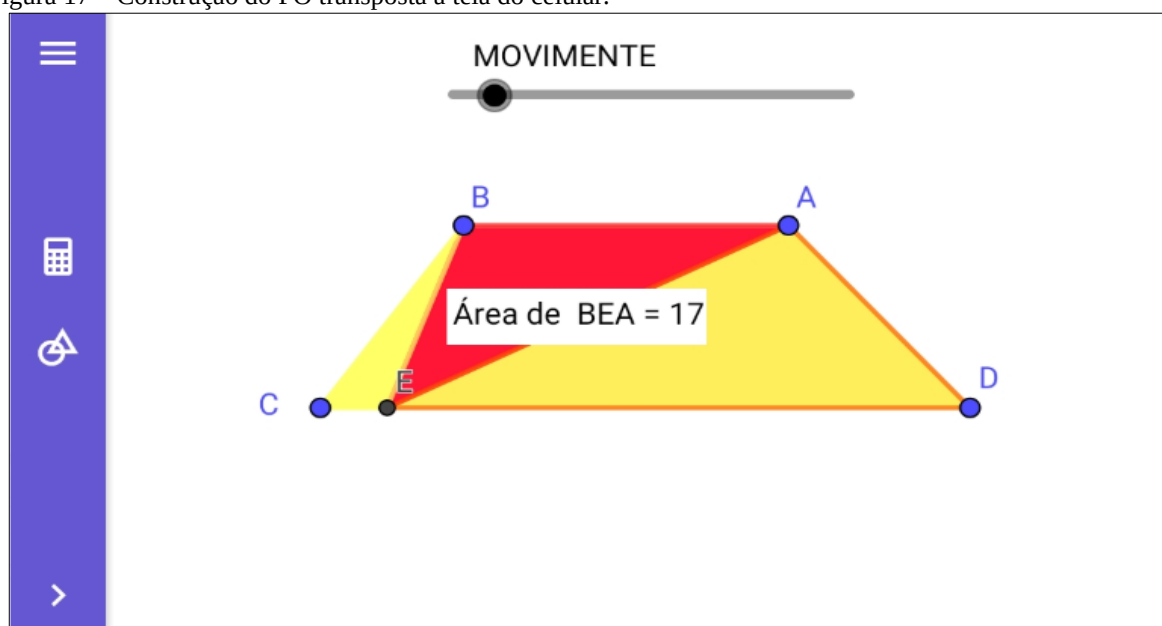
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 16 – QR code para ter acesso pelo celular ou *tablets*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

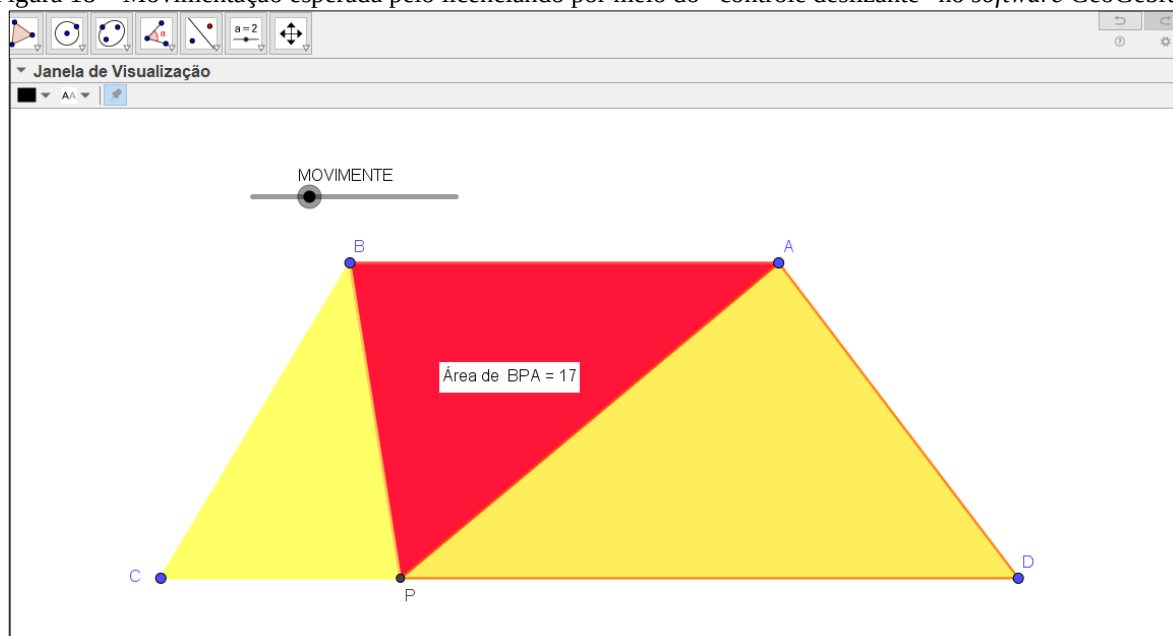
Figura 17 – Construção do PO transposta a tela do celular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na etapa inicial, o pesquisador deve estimular a exploração dos elementos, no *software* GeoGebra, apresentados na SDO, para que os licenciandos em formação inicial percebam sanções que os levem a tentativas para a formulação dos raciocínios.

Figura 18 – Movimentação esperada pelo licenciando por meio do “controle deslizante” no *software* GeoGebra.



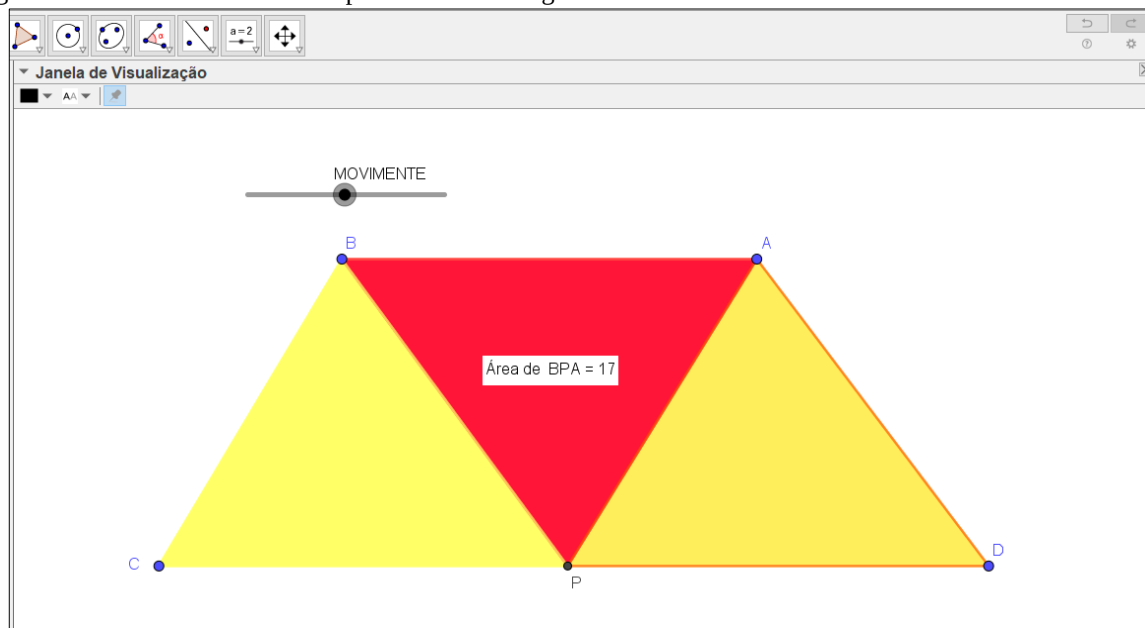
Fonte: elaborada pelo autor.

Espera-se que os licenciandos em formação inicial, após a movimentação do ponto P por intermédio do “controle deslizante”, percebam que a área do triângulo ABP não se modifica.

Além da área que não se modifica, também visualizem que a medida da altura de ABP permanece a mesma porque os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ são paralelos (FIGURA 18).

Após essas observações, o pesquisador deve estimular os sujeitos, a partir das movimentações realizadas anteriormente, a um momento de debate entre o grupo. Nesse caso, deve-se observar que a movimentação do “controle deslizante” levou o ponto P ao ponto médio do segmento $\overline{CD}$, dividindo-o ao meio. (FIGURA 19).

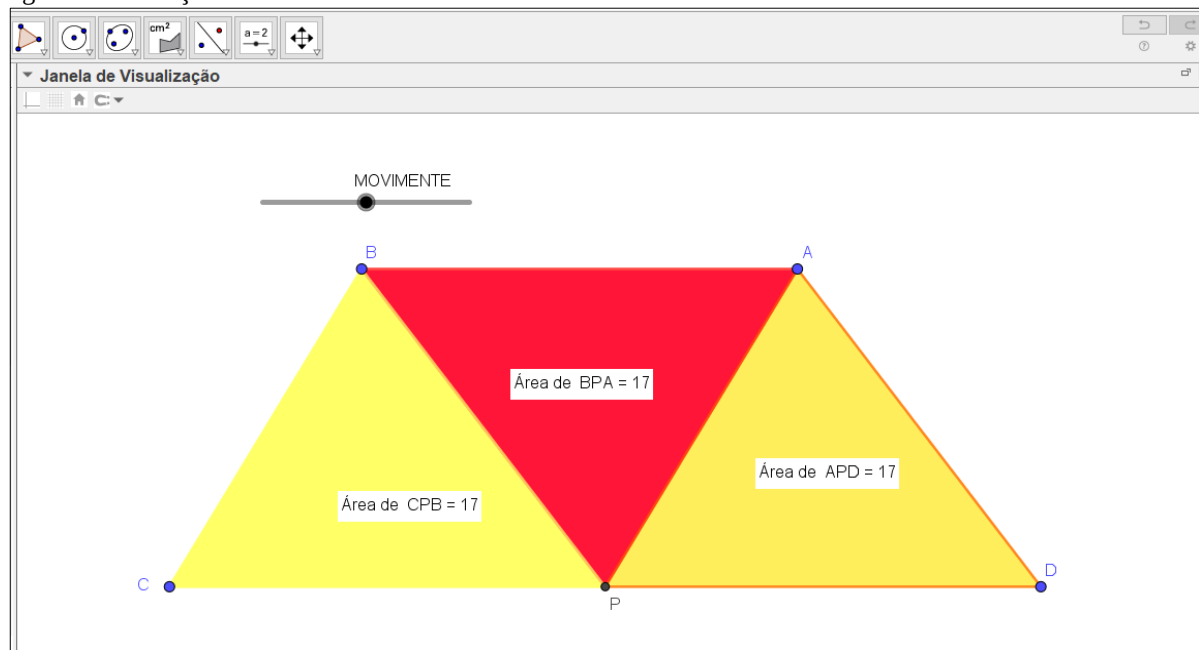
Figura 19 – Ponto P localizado no ponto médio do segmento $\overline{CD}$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo após essa percepção, com as movimentações realizadas na figura anterior, os licenciandos em formação inicial analisarão as informações obtidas com o propósito de solucionar o problema. Depois da exploração da ferramenta computacional, é esperado que os sujeitos realizem a conclusão da propriedade procurada, explicando em uma linguagem matemática formal e justificando ao público a estratégia utilizada. A movimentação que levará o ponto P sobre o segmento $\overline{CD}$ ao seu ponto médio, dividindo o trapézio $ABCD$ em três triângulos semelhantes de mesma área (FIGURA 20).

Figura 20 – Solução da SDO.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os licenciandos apresentarão a sua estratégia, explicando o que os levaram à construção dela. De uma maneira formalizada, o estudante deve explicitar matematicamente o que foi construído por meio da movimentação do *software* GeoGebra.

Por fim, o pesquisador retorna ao seu papel de condutor da classe, explicitando os conceitos e propriedades apresentados pelos licenciandos durante as fases anteriores. A utilização do *software* GeoGebra, nesse caso, permitirá aos estudantes a exploração de propriedades que não são perceptíveis sem o auxílio dessa ferramenta. Desse modo, o pesquisador previu e espera o alcance da seguinte propriedade matemática:

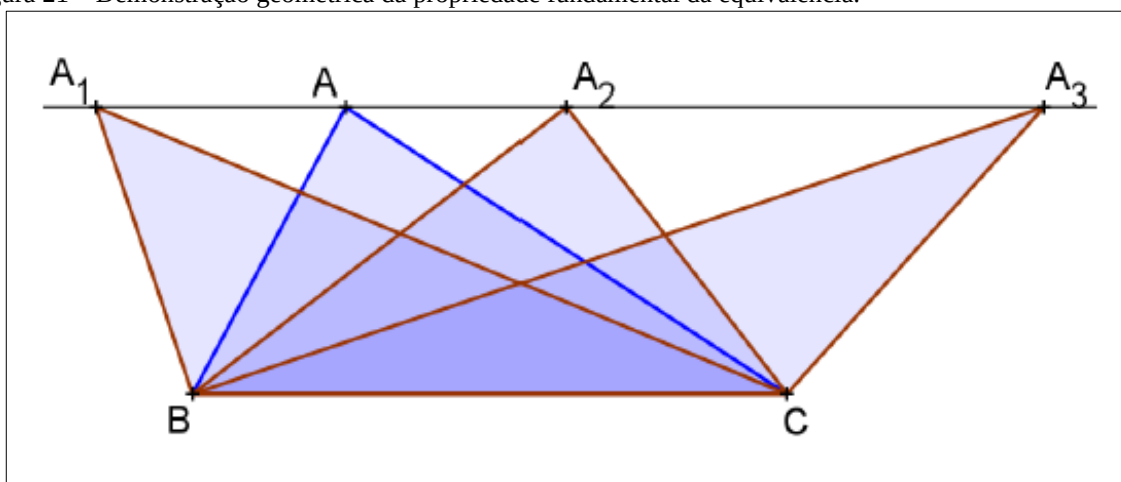
A propriedade apresentada se refere à propriedade fundamental da equivalência que pode ser definida de acordo Costa et al. (2012) da seguinte maneira:

Definição: Duas figuras são equivalentes quando possuem áreas iguais.

Propriedade fundamental da equivalência: Considere um triângulo ABC . Conduza pelo vértice A uma reta r paralela ao lado $\overline{BC}$. Considere os pontos $A_1, A_2, A_3, \dots$ pertencentes à reta r . Os triângulos de base $\overline{BC}$ comum e vértices $A_1, A_2, A_3, \dots$ são todos equivalentes (FIGURA 21).

De fato, a área $\Delta ABC = \text{área } \Delta A_1BC = \text{área } \Delta A_2BC = \dots = \frac{BC \cdot h}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$, pois não foi alterada a medida da base e nem da altura.

Figura 21 – Demonstração geométrica da propriedade fundamental da equivalência.



Fonte: Costa et al, (2012, p. 121)

4.2 Situação Didática Olímpica e o teorema da Base Média do Triângulo

A SDO3 foi referente ao conteúdo do teorema da base média do triângulo, subconteúdo do axioma das paralelas. Foi construída pelo docente, no *software* GeoGebra, a figura que o problema não disponibilizou, o que situa os licenciandos em formação inicial quanto à visualização. Com essa visualização da figura, é possível observar a possibilidade de dividir o quadrilátero $ABCD$ em dois triângulos, levando-os ao teorema em questão.

4.2.1 Situação Didática Olímpica 3 (SDO3)

A SDO3 foi retirada da prova da OBMEP, realizada no ano de 2018 para alunos do ensino médio (nível 3/1ª fase) referente ao conteúdo de geometria plana (QUADRO 7). Esse problema deve dar ênfase ao teorema da base média do triângulo, além de outros conceitos que podem ser apresentados como conhecimento prévios dos estudantes, como: semelhanças de triângulos.

Quadro 7 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2018/nível 3.

Questão 3 - Em um quadrilátero $ABCD$, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ não são paralelos, e suas medidas são iguais a 2 cm e 12 cm , respectivamente. Dentre as opções abaixo, qual é a única que pode representar a medida do segmento que une os pontos médios dos lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$.

a) $4,5\text{ cm}$

b) $5,0\text{ cm}$

c) $6,5\text{ cm}$

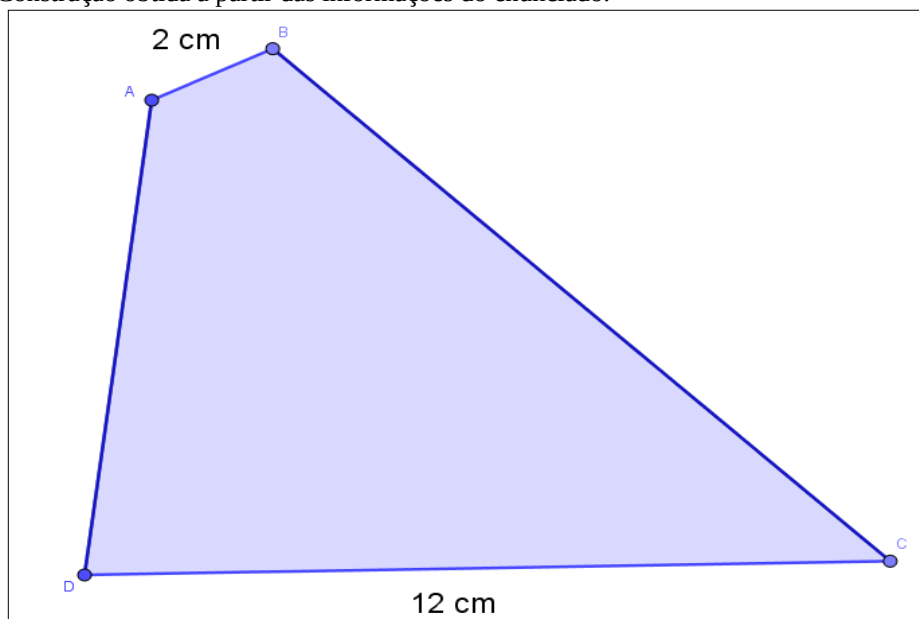
d) $7,0\text{ cm}$

e) $7,5\text{ cm}$

Fonte: OBMEP (2020g)

Inicialmente, o professor deve estimular os licenciandos em formação inicial a análise dos dados disponibilizados no enunciado, realizando uma breve leitura e o esboço da construção do quadrilátero $ABCD$. A partir dessa análise, sabendo que os lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ não são paralelos e que suas medidas são iguais a 2 cm e 12 cm , respectivamente, espera-se que obtenha a seguinte construção (FIGURA 22).

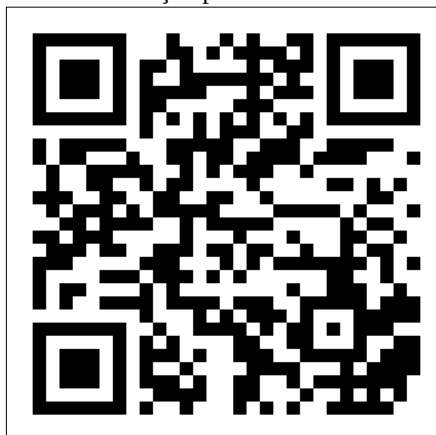
Figura 22 – Construção obtida a partir das informações do enunciado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tem-se ainda o QR code, o que permite o acesso à construção desenvolvida no *software* GeoGebra pelo *smartphone* ou *tablets* (FIGURA 23). Para isso, os estudantes necessitam utilizar um leitor de QR code no seu *smartphone* ou no *tablets*. Com isso, ao aproximarem a câmera na imagem abaixo, será permitido o acesso imediato à construção da SDO3.

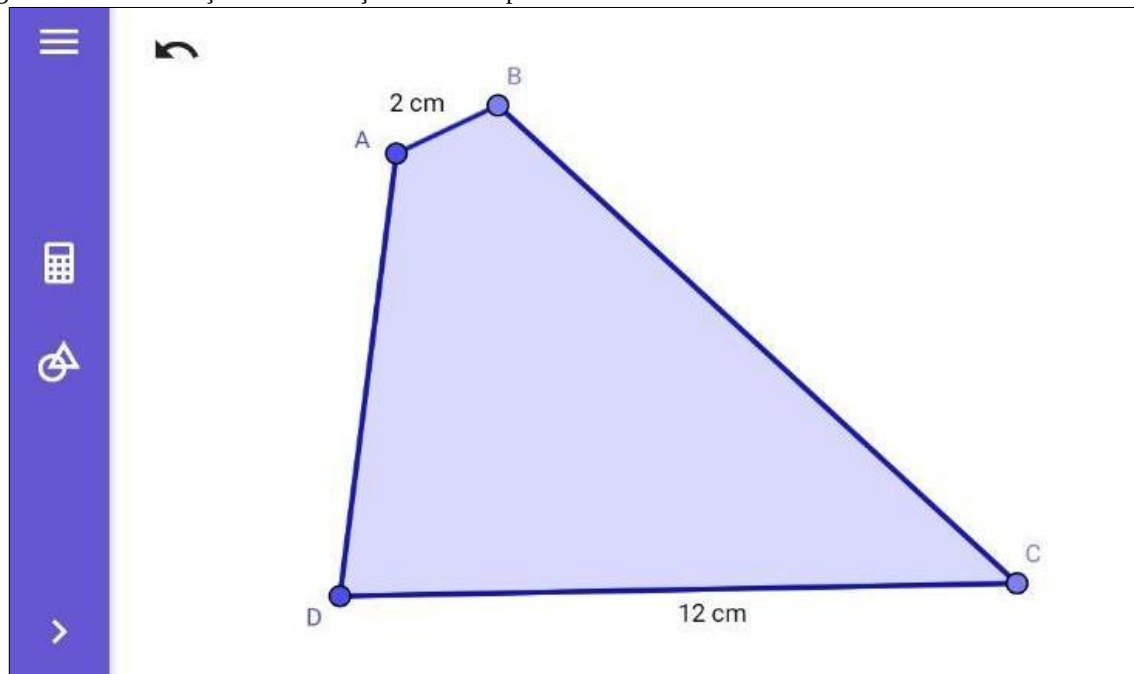
Figura 23 – QR code que permite acesso à construção pelo celular da SDO3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ademais, também se possibilita a construção desenvolvida com base nas informações da SDO3, visualizada pelo *smartphone* (FIGURA 24).

Figura 24 – Visualização da construção da SDO3 pelo celular.

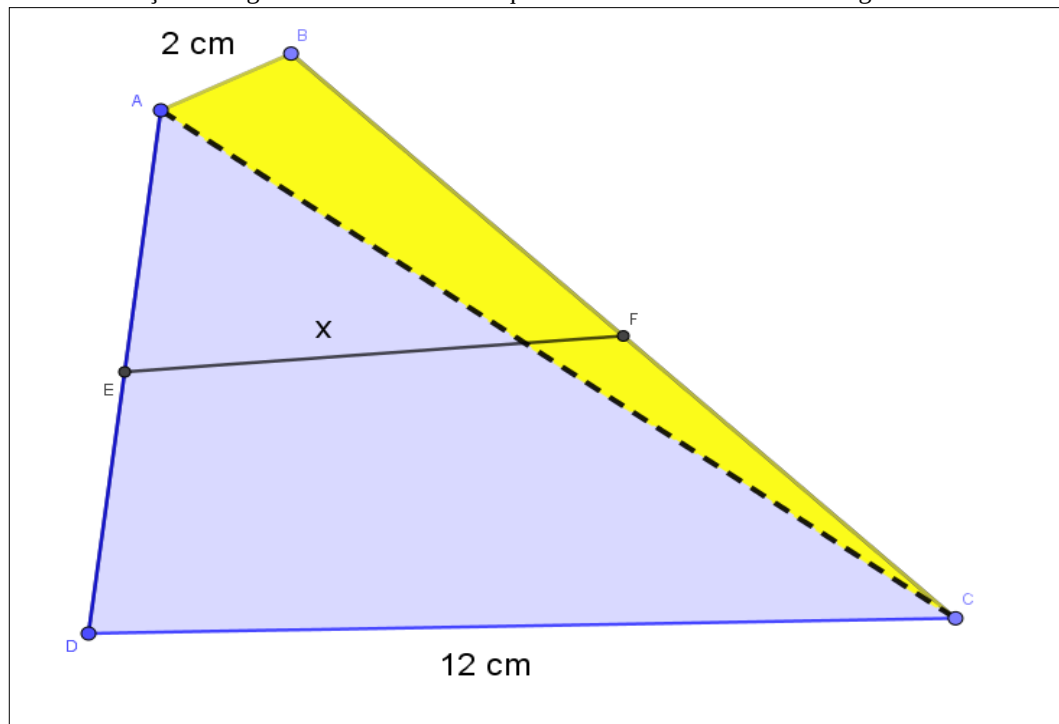


Fonte: Elaborado pelo autor.

Contudo, o professor deverá estimular os licenciandos em formação a realizar conjecturas com o uso do GeoGebra, explorando as propriedades matemáticas que venham a ser necessárias na situação didática.

Com as informações obtidas anteriormente, os licenciandos, estimulados pelo professor, deverão observar os aspectos, como a visualização e a exploração geométrica. Assim, devem discutir e chegar a um consenso de uma estratégia referente ao problema proposto, para que possam dar continuidade à resolução da SDO, nesse caso, com os dados apresentados, deve chegar à seguinte hipótese (FIGURA 25).

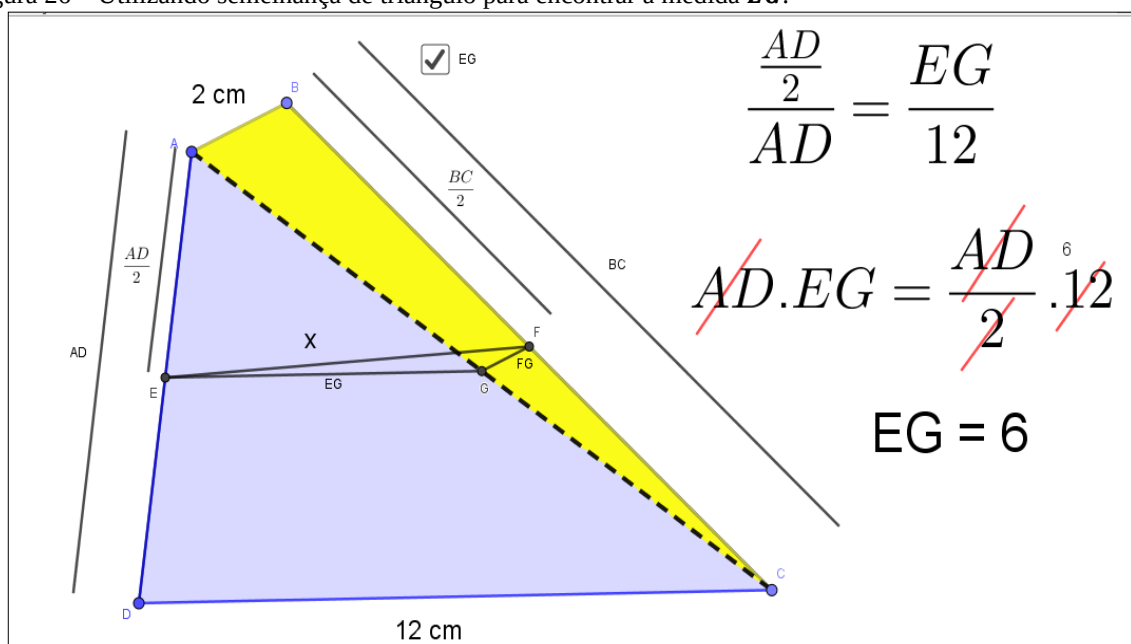
Figura 25 – Construção do segmento $\overline{AC}$ dividindo o quadrilátero $ABCD$ em dois triângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Foi traçado um segmento $\overline{AC}$, que dividiu o quadrilátero $ABCD$ em dois triângulos ADB e ACB (FIGURA 25). A partir da divisão em dois triângulos, os estudantes poderão explorar, de forma elementar, as semelhanças de triângulos, para que possam determinar a medida dos segmentos $\overline{EG}$ e $\overline{FG}$, respectivamente (FIGURA 26).

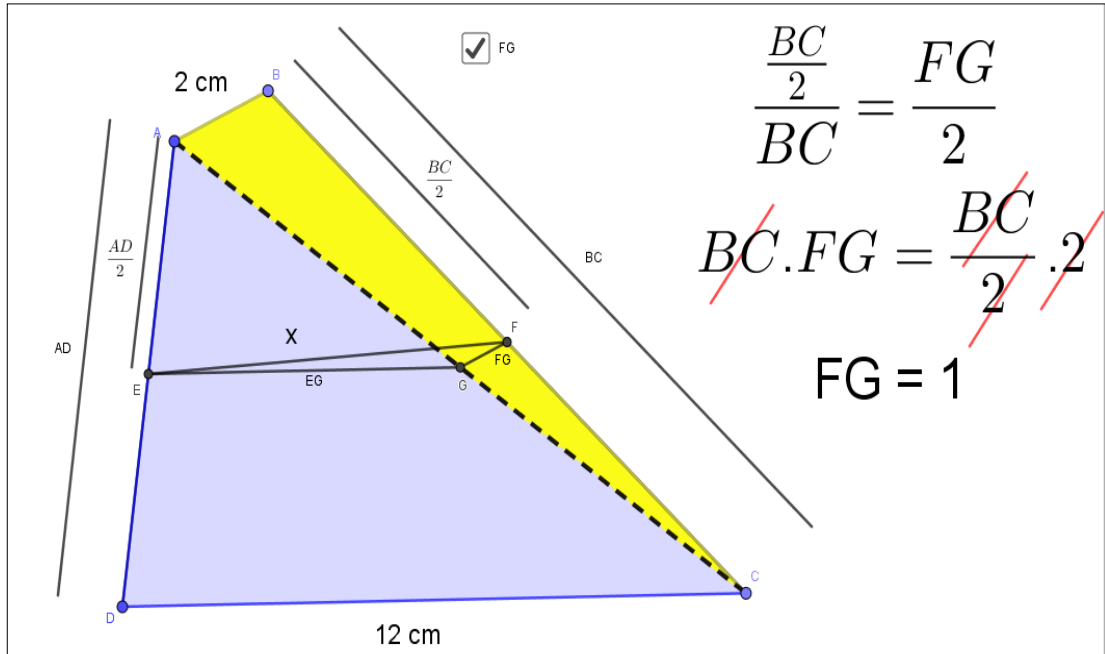
Figura 26 – Utilizando semelhança de triângulo para encontrar a medida $\overline{EG}$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O mesmo raciocínio será utilizado para identificar a medida do segmento $\overline{FG}$, utilizando semelhança de triângulos (FIGURA 27).

Figura 27 – Utilizando semelhança de triângulo para encontrar a medida $\overline{FG}$.



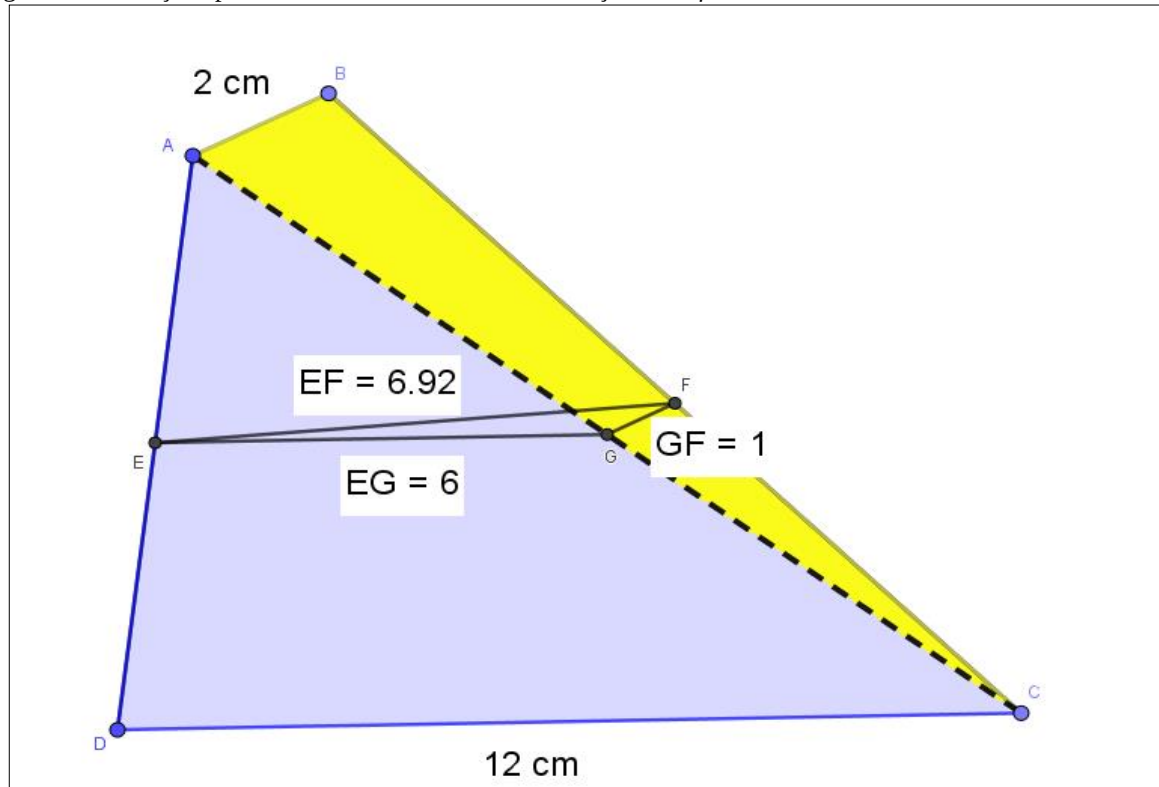
Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir das medidas que serão encontradas dos segmentos $\overline{EG}$ e $\overline{FG}$, os licenciandos poderão obter a construção do triângulo EGF , possibilitando determinar a medida do segmento X , por intermédio da condição de existência de um triângulo, representada da seguinte maneira:

Definição: para que exista um triângulo, é necessário que a medida de qualquer um dos lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois lados e, maior que o valor absoluto da diferença entre essas medidas, ou seja $\overline{EG} + \overline{FG} > X > |\overline{EG} - \overline{FG}|$.

Desse modo, poderão obter a seguinte expressão: $7 > X > 5$. Assim, de acordo com os itens apresentados, o valor que integra esse intervalo é aproximadamente 6,5 (FIGURA 28).

Figura 28 – Solução apresentada considerando a visualização no *software* GeoGebra.



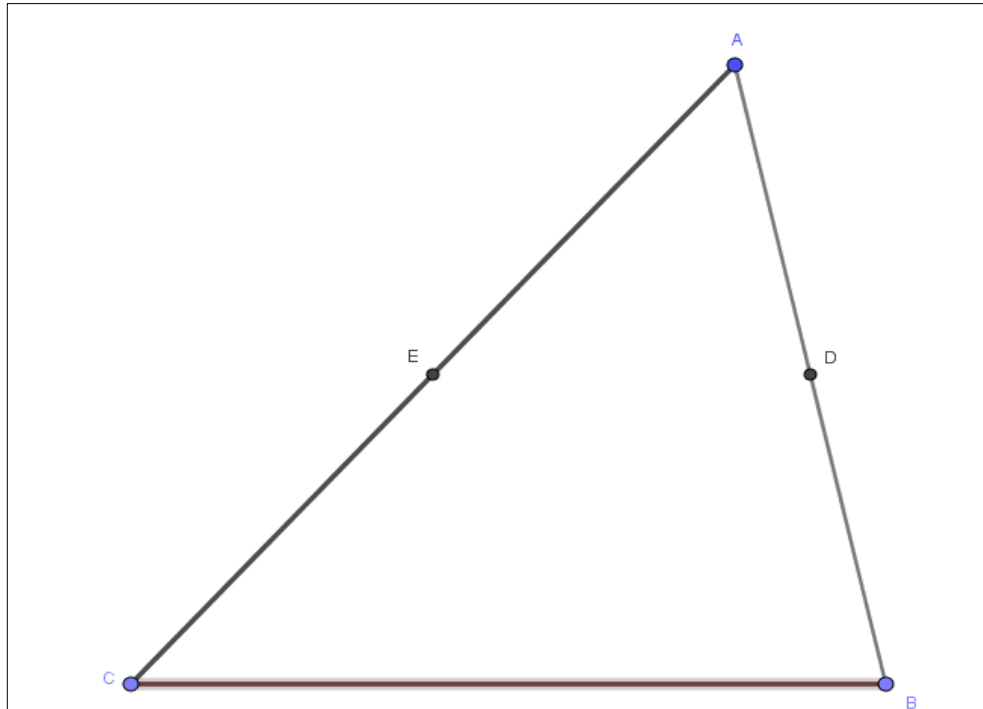
Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando a resposta que será obtida pelos licenciandos e, com base nos conceitos matemáticos de semelhança de triângulo e conhecimentos básicos da geometria plana, o professor retoma seu posto explanando qual o objetivo da SDO, a definição do teorema proposto. Esse teorema poderá ser replicado em atividades futuras ou nas próprias questões da OBMEP nos anos seguintes.

A seguir apresentou-se a definição formal do teorema da base média do triângulo segundo Costa et al., (2012).

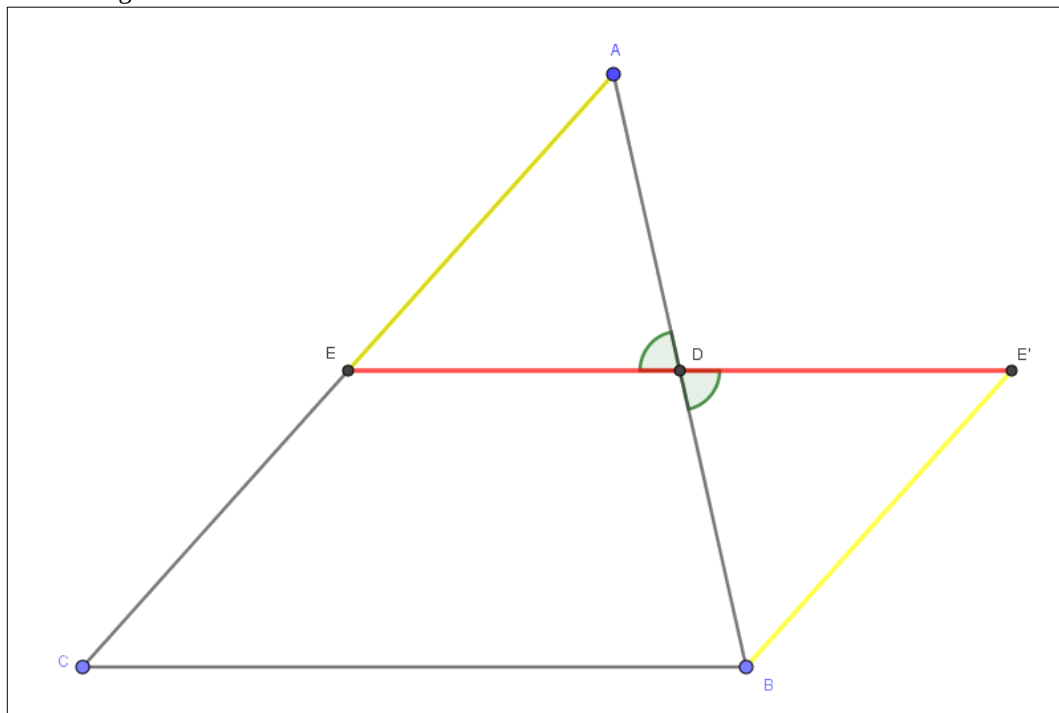
Teorema: o segmento que liga os pontos médios de dois lados de um triângulo qualquer tem a metade do comprimento da base do triângulo.

Prova: sejam D e E os pontos médios de $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente. Deve-se provar que $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ e que $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$. Com isso, foi construído um triângulo qualquer $\triangle ABC$ tal que D e E são pontos médios dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente (FIGURA 29).

Figura 29 – Triângulo ABC .

Fonte: Elaborado pelo autor.

Foi traçada uma semirreta $\overrightarrow{ED}$ paralela à $\overline{BC}$ de tal modo que $\overline{ED} = \overline{DE'}$, como $\overline{AD} = \overline{BD}$ (por D ser o ponto que divide o segmento $\overline{AB}$ e $\widehat{ADE} = \widehat{BDE'}$ por ser ângulos opostos então os $\triangle ADE = \triangle BDE'$ são congruentes pela propriedade **LAL** (FIGURA 30).

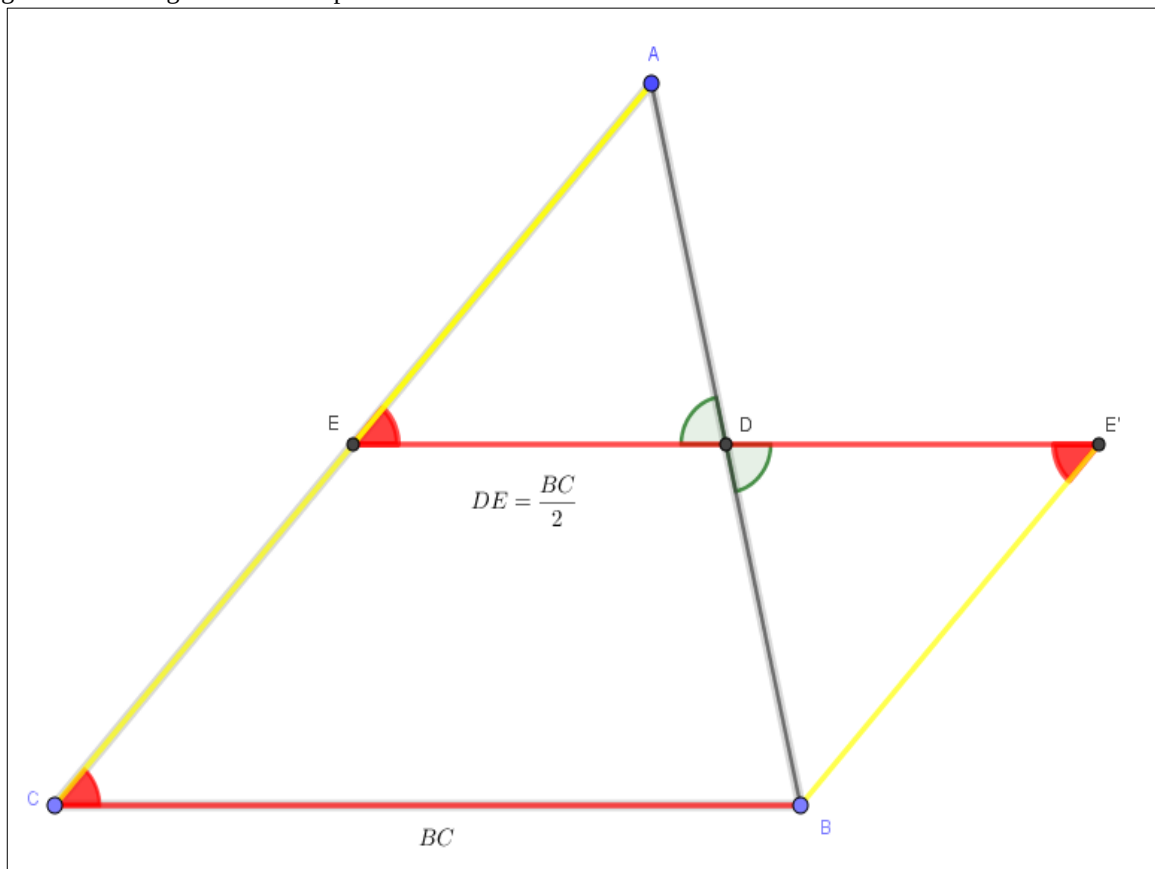
Figura 30 – Triângulo ABC com semirreta.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Como consequência, tem-se que $\widehat{ADE} = \widehat{BDE'}$ e $\overline{AE} = \overline{BE'}$. Como $\overline{AE} = \overline{BE'}$ e $\overline{AE} = \overline{EC}$ (E é o ponto médio de $\overline{AC}$, tem-se que $\overline{BE'} = \overline{EC}$.

Logo, $\overline{BE'}$ e $\overline{EC}$ são paralelos pois $\widehat{BE'D}$ e $\widehat{DEA}$ são ângulos alternos internos congruentes) e têm o mesmo comprimento. Como todo quadrilátero que possui dois lados opostos paralelos e congruentes é um paralelogramo, conclui-se que $E'BCE$ é um paralelogramo, portanto, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ têm o mesmo comprimento. Como D é ponto médio de $\overline{E'E}$, então $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ (FIGURA 31).

Figura 31 – Triângulo ABC com ponto médio e semirreta.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 Situação Didática Olímpica e o teorema de Pitágoras

As SDO4 e SDO5 são referentes ao conteúdo do teorema de Pitágoras, sendo que este se apresenta duas diferentes formas de aplicação. A SDO4 trouxe uma aplicação referente a sua demonstração clássica (LIMA et al., 2016) e a SDO5 trouxe uma aplicação em uma situação-problema que envolve outros conhecimentos da geometria plana.

A SDO4 será resolvida de duas maneiras distintas, a pedido do professor, no momento da Experimentação, com o intuito de verificar qual a diferença entre elas. Com isso, será possível saber se essa diferença simplifica o modo de entender a mesma situação.

A primeira maneira se consubstanciou pela possibilidade de não utilizar o *software* GeoGebra por intermédio da movimentação do controle deslizante. Essa forma possibilitará aos licenciandos em formação desenvolver sua estratégia utilizando conhecimentos, como: semelhança de triângulos. Essa possibilidade inicial levará aos licenciandos em formação a entender e demonstrar a definição do teorema de Pitágoras, o qual poderão visualizar após utilizarem o controle deslizante no *software* GeoGebra.

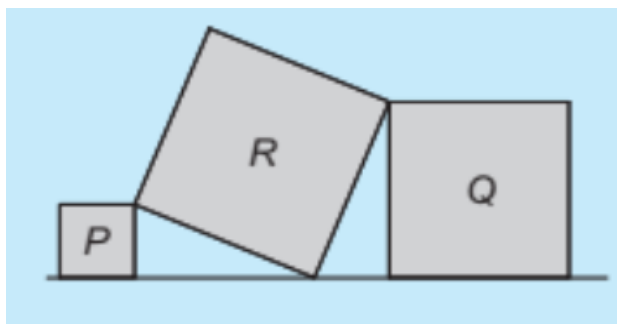
Na SDO5, utilizou-se a resolução do problema por intermédio da aplicação do teorema de Pitágoras e espera-se que, com a movimentação dos controles deslizantes adicionada à construção no *software* GeoGebra, os sujeitos visualizem e utilizem essa possibilidade na sua resolução.

4.3.1 Situação Didática Olímpica 4 (SDO4)

A SDO4 foi retirada da prova da OBMEP, realizada no ano de 2016 para alunos do ensino médio (nível 3/1ª fase) referente ao conteúdo de geometria plana (QUADRO 8). Esse problema deve dar ênfase ao teorema de Pitágoras, além de outro conceito, como semelhanças de triângulos, pode apresentar-se como conhecimento prévio dos licenciandos em formação inicial, como:

Quadro 8 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2016, 1ª fase/nível 3.

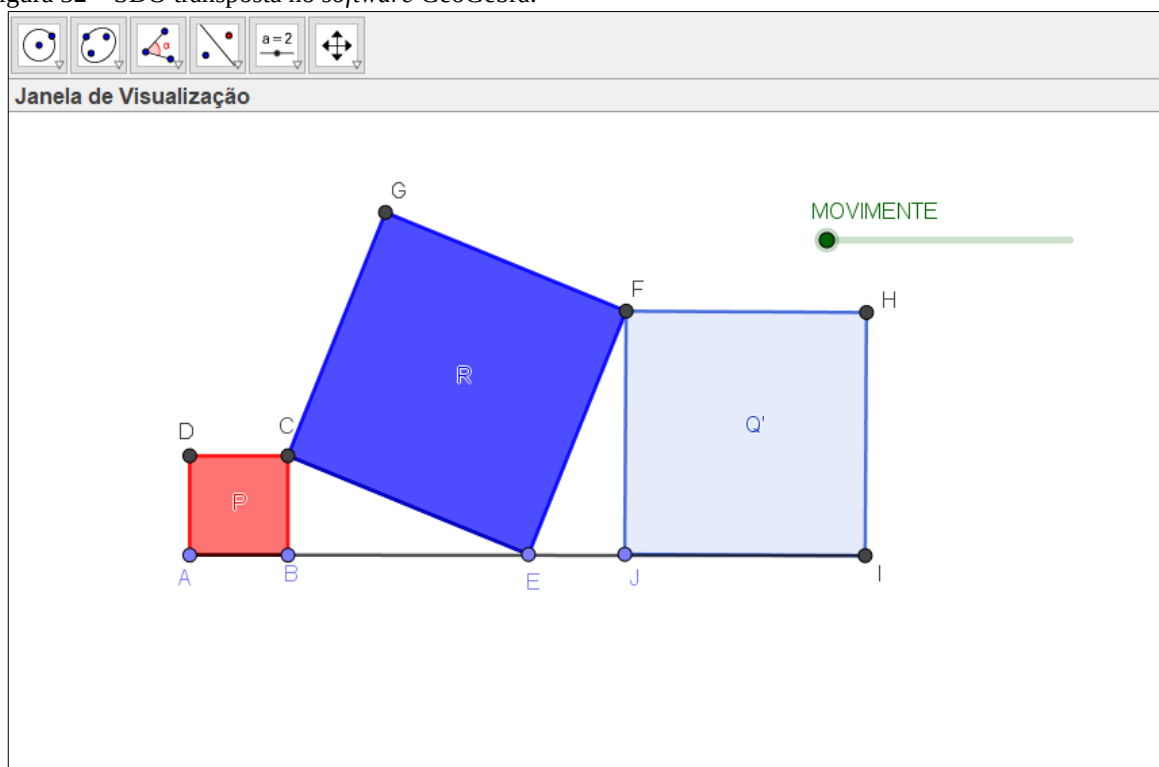
Questão 4: Na figura, as áreas dos quadrados P e R são iguais a 24 cm^2 e 168 cm^2 , respectivamente. Qual é a área do quadrado Q ?



Fonte: OBMEP (2020h).

Esse problema deve abordar conceitos como: teorema de Pitágoras, área de figuras planas e semelhanças de triângulos. A seguir foi apresentado o problema retirado da prova da OBMEP transposto para o *software* GeoGebra (FIGURA 32).

Figura 32 – SDO transposta no *software* GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da visualização apresentada no *software* GeoGebra demonstrada no computador, tem-se a construção que pode ser visualizada na tela do celular ou *tablets*. Essa construção pode ser obtida utilizando um QR Code (FIGURA 33) para, consequentemente, ter acesso pelo telefone móvel (FIGURA 34).

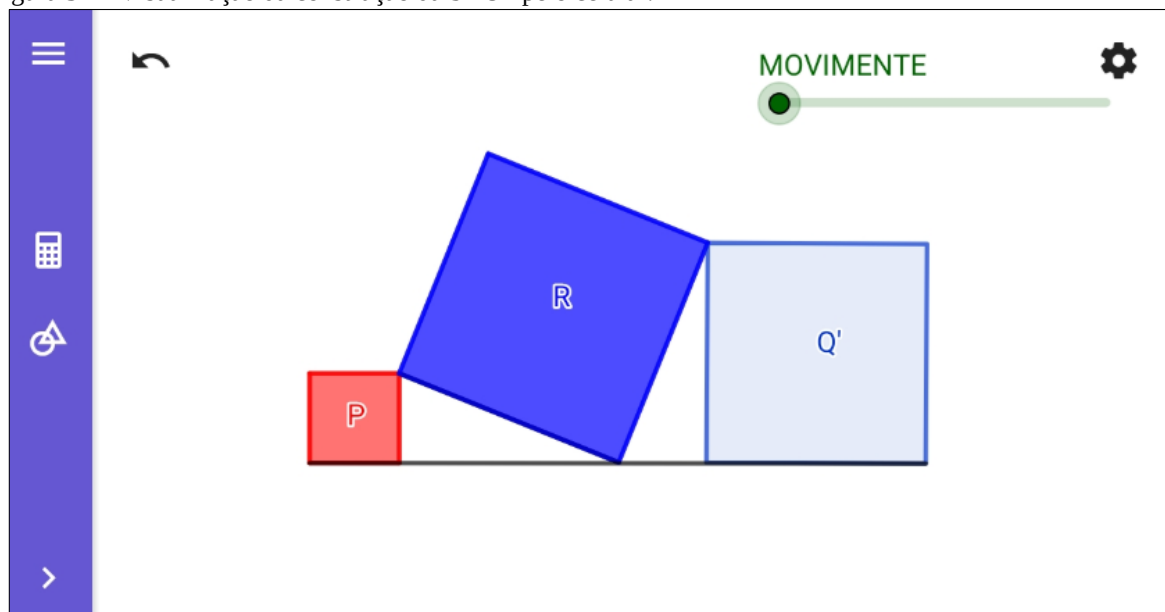
Figura 33 – QR code que permite acesso à construção pelo celular da SDO4.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o acesso ao *QR code* utilizando um aplicativo próprio, os estudantes terão acesso à respectiva construção no celular (FIGURA 34).

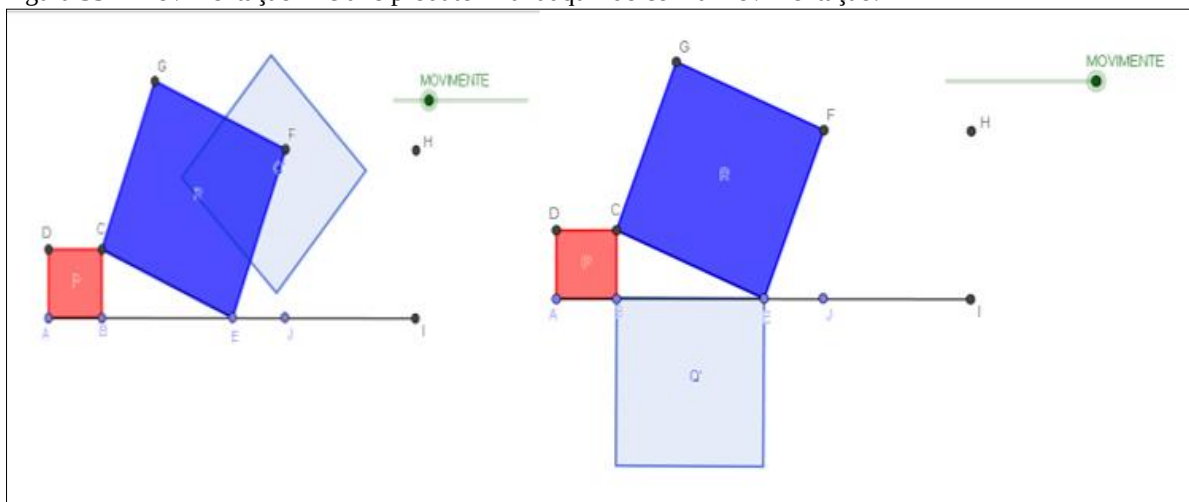
Figura 34 – Visualização da construção da SDO4 pelo celular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No momento inicial, o pesquisador deve estimular os licenciandos a realizarem tentativas intuitivas que lhes proporcione estratégias usuais para a resolução desse problema. De uma certa forma, os licenciandos em formação inicial mais habilidosos tentarão identificar ângulos congruentes para que possam comparar as medidas dos segmentos $\overline{BE}$ e $\overline{FJ}$. O professor deve estimular aqueles estudantes duvidosos a explorarem o *software* GeoGebra na tentativa de perceber outro modo de iniciar suas resoluções (FIGURA 35).

Figura 35 – Movimentação inicial e produto final adquirido com a movimentação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Após o momento inicial, é estabelecida a etapa de *Formulação*. Nas situações de formulação, instala-se intensa “[...] troca de informação entre o aluno e o ‘milieu’” (POMMER, 2013, p. 18). As informações obtidas por meio de tentativas levarão à escolha da melhor proposta frente à questão.

Sabendo que a área do quadrado P é igual a 24 cm^2 , a do quadrado de área R é igual a 168 cm^2 , com a movimentação realizada por meio do “controle deslizante” disponibilizado pelo *software* GeoGebra ou pela identificação de ângulos congruentes que torna os triângulos $\triangle CBE$ e $\triangle EJF$ semelhantes, os licenciandos irão perceber a possibilidade do uso do teorema de Pitágoras com as informações obtidas.

Na etapa de *Validação*, o pesquisador deve estimular os licenciandos em formação inicial a demonstrarem as resoluções realizadas durante as fases anteriores, apresentando uma linguagem formalizada e um maior rigor matemático. Segundo Pommer (2013, p. 18), “[...] nas situações de validação há o contexto de trama de provas e de formalizações, objetivando a elaboração de uma linguagem mais rigorosa (prova) para convencimento dos interlocutores (pares)”.

Por fim, na etapa de *Institucionalização*, o pesquisador, após os professores em formação inicial concluírem seus raciocínios, retoma o seu papel como mediador expondo os conhecimentos adquiridos durante a explanação no quadro comentando conceitos novos que se apresentaram durante a resolução e descartando os conceitos mais irrelevantes fazendo “[...] um fechamento das principais ideias ou conceitos mobilizados pela situação didática” (POMMER, 2013, p.19).

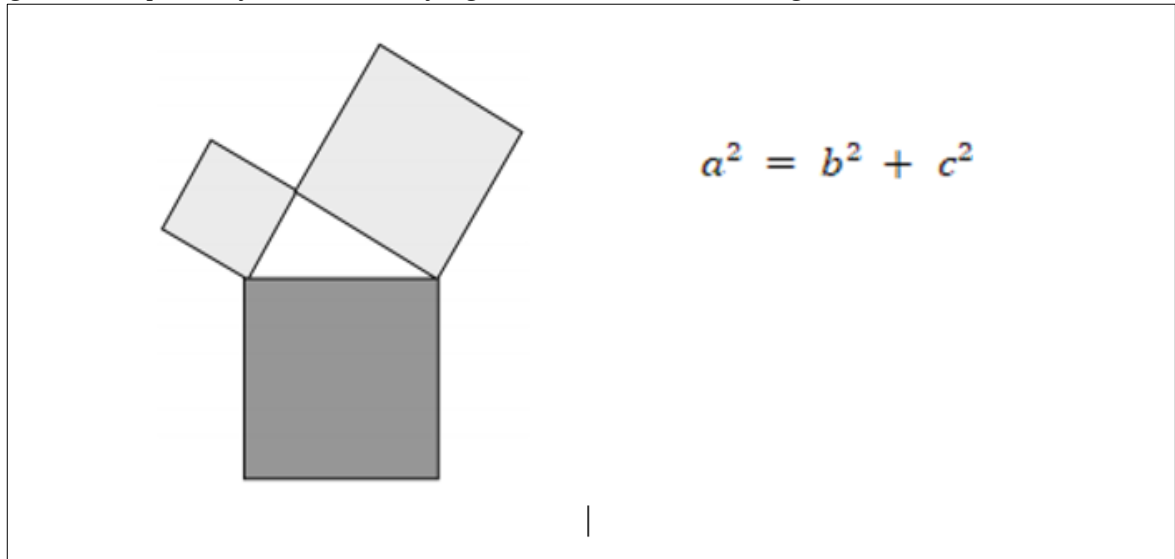
O propósito desse problema perpassou pela compreensão de outro modo de se chegar à solução de uma forma mais simples, partindo do pressuposto de que o teorema de Pitágoras apresenta-se a partir do enunciado.

O presente teorema é apresentado por Lima et al., (2016) da seguinte maneira:

O Enunciado do Teorema de Pitágoras: em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.

Se a é a medida da hipotenusa e se b e c são as medidas dos catetos, o enunciado do teorema de Pitágoras equivale a afirmar que:

Figura 36 – Representação da demonstração geométrica do teorema de Pitágoras.

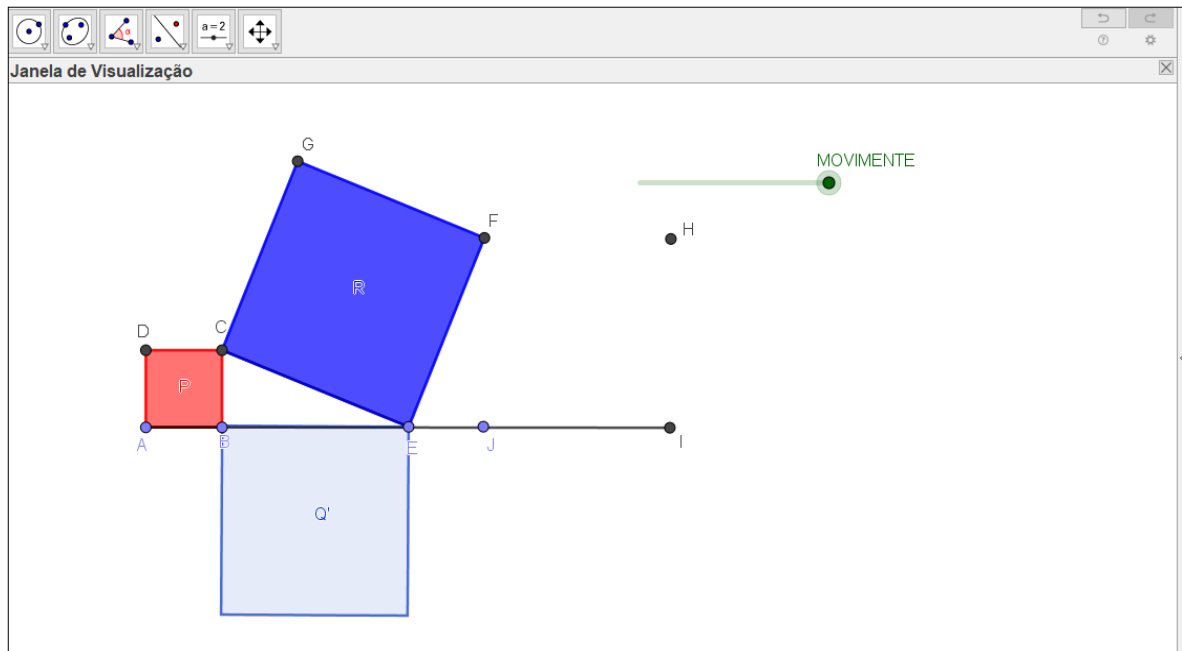


Fonte: Lima et al., (2016, p. 63)

O teorema de Pitágoras afirma que a soma das áreas sombreadas em tom mais cinza claro é igual à área cinza mais escura da figura geométrica e, conseqüentemente, representada pela expressão $a^2 = b^2 + c^2$ (FIGURA 36).

Esse enunciado pode ser elucidado por meio da movimentação que o *software* GeoGebra proporciona, chegando assim à visualização que possibilite a utilização desse teorema e o entendimento por parte dos professores em formação (FIGURA 37).

Figura 37 – Enunciado do Teorema de Pitágoras obtido após a movimentação no *software* GeoGebra pelos licenciandos.



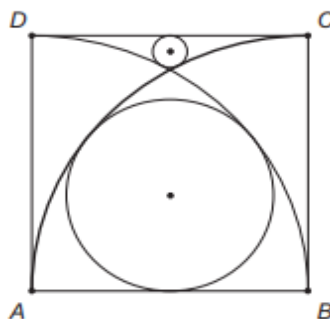
Fonte: elaborada pelo autor.

4.3.2 Situação Didática Olímpica 5 (SDO5)

O PO foi uma questão retirada da prova da OBMEP, realizada no ano de 2012 para alunos do ensino médio (Nível 3/1ª fase) referente ao conteúdo de geometria plana (QUADRO 9). Esse problema deve abordar conceitos, como: teorema de Pitágoras, razão e noções básicas de circunferência.

Quadro 9 – Questão retirada da prova da OBMEP edição 2012, 1ª fase/nível 3.

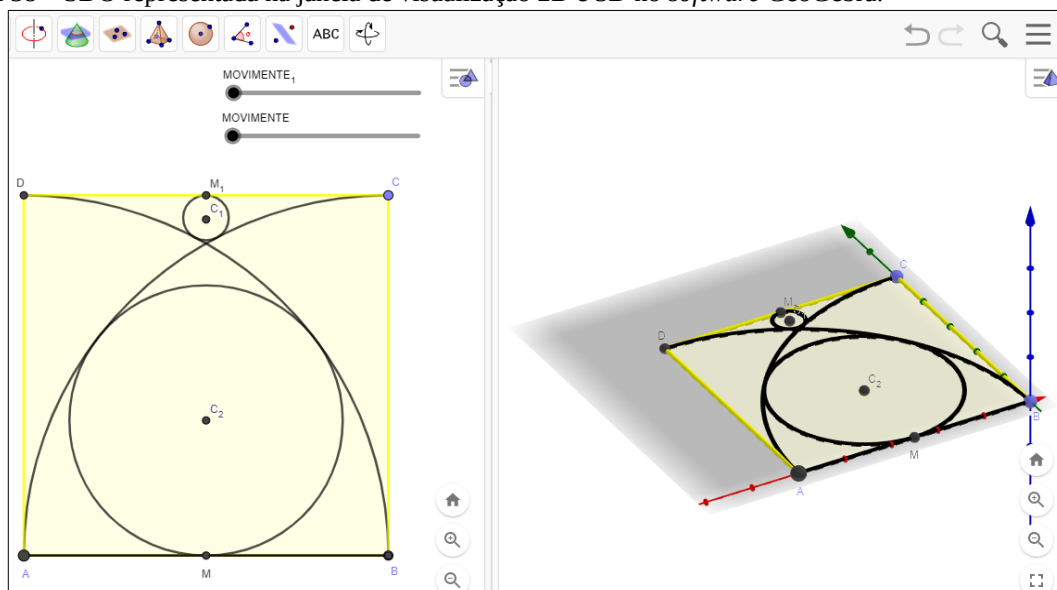
Questão 5: Na figura ABCD é um quadrado de lado 1 e os arcos BD e AC tem centros A e B, respectivamente. Os círculos tangenciam esses arcos e um lado do quadrado, como indicado. Qual a razão entre os raios do círculo maior e do círculo menor?



Fonte: OBMEP (2020i).

Na Figura 38, apresenta-se a SDO5 adaptada ao *software* GeoGebra, para que os licenciandos em formação explorem a ferramenta computacional com o propósito de identificar dados relevantes para a solução.

Figura 38 – SDO representada na janela de visualização 2D e 3D no *software* GeoGebra.



Fonte: Elaborada pelo autor.

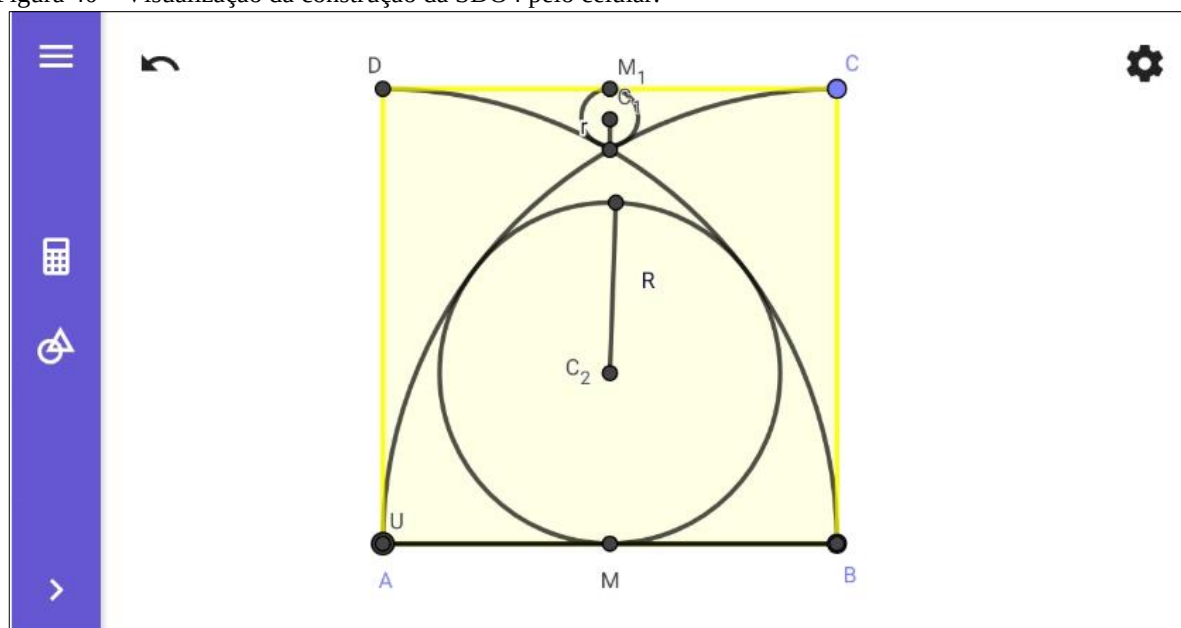
As duas figuras seguintes representam o *QR code* (FIGURA 39) e a construção pode ser visualizada pela tela do celular (FIGURA 40), respectivamente.

Figura 39 – QR code que permite acesso à construção pelo celular da SDO5.



Fonte: Elaborado pelo autor.

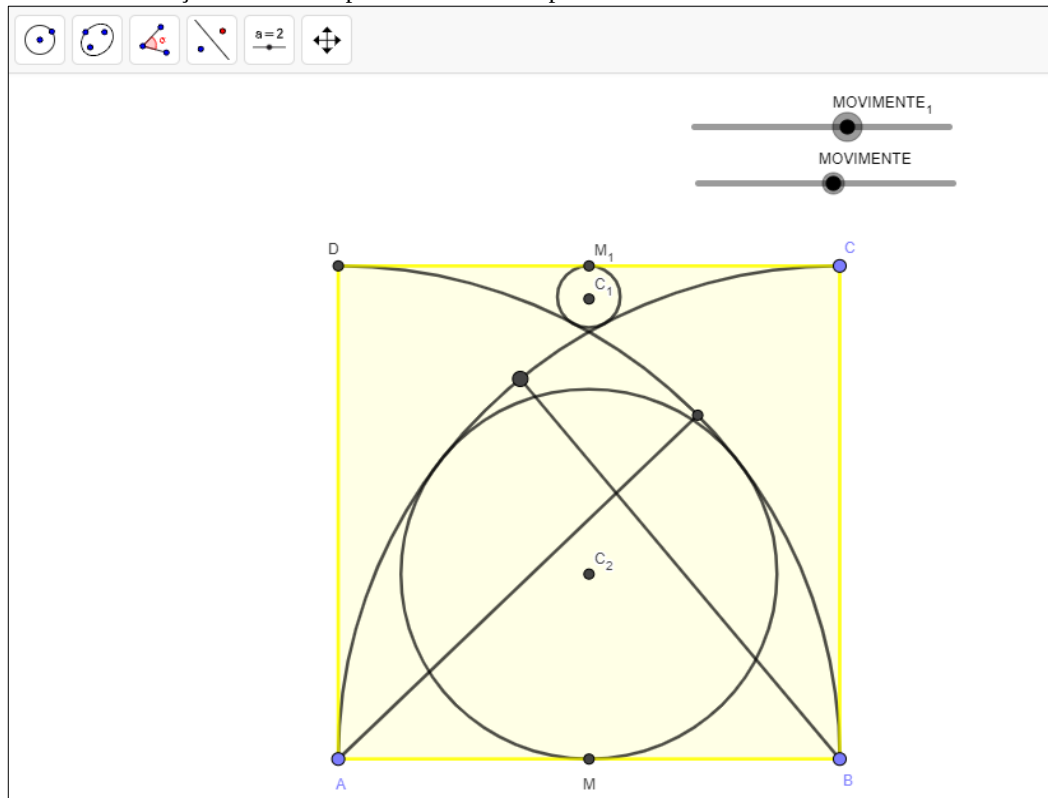
Figura 40 – Visualização da construção da SDO4 pelo celular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No momento inicial junto ao problema, o pesquisador deve estimular os licenciandos em formação a explorar o *software* GeoGebra, realizando movimentos com os “controles deslizantes” (FIGURA 41).

Figura 41 – Movimentações realizadas pelos licenciandos por meio dos controles deslizantes.

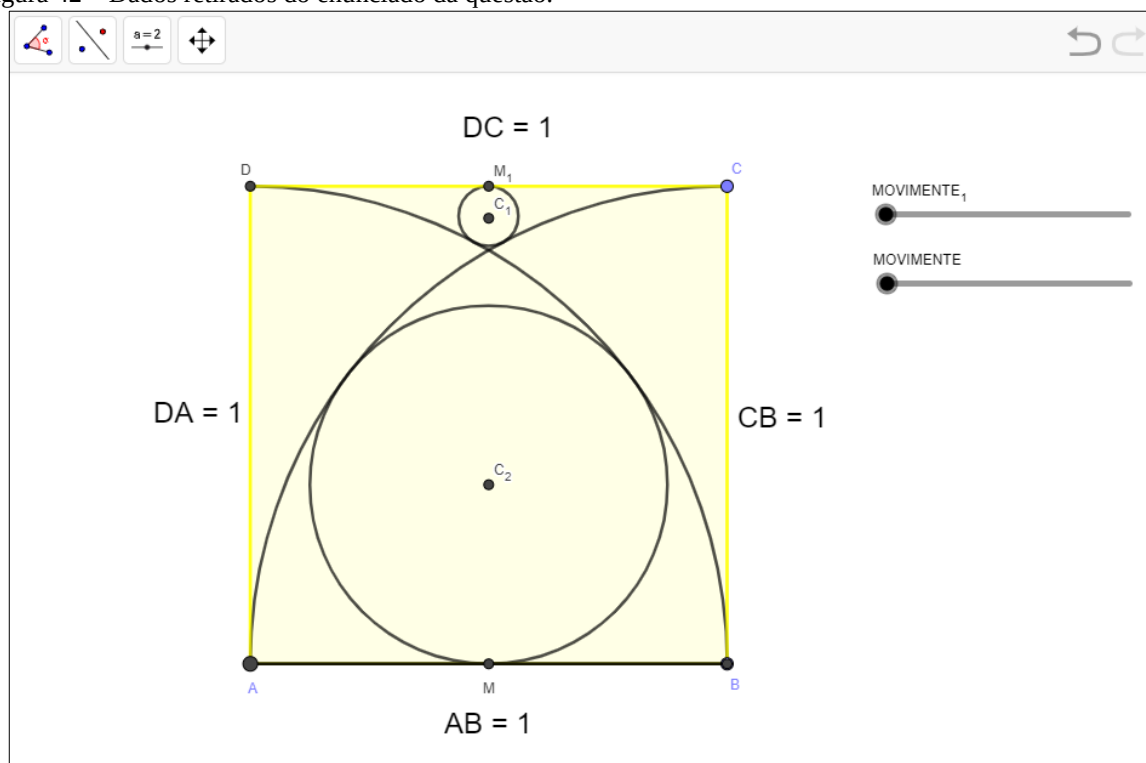


Fonte: Elaborada pelo autor.

Após a realização de movimentos, espera-se que percebam algumas possibilidades que proporcionem a construção de estratégias que os levem a formulações na etapa seguinte. Além disso, os licenciandos iniciarão a leitura da questão identificando os dados a serem utilizados para iniciar sua interpretação em relação ao problema. De acordo com o enunciado, é esperado que percebam que os lados do quadrado têm medida 1, ou seja, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 1$. Identificando as medidas do raio do círculo maior de R e do círculo menor de r , nota-se que os dois centros dos círculos coincidem com o ponto médio do segmento $\overline{AB}$.

Também devem notar que os arcos $\widehat{BD}$ e $\widehat{AC}$ são uma quarta parte de uma circunferência de mesmo raio 1. Os professores em formação podem sentir dificuldade em delegar valores para determinadas medidas, com a não percepção da construção de triângulos retângulos para a utilização do teorema de Pitágoras. Diante disso, a movimentação dos controles deslizantes pode ser uma possibilidade para a superação dessas dificuldades (FIGURA 42).

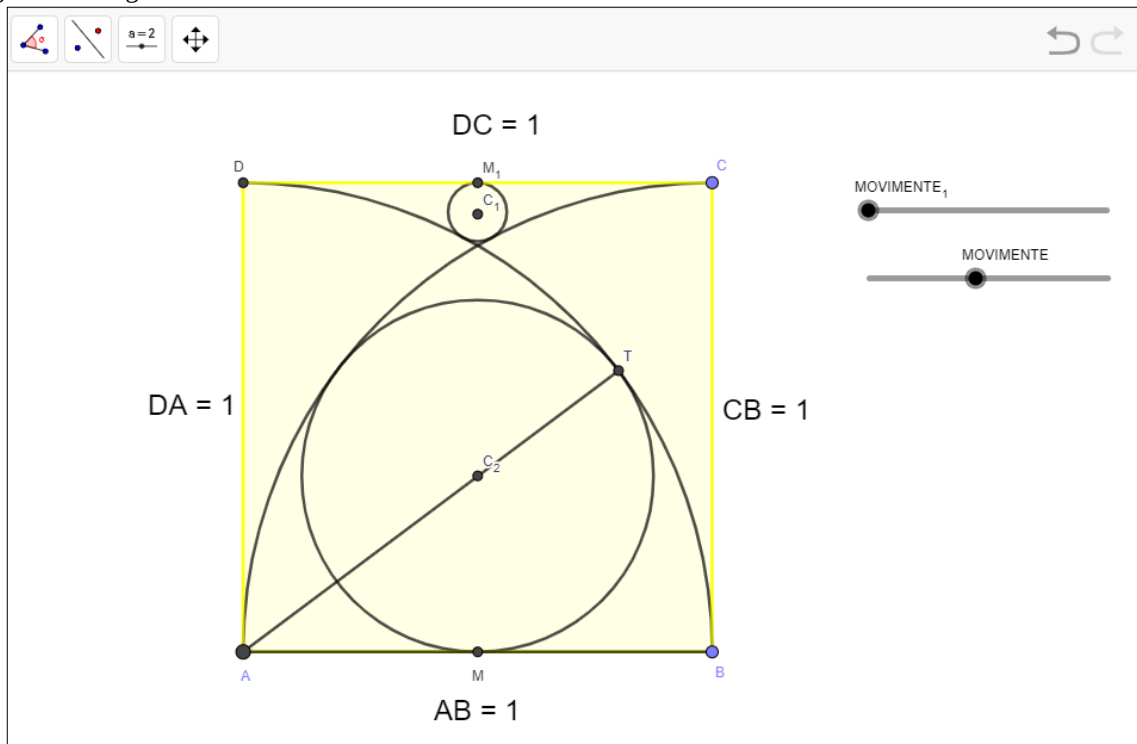
Figura 42 – Dados retirados do enunciado da questão.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As informações apresentadas na Figura 42 são dados retirados a partir do enunciado do PO que são relevantes para o seu entendimento. Desse modo, espera-se que eles percebam a possibilidade de construção de um triângulo retângulo após movimentar o arco $\widehat{BD}$, para que seja possível identificar, por meio de discussões, as medidas de cada cateto. A movimentação do segmento $\overline{AT}$ sobre o arco $\widehat{BD}$ deverá coincidir com o centro do círculo maior. Com isso, é esperado que sejam identificados alguns dados que possam levar à construção de um triângulo retângulo em função do raio R (FIGURA 43).

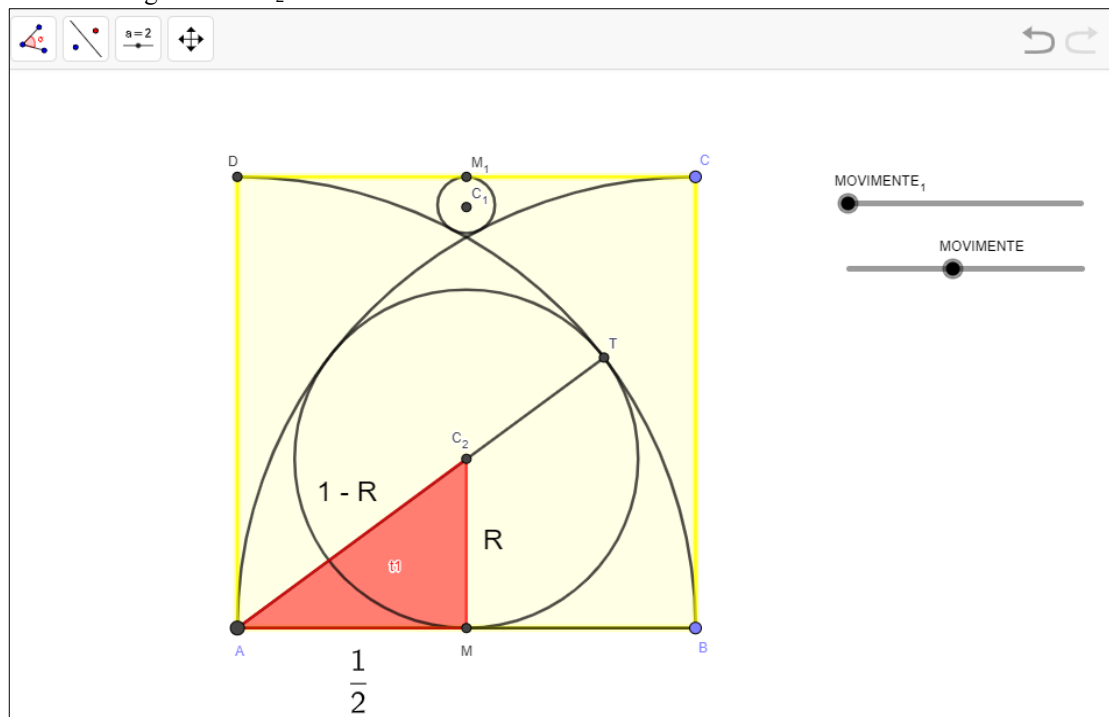
Figura 43 – Segmento $\overline{AT}$ sendo movimentado sobre o arco $\widehat{BD}$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Diante disso, chamando a medida do raio de (R), o estudante poderá chegar ao raciocínio que o levará a encontrar o valor do raio do círculo maior (R) (FIGURA 44).

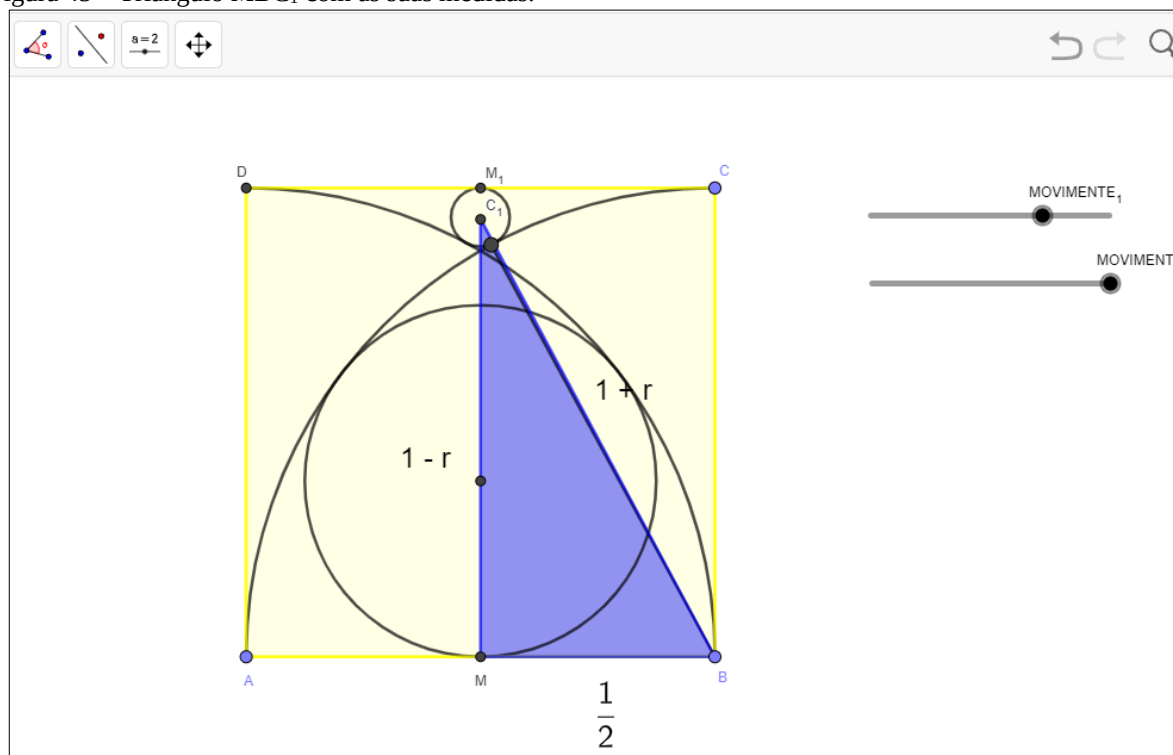
Figura 44 – Triângulo $\triangle AMC_2$ com as suas medidas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma que será percebido, com a movimentação do arco $\widehat{BD}$, o triângulo $\triangle AMC_2$ com as medidas em função de R , com a movimentação do arco $\widehat{AC}$, os estudantes também poderão construir um triângulo retângulo $\triangle MBC_1$ em função de r , ou seja, o raio do círculo menor (FIGURA 45).

Figura 45 – Triângulo MBC_1 com as suas medidas.

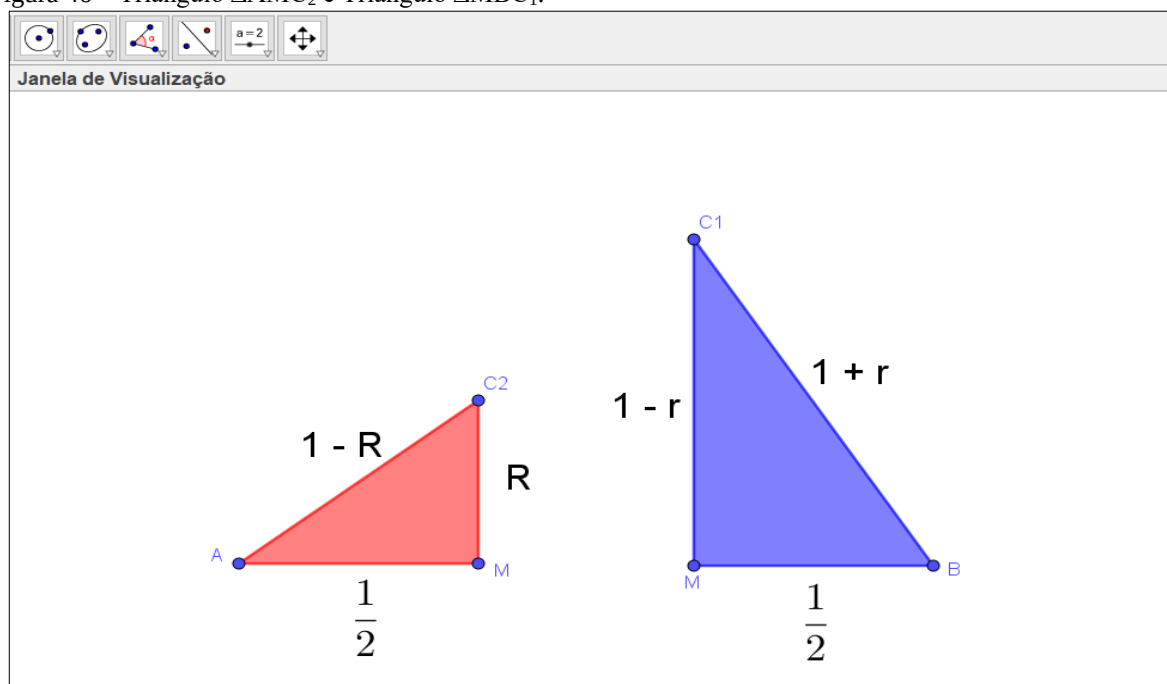


Fonte: Elaborada pelo autor.

Esses dois triângulos retângulos, construídos em função de R ($\triangle AMC_2$) e em função de r ($\triangle MBC_1$) com as suas medidas identificadas e aplicadas no teorema de Pitágoras, levarão os estudantes à solução final (FIGURA 46).

Consequentemente os estudantes irão à etapa de *Validação*, com o licenciando em formação inicial apresentando a solução para a turma explicando cada passo que o levou até a resolução final.

Figura 46 – Triângulo $\triangle AMC_2$ e Triângulo $\triangle MBC_1$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Sendo assim, o aluno demonstrará suas formulações ao público presente com o propósito de validá-las e, assim, submeter-se ao julgamento de opiniões contrárias às suas, o que poderá modelar conjecturas ou apenas confirmar o raciocínio encontrado. Por fim, na etapa de *Institucionalização*, o pesquisador, após os professores em formação concluírem seus raciocínios, retoma o seu papel como mediador, expondo os conhecimentos adquiridos por eles durante a explanação, abordando conceitos novos que se apresentaram durante a resolução e descartando os conceitos mais irrelevantes.

Nesse caso, com a utilização do *software* GeoGebra, poderão ter a oportunidade de identificar, a partir da visualização, a construção de triângulos retângulos e, com isso, a utilização do teorema de Pitágoras, propriedade proposta para a resolução da SDO5, sendo que essa construção levará ao resultado final (FIGURA 47).

Figura 47 – Solução apresentada pela OBMEP.

QUESTÃO 10**ALTERNATIVA D**

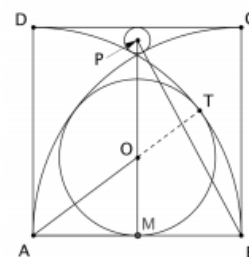
Na figura, marcamos o centro O do círculo maior e o ponto de tangência M desse círculo como lado AB . Por simetria, M é também o ponto médio de AB

e assim $AM = \frac{1}{2}$. Marcamos também o ponto de tangência T do círculo maior com o círculo de centro A ; é sabido que os pontos A , O e T estão alinhados. Seja r o raio do círculo maior. Então $AO = 1 - r$ e o teorema de

Pitágoras aplicado ao triângulo AMO nos dá $(1-r)^2 = r^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$; segue que

$r = \frac{3}{8}$. O raciocínio análogo, aplicado ao triângulo BMP , onde P é o centro do círculo menor, mostra que

$(1+s)^2 = (1-s)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$, onde s é o raio do círculo menor. Segue que $s = \frac{1}{16}$ e logo $\frac{r}{s} = 6$.



Fonte: OBMEP (2020j)

Todas as SDOs descritas anteriormente têm o intuito de ensinar os licenciandos a aprender a matemática contida nelas, como também a possibilidade de vivenciarem uma proposta que possa ser de grande utilidade nas suas carreiras como futuros professores de matemática. No capítulo seguinte, apresentou-se o experimento, que ocorreu na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), com professores do PIC e estudantes do curso de licenciatura em Matemática.

5 EXPERIMENTAÇÃO

O referido capítulo perpassou pela aplicação das SDOs, que aconteceu por meio da resolução de PO retirados da OBMEP, junto aos sujeitos participantes. Essa aplicação teve como pressupostos a apresentação dos objetivos e condições da realização da pesquisa, como também é o momento de estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a execução da pesquisa, o que Almouloud e Silva (2012) denomina de Experimentação.

Ademais essa Experimentação teve o objetivo de analisar o comportamento dos licenciandos quanto à resolução dos PO se ao uso do *software* GeoGebra. Com esse propósito, os registros foram coletados por meio de imagens, áudios e as observações realizadas durante a aplicação, baseando-se na TSD e amparada nas etapas de Ação, Formulação, Validação e Institucionalização. Na seção seguinte, foram apresentados os sujeitos e o *lócus* da pesquisa.

5.1 Sujeitos e *lócus* da pesquisa

A Experimentação foi realizada com *lócus* na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), localizada na cidade de Sobral - CE, com estudantes do curso de licenciatura em Matemática, através de um grupo de estudo. Esse grupo de estudos teve como critérios ser aluno do curso de licenciatura em Matemática da UVA e ser professor orientador do Programa de Iniciação Científica Jr – PIC, no qual estes tinham relação direta com problemas de olimpíadas de matemática.

Esses sujeitos foram identificados por L2 a L7 no decorrer da dissertação para preservar suas identidades, tendo estes assinado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). A turma de professores orientadores do PIC era composta por 9 estudantes, mas os dados coletados corresponderam a apenas 6 participantes, que tiveram presença mínima de 25% das aulas.

As atividades desenvolvidas tiveram a participação do pesquisador junto aos licenciandos e contiveram a experiência de vivências as Situações Didáticas Olímpicas com o uso do *software* GeoGebra. Após a aplicação da sessão didática, foi realizado um estudo sobre a temática “Situações Didáticas Olímpicas (SDO)” e, por fim, os licenciandos responderam a um questionário sobre todo o contexto ao qual foram submetidos, desde as análises dos Problemas Olímpicos (PO) quanto à sua participação durante a SDO.

As aulas aconteceram por intermédio da plataforma Google *Meet* no horário de 14h às 17h, além dessa ferramenta, também foi utilizado o aplicativo de mensagens *WhatsApp*, que

teve funcionalidade para o momento da transferência do arquivo da construção em formato *ggb* aos computadores e *smartphones*. Para o recebimento dos arquivos, os sujeitos tiveram que ter disponível o *software* GeoGebra clássico¹³ para desktop e/ou aplicativo *software* GeoGebra geometria¹⁴ para *smartphones*.

As aulas ocorreram em quatro encontros no período de 05/08 a 26/08, totalizando 12 h/a. O Quadro 10 descreve o cronograma realizado no período da aplicação das SDOs.

Quadro 10 – Cronograma de atividades realizadas no grupo de estudos.

Data	Conteúdo	Atividade
05/08	Cálculo de áreas: área do trapézio e propriedade fundamental da equivalência.	SDO1 e SDO2
12/08	Teorema da base média do triângulo.	SDO3
19/08	Demonstração clássica do teorema de Pitágoras e aplicação do teorema de Pitágoras.	SDO4 e SDO5
26/08	Estudo sobre o tema abordado	Leitura de artigos e aplicação do questionário

Fonte: elaborado pelo autor.

Todas as SDOs abordadas na pesquisa foram retiradas das avaliações da OBMEP, 1ª fase, realizada no período de 2005 a 2019, além de que os problemas são referentes ao conteúdo de geometria plana. Procurou-se problemas que proporcionassem, com o uso do *software* GeoGebra, a possibilidade de os sujeitos perceberem a proposta prevista pelo professor durante a etapa anterior, ou seja, a visualização do conceito que a SDO propôs. O GeoGebra serviu também para que o pesquisador realizasse uma adaptação com foco na inclusão de uma quantidade maior de adeptos e não apenas, exclusivamente, a professores e alunos que estão em constante contato com esse modelo de questões abordados em olimpíadas de matemática.

Nessa perspectiva, o professor disponibilizou de total autonomia para o desenvolvimento do aprendizado dos sujeitos. Ademais, foi explicado aos participantes o contrato didático, sobre a utilização de apenas conceitos específicos da geometria plana. Além disso, foi esclarecido que, no decorrer da resolução, eles teriam como suporte ao *software* GeoGebra, e que este poderia ser explorado a qualquer momento para observação dos comportamentos das figuras disponibilizados pelo professor.

¹³ GEOGEBRA, 2021. Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic> acesso em 19 de fev. 2021

¹⁴ GEOGEBRA, 2021. Disponível em: <https://www.geogebra.org/geometry> acesso em 19 de fev. 2021.

Por fim, foi aplicado um questionário relacionado à pesquisa, as perguntas foram descritas abaixo (QUADRO 11):

Quadro 11 – Questionário aplicado aos participantes da pesquisa.

P1: De um modo geral, o <i>software</i> GeoGebra contribuiu para a resolução das SDOs? De que maneira?
P2: Como vocês observaram, as SDOs foram todas previamente planejadas, permitindo por intermédio da exploração das ferramentas do <i>software</i> GeoGebra perceberem outras formas de agir sobre o problema, esse planejamento proporcionou ao professor uma mínima participação durante a resolução do problema por vocês participantes. Na opinião de vocês, qual a análise a respeito do papel do professor em relação ao planejamento das SDOs e a condução durante a aula?
P3: As Situações Didáticas Olímpicas (SDO) podem ser utilizadas como proposta para o ensino de conceitos de geometria plana para um contexto de sala de aula? Por quê?
P4: Enquanto professor e/ou futuro professor de matemática, a sua participação nessa sessão didática contribuiu para a sua formação? De que maneira?

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 O grupo de estudos

O grupo de estudo foi proposto pelo autor e os orientadores a uma comissão no colegiado do curso de Matemática, o qual foi aprovado em reunião entre os professores. A escolha dos sujeitos que poderiam participar da pesquisa teve como pré-requisito ser aluno do curso de Matemática da UVA e ter cursado a disciplina de geometria euclidiana plana, para que já pudessem acompanhar os estudos de modo que tivessem conhecimentos prévios necessários para compreender melhor os conteúdos e esses mesmos alunos também faziam parte do grupo de orientadores do Programa de Iniciação Científica Jr – PIC. Sobre o PIC, é um programa que

“[...] visa transmitir aos alunos cultura matemática básica e treiná-los no rigor da leitura e da escrita de resultados, nas técnicas e métodos, na independência do raciocínio analítico, entre outros. O aluno participa de atividades orientadas por professores qualificados nas instituições de ensino superior e de pesquisa” (OBMEP, 2020c).

As aulas do PIC, ministradas por esses licenciandos, acontecem de maneira virtual ou presencial, dependendo da localização do aluno em relação ao polo físico de estudo, utilizando o material disponibilizado pela OBMEP, por intermédio de e-books, livros, banco de questões, sites, portais e as provas de edições anteriores. Já os professores orientadores seguem um roteiro de ensino e uma vez por mês se encontram presencial ou virtualmente com o professor coordenador do PIC Jr, para uma discussão em relação ao andamento do curso e tirar algumas dúvidas dos conteúdos que serão repassados nas aulas seguintes.

Em relação ao que se pretende nesse grupo de estudo baseado no objeto da pesquisa, define-se os seguintes objetivos:

Objetivo Geral

Realizar um processo formativo referente ao ensino de geometria euclidiana plana a partir dos problemas da OBMEP, visando um modelo de ensino com o auxílio do *software* GeoGebra e a Teoria das Situações Didáticas, que possa ser utilizada futuramente no âmbito da profissão em um contexto da sala de aula.

Objetivos Específicos

- a) Resolver Problemas Olímpicos (PO) referente a conceitos de geometria euclidiana plana com base na Teoria das Situações Didáticas e com apoio do *software* GeoGebra;
- b) Oportunizar aos sujeitos a vivenciar métodos de estudos inerentes ao uso de Problemas Olímpicos (PO) para o ensino de geometria euclidiana plana em um contexto de sala de aula;
- c) Verificar a percepção dos sujeitos em relação a adaptabilidade, junto ao *software* GeoGebra, dos problemas de olimpíadas de matemática para o ensino de geometria euclidiana plana para o contexto da sala de aula.

Esse grupo buscou, portanto, ampliar as reflexões sobre o ensino de geometria euclidiana plana como um todo, por intermédio de PO, podendo despertar diferentes percepções e atitudes nas práxis docentes, suscitando a vontade de reelaborar a forma de abordagem dos conceitos matemáticos discutidos por meio Teoria das Situações Didáticas o uso do *software* GeoGebra. Além disso, que esse estudo percorresse caminhos favoráveis à reflexão discente sobre o conteúdo de geometria euclidiana plana e à utilização de problemas de olimpíadas em sala de aula para, consequentemente, colaborar em seu desenvolvimento profissional como futuro professor de matemática.

Nas seções seguintes, apresenta-se as descrições do experimento que ocorreu durante a aplicação das SDOs, visando um confronto com a etapa de Análise *a posteriori*, com o intuito de validar as hipóteses determinadas na etapa de Análise *a priori*.

5.3 Experimentação das Situações Didáticas Olímpicas – SDO

A sessão didática foi composta por cinco SDO, todas elas construídas e disponibilizadas pelo professor/pesquisador também adaptadas ao *software* GeoGebra, ferramenta que serviu de auxílio na visualização e exploração de propriedades matemáticas contidas nos Problemas Olímpicos (PO).

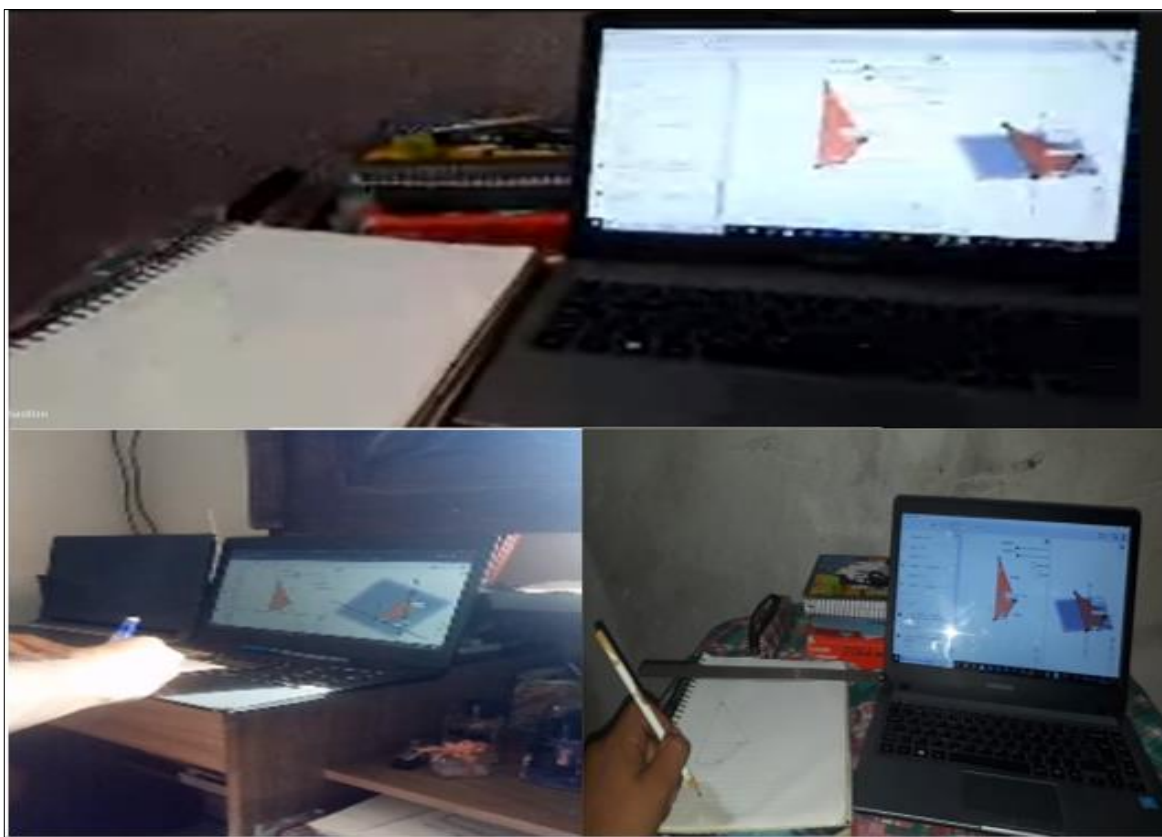
Essa parte da organização das Situações Didáticas Olímpicas (SDO) visou à obtenção de um diálogo proporcionado entre professor, aluno e meio durante a experiência das situações didáticas. Conforme a organização desse meio, Lablém e Bittar (2018, p. 207) destaca que “[...] é uma variável pensada e organizada pelo professor com intenções de provocar desequilíbrios cognitivos, a fim de que possa ocorrer a aprendizagem à medida que o aluno vai adaptando-se ao meio”.

O meio, nesta pesquisa, trata-se da organização das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), organizadas de tal modo que proporcionem essa interação entre os polos: professor, aluno e meio. Para que essa interação ocorresse, os problemas foram adaptados ao *software* GeoGebra, podendo ser utilizado em todos os momentos necessários ao se defrontarem com obstáculos e, conseqüentemente, virem a superação desses.

Os dados relatados na Experimentação perpassaram pelas discussões e imagens dos sujeitos que participaram da pesquisa.

5.3.1 Experimentação SDO1

Na fase de Experimentação, ao dar início, os licenciandos em formação inicial tiveram o primeiro contato com o problema, sendo que a figura construída no *software* GeoGebra foi apresentada como suporte para auxiliá-los durante a construção da estratégia para a resolução da SDO (FIGURA 48).



Fonte: Arquivo pessoal.

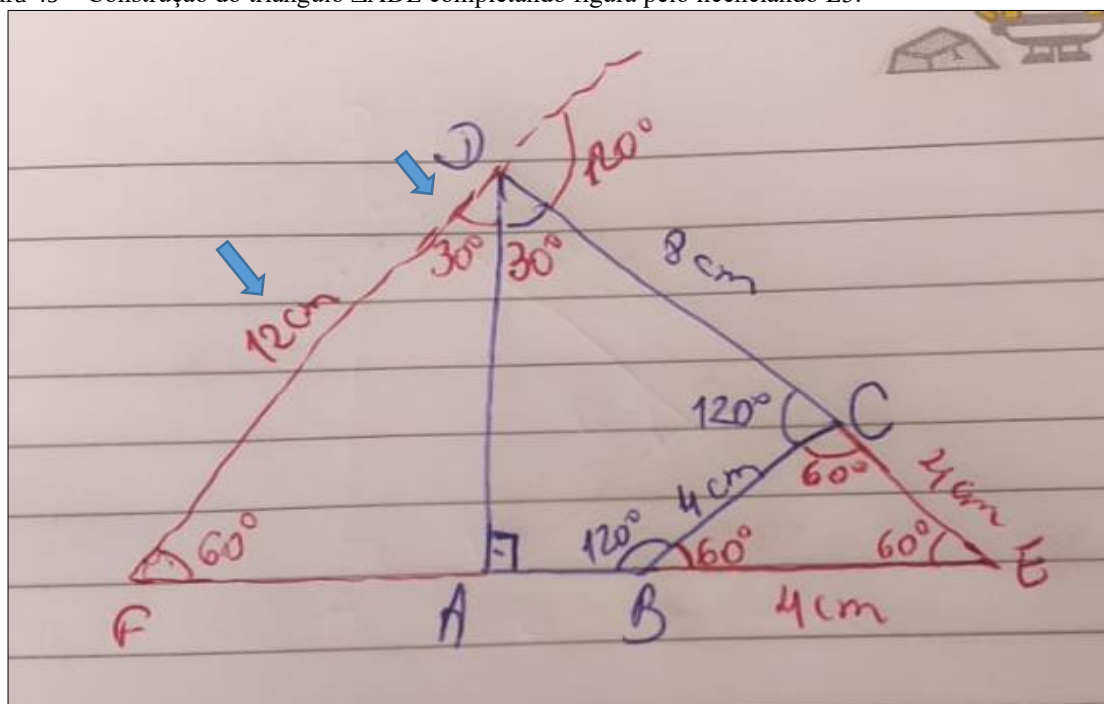
Esse primeiro contato, unindo o problema a partir do seu formato original e a construção no GeoGebra, buscou a capacitação do educando para ter uma visão mais detalhada da figura, além disso, foram disponibilizadas ferramentas, como os “controles deslizantes”, para que viessem a ter uma maior dinamização da questão.

A partir do primeiro contato, surgiram as primeiras sugestões e dúvidas, esse contato inicial com o meio e o licenciando foi uma parte importante para a obtenção dos objetivos propostos pela SDO. Nesse momento inicial, o sujeito deve aceitar o problema como seu “de tal maneira que o aluno seja instigado pela atividade considerando-a como um desafio pessoal e não como uma obrigação imposta ao professor”. Essa aceitação denomina-se de *devolução*. (LABLÉM; BITTAR, 2018, p. 208).

A partir da *devolução* um dos sujeitos, o licenciando L3 sugeriu completar o quadrilátero $ABCD$, transformando-o em um triângulo equilátero. Essa relação obtida pela exploração do enunciado proporcionou as estratégias iniciais. Cabe lembrar que esse momento da exploração do aluno com a atividade com o intuito de estabelecer hipóteses denomina-se a etapa de *Ação* (LABLÉM; BITTAR, 2018).

L3: Eu peguei a figura original e completei ela, observei o lado $\overline{AD}$ que é a altura e criei um ponto E, completando um triângulo maior $\triangle ADE$ (FIGURA 49). Logo após, criei outro triângulo. A partir do lado $\overline{BC}$, eu percebi que dentro da figura tem o ângulo de 120° e, prolongando encontro o ângulo externo, que é 60° , da mesma forma, encontro o outro ângulo. Como os dois ângulos desse triângulo são 60° , consequentemente, o outro também será, construindo um outro triângulo equilátero de lado 4 cm. Sendo assim, eu tenho o lado $\overline{BC} = 8$ cm mais o lado $\overline{CE} = 4$ cm, obtenho o lado maior que é 12 cm e, consequentemente, completando o triângulo equilátero maior $\triangle DE'E$ de lado 12 cm. A partir desse momento, estou tentando entender como seria! Pronto, concluindo esse meu raciocínio, eu teria que calcular a área do triângulo maior de lado 12 cm menos a área do triângulo de lado 4 cm e o que sobrar seria o resultado da área procurada. Como que eu calculo a área do triângulo equilátero? Seria a $\frac{\sqrt{3}}{2}$?

Figura 49 – Construção do triângulo $\triangle ADE$ completando figura pelo licenciando L3.



Fonte: Arquivo pessoal.

Após essa sugestão, o professor, estimulando a discussão entre os sujeitos, questionou aos outros colegas quais as contribuições poderiam acrescentar ao modelo criado pelo L3. Porém, para que isso acontecesse, os colegas pediram novamente para que fosse explicado como se chegou à estratégia utilizada.

Professor: Alguém tem alguma sugestão que pode contribuir para o raciocínio do colega?

L5: Qual a parte que você não entendeu L3? Poderia me explicar?

L3: Ele pede para calcular a área e esse quadrilátero eu transformei em um triângulo.

L5: Sim, com um triângulo equilátero de lado 4 cm.

L3: Isso, pegando as medidas dos ângulos, percebe-se que vai surgir esse triângulo 4 cm.

L5: Isso.

L3: Meu raciocínio é esse, eu vou utilizar o conceito das partes pelo todo.

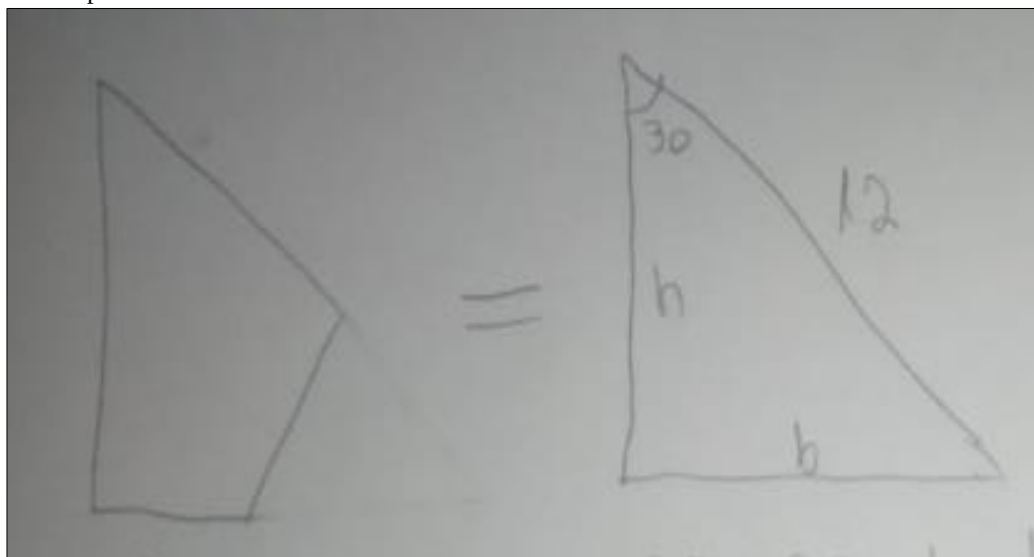
L5: Sim, exatamente.

L3: Sendo assim, completando um triângulo maior de lado 12 cm, vou calcular a área desse triângulo, depois vou calcular a área do triângulo menor de lado 4 cm.

L5: Veja, você tem que ver que o triângulo que utilizou para criar o outro tem lado 4 cm, já o triângulo grande não é equilátero, ele tem um ângulo de 90° e, lá em cima, tem um ângulo de 30° . No GeoGebra, percebemos esse ângulo e, com a hipotenusa medindo 12 cm, podemos encontrar a medida da base do triângulo grande (FIGURA 50).

Mesmo após o L3 ter explicado sua proposta, o licenciando L5 apresentou outra diferente. Essa proposta partiu do prolongamento dos lados $\overline{CE}$ e $\overline{BE}$, obtendo o triângulo $\triangle DAE$, que tem seus ângulos $D = 30^\circ$ e $E = 60^\circ$, este último encontrado a partir da construção do triângulo equilátero de lado 4 cm (FIGURA 50), o que deu início a um diálogo com o propósito de compreender e chegar a um consenso sobre qual modelo utilizar.

Figura 50 – Proposta do licenciando L5.



Fonte: Arquivo pessoal.

O diálogo entre os licenciandos L3 e L5 continuaram baseando-se nas duas hipóteses, mas partindo para um convencimento de qual seria mais apropriado ao contexto. Essas hipóteses e a construção de conjecturas estabeleceram o momento de *Formulação* (LABLÉM; BITTAR, 2018).

L3: Partindo do triângulo original, temos o triângulo 90° , 120° , 120° e o quarto ângulo é 30° .

L5: Isso.

L3: Então, transformando em um triângulo maior o ângulo de 30° mais o outro ângulo de 30° ficaria 60° , isso do triângulo que eu criei (FIGURA 49). Entendeu?

L5: O ângulo continua sendo 30° , ele não muda.

L3: Mas quando eu completar o triângulo $\triangle EDE'$, fica 60° .

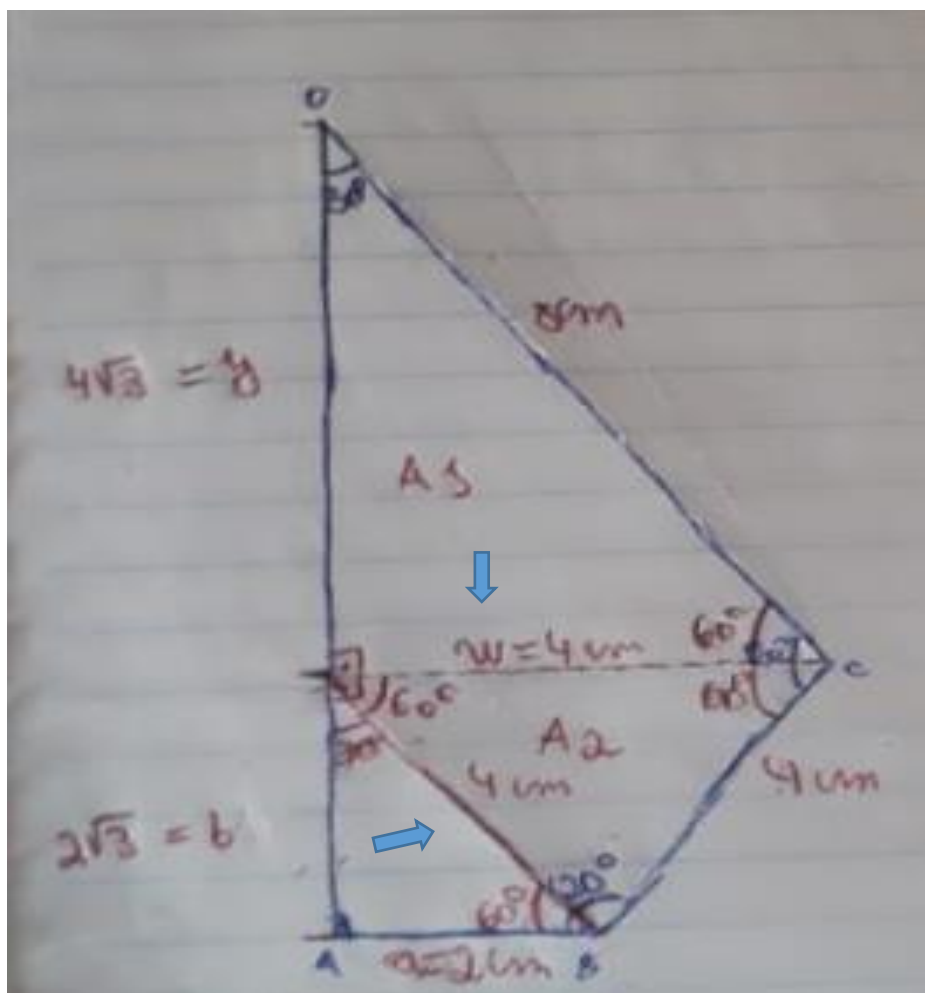
L5: Mas você não completou apenas o triângulo menor em baixo o de lado 4 cm?

L3: É porque você utilizou apenas o triângulo menor de lado 4 cm transformando em um triângulo retângulo. Mas o que eu estou falando é a possibilidade de o segmento

$\overline{AD}$ espelhar esse triângulo retângulo $\triangle DAE$, fazendo isso vai virar um triângulo equilátero maior de lado 12 cm.

Analizando a troca de informações, também parte essencial da *Formulação*, o licenciando L7 apresentou sua sugestão, incluindo também o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo. Essa sugestão perpassou pela divisão do quadrilátero $ABCD$ em três triângulos e, a partir deles, utilizou as relações trigonométricas para encontrar todas as medidas que lhes restavam, proporcionando o cálculo da área de cada triângulo individualmente e, por fim, determinar o resultado final (FIGURA 51).

Figura 51 – Divisão do quadrilátero $ABCD$ em três triângulos por dois segmentos.



Fonte: Arquivo pessoal.

Da mesma forma, traçou uma bissetriz (FIGURA 51), dividindo o ângulo b em dois ângulos de 60° . A partir da identificação dos ângulos e com as medidas existentes, o estudante realizou alguns cálculos a fim de encontrar as medidas necessárias para aplicar os conhecimentos básicos do cálculo da área dos triângulos identificados, pelo L7, como A_1 , A_2

e A3. Essa proposta, apresentada por L7, foi validada após o licenciando L4 apresentar, no GeoGebra, a proposta construída pelo L3 no papel. As discussões baseadas nas hipóteses iniciais deram continuidade até o momento da apresentação da solução pelo *Google Meet*.

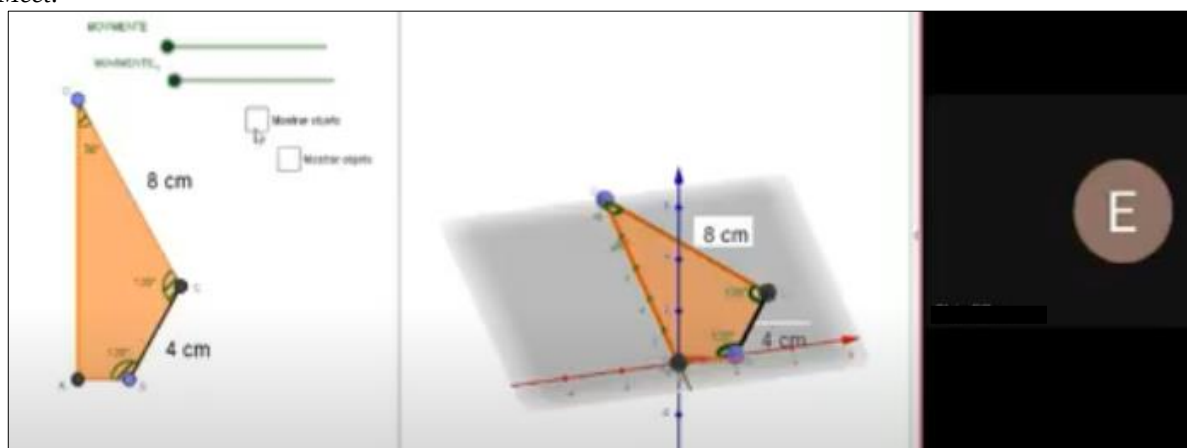
L7: A partir do momento que você constrói o triângulo retângulo $\triangle DAE$, não precisaria mais completar. Com esse triângulo, você teria a medida da hipotenusa que é 12 cm e, utilizando essa medida e o ângulo 30° que você encontrou, poderia saber a medida do outro cateto que é a medida da base, usando a trigonometria.

L3: Mas a partir desse triângulo retângulo $\triangle DAE$, eu poderia espelhar um triângulo equilátero de lado 12 cm e aplicar a fórmula do triângulo equilátero.

L5: Agora entendi o que o L3 estava querendo falar, realmente daria menos trabalho utilizando seu raciocínio completando o triângulo equilátero maior de lado 12 cm, do que seu eu utilizasse a parte trigonométrica por meio do seno do ângulo.

A partir das discussões acima, os licenciandos concluíram a estratégia final esperada na Análise *a priori* por meio do uso da fórmula do triângulo equilátero. O licenciando L4 apresentou sua proposta definida coincidente com a proposta do L3. Esse estudante, L4, utilizou a ferramenta “apresentação” do *Google Meet* para demonstrar sua solução utilizando o software GeoGebra (FIGURA 52).

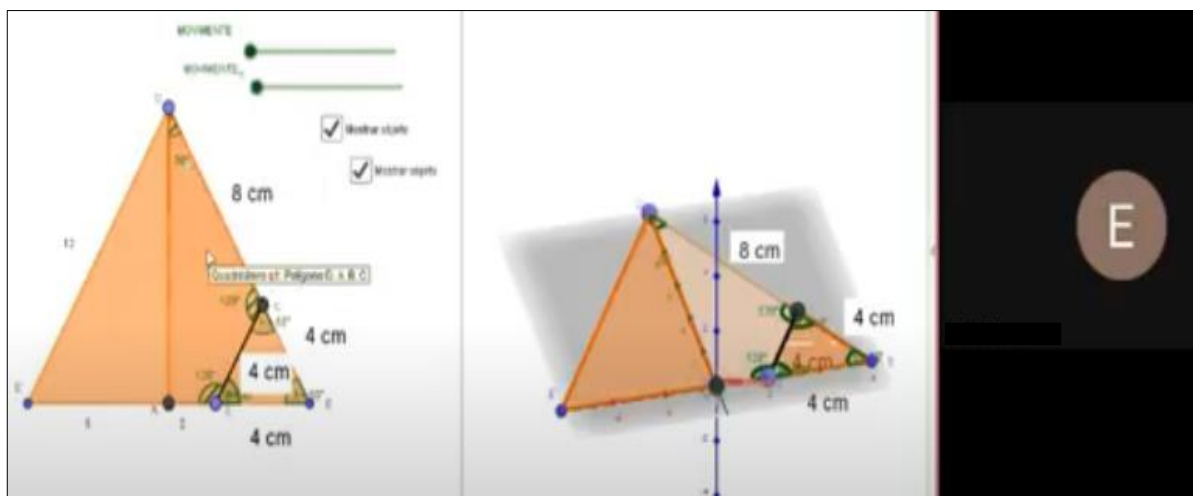
Figura 52 – Apresentação da solução final do licenciando L4 a partir da ferramenta “apresentação” do *Google Meet*.



Fonte: Arquivo pessoal.

A partir das ferramentas disponibilizadas pelo GeoGebra como “controles deslizantes” e “esconder objeto”, o licenciando percebeu a possibilidade de completar o quadrilátero $ABCD$, tornando-o um triângulo equilátero de lado 12 cm (FIGURA 53).

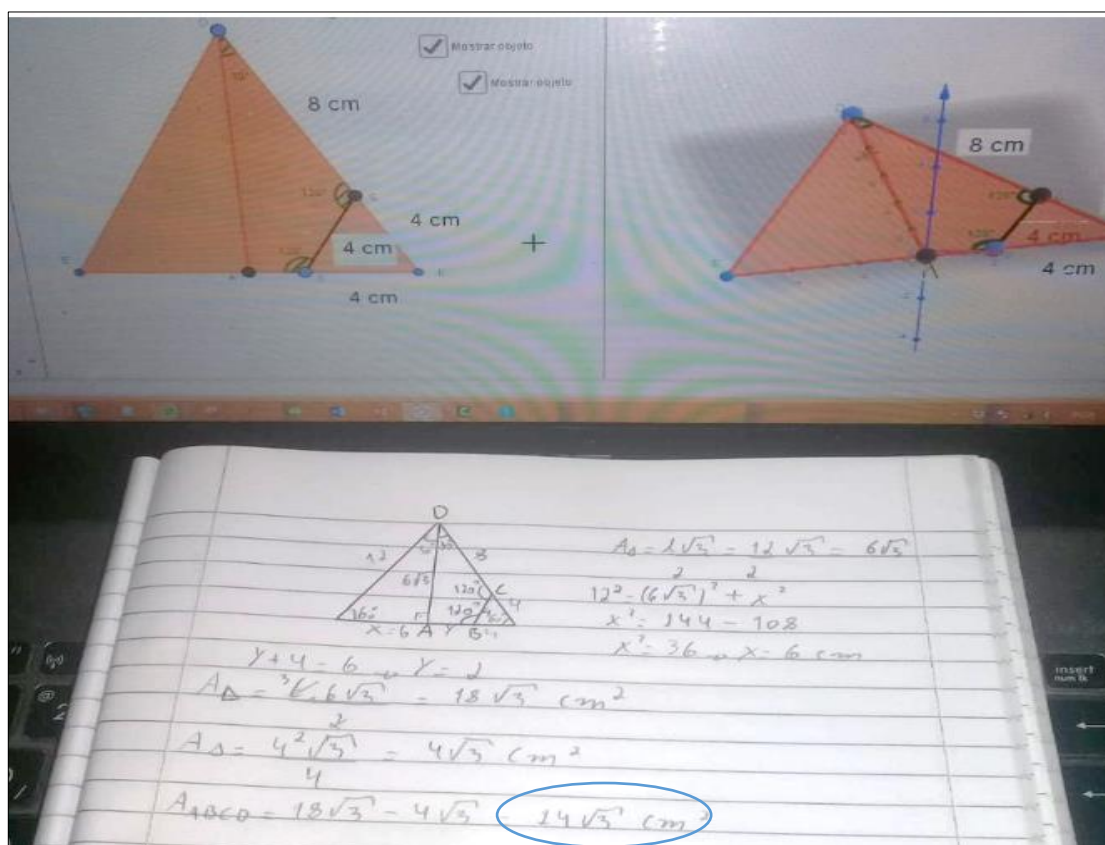
Figura 53 – Completando a figura o L4 obteve o triângulo equilátero de lado 12 cm.



Fonte: Arquivo pessoal.

Na Figura 54, foi apresentada a parte escrita da resolução que o licenciando L4 obteve encontrando sua resposta final de $14\sqrt{3} \text{ cm}$. Essa resposta, encontrada a partir da expressão do cálculo das áreas encontradas, foi: $\text{área final: } \frac{\text{área do triângulo (EDE')}}{2} - \text{área do triângulo (BCE)}.$

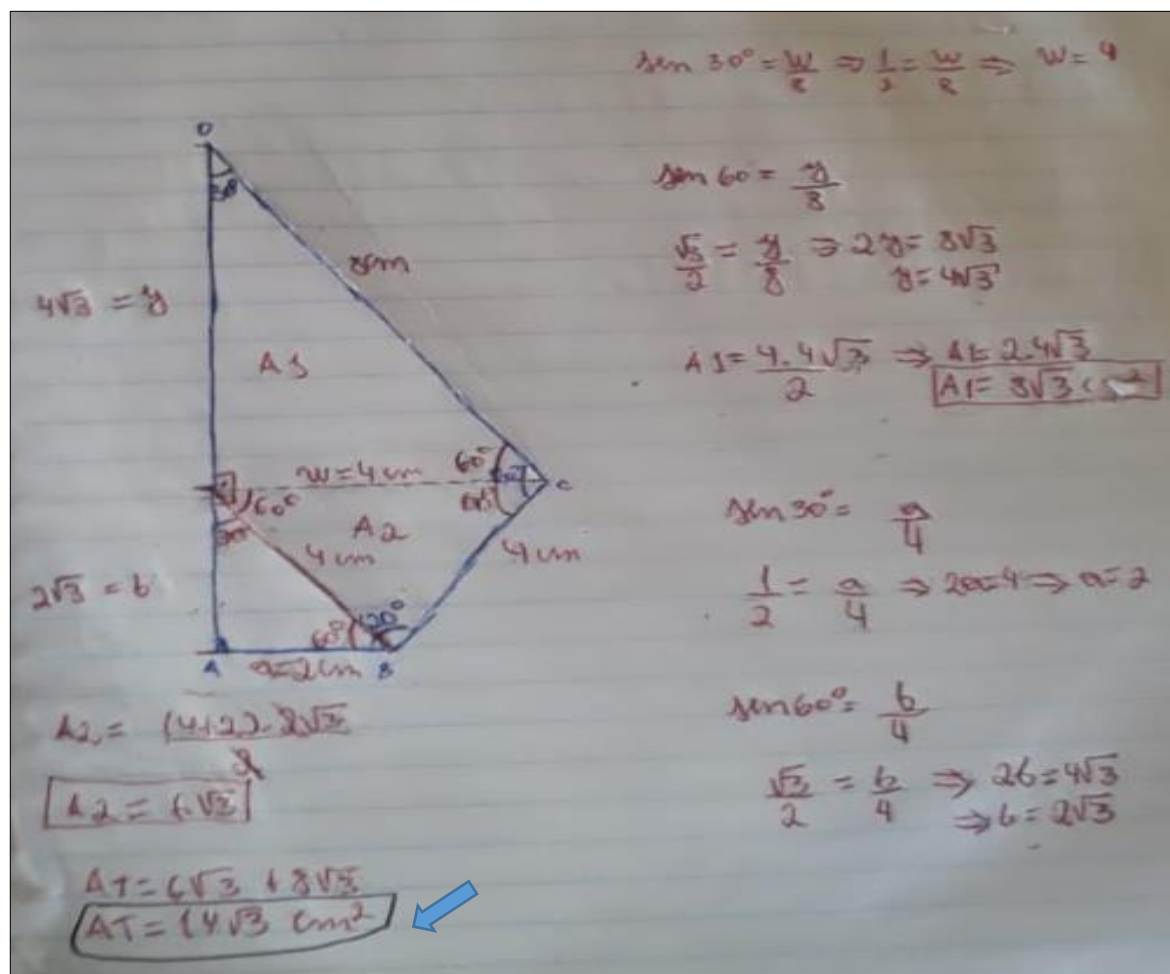
Figura 54 – Cálculo escrito do licenciando L4.



Fonte: Arquivo pessoal.

A resolução anterior (FIGURAS 53 e 54) baseou-se na etapa de Análise *a priori* e concepção da situação didática, que tinha como foco a apresentação da propriedade da área do triângulo equilátero, prevista pelo professor. Contudo, além dessa, outras soluções foram apresentadas de modo a abordar conhecimentos como razões trigonométricas no triângulo retângulo apresentada pelo licenciando L7 (FIGURA 55).

Figura 55 – Solução apresentada por L7.



Fonte: Arquivo pessoal.

Para chegar a essa solução, o L7 dividiu a figura em três partes (FIGURA 55) ou em três triângulos $\triangle DCP$, $\triangle ABP$ e $\triangle PCB$. Para criar o triângulo $\triangle DCP$, o estudante traçou uma reta paralela à base do quadrilátero $ABCD$ e perpendicular ao lado $\overline{AD}$, dividindo o ângulo c em dois ângulos de 60° .

Encontrando as áreas apresentadas depois da divisão do quadrilátero $ABCD$ por triângulos, o licenciando abordou o somatório de ambas e encontrou o resultado final de $14\sqrt{3} \text{ cm}^2$. (FIGURA 55). Após a apresentação das estratégias, concluiu-se a etapa de *Validação*

das conjecturas abordadas pelos sujeitos. Essa etapa perpassou pelo momento no qual o aluno defendeu suas conjecturas e as validou (LABLÉM; VITTAR, 2018).

A última etapa perpassou pela *Institucionalização*, momento em que o professor organizou todas informações e conceitos trazidos pelos licenciandos com o propósito de estabelecer um aprendizado entre ambos. Diante disso, o professor apresentou sua proposta final por meio do problema e da construção organizada no *software* GeoGebra, que era a visualização da possibilidade do uso, por intermédio da exploração, a propriedade que define o cálculo da área do triângulo equilátero.

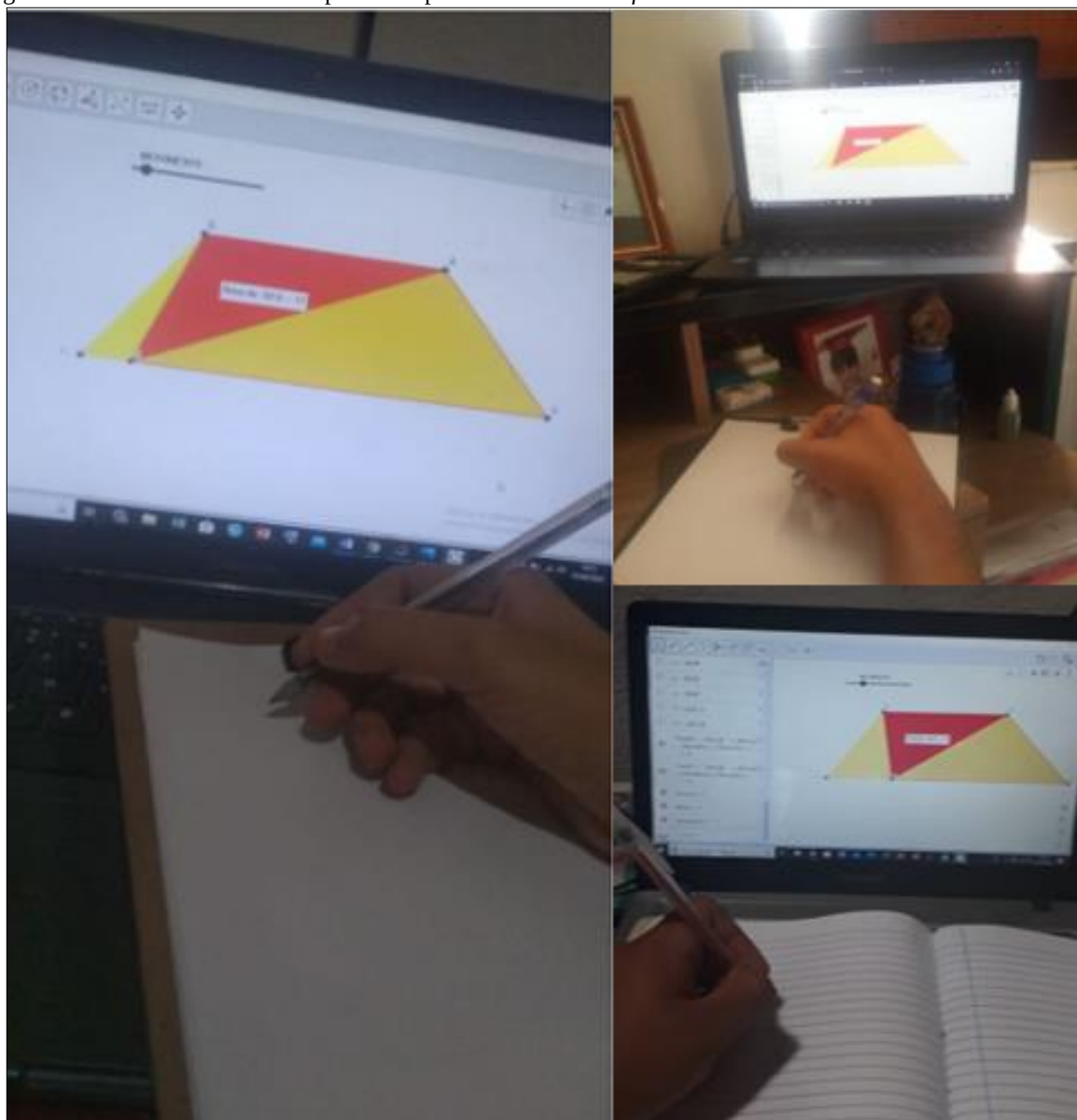
Além desse, durante a resolução da SDO, outros conceitos foram surgindo como conhecimentos prévios dos sujeitos, assim como: teorema de Pitágoras, simetria, área de triângulos e ângulos suplementares, além de outro, apresentado na validação como trigonometria no triângulo retângulo (seno e cosseno).

Todos esses conhecimentos apresentados durante a SDO1 foram desenvolvidos durante a resolução pela mediação realizada pelo docente, dando total autonomia nas ações dos estudantes, o que proporcionou outros conhecimentos e outros conceitos da geometria plana e trigonometria.

5.3.2 Experimentação SDO2

Ao disponibilizar a construção do problema no *software* GeoGebra, os licenciandos tiveram o primeiro contato, observando alguns incrementos na figura, como o “controle deslizante”. Essa ferramenta proporcionou a movimentação do ponto *P* durante a resolução da SDO2 (FIGURA 56).

Figura 56 – Contato inicial com o problema por intermédio do *software* GeoGebra.

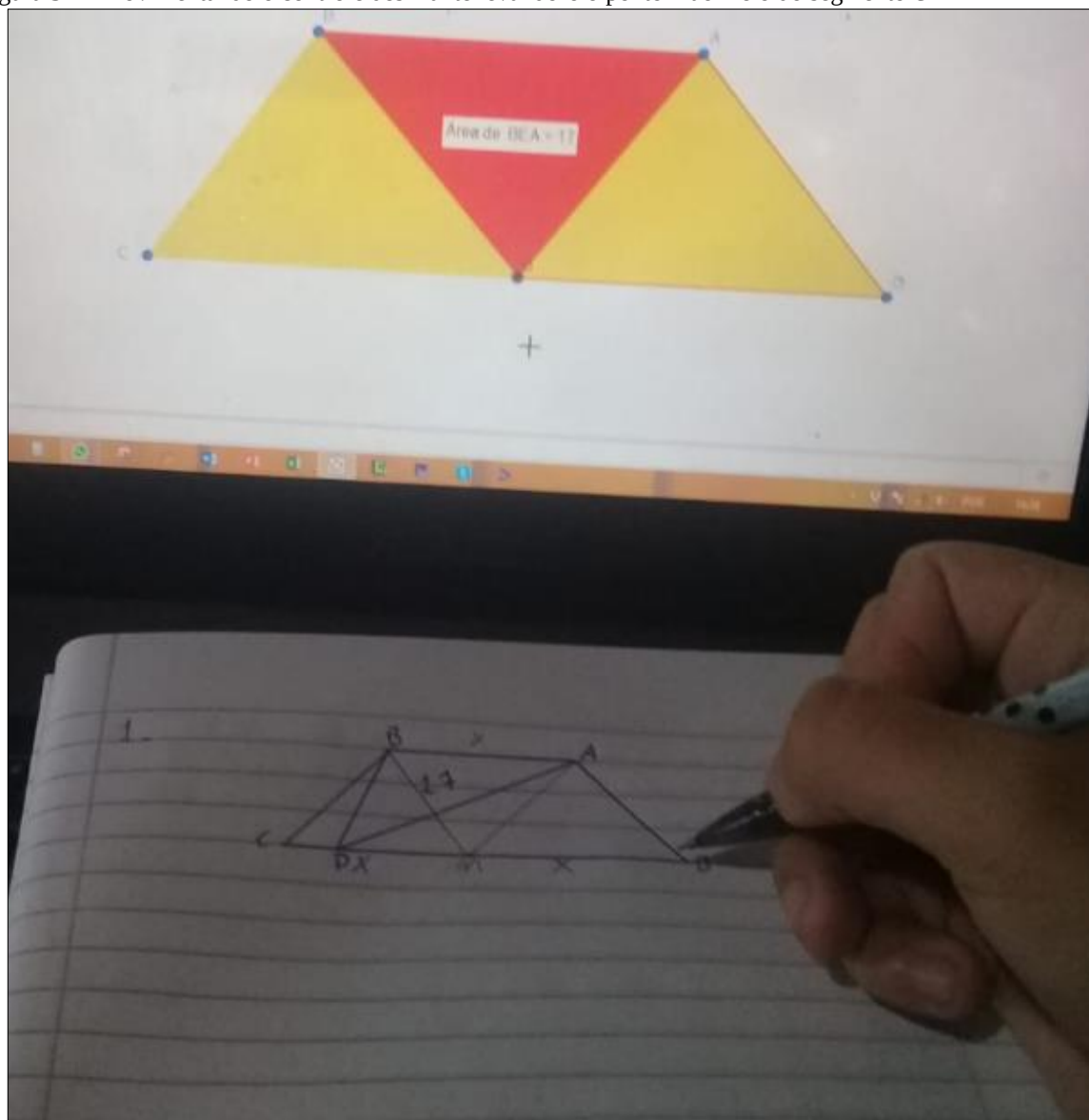


Fonte: Arquivo pessoal.

Ao realizar o primeiro contato, os professores em formação deram início à situação de *Ação*, realizando tentativas e apresentando algumas sugestões aos colegas. Conforme Pommer (2008), nesse momento o aluno faz reflexões e realiza tentativas na busca de eleger o melhor procedimento de resolução. Baseado nessas reflexões e tentativas, a movimentação do ponto P , usando o controle deslizante sobre a base $\overline{CD}$, realizada pelo L5, proporcionou a construção de três triângulos congruentes de mesma área (FIGURA 57).

L5: Por analogia, utilizando o controle deslizante, relacionado ao ponto P e levando-o ao meio da base inferior ($\overline{CD}$), podemos considerar que serão formados três triângulos iguais. Desse modo, utilizando a lógica, podemos afirmar que a área do trapézio será três vezes a área do triângulo $\triangle ABP$ (FIGURA 57). Agora, vou procurar um argumento que comprove essa minha analogia.

Figura 57 – Movimentando o controle deslizante levando-o o ponto P ao meio do segmento $\overline{CD}$.



Fonte: Arquivo pessoal.

Com base nos procedimentos elencado por L5, inicia-se as discussões entre os licenciandos em formação, essas discussões são as trocas de informações entre os educandos e Pommer (2008) as destaca como a etapa de *Formulação*. Nesse momento, ocorre a “[...] utilização de uma linguagem mais adequada, sem a obrigatoriedade do uso explícito de uma linguagem formal” (POMMER, 2008, p. 7), mas com uma modificação de uma linguagem usual e organizada de uma maneira que consiga a comunicação.

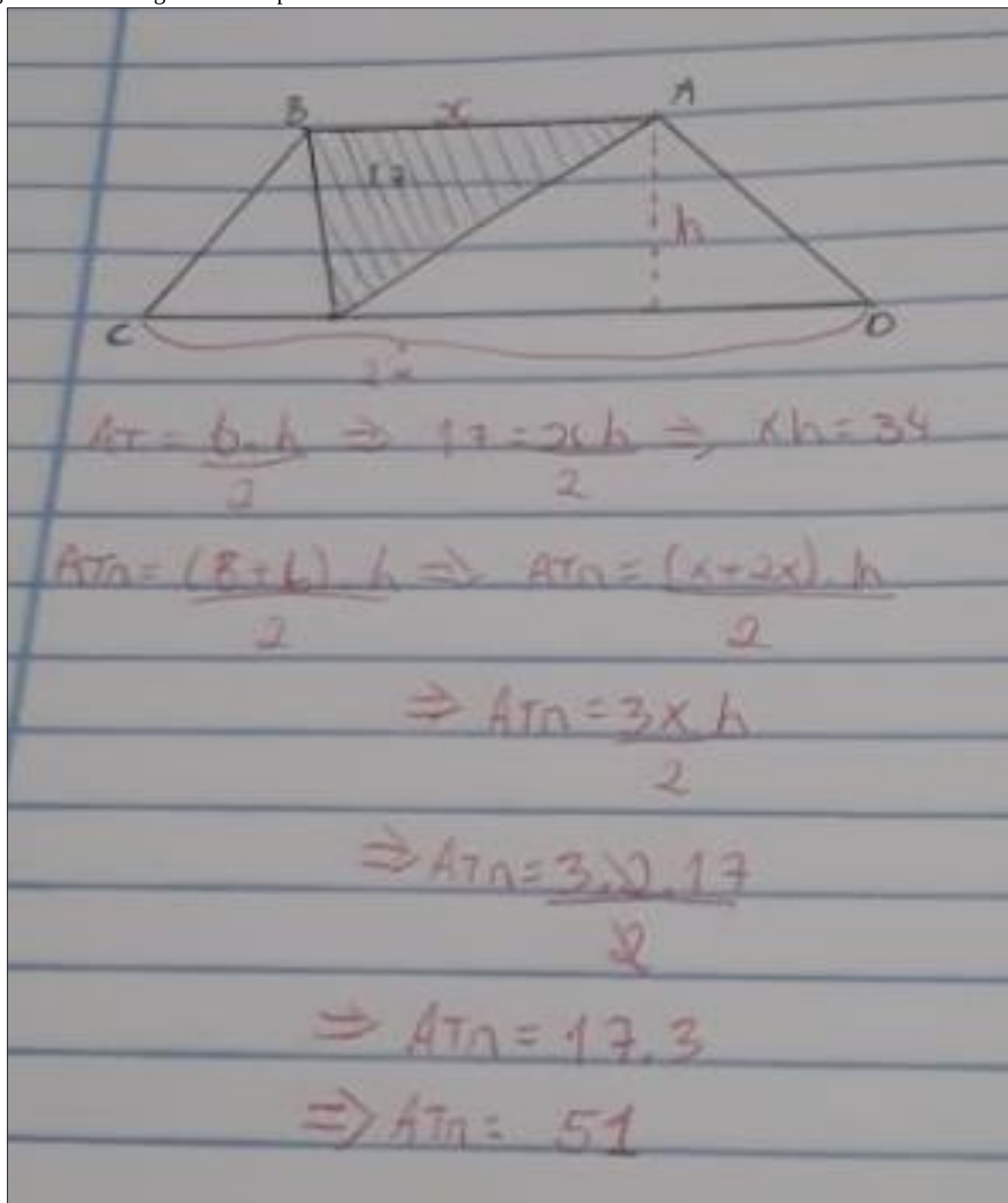
L6: Mas, mesmo se não forem iguais, o valor da área desse trapézio vai ser a soma da área dos três triângulos! Então, tentamos calcular a área desses triângulos e encontraremos a área do trapézio.

L2: L5, você falou que a área do trapézio será três vezes a área do triângulo? No caso, seria 51, é isso? Porque eu fiz aqui deslocando o ponto P perpendicular ao ponto B, considerando esse segmento como a altura do trapézio. Então, fazendo pela área do

triângulo, dá para encontrar a altura em função de $\overline{AB}$ e depois jogar na área do trapézio, encontrando o mesmo resultado 51 (FIGURA 58), não sei se o desenvolvimento está correto.

L6: Deslizando o ponto P, verificamos três triângulos aparentemente iguais.

Figura 58 – Estratégia utilizada pelo licenciando L2.



Fonte: Arquivo pessoal.

O professor continua indagando aos participantes alguma maneira que comprove a estratégia por meio de uma propriedade matemática ou teorema que o leve à veracidade da proposta. Perguntas como: por que, ao movimentar o ponto P, a altura não muda? Direcionando o sujeito a uma justificativa mais concreta.

L5: Vamos lá, levando em consideração que o segmento $\overline{CD}$ é o dobro do segmento $\overline{AB}$, se eu trago o ponto P para o meio do segmento $\overline{CD}$, encontrarei três triângulos de mesma base, e consequentemente, a altura será a mesma. Utilizando a fórmula do triângulo que é $\frac{b \cdot h}{2}$, então se a base b e altura h são a mesma, eu acho que área dos três triângulos será a mesma.

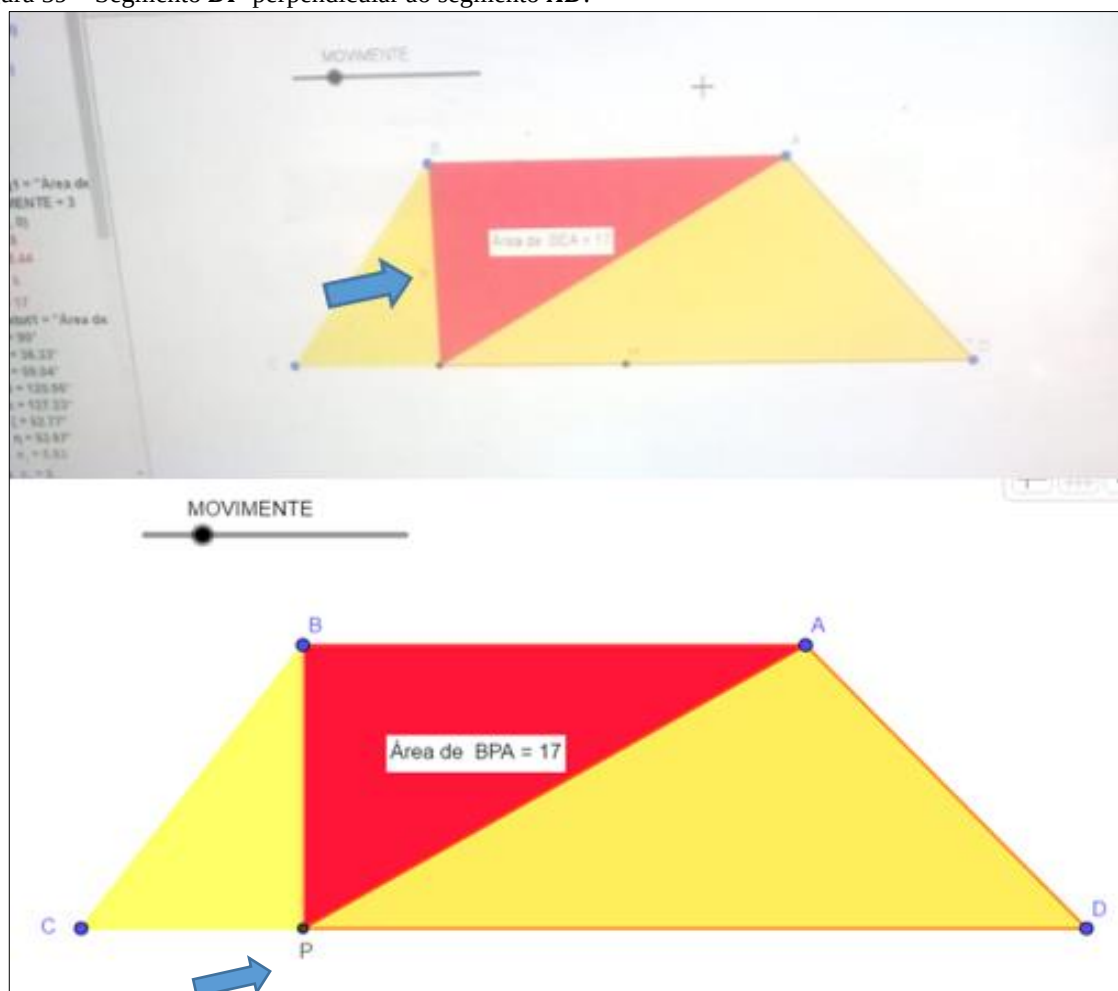
Professor: Por que, ao movimentar o ponto P, a altura não muda?

L2: No caso, a altura desse triângulo seria a altura do trapézio, seria não?

L6: Eu não estou lembrando bem do nome, mas não sei se é porque é regular ou coisa assim. Eu sei que, quando a figura está assim, você pode modificar ela (falando em relação à movimentação do ponto P sobre o segmento $\overline{CD}$ que a área continua a mesma. Acho que já vi em uma disciplina que fiz anteriormente utilizando o GeoGebra.

L4: A altura vai ser um segmento perpendicular, então a distância permanece a mesma. Eu traço um segmento perpendicular em relação ao segmento $\overline{AB}$, formando um triângulo de 90° , então essa altura não se modifica (FIGURA 59).

Figura 59 – Segmento $\overline{BP}$ perpendicular ao segmento $\overline{AB}$.



Fonte: Arquivo pessoal.

As discussões anteriores envolvem a utilização de propriedades e o uso de uma matemática formalizada, aproximando da propriedade que proporcionaram a movimentação do ponto P sobre o segmento $\overline{CD}$, de acordo com Galvez (1996, p. 29), “[...] não basta a

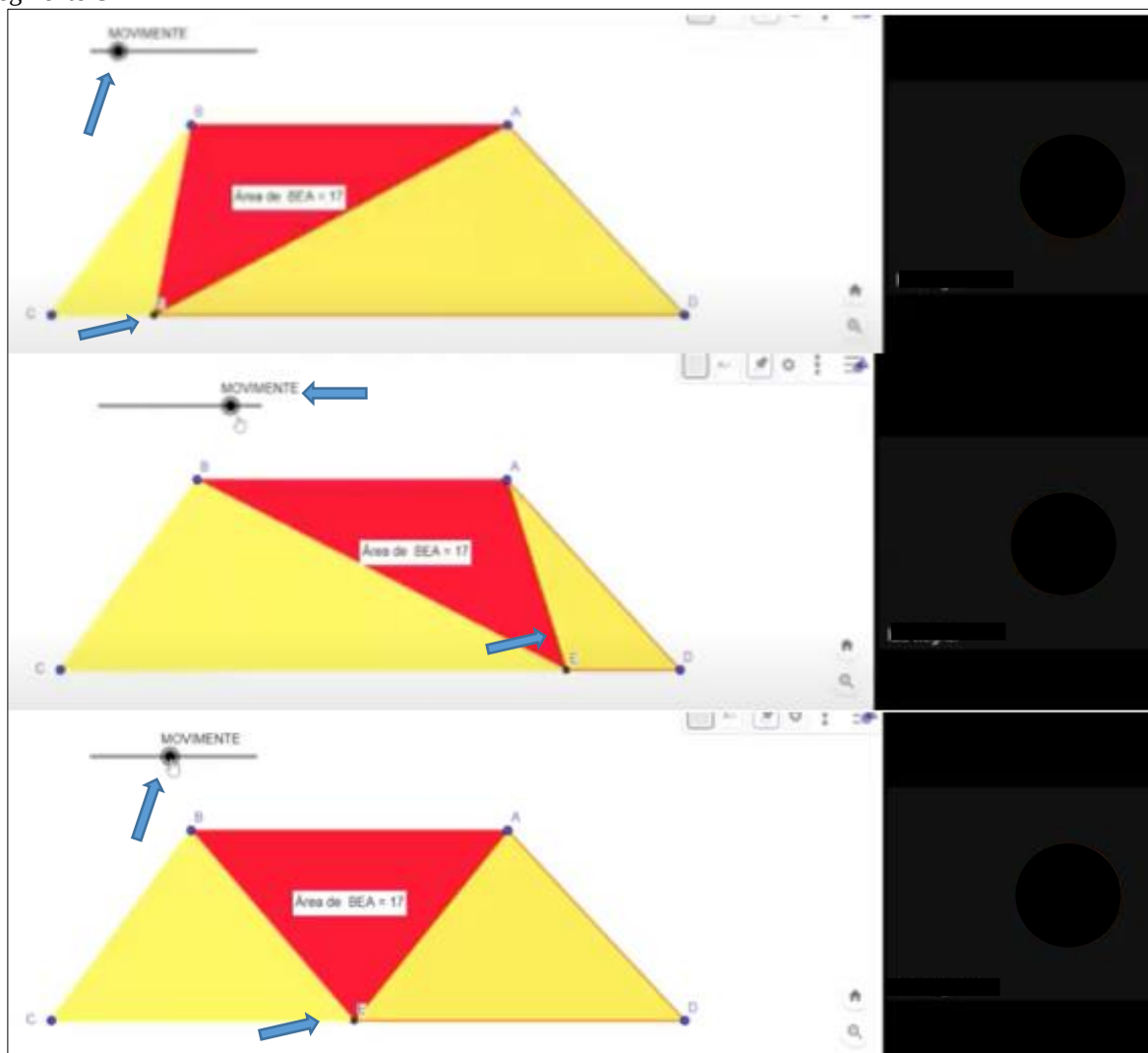
comprovação empírica que o dizem que é certo; é preciso explicar, necessariamente, deve ser assim”.

O momento em que esse convencimento acontece caracteriza-se pelo modo de *Validação*, no qual “[...] os alunos devem elaborar provas para demonstrá-las” (GALVEZ, 1996, p. 29). Seguindo essa perspectiva da demonstração, o licenciando L4 valida sua estratégia apresentando-a da seguinte maneira:

L4: Como o segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao segmento $\overline{CD}$ e a altura é a distância entre os dois segmentos, então independentemente de onde estiver o ponto P a altura vai permanecer a mesma. Podemos afirmar baseando-se no enunciado e por intermédio da movimentação na própria figura (FIGURA 59)

A Figura 60 apresenta a movimentação do “controle deslizante”, que representa o ponto P, demonstrando e validando o que foi dito pelo L4. Então, a partir da movimentação do ponto P, a área do triângulo $\triangle BAE$ permanece a mesma, o que possibilitou o licenciando a levá-lo até o ponto médio do segmento $\overline{CD}$, construindo três ângulos de mesma área chegando à solução final, que equivaleu a 51 unidades de área. Além dessa solução, outra foi apresentada pelo licenciando L2 chegando ao mesmo resultado (FIGURA 58).

Figura 60 – Demonstração e validação da propriedade que proporciona a movimentação do ponto P sobre o segmento $\overline{CD}$.



Fonte: Arquivo pessoal.

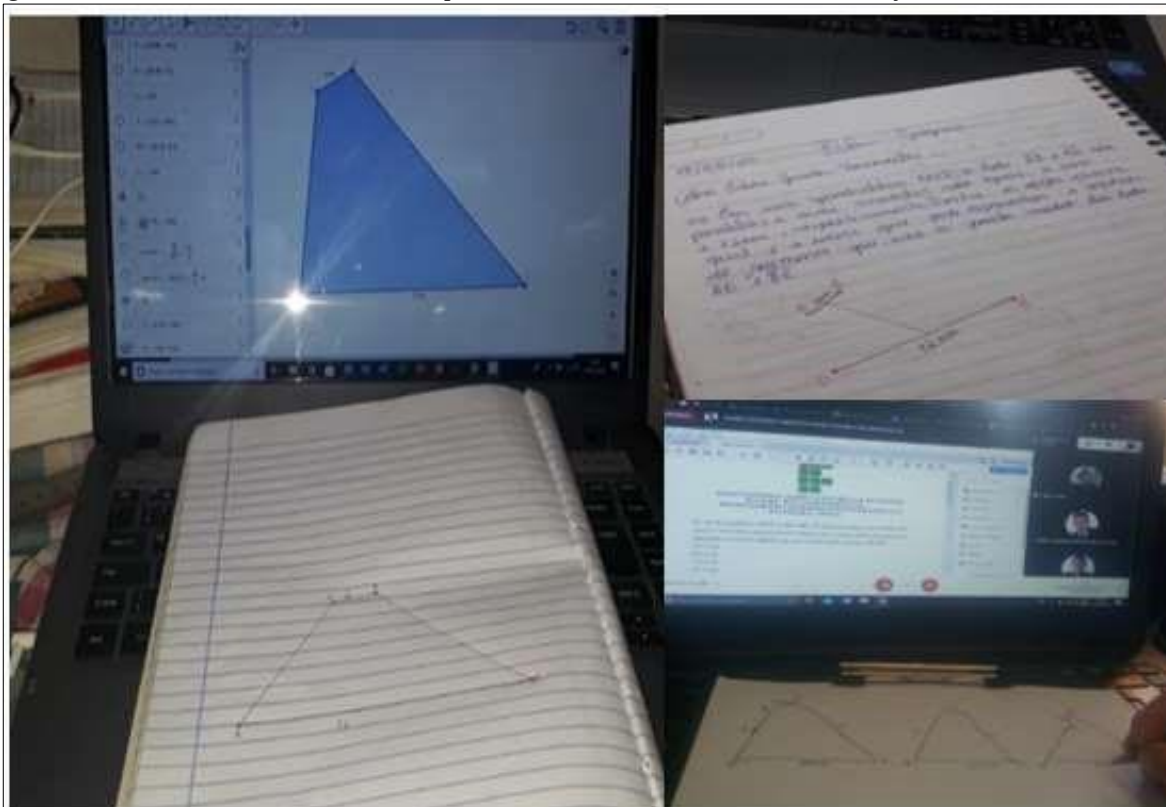
Na etapa de *Institucionalização*, o professor retomou o seu posto, explicando o objetivo da SDO2 e consolidando o aprendizado da propriedade pelos licenciandos. Ademais, a SDO2 perpassou pela apresentação do principal conceito objetivado pelo professor, relacionado à “propriedade fundamental da equivalência”, abordando que a movimentação realizada pelo ponto P foi permitida devido a essa propriedade e, por isso, a área permaneceu a mesma, independentemente da sua localização.

Durante a resolução da SDO2 pelos licenciandos, também surgiram os conhecimentos prévios que abordaram caminhos diferentes, como pelo cálculo da área do triângulo e também pelo cálculo da área do trapézio, que foi apresentado na *Formulação*.

5.3.3 Experimentação SDO3

Dando início à aplicação da sequência didática, o docente disponibilizou a SDO3 pelo aplicativo de mensagens *WhatsApp*, para que os licenciandos em formação tivessem o suporte na visualização da figura construída no *software* GeoGebra. Pode-se observar o contato inicial dos participantes com o enunciado e as informações contidas nele, para que possam iniciar suas tentativas (FIGURA 61).

Figura 61 – Primeiro contato com a SDO3 por intermédio do enunciado e a visualização no GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal.

A partir desse contato, os licenciandos iniciaram as ações sobre o meio tirando informações relevantes com o intuito de construir suas estratégias. Conforme Galvez (1996, p. 28), “[...] nas situações de Ação as quais geram uma interação entre os alunos e o meio físico, os alunos devem tomar decisões que faltam para organizar sua atividade de resolução do problema formulado”. Diante disso, o pesquisador realizou alguns questionamentos ao grupo, como “quais as informações mais relevantes vocês conseguiram extrair do problema?”, com o propósito de saber quais são as tentativas iniciais em relação a SDO3. Com isso, o sujeito L5 apresentou o seguinte raciocínio ao grupo:

L5: Eu pensei da seguinte maneira: além do desenho dado, fazer outros desenhos com possibilidades para essa figura, porque o que ele dá na figura não é exatamente aquele que está desenhado no GeoGebra. Então, eu fiz uma figura com os dois segmentos

quase paralelos ou quase perpendiculares, meio que um trapézio ou a parte de dois centímetros, meio que para fora dos doze centímetros, aí eu estou vendo algumas possibilidades.

O professor continuou questionando os outros participantes em relação às informações relevantes retirada após a leitura do enunciado da SDO3. O L7, L6, L2 responderam da seguinte maneira:

L7: Professor, eu estava tentando pegar os pontos médios dados na figura, construir duas figuras semelhantes e utilizar a proporção para ver se consigo retirar algum dado relevante.

L6: Eu construí outra figura e estou tentando encontrar como que calculo a base média.

L2: Eu iniciei tentando construir alguma coisa dentro da figura mesmo, colocar alguma diagonal, mas não estou conseguindo ver.

Observou-se que cada estudante sugeriu uma proposta condizente com os dados obtidos da questão, o que se consubstancia com a etapa inicial da TSD, a *Ação*. Esses dados obtidos perpassaram pela construção da ideia intuitiva de cada licenciando, o que os levaram à escolha de um caminho que possa dar prosseguimento durante a resolução.

A partir das sugestões, iniciou-se uma discussão entre os licenciandos correspondente ao raciocínio de L2, o que indica a etapa de *Formulação*, que, segundo Brousseau (2010, p. 3), “[...] é uma situação que coloca pelo menos dois atores em contato com um meio”, e nessa situação, utilizou a estratégia relacionada a incluir uma diagonal com extremos no ponto $\overline{AC}$, dividindo o quadrilátero $ABCD$ em dois triângulos $\triangle ACB$ e $\triangle ADC$ (FIGURA 62). Desse modo, segue a discussão a seguir:

L2: Eu não sei se meu pensamento está correto, mas como está falando de ponto médio, não que tenha sido bem no meio, mas tentei redesenhar a figura e passei uma reta como se fosse do ponto A até o ponto C (FIGURA 62, SETA VERMELHA), isso me favoreceu criar um triângulo no meio. E esse triângulo eu chamei de $\triangle MPN$ (FIGURA 62, SETA AZUL), com isso eu tentei utilizar como se fosse dividindo por dois, por que é no meio, esse segmento que é o ponto $\overline{AB}$ que são 2 cm, dividindo por dois acabei encontrando o segmento $\overline{PN}$ que é 1 cm (FIGURA 62, SETA AMARELA)

L2: Só uma dúvida em relação ao pensamento da L6, qual a parte que ela encontrou de 1 cm?

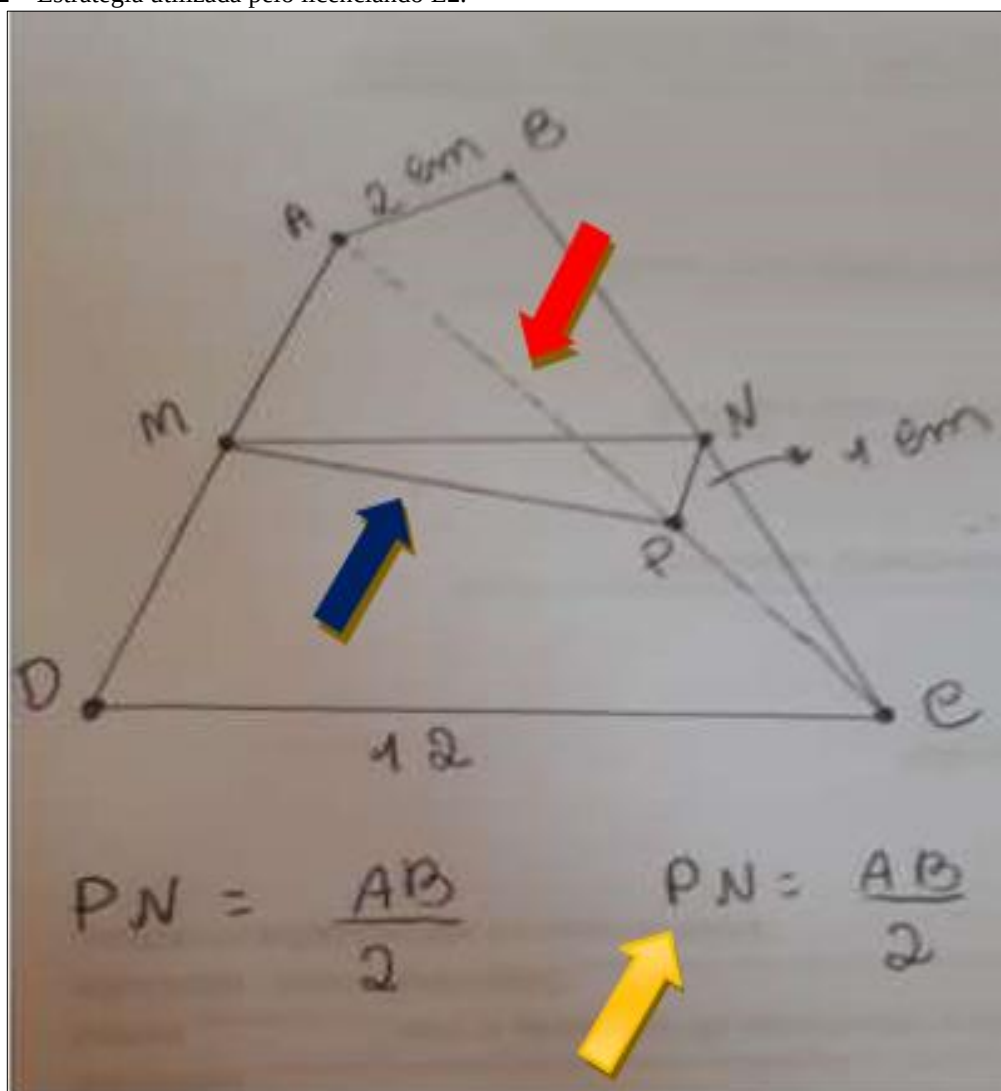
L6: Vou explicar novamente, eu redesenhei a figura, aí o ponto médio no está localizado no centro da figura? Eu desenhei uma reta que vai do ponto A até o C, não sei se você conseguiu entender?

L2: Aí no caso ficaria o triângulo $\triangle ACB$ e outro triângulo $\triangle ADC$. A partir disso, podemos utilizar a base média!

Utilizou-se a setas em cores diferentes para representar cada ação realizada pelo sujeito com propósito de identificar o leitor na discussão. Sendo assim, intuitivamente o licenciando

L2 relacionou o conceito da base média do triângulo com a metade do segmento $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, o que não estava errado, mas precisaria mostrar ao grupo como chegou a essa conclusão (FIGURA 62).

Figura 62 – Estratégia utilizada pelo licenciando L2.



Fonte: Arquivo pessoal.

A discussão de ambos os licenciandos foram baseadas na Figura 62, partindo da construção da diagonal $\overline{AC}$, que dividiu a figura em dois triângulos. Com isso, L6, construiu um triângulo $\triangle MPN$, no qual esses três pontos representavam os pontos médios dos segmentos $\overline{AD}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, respectivamente. De modo intuitivo, o licenciando L6 sugeriu a medida do segmento $\overline{PN}$ igual 1 cm, encontrado por intermédio da divisão do segmento $\overline{AB}$ por 2. A discussão baseada na Figura 62 continuou a seguir:

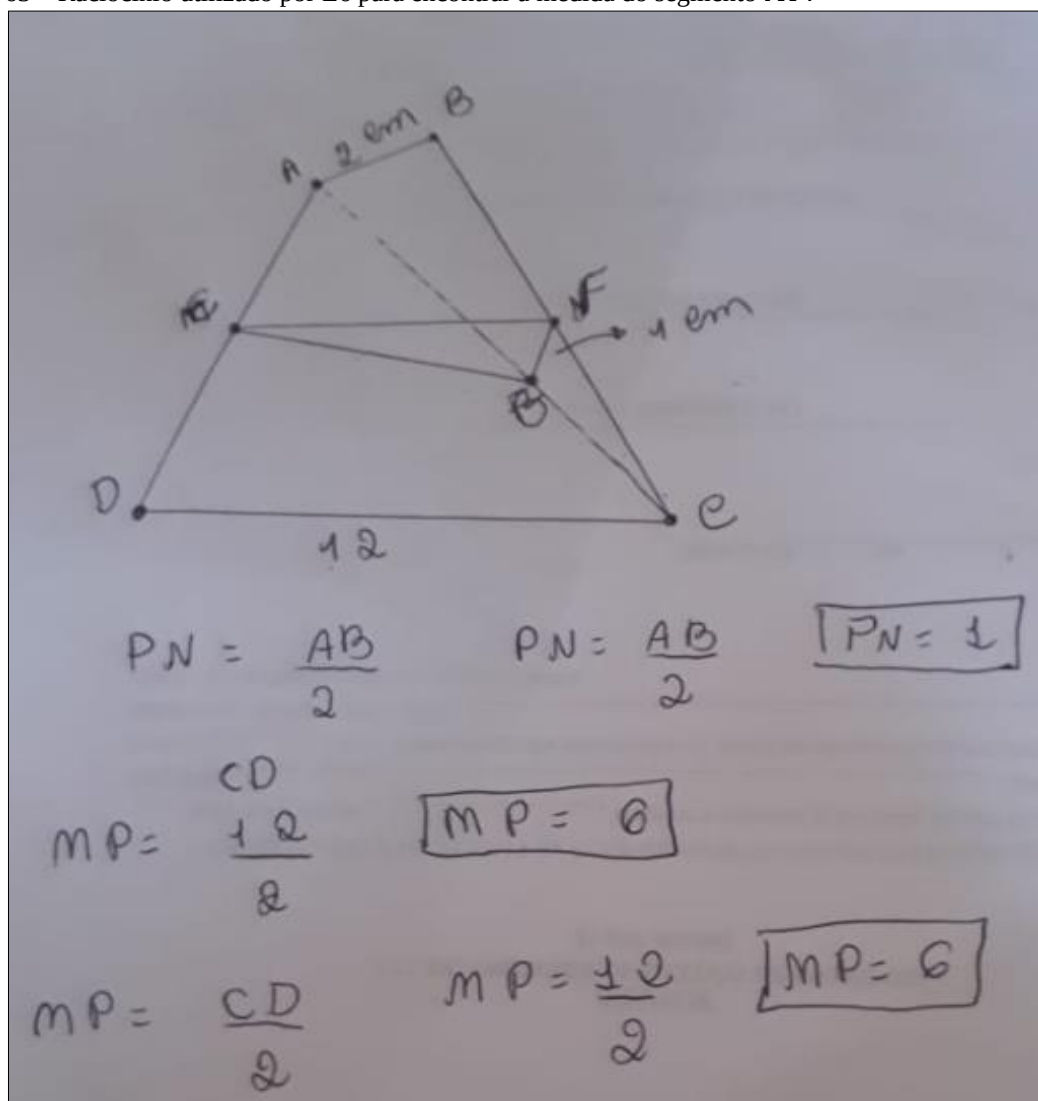
L2: No caso, esse M é como se fosse o ponto médio de $\overline{AD}$?

L6: Assim, eu ainda estou tentando formular alguns pensamentos, mas o intuito de colocar esse ponto médio M era para encontrar o ponto médio da figura! Esse 1 cm é a distância entre P e N.

L2: Por quê? Se esse M fosse o ponto médio de $\overline{AD}$, daria para encontrar a medida de $\overline{MP}$?

L6: Esse seria o meu próximo passo, eu ia realizar o mesmo pensamento utilizado para encontrar a medida de $\overline{PN}$. Esse tamanho $\overline{PM}$ ou $\overline{MN}$ eu ia tentar pela mesma maneira, por exemplo a distância de $\overline{PM}$ eu ia dividir por dois, por ser a metade de $\overline{DC} = 12$ e ia encontrar o valor de $\overline{MP} = 6$. Agora falta só formular o que tenho para encontrar o resultado final de $\overline{MN}$. (FIGURA 63)

Figura 63 – Raciocínio utilizado por L6 para encontrar a medida do segmento $\overline{MP}$.



Fonte: Arquivo pessoal.

Observou-se que, a partir da discussão todos os professores em formação, eles foram obtendo mais dados que se aproximaram do próximo passo, ou seja, o encontro da medida do segmento $\overline{MN}$. Para isso, faltaram alguns detalhes de entendimento para lapidarem as informações e chegarem a uma conclusão sobre a solução final da SDO3. O professor seguiu questionando os participantes sobre as informações, por exemplo se eles tinham alguma ideia

que poderia contribuir com seu colega e assim construir uma estratégia sólida matematicamente:

Professor: Alguma ideia que possa juntar-se ao pensamento de L2?

L2: Eu parei no desenho, porque eu estava tentando imaginar esse M como sendo ponto médio de $\overline{AD}$ e esse P como ponto médio de $\overline{AC}$, mas não estou conseguindo provar!

L6: Eu parei também quando consegui encontrar o valor desse $\overline{MP} = 6$ (FIGURA 63), mas esse que está pedindo MN, ele não é paralelo ao lado DC, então o mesmo valor de $\overline{MN}$ não vai ser o mesmo valor de $\overline{MP}$! Então, eu estou analisando como irei encontrar o valor de $\overline{MN}$!

O professor segue questionando os licenciandos com o propósito de tirar deles mais informações, estimulando-os na obtenção de conhecimentos prévios que possam vir contribuir para a resolução do PO.

Professor: Então, até agora você encontrou o valor de $\overline{PN} = 1\text{ cm}$ e o valor de $\overline{MP} = 6\text{ cm}$?

L6: Sim! Seguindo a ideia de que seja o ponto médio. Eu peguei o segmento $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, dividi por dois e encontrei $\overline{MP} = 6\text{ cm}$. O segmento $\overline{MN}$ vai ser um resultado diferente de $\overline{MP}$ por não ser paralelo a $\overline{CD}$. E mesmo assim, nas opções do problema não tem 6 como resposta!

L2: Mas observe, L6, que a pergunta não quer o valor exato, mas sim que pode ser representado!

L2: Me tire aqui algumas dúvidas em relação ao seu raciocínio, L6. Então você assumiu o M como ponto médio de $\overline{AD}$ e o ponto P como médio de $\overline{AC}$, foi isso?

L6: Eu pensei como se fossem dois triângulos, o primeiro ele vai utilizar a medida de $\overline{AB} = 2\text{ cm}$, o outro vai utilizar a medida de $\overline{CD} = 12\text{ cm}$. Aí fazendo a média entre os dois eu encontrei o 1 cm e o 6 cm. Professor, você não pode interferir né?

Questionado pelo estudante se seria possível interferir na situação adidática, o professor respondeu apenas mostrando que o caminho que eles seguiam estava correto, como também recomendando a releitura do enunciado e as informações contidas nele, uma vez que poderia ajudá-los no decorrer da solução.

Professor: Vocês estão indo no caminho correto.

L6: Eu queria saber se meu raciocínio está correto?

Professor: De acordo com L2, você considerou o ponto M, como ponto médio do segmento $\overline{AD}$, é isso que ela está tentando lhe explicar!

L2: É isso mesmo, porque se esse M for o ponto médio do segmento $\overline{AD}$, se esse P for o ponto médio do segmento $\overline{AC}$ e se esse 1 cm for realmente o valor de $\overline{PN}$, então o valor, dentre as outras alternativas, estará dentro do intervalo!

L6: Então seria um intervalo que vai entre o 1 mais 6 (1+6), é isso que você está dizendo? Ou 1 menos 6 (1-6)?

L2: Mas isso só pode acontecer se afirmar que o ponto M e P são pontos médios dos dois segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{AC}$, respectivamente!

Professor: Mas de acordo com o enunciado, ele afirma que os pontos M e N são pontos médios!

L6: Exatamente, eu fui utilizando o que tinha de dados na questão!

L2: Professor, diante dessas informações, eu poderia confirmar um valor exato para o valor de $\overline{MN}$?

Professor: No caso, o enunciado não está pedindo um valor exato, mas sim aproximado ou que pode ser representado!

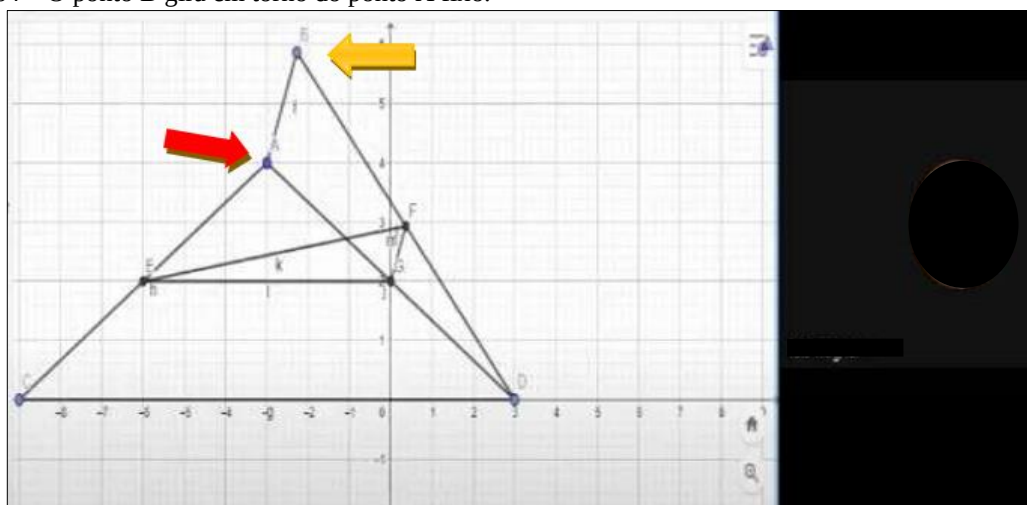
As discussões apresentaram dados relevantes para a resolução da SDO3, mas não chegaram a uma conclusão formal, ou seja, utilizando uma linguagem matemática que possibilitassem uma prova. O professor questionou os outros participantes se eles, a partir das discussões, conseguiram compilar informações importantes para contribuir com os colegas.

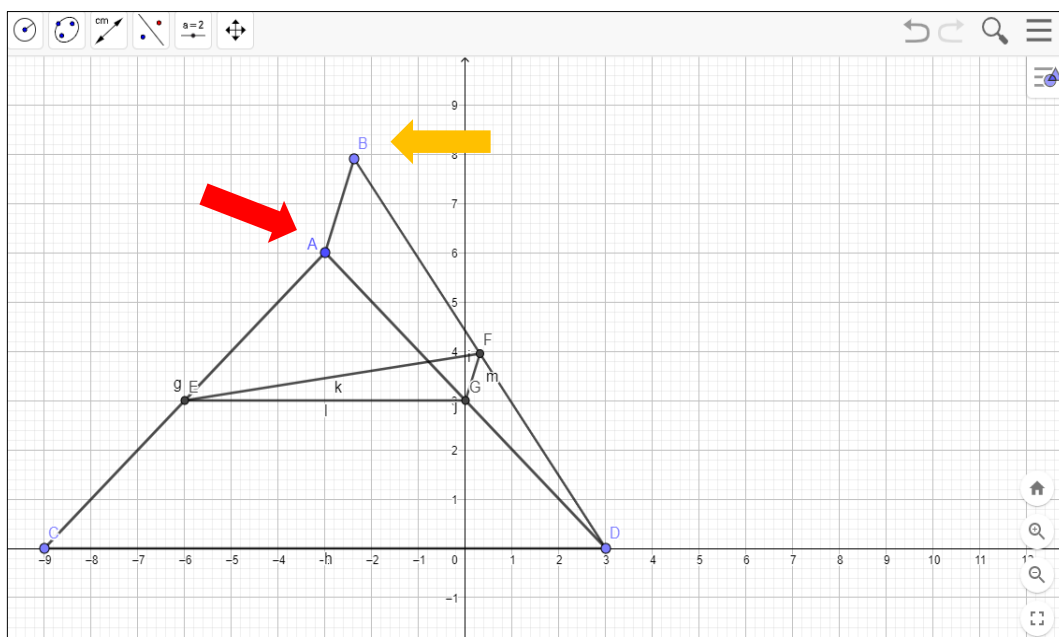
O licenciando L5 apresentou a sua proposta utilizando o *software* GeoGebra, mostrando aos seus colegas que a medida do segmento procurado não poderia ser maior do que 7 cm. Essa proposta foi apresentada a partir da construção de uma nova figura, na qual o ponto B movimentou-se ao redor do ponto A, que continuou fixo. Essa dedução foi explicada por ele a partir da tela de apresentação do *Google Meet* (FIGURAS 64, 65 e 66).

L5: O que eu fiz foi: mantive o ponto A (seta vermelha) fixo e vou ficar girando o ponto B (seta amarela) em torno do ponto A para percebermos algumas possibilidades da medida do segmento que estamos procurando (FIGURA 63).

Mostramos duas figuras semelhantes como possibilidade de ter uma melhor visualização das ações realizadas pelos licenciandos em formação. Essa duplicação acontece nas Figuras 64, 65 e 66.

Figura 64 – O ponto B gira em torno do ponto A fixo.



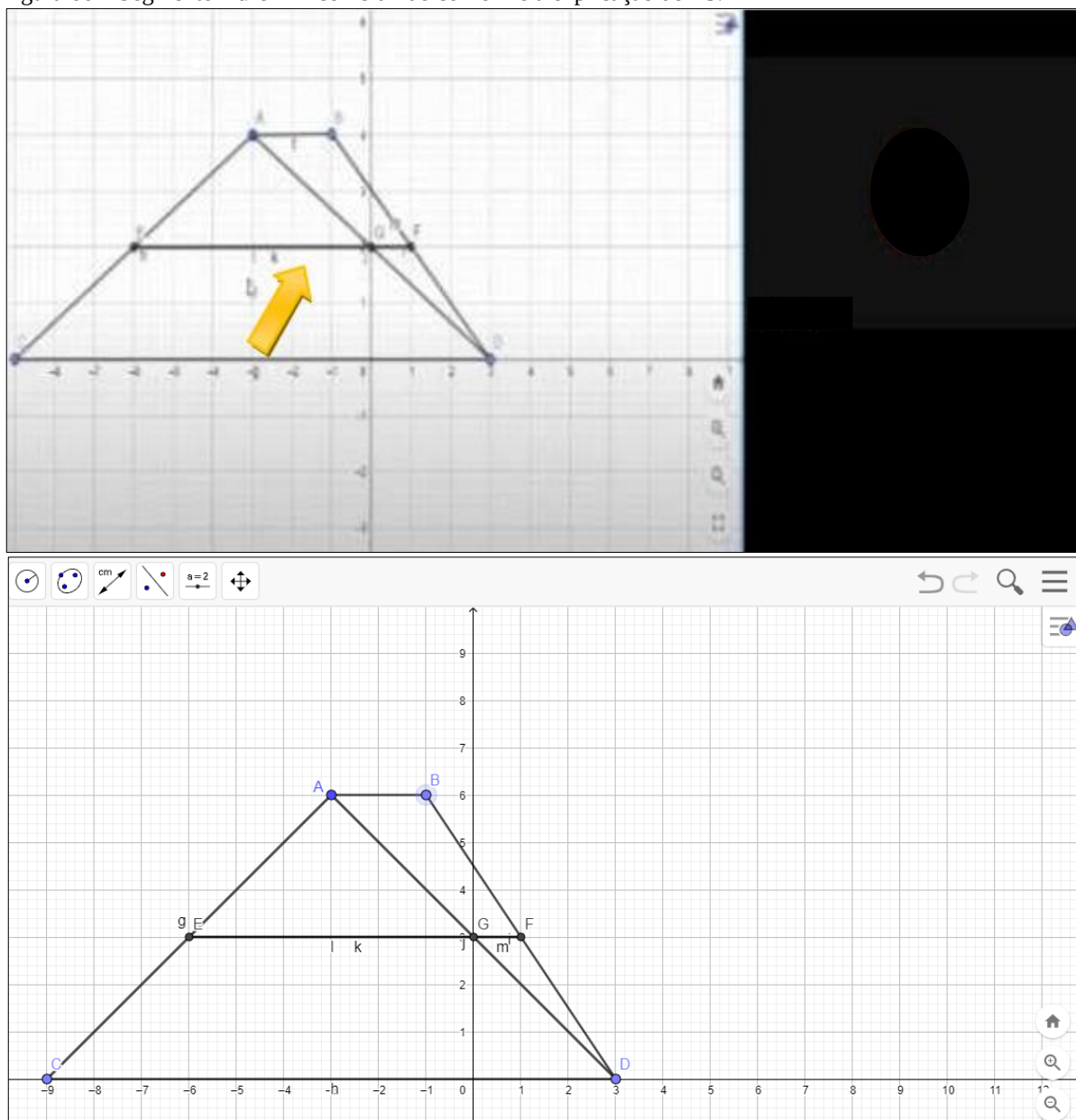


Fonte: Arquivo pessoal.

L5: O que é que acontece, quando o B chega há um certo ponto que a reta $\overline{BD}$ coincide sobre a reta $\overline{AD}$, a figura não pode ser considerada um polígono convexo (FIGURA 64), então eu posso desconsiderar todas as posições do ponto B que coincide com as outras retas do quadrilátero. Então quando os segmentos $\overline{EG}$ e $\overline{EF}$ coincidem, como vocês, L2 e L6, sugeriram o valor de 1 cm e 6 cm, respectivamente, o máximo valor que o segmento poderá obter é 7 (FIGURA 65). Mas como o problema não quer que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ sejam paralelos o valor terá que ser menor que 7.

Após movimentar o ponto B em relação ao ponto A, o licenciando tirou várias conclusões sobre a medida do segmento a ser encontrado. A primeira conclusão foi que, ao girar o ponto B e esse ponto chegar ao um momento em que a reta $\overline{BD}$ e a reta $\overline{AD}$ coincidem, o polígono deixaria de ser um quadrilátero convexo, ou seja, as medidas não valeriam para essa construção (FIGURA 65).

Figura 66 – Segmento $\overline{EG}$ e $\overline{EF}$ coincidindo conforme a explicação do L5.



Fonte: Arquivo pessoal.

Observou-se a explicação do licenciando L5 em relação ao valor máximo pelo qual o segmento $\overline{MN}$ (FIGURA 66) pode ser representado, expondo sua ideia aos demais colegas por intermédio do *software* GeoGebra.

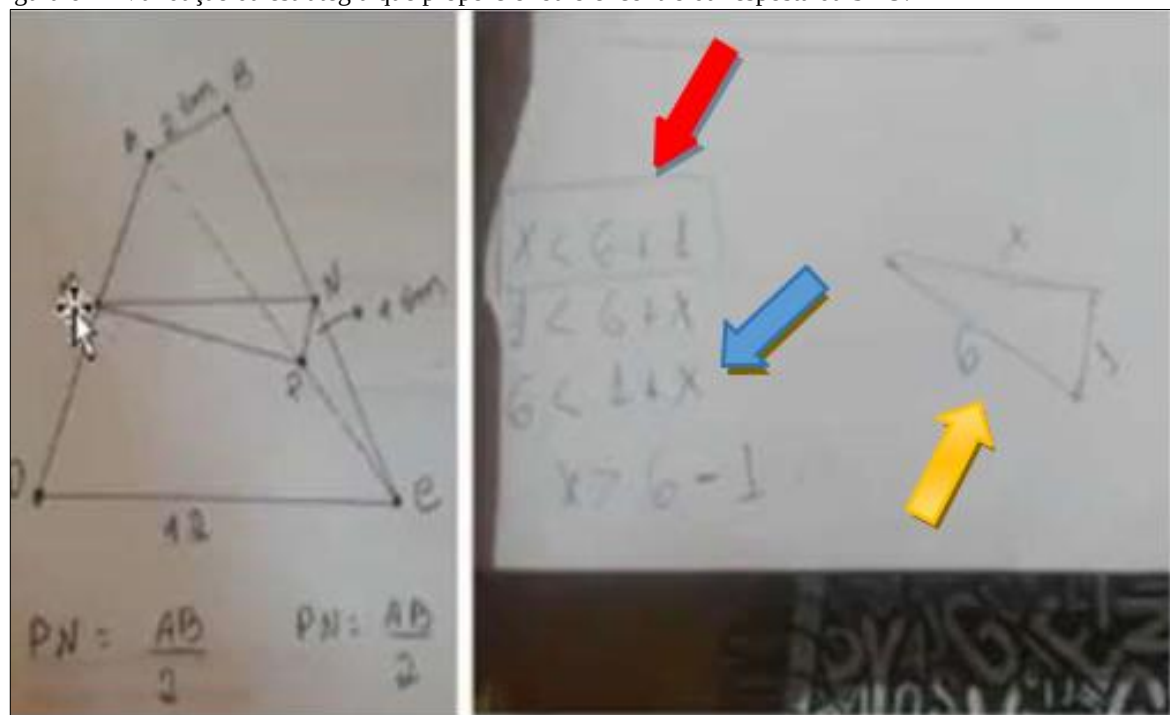
A partir do momento que os licenciandos organizaram as informações mais relevantes formuladas na etapa anterior, abordando uma linguagem matemática formal com o objetivo de validar as conjecturas construídas, estabeleceu-se a etapa de validação, que segundo Brousseau (2010, p. 4), “[...] é uma situação cuja solução requer que os atores estabeleçam juntos a validade do conhecimento característico dessa situação”.

Desse modo, juntando as informações apresentadas durante as etapas anteriores, a aluna L2 chegou à solução final, validando as estratégias encontradas e observando os dados abordados pelos colegas.

L2: Bom, juntando as informações da colega L6, que dizia que o valor $\overline{PN} = 1\text{ cm}$ e $\overline{MP} = 6\text{ cm}$, encontrado utilizando a base média, temos que, com essas medidas, eu posso construir o triângulo $\triangle MNP$ cujas medidas são 6, 1 e x (FIGURA 67, seta amarela). Desse modo, eu posso utilizar a condição de existência do triângulo, então o lado que eu chamei de x teria que ser menor do que seis mais um ($x < 6+1$), o um (1) menor do que a soma de seis mais x ($1 < 6+x$) e o seis menor que um mais x ($6 < 1+x$).

Então, no primeiro caso, sabemos que x tem que ser menor do que 6 mais 1 (FIGURA 67, seta vermelha) e pegando o terceiro caso, quando isolo o x , eu obtenho x maior do que seis menos um ($x > 6 - 1$). Ou seja, o valor de x tem que estar entre 5 e 7, concluindo que a resposta aproximada, de acordo com os itens do problema, é 6,5.

Figura 67 – Validação da estratégia que proporcionou o encontro da resposta da SDO.



Fonte: Arquivo pessoal.

Após a explicação e validação da solução pelos licenciandos, o pesquisador retomou seu lugar como protagonista, indagando aos estudantes se ficou alguma dúvida em relação à explicação do colega. Esse momento se consolida como a etapa de institucionalização, que segundo Almouloud (2007 p. 40), define-se “[...] como aquela em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”.

Desse modo, o professor explicou quais conceitos foram utilizados na SDO3 dando ênfase para o teorema da base média, o que proporcionou que os participantes encontrassem a

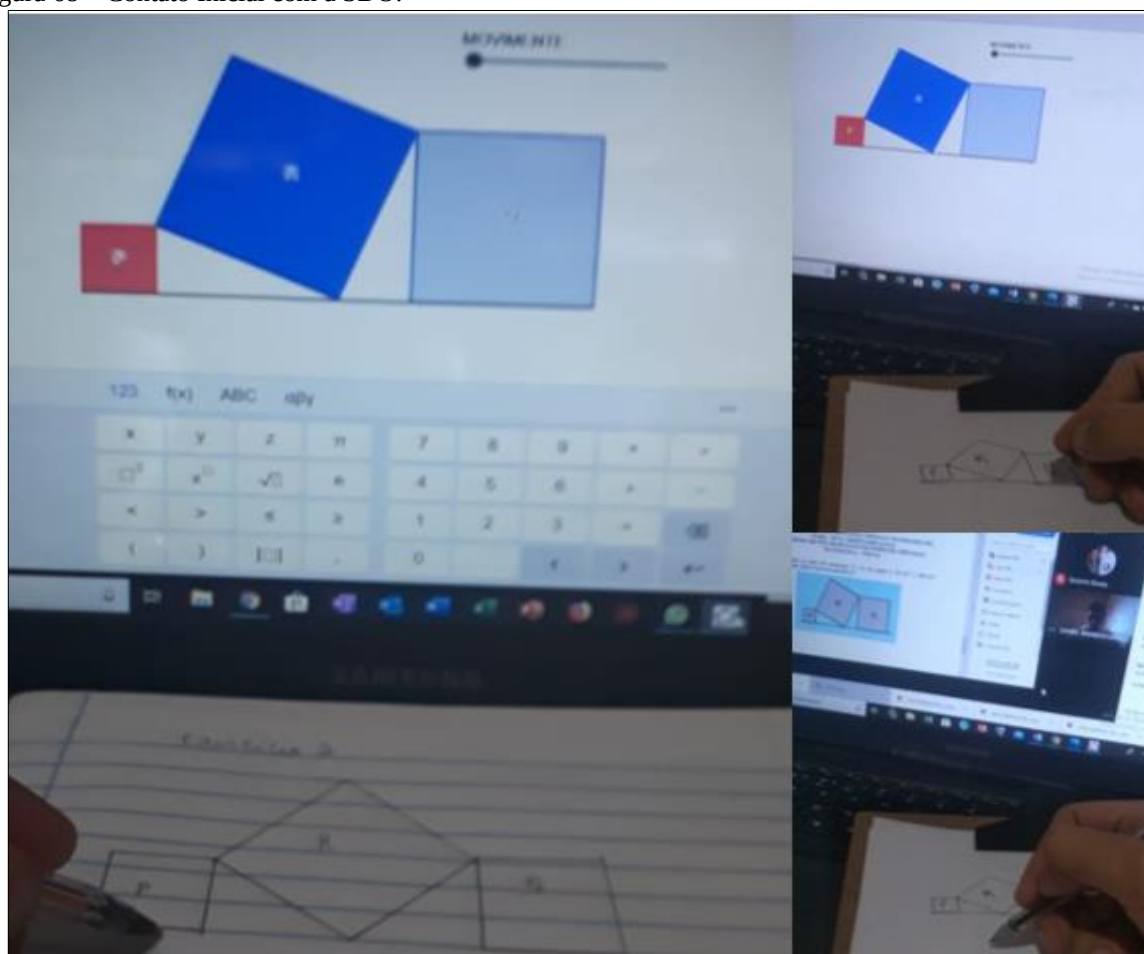
medidas dos segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{PN}$, dando possibilidade da construção do triângulo ΔPMN . Com essas informações obtidas, puderam chegar a outro conceito como a condição de existência de um triângulo, levando-os ao resultado final.

5.3.4 Experimentação SDO4

Antes de iniciar a resolução da SDO4, o pesquisador pediu a todos os participantes para não utilizarem o *software* GeoGebra. Esse pedido foi para realizar, após a aplicação, uma comparação entre a resolução com o uso do *software* GeoGebra e sem o uso dessa ferramenta.

O professor disponibilizou aos licenciandos em formação a construção no *software* GeoGebra pelo aplicativo de mensagens *WhatsApp* para terem acesso tanto pelo computador, como pelo celular. O primeiro contato com a SDO4 pode ser representado pela Figura 68.

Figura 68 – Contato Inicial com a SDO.



Fonte: Arquivo pessoal.

Após esse contato com a SDO4, os professores realizaram suas tentativas iniciais com o objetivo de identificar estratégias que poderiam levá-los a uma estratégia contundente. Alves

e Dias (2018, p. 107) destacam que “[...] os alunos manifestam uma ação em situação, na condição em que a situação problema manifeste um sentido e desperta o interesse dos mesmos”, esse momento denomina-se, baseado na TSD, como a etapa de *Ação*.

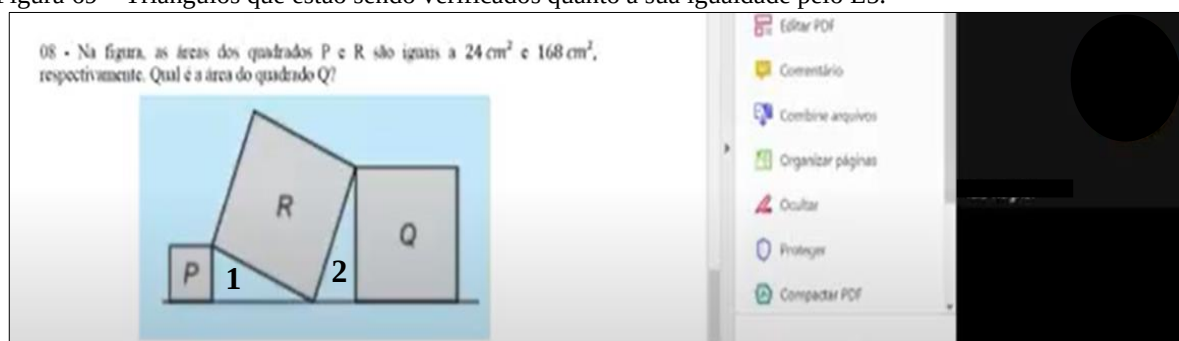
Diante disso, o pesquisador começa a indagá-los, com perguntas referentes à compreensão inicial do problema e sobre quais informações relevantes foram retiradas dessa em relação à leitura do enunciado.

Pesquisador: Alguém já iniciou alguma estratégia em relação a SDO?

L5: De início, eu estou tentando identificar se os dois triângulos (conforme o estudante, o que está em pé e outro que está deitado) presentes na figura são iguais. Se forem iguais, dá para desenvolver alguma coisa (FIGURA 69).

L7: Eu também estou utilizando a mesma coisa, se eu não me engano, temos que tentar provar pelos ângulos.

Figura 69 – Triângulos que estão sendo verificados quanto a sua igualdade pelo L5.



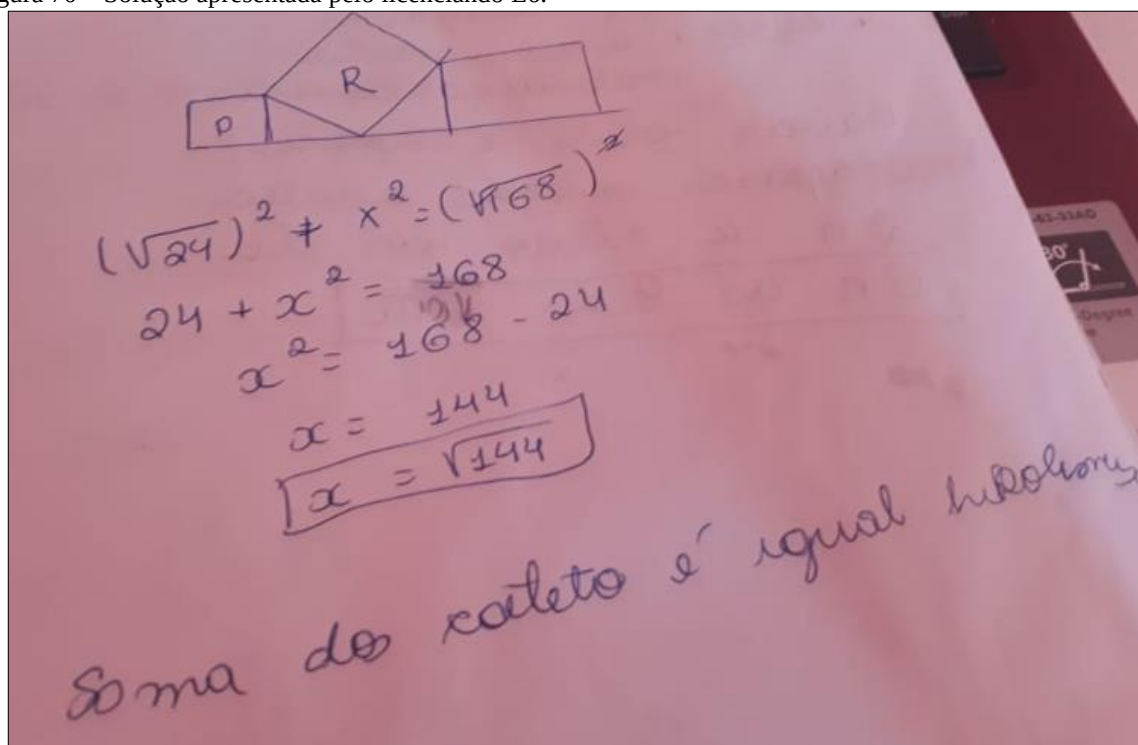
Fonte: Arquivo pessoal.

Com isso, as sugestões apresentadas pelos estudantes L5 e L7 utilizaram o conceito de semelhança de triângulos, com o propósito de verificar a igualdade dos segmentos dos triângulos 1 e 2. No entanto, para dar prosseguimento à construção do raciocínio, ambos necessitaram demonstrar formalmente a igualdade dos triângulos que estavam presentes na figura, conforme apresentado nos diálogos anteriores.

Além dessa proposta, outro licenciando, L6, sugeriu uma estratégia diferente ao grupo, relacionada à utilização do teorema de Pitágoras.

L6: Não sei se está correto, mas eu já tive um pensamento aqui! Eu observando a figura, a primeira coisa que me veio à cabeça foi o teorema de Pitágoras. Os quadrados têm características do teorema de Pitágoras em relação a sua demonstração, que fala que a soma dos quadrados dos catetos é igual a quadrado da hipotenusa. Sabendo disso, eu apenas apliquei na fórmula do teorema de Pitágoras (FIGURA 70)

Figura 70 – Solução apresentada pelo licenciando L6.



Fonte: Arquivo pessoal.

Conforme apresentado (FIGURA 70), o L6, intuitivamente, sugeriu o teorema de Pitágoras chegando a um resultado, contudo não demonstrou e justificou como se chegou a esse entendimento, quando relacionou que essa estrutura que os quadrados se encontram é a demonstração clássica do teorema de Pitágoras. Desse modo, surgem alguns questionamentos dos colegas em relação a essa prova, perguntas de como foi comprovada essa ideia.

L7: Só um questionamento ao L6, por que ela utilizou o teorema de Pitágoras pressupondo que os dois triângulos contidos na figura são congruentes, então como foi que você comprovou isso?

L6: Na verdade eu não provei, apenas visualizando, deduzi que fosse a demonstração do teorema de Pitágoras, aí eu simplesmente apliquei na fórmula. Eu estou compartilhando com vocês a minha ideia, ainda não estou atribuindo como correto!

Professor: Então, L7, ainda falta o L6 comprovar que esses dois triângulos são congruentes, e você tem como comprovar?

L7: O pensamento dela está correto, mas o único obstáculo é o L6 provar! Eu consegui provar!

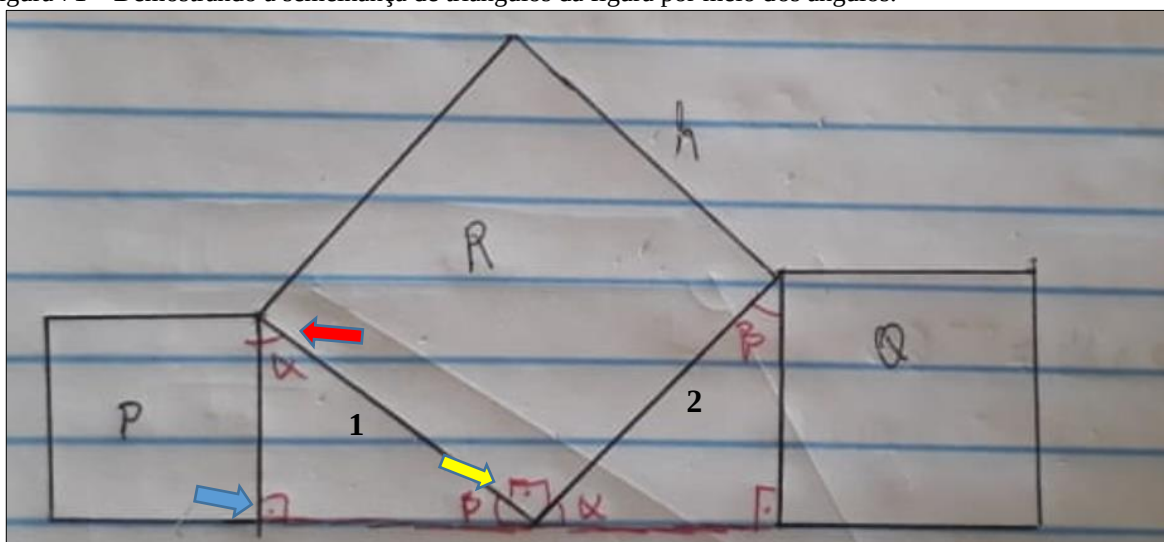
Professor: Então mostre para turma como você conseguiu!

Esse momento de discussão em relação à SDO entre dois ou mais alunos perpassa pela etapa de *Formulação*. Nessa etapa, ocorre a troca de informação entre “[...] o aluno e o milieu, com a utilização de uma linguagem mais adequada, sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal”. De um certo modo, quando essas etapas são bem construídas e discutidas se chega a uma conclusão contundente, que é o momento da validação, em que os

alunos mostram a veracidade e a comprovação da propriedade ou teorema em questão, com o objetivo de chegar no uso de uma matemática formalizada.

Portanto, na etapa de *Validação* da SDO, prova-se o que foi construído durante as etapas anteriores e com o propósito de convencer os sujeitos, ou seja, nesse momento “[...] os alunos devem elaborar provas para demonstrá-las. Não basta a comprovação empírica que o dizem que é certo; é preciso explicar, que necessariamente, deve ser assim” (GALVEZ, 1996, p. 29). Dessa forma, a prova do que pensou a L6 foi comprovada por outro colega, o L7, utilizando a semelhança de triângulo, provando a congruência de todos os ângulos internos dos triângulos 1 e 2 (FIGURA 71).

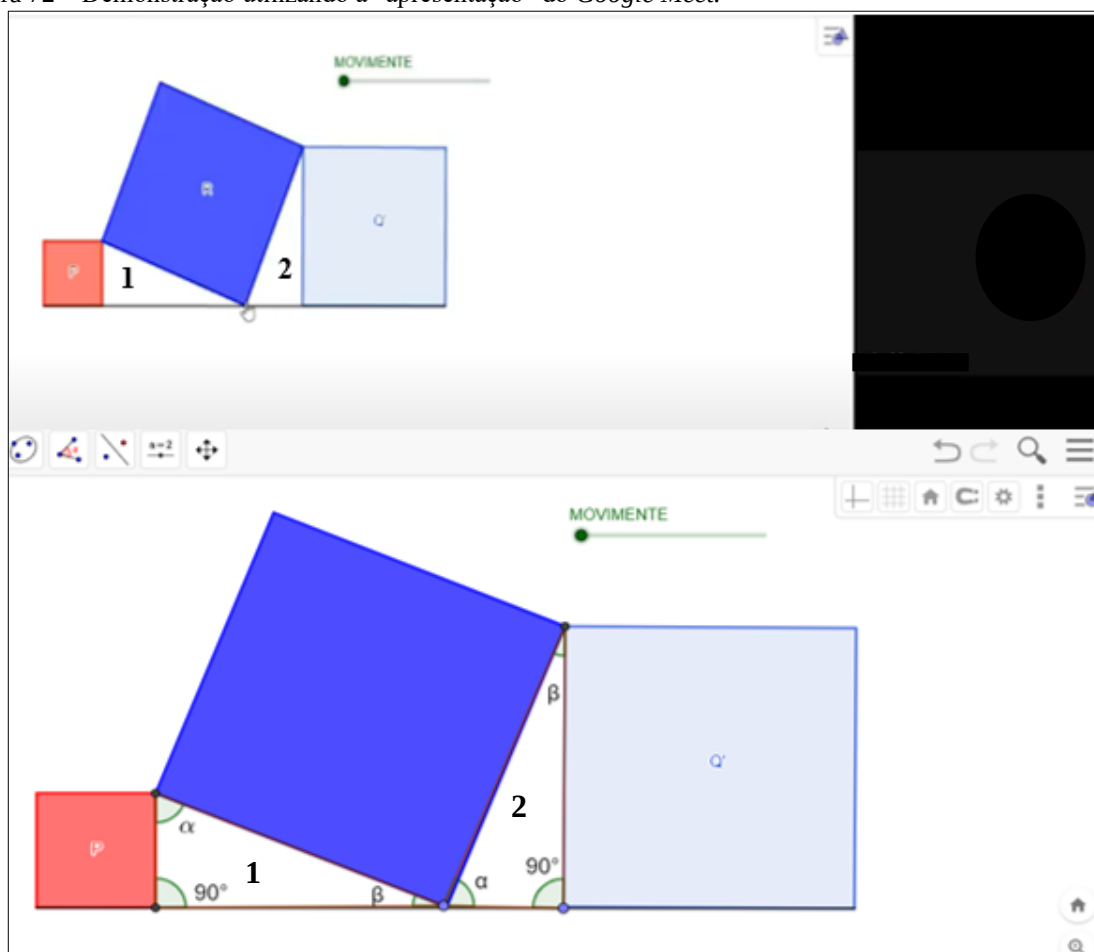
Figura 71 – Demonstrando a semelhança de triângulos da figura por meio dos ângulos.



Fonte: Arquivo pessoal.

A figura acima representa a escrita apresentada pelo licenciando L7 na folha de papel, identificando os ângulos do triângulo por α (seta vermelha), β (seta amarela) e o ângulo de 90° (seta azul). A seguir, foi apresentada pela plataforma *Google Meet*, a demonstração utilizando o *software GeoGebra* (FIGURA 72).

Figura 72 – Demonstração utilizando a “apresentação” do *Google Meet*.



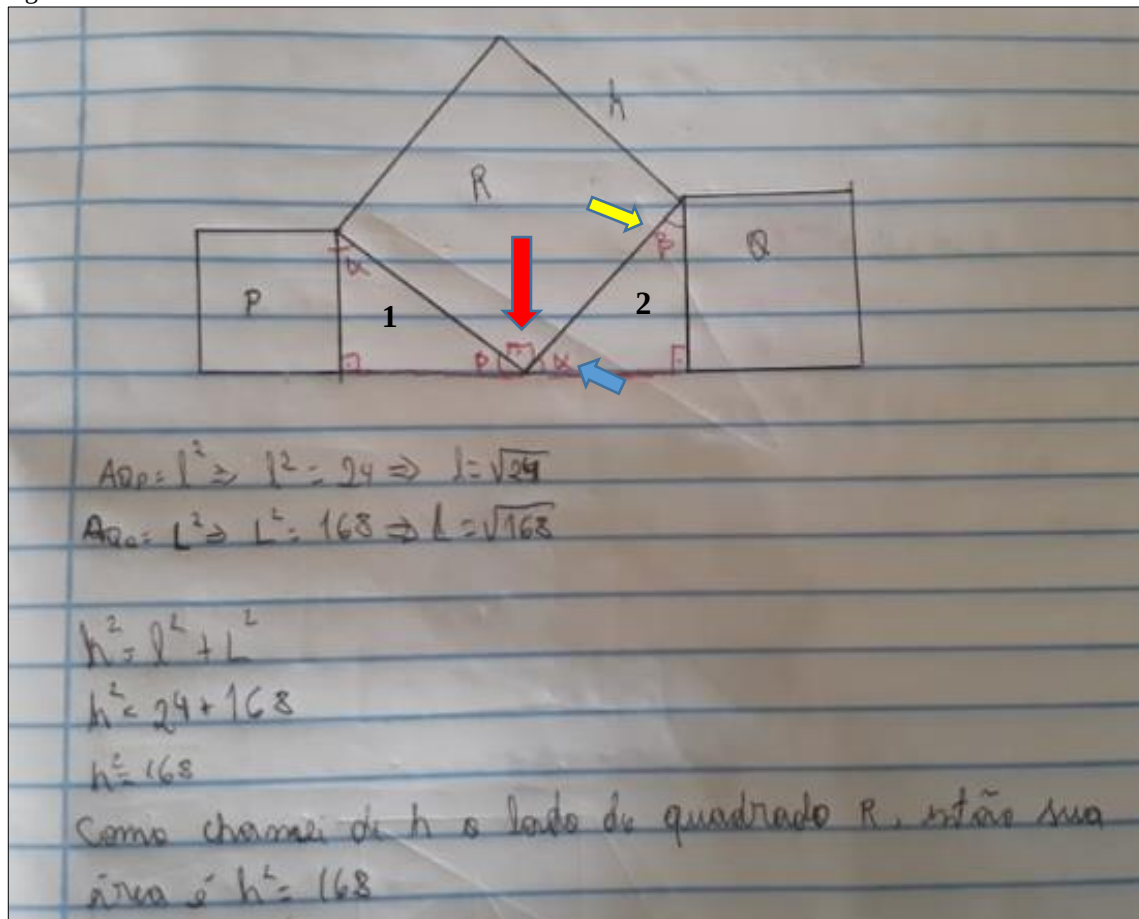
Fonte: Arquivo pessoal.

Depois de ter identificado os ângulos (FIGURA 71), o aluno demonstrou, por meio da congruência de ângulos, a semelhança entre os triângulos 1 e 2 para que formalmente pudesse aplicar o teorema de Pitágoras. De acordo com o L7, observando os ângulos, ele identificou que o ângulo marcado pela seta vermelha é um ângulo raso (180°) (FIGURA 72). Isso acontece porque o triângulo 1 tem os ângulos $\alpha + \beta = 90^\circ$ e, como o triângulo é retângulo, consequentemente, o outro ângulo é 90° , totalizando 180° . Então devido ao ângulo do quadrado R ser 90° , para completar o ângulo raso faltam 90° , ou seja, o valor de $\alpha + \beta = 90^\circ$, o que consequentemente, $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$ (REPRESENTADO NA FIGURA 73 PELA SETA VERMELHA).

Com isso, falta apenas encontrar a medida do ângulo representada pela seta amarela na Figura 73 que comprova que os dois triângulos, 1 e 2, são semelhantes. Já que o ângulo identificado pela seta azul é α , logo o ângulo marcado pela seta amarela é β , mostrando, assim, a semelhança dos triângulos 1 e 2.

Depois dessa verificação, em relação à semelhança dos triângulos 1 e 2, é possível a aplicação do teorema de Pitágoras, utilizada intuitivamente pela L6, na etapa de formulação. A Figura 73 apresenta a solução final por completo da escrita utilizada pelo aluno L7 na resolução da SDO4.

Figura 73 – Solução final apresentada pelo Licenciando L7, depois de ter demonstrado a semelhança dos triângulos 1 e 2.



Fonte: Arquivo pessoal.

A noção de semelhança dos triângulos 1 e 2 para o uso do teorema de Pitágoras foi compreendida pelo licenciando L7, no entanto, este utilizou erroneamente a aplicação da expressão que representa o teorema. A solução da SDO foi observada e consertada junto aos outros colegas que perceberam o erro.

Nesse caso, é importante dar oportunidades para os sujeitos durante a resolução de um problema, mesmo que errando ou utilizando dados equivocados, o aluno consiga aprender a partir da visão dos colegas, o que se torna uma parte importante da validação.

Portanto, depois da vivência das etapas anteriores pelos licenciandos em formação inicial, na etapa de *Institucionalização*, foi o momento em que o professor abordou os conceitos

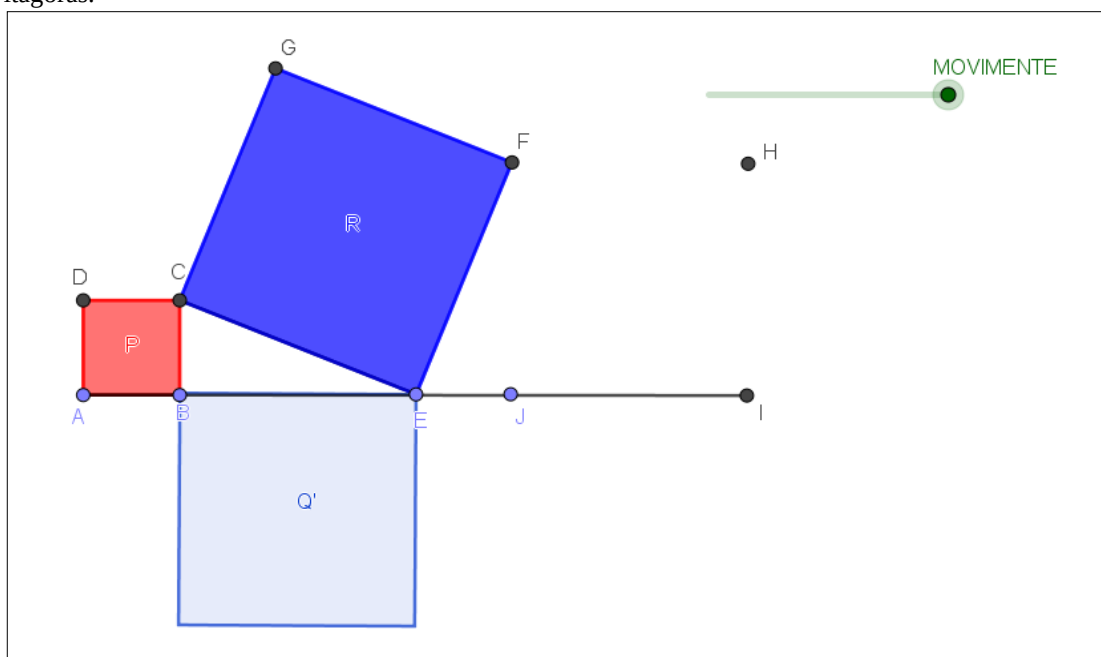
que foram explanados durante a resolução da SDO, explicando a necessidade de comprovar e convencer os colegas o porquê está utilizando determinada propriedade ou teorema. Nesse caso, para ser utilizado o teorema de Pitágoras, teria a necessidade de mostrar que os dois triângulos 1 e 2 eram semelhantes, o que ocorreu durante a discussão que levou ao resultado final.

Por fim, o professor incentivou os licenciandos a utilizarem o *software* GeoGebra, observando qual a percepção deles em relação ao uso dessa ferramenta em relação à resolução dessa SDO. Com isso, o L5 relatou da seguinte maneira:

L5: Utilizando o GeoGebra, por meio da figura construída, obtemos por intermédio do uso do controle deslizante, podemos observar a propriedade do teorema de Pitágoras, que tivemos que demonstrar durante a resolução da SDO. Sendo assim, poderíamos ir direto à aplicação da fórmula do teorema.

A movimentação que o L5 realizou possibilitou a visualização da demonstração clássica do teorema de Pitágoras geometricamente (FIGURA 74).

Figura 74 – Construção após a movimentação realizada pelo L5, conforme a demonstração clássica do teorema de Pitágoras.



Fonte: Arquivo pessoal.

Conforme previsto na análise *a priori*, a utilização do *software* GeoGebra possibilitou junto à movimentação, por intermédio do controle deslizante, a visualização desse teorema, o que facilitou o entendimento e a resolução dos sujeitos. Em relação à SDO4, esta foi aplicada diferentemente das outras SDO devido à utilização do *software* GeoGebra não estar disponível

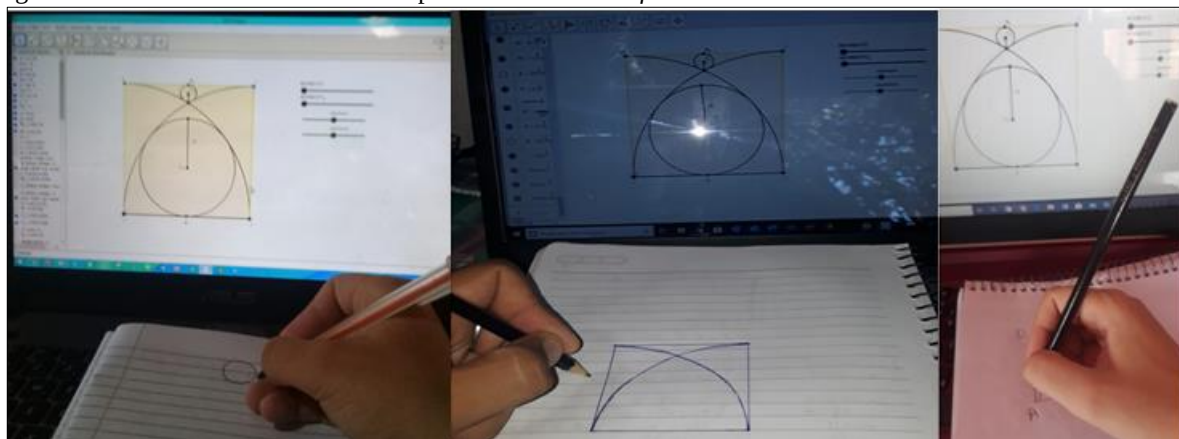
durante a resolução, mas sim por proporcionar uma visão ao aluno com o uso e o não uso dessa ferramenta. Sendo assim, observou-se duas visões diferentes relacionadas ao mesmo problema.

5.3.5 Experimentação SDO 5

A partir do momento que o professor disponibilizou a construção da figura presente na SDO5 pelo aplicativo de mensagens *WhatsApp*, os licenciandos em formação iniciaram um primeiro contato. Além da construção no *software* GeoGebra, eles também utilizaram caneta e papel para reproduzirem visualmente.

Esse primeiro contato (FIGURA 75) perpassou pela etapa de ação, da TSD, em que segundo Pommer (2013, p. 18), “[...] ocorrem interações do aluno com o ‘*milieu*’ (meio), onde o aluno reflete e simula tentativas para resolver o jogo ou problema, de modo a eleger um procedimento de resolução, dentro de um esquema de adaptação”.

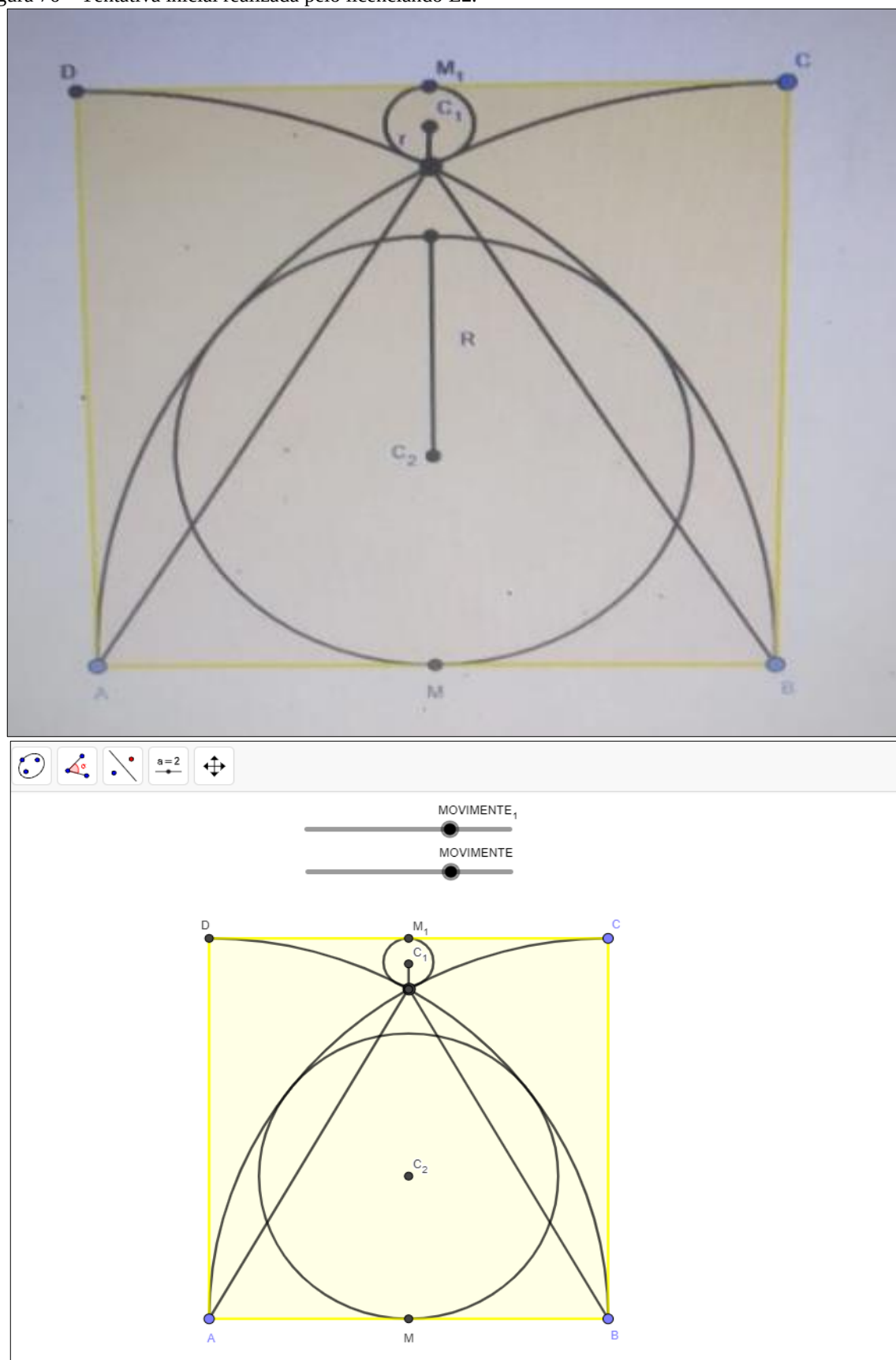
Figura 75 – Contato inicial com a SDO por intermédio do *software* GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal.

Após a leitura da SDO5, os licenciandos sentiram dificuldades em desenvolver estratégias que os levassem a uma formulação. Diante disso, o pesquisador estimulou os licenciandos a explorarem o *software* GeoGebra, realizando movimentos com os “controles deslizantes”. A partir dessas tentativas, a exploração do *software* foi apresentada pelos sujeitos as primeiras propostas (FIGURA 76).

Figura 76 – Tentativa inicial realizada pelo licenciando L2.



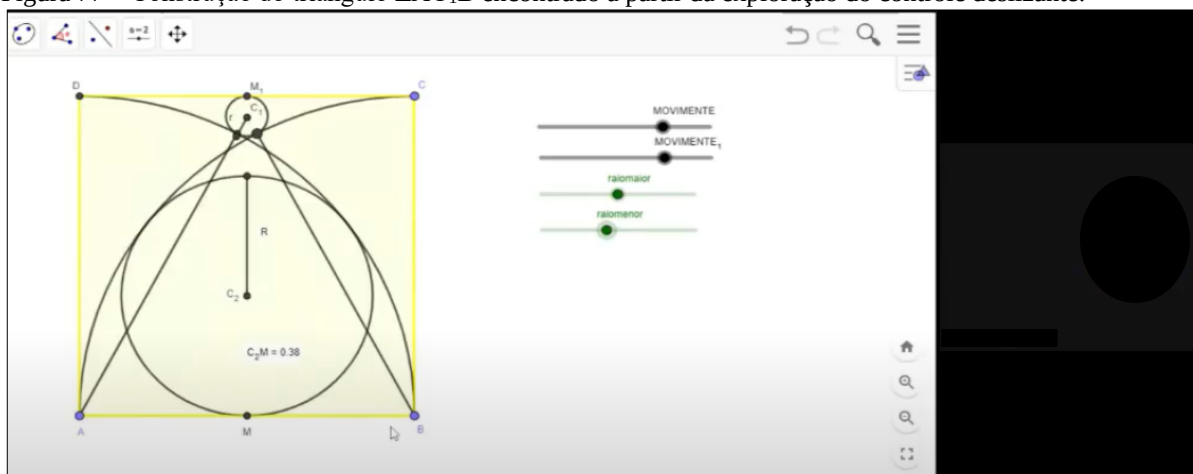
Fonte: Arquivo pessoal.

A proposta apresentada pelo L2 partiu da construção do triângulo formado pelo ponto A , o ponto B e o ponto de tangência entre as duas circunferências maior e a menor, a partir da movimentação dos “controles deslizantes”. Essa movimentação permitiu a construção de um triângulo equilátero de lado 1, que o levou a tentar encontrar a medida da altura desse triângulo equilátero para depois realizar a diferença do lado do quadrado com a altura desse triângulo. Durante a tentativa, o licenciando L2 encontrou dificuldades e acabou desistindo de prosseguir em frente.

A partir da apresentação dessa proposta, o licenciando L5 sugeriu a construção do triângulo até o ponto C_1 , que representa o centro da circunferência menor (FIGURA 77). Essas interações e observações de estratégias sugeridas pelos estudantes geraram um ambiente que possibilitou que os outros colegas identificassem elementos não percebidos pelo sujeito que está apresentando, levando uma construção da estratégia em grupo e formulação de uma estratégia mais sólida. Diante disso, o licenciando L5, juntando as informações coletadas pelo seu colega, apresentou de uma maneira mais organizada e contundente.

L5: Após a movimentação dos controles deslizantes, eu fiz um triângulo, representado pelo ponto ΔAC_1B , por que que fiz isso? A partir disso, eu vou saber que a base $\overline{AB}$ do triângulo vai ser 1 (pode ser confirmado pelo enunciado), o lado $\overline{AC_1}$ terá medida $1 + r$, como também o lado $\overline{BC_1}$ também será $1 + r$, desse modo, a altura do triângulo construído vai ser $1 - r$. (FIGURA 77).

Figura 77 – Construção do triângulo ΔAC_1B encontrado a partir da exploração do controle deslizante.

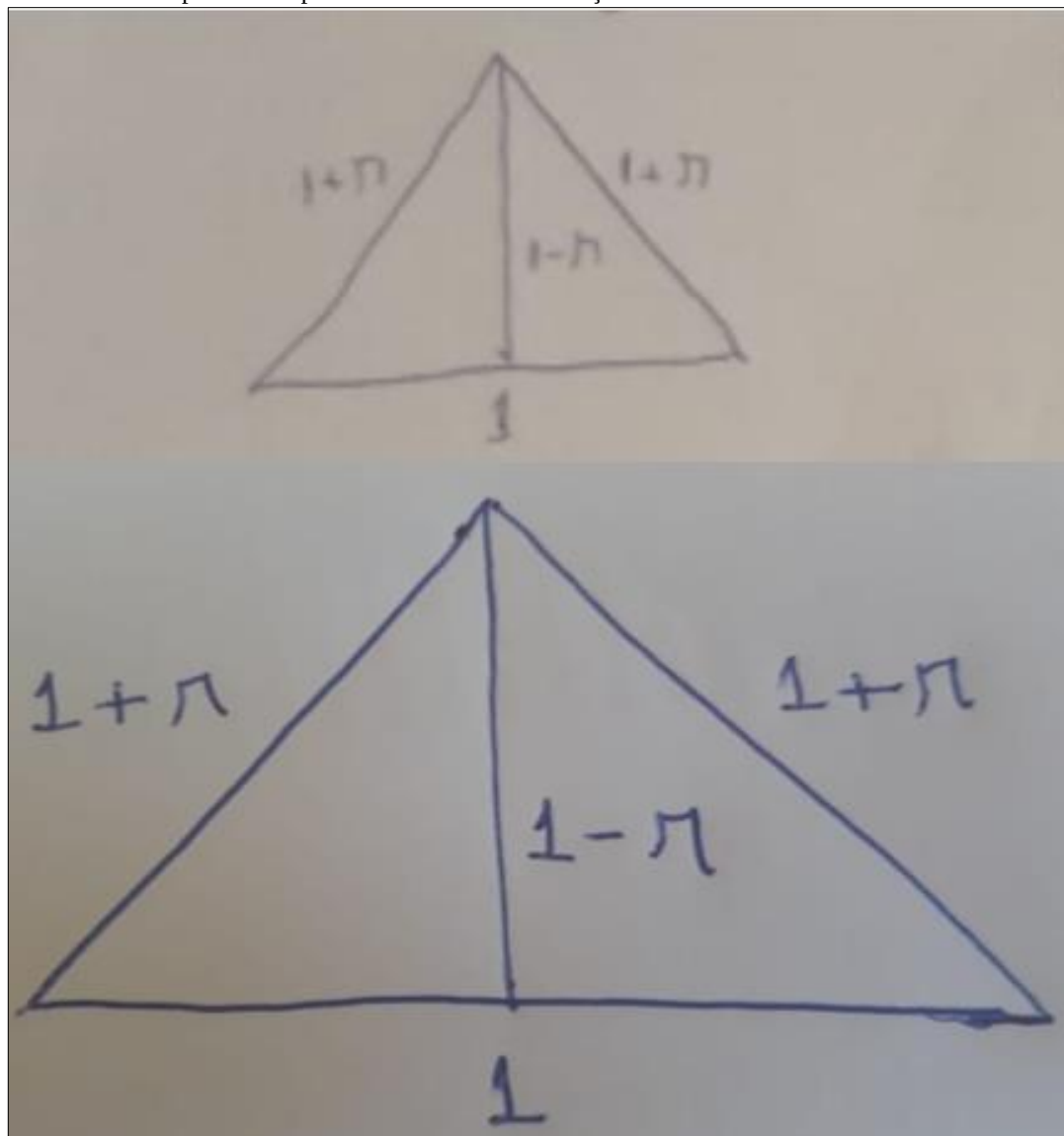


Fonte: Arquivo pessoal.

A partir dessas informações, o licenciando L5 percebeu a possibilidade de delimitar a altura do triângulo ΔAC_1B , para que este consiga, por meio dela, construir um triângulo retângulo em função do raio menor (r). Conforme o relato a seguir:

L5: Essa altura eu tive como base a altura do quadrado que é 1 menos raio menor (r) porque é a diferença do topo do triângulo até o topo do quadrado todo. Com isso, você divide no meio, construindo um triângulo retângulo que terá medida $\overline{AM} = \frac{1}{2}$, $\overline{AC}_1 = 1 + r$ e $\overline{MC}_1 = 1 - r$. Desse modo, utilizando o teorema de Pitágoras chegarei ao valor de r .

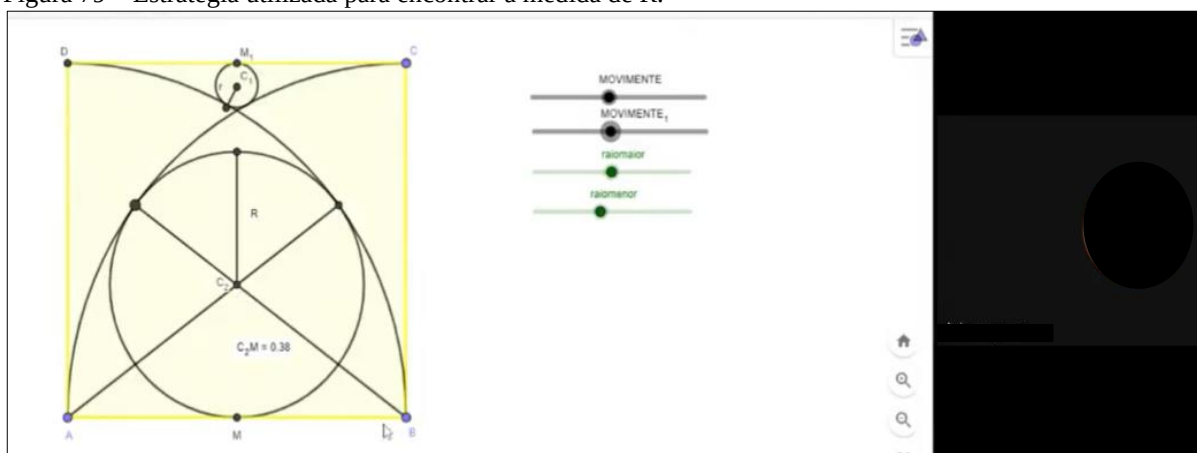
Figura 78 – Medidas apresentadas pelo licenciando L5 em função do r .



Fonte: Arquivo pessoal.

Após a estratégia que perspectivou encontrar a medida do raio menor (r), o mesmo estudante também apresentou a maneira utilizada para determinar a medida do raio maior (R) (FIGURA 79).

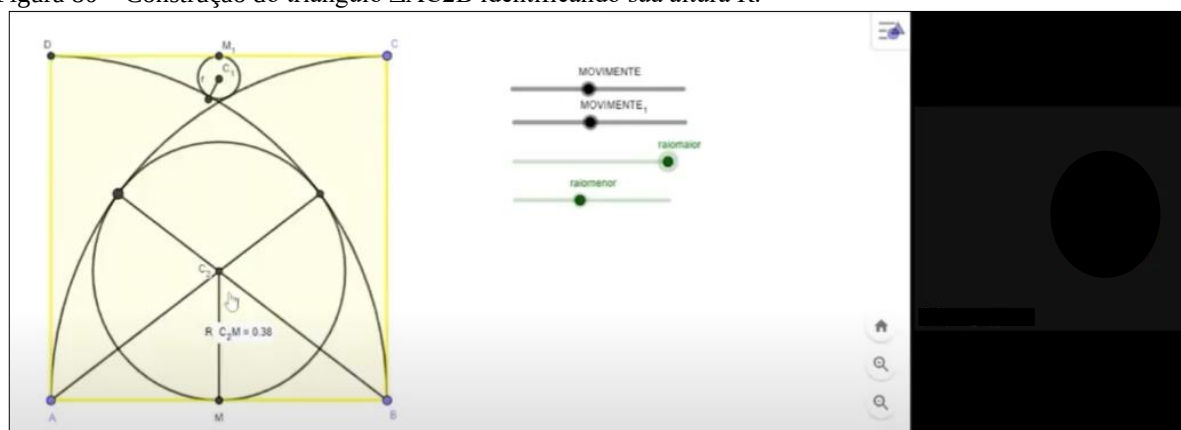
Figura 79 – Estratégia utilizada para encontrar a medida de R.



Fonte: Arquivo pessoal.

Novamente realizando a movimentação dos raios dos arcos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, fazendo com que os dois coincidisse com o C_2 , ou seja, o centro do círculo maior, isso proporcionou ao licenciando a construção do triângulo ΔAC_2B . Com essa construção, o L5 percebeu que a altura desse triângulo é a medida do raio maior (R), além disso, também percebeu que a medida do segmento $\overline{AC_2}$ é $1 - R$ e o segmento $\overline{AM} = \frac{1}{2}$, formando um triângulo retângulo ΔAC_2M em função de R (FIGURA 80).

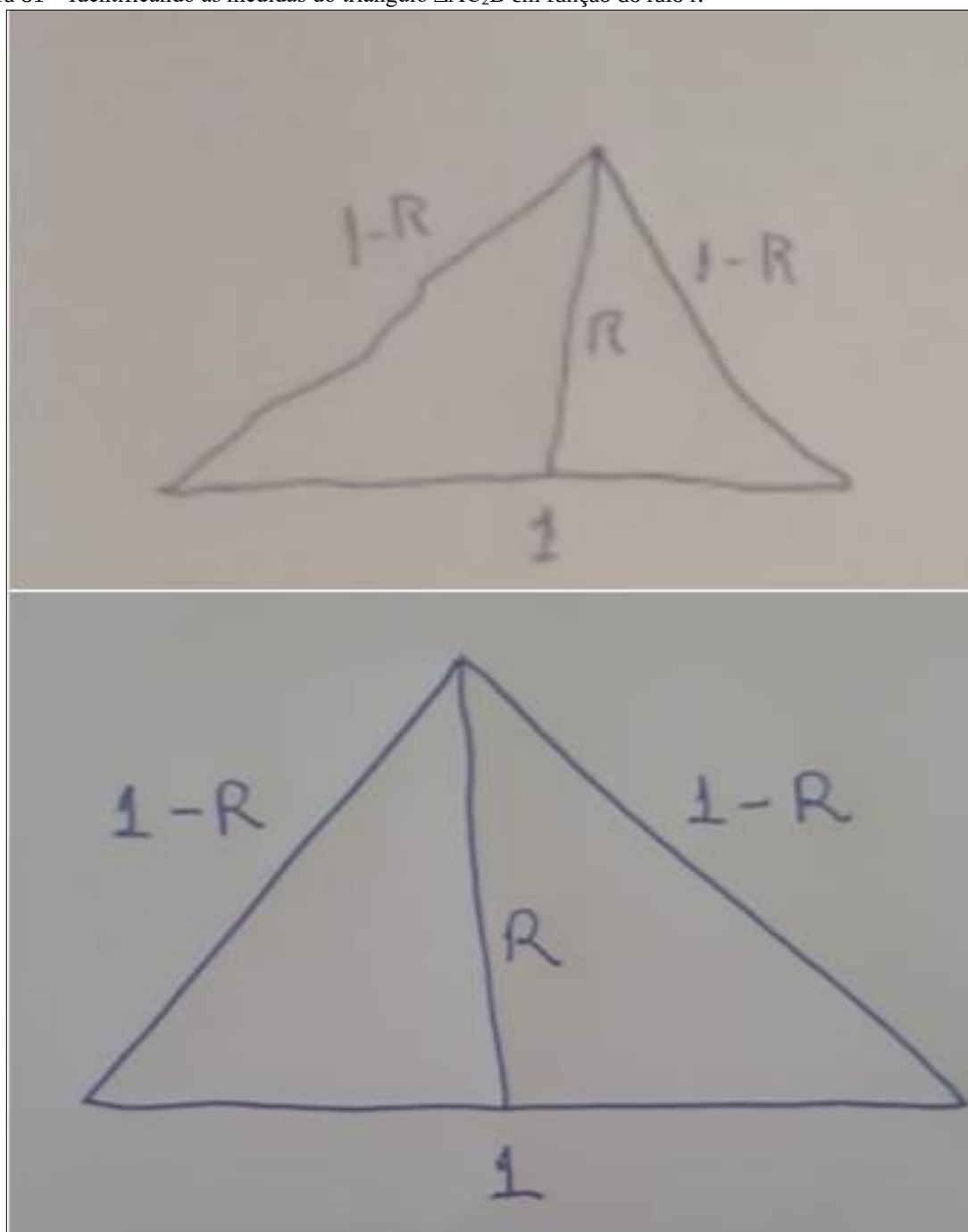
Figura 80 – Construção do triângulo ΔAC_2B identificando sua altura R.



Fonte: Arquivo pessoal.

Com a visualização desse triângulo, o L5 identificou as medidas que levaram à estratégia construída para encontrar a medida do raio maior R (FIGURA 81).

Figura 81 – Identificando as medidas do triângulo ΔAC_2B em função do raio r .

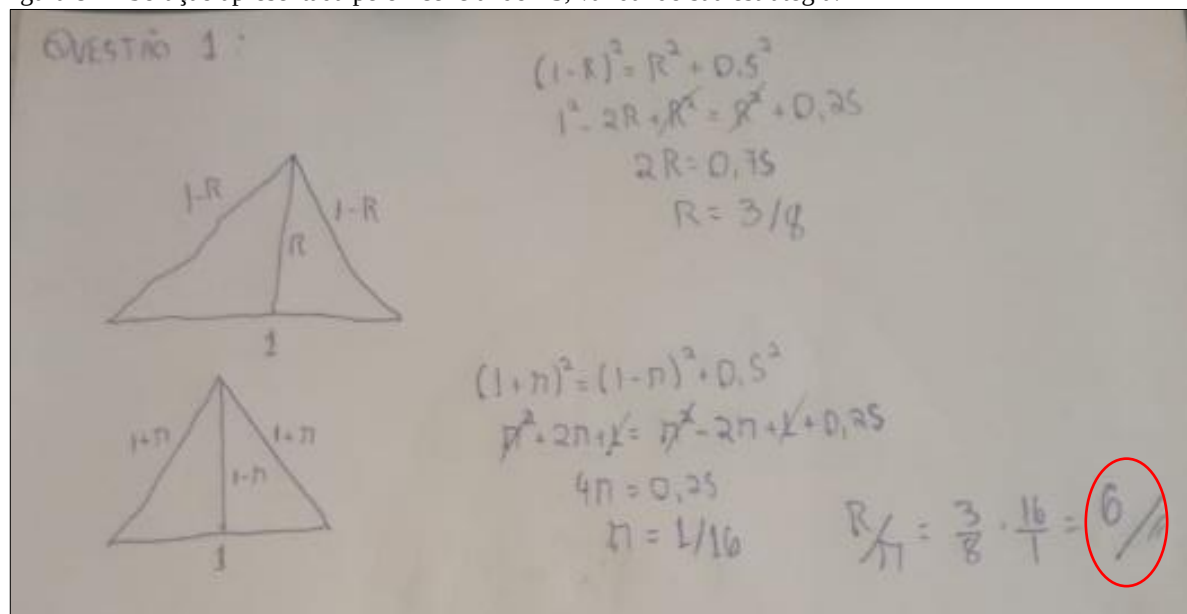


Fonte: arquivo pessoal.

O que foi observado durante o pensamento do estudante é que a proposta para identificar a medida do raio menor (r) e a medida do raio maior (R) foram a mesma. Com a movimentação dos raios dos arcos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, propiciada pelos controles deslizantes, foi possível a visualização que possibilitou a construção desses dois triângulos ΔAC_1M e ΔAC_2M . Após a construção dos triângulos, o L5 utilizou sua capacidade de interpretação para identificar os dados que a SDO não apresentou na SDO, que foram as medidas laterais. A partir desses dados, o estudante

identificou a possibilidade de aplicar o teorema de Pitágoras em função de dos raios R e r (FIGURA 82).

Figura 82 – Solução apresentada pelo licenciando L5, validando sua estratégia.



Fonte: Arquivo pessoal.

Diante da estratégia utilizada pelo licenciando L5, por intermédio do *software* GeoGebra, o que proporcionou identificar subsídios para a aplicação do teorema de Pitágoras tanto para encontrar o raio maior R e o raio menor r , o resultado da razão do raio maior e do raio maior pedido no enunciado foi encontrado, tendo como resposta 6 (FIGURA 82).

Para chegar ao resultado final, foram aplicadas inicialmente (FIGURA 81) as medidas do triângulo retângulo ΔAC_2M , representado pelos valores $\overline{AC_2} = 1 - R$, $C_2M = R$ e $\overline{AM} = \frac{1}{2}$, logo após aplicado ao teorema de Pitágoras, encontrando o valor do raio maior $R = \frac{3}{8}$. Da mesma maneira, o triângulo retângulo ΔAC_1M , cujas medidas encontradas foram $\overline{AC_1} = 1 + r$, $\overline{MC_1} = 1 - r$ e $\overline{AM} = \frac{1}{2}$, aplicando essas medidas no teorema de Pitágoras foi encontrado o valor do raio menor $r = \frac{1}{16}$. Com esses dois valores encontrados, o licenciando L5 realizou o cálculo da razão entre o raio maior $R = \frac{3}{8}$ pelo raio menor $r = \frac{1}{16}$, cujo resultado obtido foi 6 (FIGURA 82).

Na etapa final, a de institucionalização, o professor apresentou qual seu objetivo junto à SDO5, relacionando a movimentação dos “controles deslizantes” à possibilidade de visualização de elementos, o que proporcionou a utilização da aplicação do teorema de Pitágoras, conceito previsto na concepção da SDO5.

As duas SDO (SDO4 e SDO5) apresentadas anteriormente proporcionaram o uso do teorema de Pitágoras tanto pela sua aplicação formal, por meio da sua fórmula ($a^2 = b^2 + c^2$) como pela sua demonstração clássica apresentada geometricamente (demonstração explanada na etapa de análise *a priori* e concepção da situação didática).

Todas as imagens foram coletadas durante a aula, pelo aplicativo de mensagens *WhatsApp* e com o *printscreen* da tela do computador quando o licenciando estivesse apresentando sua solução na plataforma *Google Meet*, pela ferramenta “apresentação”. Esse método foi imposto pelo professor com o objetivo de não atrapalhar o constructo dos conhecimentos matemáticos pelos sujeitos durante a SDO.

Foram apresentadas duas possibilidades para o acesso da construção da SDO no GeoGebra pelos licenciandos, pelo celular e computador, no entanto, devido ao momento pandêmico e pelo modo de ensino utilizado, o ensino remoto, foi utilizado apenas o computador.

A intenção do uso do GeoGebra, utilizado como ferramenta para a transposição didática do Problema Olímpico (PO), foi para abrir possibilidades aos licenciandos a modificarem o raciocínio durante a resolução da SDO, com o objetivo de, ao se defrontarem com uma dificuldade ou obstáculo, com o seu uso, possam a vir a pensar diferente e definir caminhos diferentes.

6 ANÁLISE A *POSTERIORI* E VALIDAÇÃO (INTERNA)

Esta etapa representou a análise dos dados obtidos, na etapa de Experimentação, do dispositivo colocado aos licenciandos em formação inicial. Segundo Almouloud (2007, p. 177) sobre a Análise a *posteriori*, “[...] ela se apoia no conjunto de dados recolhidos durante a Experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela”, cujo objetivo é a realização do confronto entre a Análise a *priori* e Análise a *posteriori* que permite ao pesquisador a validação das situações didáticas.

Esse processo de validação se distingue em duas: a validação interna e a validação externa. Laborde (1997, p. 105) explica que a validação interna envolve “[...] uma descrição genérica da classe ou das condutas e tipos de produção majoritárias na classe, estudo de sua evolução e verificação de sua adequação no que concerne ao esperado dos estudantes” e a validação externa “[...] comparação das produções obtidas dentro ou fora da sequência com produções de outros alunos” (LABORDE, 1997, p. 105). Utilizou-se neste escrito a validação interna, um dos aspectos relacionado à Engenharia Didática (ARTIGUE, 1995).

Buscando validar as hipóteses construídas na etapa de Análise a *priori*, foram analisados os dados obtidos na aplicação. As hipóteses em destaque foram: (a) O *software* GeoGebra permite ao estudante a construção de novas estratégias durante a resolução das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), amparado pela movimentação e visualização e (b) A Teoria das Situações Didáticas proporciona ao docente o planejamento e o controle sobre as ações que os estudantes poderão realizar durante a resolução das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), além de oportunizar o aluno agir, formular e validar suas soluções apresentadas, com a mínima participação do professor/pesquisador, sem que possam tirar a sua autonomia.

Em relação ao ponto **a**, observou-se durante a resolução dos POs que alguns participantes, ao utilizarem o *software* GeoGebra, perceberam maneiras diferentes de resoluções, por exemplo, na SDO1, em que completaram a figura utilizando os “controles deslizantes” disponibilizados e, após esse uso, puderam observar, por meio da visualização, a forma exata dos ângulos, das medidas laterais não abordadas no enunciado e a construção de um triângulo equilátero, percebido por intermédio da movimentação ao utilizarem o *software*, como também o uso das caixas “para exibir e esconder objetos”, proporcionando a utilização de uma propriedade relacionada ao triângulo equilátero, ou seja, o cálculo de sua área.

Outra possibilidade de resolução foi demonstrada por um dos licenciandos que completou apenas a figura inicial em um triângulo retângulo, dando subsídios para o uso do seno para ir ao encontro da medida da base do triângulo $\triangle ACE$. Com essa hipótese, pôde calcular a área do triângulo equilátero de lado 4 cm e a área do triângulo $\triangle ACE$, por fim fazendo sua subtração e encontrando a área procurada. Assim como outro licenciando sugeriu a divisão do quadrilátero em três triângulos, resolução apresentada na figura 55, utilizando também o conceito de trigonometria no triângulo retângulo, apoiada pela relação seno. Portanto, o uso do *software* GeoGebra contribuiu de forma satisfatória durante a resolução da SDO1.

Na SDO2, diante dos fatos ocorridos durante o experimento, observou-se que o uso do *software* GeoGebra proporcionou aos sujeitos uma visão dinamizada da figura — o que lhes possibilitou a movimentação por intermédio do controle deslizante. Diante dessa ação, ocorreu o entendimento que a figura se dividiria em três partes iguais, ou seja, três triângulos congruentes e, a partir disso, inferiram-se que a área do trapézio daria 51 u. a.

A observação guiada pela TSD deu ao docente uma visão ampla da situação, o que o levou a questionar os sujeitos quanto à propriedade que possibilitou essa movimentação e, dessa forma, puderam formalizar a propriedade que proporcionou demonstrar o que os levou ao resultado final. Esses questionamentos foram de suma importância, pois instigaram a explicação e demonstração, utilizando os conceitos matemáticos formalizados e não apenas intuitivos.

De um certo modo, a utilização do *software* GeoGebra proporcionou aos sujeitos a compreensão da propriedade prevista na concepção do SDO2 e estes atingiram o objetivo em relação ao aprendizado da propriedade fundamental da equivalência. Além dessa, os estudantes abordaram outras maneiras de resolução, utilizando conhecimentos prévios que as discussões ocorridas nas etapas da sequência didática lhes propiciaram.

Uma dessas maneiras foi após a movimentação do ponto P, tornando o segmento $\overline{PB}$ perpendicular ao segmento $\overline{CD}$. Essa movimentação proporcionou aos licenciandos em formação inicial a resolução da SDO utilizando o cálculo da área do trapézio. Esse cálculo apenas foi possível relacionando a área de um triângulo qualquer em função da base e da altura e o cálculo da área do trapézio.

Na SDO3, foi disponibilizada a figura do problema adaptada ao *software* GeoGebra, propiciando uma visão mais ampla do enunciado, o que não foi suficiente para a modificação do pensamento dos estudantes. Contudo, uma nova construção de um dos licenciandos em formação a partir do enunciado original permitiu o uso do segmento $\overline{AB}$ como um raio de uma

circunferência de centro A, fazendo com que o sujeito identificasse que a medida do segmento $\overline{MN}$ permaneceria entre o intervalo de 5 a 7 cm.

A previsão destacada na Análise *a priori* e Concepção da situação didática não foi formulada para que houvesse essa possibilidade, no entanto, a autonomia na construção de estratégias dadas aos licenciandos em formação inicial contribuiu para a dinamização da figura com o uso do *software* GeoGebra.

Na SDO4, a pedido do professor, foram realizadas as resoluções de duas maneiras distintas, uma sem o uso dos incrementos disponibilizados pela adaptação no *software* GeoGebra, como o uso controle deslizante; e uma outra forma, utilizando-os.

Comparando as duas possibilidades, os licenciandos em formação inicial perceberam a facilidade que essa ferramenta proporcionou, levando-os à compreensão da demonstração clássica do teorema de Pitágoras, geometricamente, de forma direta.

Em relação à resolução sem o uso GeoGebra, foi percorrido um caminho mais longo que os levou a outra forma de resolução, mas foi obtida a mesma resposta final. A outra maneira encontrada perpassou pelo uso de semelhança de triângulos, que relaciona o uso dos ângulos e lados dos triângulos expostos.

Na SDO5, observou-se alguns aspectos durante a experimentação, a turma sentiu dificuldade na construção de estratégias apenas com os dados apresentados pela questão. Dessa forma, o *software* GeoGebra, por meio da movimentação dos “controles deslizantes” incluídos no problema e com a visualização obtida, proporcionou aos licenciandos em formação inicial a observação dos comportamentos de seus movimentos, diferentemente de quando apresentada de forma estática, como no material impresso. Esse diferencial citado anteriormente possibilitou um dinamismo a figura, proporcionando a visualização de triângulos retângulos.

Após essa percepção da construção de triângulos retângulos, por intermédio da movimentação dos segmentos laterais proporcionados pelos controles deslizantes, os sujeitos utilizaram esse conceito relacionando os raios R e r, possibilitando a elaboração da estratégia que os levou ao resultado final e ao teorema proposto, que destacou a aplicação do teorema de Pitágoras em diferentes contextos.

Observou-se que a ferramenta tecnológica trazida junto à adaptação dos Problemas Olímpicos trouxe um maior dinamismo as figuras correspondentes a cada situação. Conforme o relato de um dos licenciandos, “[...] se não fosse o *software* GeoGebra eu não tinha nem iniciado as questões”, além disso, ele contribuiu para uma boa visualização dos conceitos geométricos. Outro licenciando em formação inicial destacou que o *software* GeoGebra “[...] contribuiu para uma melhor visualização do problema proposto, assim sendo possível a melhor

visualização de proporções e propriedades das figuras”, o que destacou ainda mais a validação da hipótese relacionada ao uso do *software* GeoGebra durante a SDO.

Conforme destacou L2, o uso do *software* GeoGebra possibilitou ver o problema de outra maneira ao resolvê-lo:

“A priori, problemas que pareciam de difícil compreensão tornaram bem mais fáceis de entender. O *software* nos permitiu perceber e confirmar, de forma mais rápida, detalhes que levaríamos muito tempo para perceber sem ele. Com a utilização dessas ferramentas de manuseio das figuras e formas geométricas utilizadas em cada questão, com a possibilidade de confirmar medidas, de observar os desenhos por outros ângulos, tudo isso influenciou de forma positiva para o bom êxito na resolução de situações propostas, dentro de um período de tempo favorável”.

Ainda sobre essas possibilidades, L6 relata que

“Podemos dizer que as questões envolvendo geometria são vistas pelos alunos como difíceis, pois os estudantes conseguem melhores resultados quando associam as questões as situações do cotidiano. Como a geometria é um pouco abstrata, podemos associar esse fato à dificuldade dos estudantes, entretanto quando é possível que o estudante visualize a questão e entender o que ela pede, fica muito mais fácil a resolução. Na prática das aulas que foram ministradas, pudemos observar que algumas questões só foram possíveis resolver utilizando o *software* GeoGebra, outras tinham os cálculos bem maiores e, com a utilização da ferramenta os cálculos, diminuíram, isso devido à observação das figuras propostas”

De um modo geral, baseando nos relatos dos sujeitos, o *software* GeoGebra contribuiu não só na visualização da figura, mas também como uma ferramenta que proporcionou a superação de obstáculos, como as dificuldades de iniciar estratégias, além disso, disponibilizou maneiras diferentes para a obtenção do resultado final das situações didáticas.

A construção das SDOs realizadas no *software* GeoGebra possibilitou a dinamização das figuras que se apresentavam de maneira estática em provas impressas (avaliações da OBMEP), incrementando elementos que proporcionaram a visualização de propriedades que seria impossível de demonstrar sem o auxílio dessa ferramenta. Ademais, essa ferramenta durante a Experimentação propiciou a autonomia e possibilidades aos estudantes para construção do saber, individualmente ou em grupo, por meio das discussões levantadas após o seu uso.

Portanto, as adaptações dos problemas de acordo com o nível da turma se tornam um papel importante do professor como construtor de atividades para que proporcione ao estudante a resolução de problemas que os leve ao aprendizado do conteúdo. Nesse caso, a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta metodológica possibilitou essa adaptação do PO. A proposta também não apenas incluiu o GeoGebra como artefato, mas com a possibilidade de

criar novas visões sobre o problema, disponibilizando novos caminhos para a resolução, integrando a prática pedagógica do professor e não apenas inserindo-a (BASNIAK, SCALDELA, PAULEK, FELIPE, 2015).

Segundo Basniak et al., (2015, p. 995) sobre o uso das tecnologias em sala de aula,

A falta de discussões em relação às possibilidades que a utilização das tecnologias pode trazer a rotina de sala de aula, em detrimento as formações que priorizam o treinamento dos professores na parte técnica dos recursos tecnológicos, tem ocasionado que o que se vê nas escolas é a adaptação das tecnologias de informação e da comunicação às velhas metodologias utilizadas em sala de aula, sem observarmos mudanças no processo de ensino e aprendizagem

Conforme dito, foi pretendido neste trabalho a apresentação de uma proposta para a inclusão do *software* GeoGebra em sala de aula como uma possibilidade de modificação do pensamento do estudante ao utilizá-lo e não apenas a construção idêntica da figura sem algo acrescentado. Sendo assim, os professores devem aproveitar as potencialidades que essas ferramentas tecnológicas propiciam ao ensino. Quanto ao uso dessas ferramentas tecnológicas pelo professor, Borba, Silva e Gadani (2014, p. 36) ainda destacam que

Além das potencialidades oferecidas, existem outros aspectos fundamentais a serem considerados com relação ao uso educacional de uma tecnologia como por exemplo o papel do professor, o design ou a natureza das atividades propostas, dentre outros. A organização do cenário (imaginado) condiciona a natureza das interações, os diferentes tipos de negociações de significados e os conhecimentos produzidos no ambiente de aprendizagem construído.

Desse modo, o uso de Problemas Olímpicos é um desafio ao docente que pretende utilizá-lo para o ensino de conceitos matemáticos, de acordo com Azevedo (2020, p. 16) “não é um trabalho fácil, pois o professor tem a difícil missão de tentar nivelar a alunos com diferentes níveis de formação e níveis de conhecimentos”. Essa ideia da autora reflete no que destacou a licencianda L6, pois, conforme ela, o uso desses PO em sala de aula é possível, mas existe a necessidade dessa adaptação na sala que se pretende ensinar “pois uma sala é muito heterogênea, existem alunos que possuem bastante dificuldades com conceitos básicos da matemática. Assim, a questão deve estar de acordo com o nível dos alunos, eles devem ser desafiadores, porém os alunos não devem achar impossível”.

Portanto, esse cenário vivenciado pelos licenciandos em formação inicial ao resolver esses problemas em consonância com a utilização do *software* GeoGebra, possibilitou a reflexão quanto à intencionalidade de se ensinar algo, pensando nas possibilidades de adaptação

e nas potencialidades que podem ser exploradas durante a criação de um cenário de aprendizagem apoiando nessas ferramentas como complemento ao aluno.

Em relação ao ponto b, o planejamento prévio das SDOs construídas a partir das etapas da TSD organizada pelo professor foi bastante importante, porque a previsão realizada pelo docente identificou dificuldades que poderiam ocorrer durante a Experimentação, e essa previsão proporcionou o incremento de ferramentas na construção da SDO, como os controles deslizantes e as caixas de exibir e esconder objetos, disponibilizando outras formas de construir o pensar em relação ao problema.

Nessa perspectiva, Alves e Catarino (2018, p. 122) destacam que o momento do planejamento/preparação da sessão didática deve ocorrer

Um conjunto de elementos e variáveis epistêmicas, intimamente vinculadas e condicionadas, irremediavelmente, pelo conhecimento matemático que se enseja transmitir, evidentemente, com eficiência, bem como os conhecimentos de ordem não epistêmica que, de modo implícito ou explícito, devem modificar/ condicionar a real e a efetiva transmissão em sala de aula, ou seja, os conhecimentos pragmáticos envolvidos no cenário.

Esses elementos foram destacados por um dos licenciandos em formação baseado no planejamento prévio do professor/pesquisador quando relatou o seguinte:

“Acredito que todos que tiveram a oportunidade de participar dos encontros destacam com firmeza os pontos positivos. E, sem dúvidas, o planejamento do professor para os encontros fez toda diferença. O planejamento foi e é indispensável para a realização de uma aula como a que tivemos, para que ocorra de forma satisfatória. Foi de suma importância o conhecimento, por meio de previsões feitas no planejamento, dos meios e caminhos que utilizaríamos para resolver as situações, aquilo que poderíamos ter dúvidas ou que necessitaríamos saber para melhor solucionar a situação. E isso vai desde as figuras, aos comandos, aos mecanismos para a movimentação das figuras, tudo isso foi essencial. Sabendo disso, já tendo previsto e colocado a nossa disposição aquilo que era necessário, o professor pode observar, deixar com que a gente pudesse “colocar a mão na massa” e fazer apenas as intervenções indispensáveis”.

Essa participação do pesquisador foi essencial, de modo que soube agir no momento adequado, por meio de indagações, nas discussões e no estímulo ao uso do *software* GeoGebra, objetivando expandir o campo de atuação do estudante. Essa participação, de acordo com a TSD, deve ser realizada de forma explícita apenas no momento da Institucionalização, o que deve ser um ponto de atenção do pesquisador, porque

Se feita muito cedo, a institucionalização interrompe a construção do significado, impedindo uma aprendizagem adequada e produzindo dificuldades para o professor e alunos; quando após o momento adequado ele reforça interpretações inexatas, atrasa a aprendizagem, dificulta as aplicações; é negociada numa dialética (ALMOULOU, 2007, p. 40).

Desse modo, o professor agiu previamente na criação do cenário de aprendizagem que ocorreu desde a procura dos problemas para essa interação fosse possível durante a resolução, antecipando as dificuldades que poderiam vir a ocorrer durante a resolução da SDO pelos licenciandos. Essa participação do professor/pesquisador na procura dos problemas ocorreu na perspectiva da Didática da matemática, objetivando os seguintes aspectos:

- (a) procurar situações de aprendizagem onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento de vivenciar o conhecimento pela ação do próprio aluno;
- (b) ajudar os alunos no sentido inverso, ou seja, descontextualizando e despersonalizando os conhecimentos, de modo análogo como fazem os matemáticos, o que conduz a tornar as produções dos alunos fatos universais e reutilizáveis em outras situações e contextos (POMMER, 2013, p. 13).

Com base nesse aspecto, a escolha de boas situações, de questões desafiadoras e atrativas, que estimulassem os licenciandos durante a resolução e nas discussões, foi satisfatória para o aprendizado do teorema ou propriedade proposta pelo professor. Além disso, observou-se a adaptação do problema no *software* GeoGebra, que, a partir do nível da turma, pode ser formulada de diversas maneiras a fim de identificar a deficiência de cada um.

Todos esses aspectos referentes às construções das SDOs favoreceram a discussão entre os sujeitos disponibilizando-se de total autonomia e liberdade para discutir estratégias formuladas durante as resoluções dos problemas. Observaram também que essa autonomia e discussões realizadas pelos discentes tiveram a mínima interferência do professor, tratado apenas como mediador e não como detentor do conhecimento, com participação programada em momentos necessários, mas que não influenciava diretamente na resposta final.

Esse tratamento do professor como mediador foi abordado por um dos licenciandos em formação inicial quando disse que:

É fundamental uma aula em que o professor deixe o aluno à vontade para expressar suas ideias e que não faça com que todos sigam o mesmo caminho, a formalização do conceito deve ser a mesma, porém o método que o aluno chega na resposta não deve ser forçado e sim descoberto, então quanto menos o professor influenciar na resolução do problema melhor. Porém, para que aconteça uma aula dessa maneira, deve-se escolher um problema que promova a curiosidade dos alunos e seja desafiador.

Com base nessa mediação frente à TSD, esses problemas devem fazer surgir momentos de diálogos, de dúvidas e de tentativas com direcionamento à resolução do problema, permitindo

Que o aluno aja sobre a situação, interagindo com o meio e a situação proposta, formule hipóteses utilizando-se de ferramentas matemáticas, apresente ferramentas de forma a validar a solução do seu problema e, o professor institucionalize favorecendo

a observação das relações entre o saber, o aprendiz e o meio a fim de que todos se apropriem do saber como parte dos esquemas mentais (FIGUEROA; ALMOULOU, 2019, p. 433).

Com base no que foi descrito na etapa de Experimentação, todas as etapas da TSD foram realizadas, nas quais os estudantes perpassaram pela etapa de ação se defrontando com os problemas, realizando tentativas, analisando o comportamento das figuras, após as movimentações iniciais com os controles deslizantes.

Os problemas também possibilitaram a construção de hipóteses, a partir dos levantamentos de dados na etapa de ação, levando a discussões em torno das estratégias propostas pelos estudantes, essas discussões consolidaram a etapa de formulação. Após a etapa de formulação, os alunos tiveram a oportunidade de validar as hipóteses construídas, em certo momento, levando ao erro, mas com ajuda dos colegas, superando as dificuldades e chegando de maneira correta ao resultado dos problemas e o entendimento dos conceitos.

Essas ações realizadas pelos licenciandos foram previstas pelo professor na concepção da Situação Didática Olímpica, o que lhes deu total autonomia e liberdade de criação no momento da resolução e propiciou ao docente a participação mínima durante a atividade, agindo como mediador das situações. Foi destacado também, como papel do aluno, a aceitação do problema, o que Pommer (2013, p. 13) define como devolução.

A devolução significa o aceite do aluno pela responsabilidade na busca da solução do jogo ou problema proposto, assim como pelo entendimento que o professor elaborou uma situação passível de ser resolvida, pelo menos em parte, de acordo com os conhecimentos anteriores que ele possuiu. Assim, feita a devolução, a situação proposta se converte no problema do aluno, o que situa uma condição essencial para que o aluno aprenda: o papel ativo e comprometido do aluno diante de uma situação de aprendizagem.

Observou-se durante a Experimentação que os alunos tiveram dificuldades quando se defrontaram com o problema, mas, a partir das ferramentas acrescentadas, como o *software* GeoGebra por meio da visualização e movimentação dos elementos adicionados, por exemplo, os controles deslizantes, houve um aceite da questão e prosseguimento da resolução.

Os licenciandos destacaram que as questões construídas no *software* GeoGebra proporcionaram uma melhor visualização das propriedades e da exatidão das medidas dos elementos contidos na figura. Essa visualização mostrou de maneira correta as medidas, os desenhos e as figuras que em um quadro branco não trazem exatidão e podem se tornar um obstáculo na aprendizagem de um conceito da geometria plana.

Foi observado que, a partir das SDOs, apresentaram-se diversos conhecimentos prévios relacionados ao conteúdo de geometria plana e não apenas os propostos em cada situação. Com

isso, puderam utilizar essa diversidade de caminhos/estratégias para formular o conceito definido pelo docente na *Análise a priori*, o que proporcionou agir, formular e validar teoremas e propriedades de maneira autônoma, análoga a um papel de matemático (ALMOULOUD, 2007).

Foram destacadas também as dificuldades que são impostas na inserção dessas tecnologias em sala de aula, devido à falta de laboratórios de informática, data show, computadores e o acesso ao celular, que embora tenha uma facilidade em relação ao seu uso, nem todos os alunos dispõem dessas ferramentas e nem todas as escolas permitem seu uso em sala de aula.

A experiência vivida na sessão didática propiciou uma visão mais ampla na forma de explorar as questões de olimpíadas com o uso do *software* GeoGebra, com possibilidades de adaptar à realidade do aluno e, com essa adaptação, proporcionar a inclusão de uma maior quantidade de estudantes a uma cultura de resolução de problemas de competições, em específico a OBMEP.

Da mesma forma, a experiência como aluno trouxe uma maior confiança em relação ao produto proposto, porque pode analisar os aspectos positivos quanto ao dinamismo das figuras, a atratividade que o *software* proporcionou e o aprendizado que ocorreu durante a experimentação. Foi observado também que os sujeitos não necessitavam ter familiaridade com o GeoGebra para acesso, já que as SDOs foram levadas pelo pesquisador todas construídas e adequadas às dificuldades, com foco no ensino dos teoremas e propriedades de geometria plana.

Conforme L2, sobre a participação na experimentação, destacou que

“A participação nesses encontros possibilitou ver novas formas de explorar as questões, de utilizar o GeoGebra de forma mais próxima dos alunos. Também por meio dos encontros, ao observar como o professor responsável planejou, como ele fez a “previsão” daquilo que necessitaríamos saber, as possíveis dúvidas que teríamos e os meios que utilizaríamos para resolver as situações propostas, me fez perceber que podemos levar esse software, inclusive para alunos que tenham ainda tanta familiaridade com ele”

Essas observações feitas durante a experiência vivenciada pelos licenciandos contribuiu de forma satisfatória para sua formação. Com base em Alves e Catarino (2018, p. 122), são imprescindíveis e fundamentais três aspectos referente à formação de professores “a preparação/concepção, a realização de uma mediação em sala de aula, e a correspondente avaliação das etapas predecessoras, tanto em seu conjunto, de modo individual (e local)”. Esses aspectos foram destacados durante a pesquisa pelo docente e pela percepção dos licenciandos em formação inicial.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação foi baseada nas etapas de uma Engenharia Didática Formação (EDF) que visou à organização da pesquisa e proporcionou ao pesquisador um conhecimento amplo sobre aspectos teóricos e metodológicos do objeto de estudo. Ademais, permitiu a identificação de variáveis didáticas para a construção de Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de geometria plana, junto à utilização do *software* GeoGebra.

Essa metodologia proporcionou a elaboração de cinco SDO, com auxílio do *software* GeoGebra, que se baseou no modelo de ensino correspondente à Teoria das Situações Didáticas - TSD, propiciando aos licenciandos em formação inicial, durante a experimentação, a oportunidade de agir, formular e validar hipóteses construídas e que influenciou as interações entre professor, estudante e meio.

A Engenharia Didática de Formação foi utilizada devido ter licenciandos e futuros professores como sujeitos da pesquisa. Essa participação se consubstanciou no momento da Experimentação ou aplicação das SDOs. Esse aspecto da metodologia trouxe aos licenciandos a experiência como aluno, em que estes possam a vir a ter o mesmo papel, sentindo as dificuldades e os obstáculos.

Esse papel de aluno, vivenciado pelos licenciandos, trouxe reflexões sobre o modo de realizar seu planejamento em sala de aula utilizando os Problemas Olímpicos, observando pontos positivos para a sua formação como futuro docente. Foram destacados pelos licenciandos em formação inicial, a partir da experiência, dois pontos importantes para que aulas se desenvolvessem de maneira satisfatória.

Um desses pontos diz respeito ao planejamento da SDO, adaptado junto ao *software* GeoGebra, que observou quais meios utilizar ao se defrontar, durante a resolução do problema, com alguma dificuldade, mostrando caminhos diferentes, a partir do uso do GeoGebra, colocando à disposição todas as ferramentas necessárias para que, em contato com a SDO, pudessem construir o conhecimento.

Já o segundo ponto diz respeito à mediação do professor, que, conseqüentemente, com o cenário bem planejado, criou um meio de discussão controlado, embasado no conhecimento adquirido por meio da EDF. Além disso, por intermédio da inserção da tecnologia, como o uso *software* GeoGebra, que oportunizou os licenciandos em formação inicial a capacidade de ação,

formulação e validação das estratégias das soluções que foram apresentadas, garantindo total autonomia — o que tornou a aula mais atrativa e dinâmica.

Consequentemente, entende-se que a experiência vivida pelos licenciandos por meio da EDF, contribuiu para a sua formação inicial, baseado em Perrin-Glorian e Bellemain (2016, p. 38), “[...] para que os trabalhos possam contribuir para o melhoramento do ensino e a formação de professores, se mostra imprescindível a consideração do real funcionamento da sala de aula e das necessidades dos professores”. Nessa perspectiva, os licenciandos tiveram essa experiência, obtendo o ponto de vista do aluno ao serem confrontados com as situações didáticas cujo objetivo foi de ensiná-los a matemática ou matemática para ensinar (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2016).

Também foi observado, a partir dos relatos dos licenciandos em formação inicial, que o *software* GeoGebra contribuiu bastante no auxílio para a resolução das SDOs, por meio da exploração da visualização, da dinamização e de elementos (controles deslizantes), que possibilitaram o uso de propriedades geométricas. Ademais, junto à sequência didática baseada na TSD possibilitou um ambiente de discussão organizado e planejado que proporcionou ao professor agir em momentos adequados, como mediador, para estimular as discussões, como também permitiu aos sujeitos o desenvolvimento dos conhecimentos apresentados nas SDOs de maneira autônoma.

Essa inclusão foi atraída pelo diferencial que relacionou o *software* GeoGebra, os Problemas Olímpicos e modelo de ensino baseado na TSD, o que criou um ambiente de discussão em sala de aula tornando o estudante protagonista no desenvolvimento do seu aprendizado, diferindo do ensino tradicional em que se tem o professor como detentor do conhecimento matemático. Essa proposta também diferiu do modelo de ensino baseado nos livros didáticos nos quais o ensino segue padrões de atividades que mecaniza o aprendizado do estudante pelas repetições de exercícios sobre determinado conteúdo, tirando a autonomia e proporcionando a memorização do conhecimento matemático.

Durante a pesquisa, ocorreram alguns obstáculos, decorridos pelo decreto do governo do estado de Ceará a respeito da pandemia de coronavírus (Covid-19) e, com isso, todas as universidades e escolas estavam fechadas. Diante disso, a discussão ocorreu por intermédio da plataforma *Google Meet*, o que foi desafiador tanto na motivação e nas observações momentâneas às dúvidas do licenciandos. Então, fica como sugestão aos futuros trabalhos a aplicação das SDOs no formato presencial, para que estes consigam colher dados de uma maneira mais aprofundada, apresentando mais informações que só podem ser vistas presencialmente, como o contato direto com os sujeitos.

Essa mudança de hábito metodológico, de presencial para o ensino remoto, foi um fator de grande desafio, porque outros aspectos poderiam se tornar empecilhos para a realização das atividades, como a ausência de computadores disponíveis, a formação quanto ao uso, o conhecimento do professor em relação a ferramentas tecnológicas, nesse caso o *software* GeoGebra e a plataforma *Google Meet*. Para facilitar o acesso, foi ampliado para a resolução das SDOs, o uso de aplicativos (*WhatsApp*), o uso de *smartphones*, disponibilizando *QR code* que direcionou à construção pronta para a ampliação ao acesso dos licenciandos.

No entanto, não foram utilizados os *smartphones* como ferramentas para a visualização das figuras e da construção, devido a todas essas dificuldades impostas pela pandemia de coronavírus. Desse modo, os licenciandos optaram apenas pelo uso do *software* GeoGebra no computador. Então fica como sugestão, às pesquisas futuras, a aplicação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), utilizando o aplicativo do GeoGebra no celular, possibilitando aos pesquisadores uma análise tanto pelo telefone móvel, quanto pelo computador.

Concluiu-se que a proposta, apresentada por intermédio das SDOs, auxiliada pela utilização do *software* GeoGebra, contribuiu de forma satisfatória para o ensino de conceitos da geometria plana, como a área do triângulo equilátero, propriedade fundamental da equivalência, teorema da base média e teorema de Pitágoras, além de outros conteúdos que se apresentaram como conhecimentos prévios, por exemplo, as razões trigonométricas, semelhança, congruência de triângulos, condição de existência de um triângulo.

O produto educacional foi criado (5 SDO direcionadas para o ensino de geometria plana), para que professores e futuros professores utilizem em sala de aula com o intuito de construir uma Situação Didática Olímpica (SDO) apropriada para desenvolver o conhecimento a cada contexto escolar. Diante disso, espera-se que essa experiência vivenciada pelos licenciandos em formação inicial amplie seu campo de atuação e consiga atrair uma maior quantidade de alunos a vivenciarem questões atrativas e desafiadoras que são apresentadas em competições olímpicas, em especial a OBMEP e, consequentemente, qualifique o ensino e a aprendizagem da matemática.

Foi destacado neste trabalho a importância do uso desses Problemas Olímpicos em sala de aula a partir da adaptação junto ao *software* GeoGebra para o ensino de conceitos de geometria plana, pelo modo desafiador, atrativo e pelas quantidades de conceitos que são utilizados para ir ao encontro das soluções. Foi observado nos estudos da dissertação que a cada ano cresce a participação de alunos em olimpíadas de matemática e, consequentemente, a participação de docentes em ambientes preparatórios.

Frente a isso, existe a necessidade de uma ampliação de ambientes de formação voltados para o contexto olímpico, para que os professores também venham a utilizar os Problemas Olímpicos em sala de aula. Então, como perspectivas futuras, em especial na região norte do estado do Ceará, pretende-se com este estudo obter uma maior atenção às olimpíadas de matemática também nos cursos de licenciaturas em Matemática, em que se possa desenvolver atividades de formação, por intermédio de grupos de estudos, grupos de pesquisas, cursos de extensão, entre outros.

REFERÊNCIAS

- ALVES, L. **Geogebra como suporte para o ensino de Geometria por meio de construções geométricas abordadas no Programa de Iniciação Científica da OBMEP**. (Dissertação de mestrado). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil, 2019.
- ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012.
- ALMOULOUD, S. **Fundamentos da Didática da Matemática**: São Paulo: UFPR, 2007.
- ALMOULOUD, S.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPED. **Revemat**. v. 3. n. 6, p. 62-77. 2008.
- ALVES, F. R. A. Didática das Ciências e Matemática (DCeM): surgimento e implicações para a formação do professor. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 22, n. 3, p. 291-320, 2017b.
- ALVES, F. R. A. Engenharia Didática com o tema Integração de Funções na Variável Complexa: Análises Preliminares, a Priori e modelização de situações. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**. Santo Ângelo - RS, v. 7, n. 1. p. 21- 44, 2017a.
- ALVES, F. R. A. Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): ensino de Olimpíadas de Matemática com arrimo no software Geogebra como recurso na visualização. **ALEXANDRIA: R. Educ. Ci. Tec.**, v. 13, n. 1, p. 1-30, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319>
- ALVES, F. R. A. Visualizing the olympic didactic situation (ods): teaching mathematics with support of the geogebra software. **Acta Didactica Napocensia**, România, v. 12, n. 2, p. 97-116, 2019.
- ALVES, F. R. V.; CATARINO, P. M. M. C. Engenharia Didática de 2ª geração com o tema: $h(x)$ -polinômios de Jacobsthal. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**. v. 8, n. 3, p. 28 - 55, 2018.
- ALVES, F. R. V.; DIAS, M. A. Engenharia Didática para o Teorema de Binet, ou Lamé, ou De Moivre: Análises Preliminares e a Priori. **Revista Ensino de Ciências e Humanidades**, Londrina, v. 19, n.2, p.103-113, 2018.
- AMARANTE, J. M. N. **Análise de erros**: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos-pa a partir de questões da OBMEP. Dissertação de Mestrado profissional em rede nacional – PROFMAT, Universidade Federal do Oeste do Pará, 2019. https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160040374
- ARAUJO, O.; MONSORES, J. F. Educação e competição: a OBMEP como fator de aprimoramento do ensino da Matemática. *Revista caleidoscópio*. v. 9, n. 1, 2017. Disponível em: <https://ojs.eniac.com.br/index.php/Anais/article/view/484/549> acesso em 07 de maio de 2020.
- ARAÚJO, J. E.; SILVA, F. A. B.; SILVA, J. V. N.; PEREIRA, P. E. D. O papel da olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas (obmep) como instrumento de inclusão social.

Anais... II Congresso Internacional de Educação Inclusiva - CINTENDI, 2016. Disponível em: <http://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/23126> acesso em: 19 de fev. 2021.

ARTIGUE, M. Ingenieria Didáctica. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GOMEZ, P. (Org.). **Ingeniería didáctica en Educacion Matemática**: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano, 1995, p. 33-61.

AZEVEDO, I. F. **Situações didáticas profissionais (sdp)**: uma perspectiva de complementaridade entre a teoria das situações e a didática profissional no contexto das olimpíadas de matemática. Dissertação de Mestrado acadêmico em ensino de ciências e Matemática, Instituto federal de educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE. Fortaleza - Ceará, 2020.

AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V.; OLIVEIRA, J. C. Obmep e teoria das situações didáticas: uma proposta para o professor de matemática. **Educação Matemática em Revista - RS**, v.2, n.19, p.82-92, 2018.

BALESTRI, R. **Matemática**: interação e tecnologia: 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

BASNIAK, M. I.; SCADELAI, D.; PAULEK, C. M.; FELIPE, N. A. Tecnologias digitais no ensino: discussões a partir de propostas desenvolvidas por licenciandos envolvendo polinômios. **Educação Matemática em Pesquisa**. v. 17, n. 5, p. 989 – 1012, 2019.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases da tecnologia digital em educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Autêntica, Belo Horizonte, 2014

BRAGANÇA, B. **Olimpíada de Matemática para a Matemática avançar**. 2013. 97f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Documento homologado pela Portaria nº 1.570, Seção 1, Pág. 146, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf Acesso em 09 de janeiro de 2021

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2018: Matemática** – guia de Livros Didáticos – Ensino Médio/ Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 122 p. 2017.

BRASIL. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. – Brasília, Brasil. MEC, 2001.

BROUSSEAU, G. **Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques**, 2010. Disponível em: http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf. Acesso em: 04 de jun. 2020.

BROUSSEAU, G. **Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Mathematics. Université Sciences et Technologies.** 1986. 906f. Tese (Doutorado). L'université de Bordeaux I – França, 1986.

BROUSSEAU, G.; BROUSSEAU, N.; WARFIELD, V. **teaching fractions through Situations: A fundamental Experiment.** New York, London. Springer, 2014.

CALDAS, C. C. S.; VIANA, C. S. As Olimpíadas Brasileira de Matemática das escolas Públicas na Formação de Professores e Alunos. **Revista Margens Interdisciplinar.** Pará. v. 7, n. 8, p. 325-329. 2016.

CALDATO, M. E.; PAVANELLO, R. M. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, v. 24, n. 8, p. 103 – 128, 2015.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante Matemática.** São Paulo: edições SM, 2016.

COSTA, D. M. B.; TEIXEIRA, J. L.; SIQUEIRA, P. H.; SOUZA, L. V. **Elementos da geometria plana.** Curitiba: UFPR, 2012.

CRESCENTI, E. P. A formação do professor de Matemática: aprendizagem em geometria e a atuação docente. **Práxis Educativa**, v. 3, n. 1, p. 81 – 94, 2008.

CYRINO, M. C. C. T.; JESUS, C. C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciências e Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações:** 3.ed. São Paulo: Ática, 2016.

ESTEVES, P. L. **Programa obmep na escola:** uma experiência vivida na escola municipal professora Julieta Rêgo Nascimento – Belford Roxo/RJ. 2016. 50f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, Rio de Janeiro, 2016.

FIDELIS, E. C. A **OBMEP sob uma perspectiva de resolução de problemas.** 2014. 57f. Dissertação (Mestrado Profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT). Universidade de Brasília – UnB, Brasília, 2014. Disponível em: https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/17049/1/2014_EduardoCordeiroFideles.pdf acesso em: 07 de maio de 2020.

FIGUEROA, T. D.; ALMOULUD, S. A. Análise de uma sequência didática envolvendo conteúdos de geometria. **Educação Matemática em Pesquisa.** V. 21 n. 5, p. 134-150, 2019.

FILHO, J. E. A. **Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de geometria plana:** um contributo da Engenharia Didática. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Ceará – UFC, Fortaleza – Ceará, 2019.

FREITAS, J. L. M.; PAIS, L. C. Tendências relativas ao estudo da argumentação no ensino da geometria em livros didáticos. In: Pires, C. M. C., Freitas, J. L. M., Ortigão, M. I. R., Grando, N. I., & Machado, S. D. A., (eds). **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e médio: pesquisas e perspectivas.** Editora Musa, 2009, pp. 150-164.

GALVEZ, G. Didática da Matemática. In: PARRA C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da Matemática: reflexões psicológicas**. Porto Alegre, Brasil: Artes Médicas. 1996. p. 26-35. Disponível em: <http://paginapessoal.utfpr.edu.br/estephan/didatica-da-matematica/didatica-da-matematica-e-didatica-geral/didatica%20da%20matematica%20-%20Parra.pdf/view>. Acesso em: 07 de jul. 2020.

GERADOR DE CÓDIGO QR. Disponível em: <https://www.the-qrcode-generator.com/> acesso em: 10 de ago. 2020.

GIARETA, M. K.; ORO, N. T.; RICO, R. M. T. Formação de Professores de Matemática: um relato de experiência. **Anais...** XVII Encontro Nacional de Prática de Ensino – ENDIPE, EdUECE- Livro 2, 2014.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: ciência e aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

IMPA. **OBMEP 12 anos**. Rio de Janeiro. Biênio 2017-2018. Disponível em: http://www.obmep.org.br/images/Revista_OBMEP_12_anos.pdf Acesso em: 17 de nov. 2019.

IMPA. **PROLIMPICO**. 2020. Disponível em: <https://impa.br/ensino/programas-de-formacao/programa-de-aperfeicoamento-de-professores-olimpicos/prolimpico-janeiro-de-2020/> acesso em: 17 de ago. 2020.

KLIEMANN, G. L. **Potencialidades e limitações de material didático para explorar resolução de problemas matemáticos**. (Dissertação de Mestrado profissional em ensino de ciências exatas). Centro Universitário Univates, 2015.

LABLEM, R. L. ; BITTAR, M. Reflexões sobre a Teoria das Situações Didáticas por duas pesquisadoras em diferentes estágios da vida acadêmica. *Educação Matemática em Pesquisa*. v. 20, n. 2, p. 202-221, 2018.

LABORDE C. Affronter la complexité des situations didactiques d apprentissage des mathématiques en classe: défis et tentatives. **DIDASKALIA**, n.10, p. 97 -112, 1997. Disponível em:

<http://documents.irevues.inist.fr/bitstream/handle/2042/23800/DIDASKALIA_1997_10_97.pdf?sequence=1> Acesso em 07 de jan. 2020.

LABORDE C. Teaching learning projects and didactical engineering. **La matematica e la sua didattica**. v.25, n. 2, p. 163–179, 2017.

LEONARDO, F. M. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, 2016.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e problemas elementares**. 4. ed. Rio de Janeiro. SBM. 2016.

LIMA, F. D. S. **Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de funções: o contributo da engenharia didática de segunda geração**. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Ceará – UFC, Fortaleza – Ceará, 2019.

LIMA, R. G. A.; NEVES, T. G. Possibilidades de uso da engenharia didática na educação matemática e no ensino regular. **Educação matemática em pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 694-708, 2019. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i5p694-708>

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, v.1, n. 4, p. 3–13, 1995.

MACIEL, M. V. M; BASSO, M. V. A. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): as Origens de um Projeto de Qualificação do Ensino de Matemática na Educação Básica. **Anais... X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Ijuí: EGEM, 2009.

MARGOLINAS, C. Connaissance et savoir. Des distinctions frontalières?. **Sociologie et didactiques: vers une transgression des frontières**, Lausanne, Suisse. pp.17-44, 2012.

NETO, J. E. O. **Situações Didáticas Olímpicas aplicada a problemas de geometria plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Ceará – UFC, Fortaleza – Ceará, 2019.

NUNES, C. B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática**. (Tese de Doutorado em Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos). Universidade Estadual Paulista – UNESP, São Paulo- Brasil, 2010.

OBMEP. **Apresentação**. 2020a. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>. Acesso em: 02 de mai. 2020.

OBMEP. **PIC jr**. 2020c. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/pic.htm> acesso em: 04 de nov. 2020.

OBMEP. **Provas**. 2020d. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1O_nEyPi-LqIBE7aZYgB6CXclkPhL7qXO/view acesso em: 04 de nov. 2020.

OBMEP. **Provas**. 2020e. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1fs3PUVWGagnaYLNy2So8Y2RiVibLF0kR/view> acesso em: 04 de nov. 2020.

OBMEP. **Provas**. 2020f. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/125nUD1ceE0YaKxWjh_en6cEfnAkZOVGI/view acesso em: 15 de Jan. 2020.

OBMEP. **Provas**. 2020g. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1_Z0jiUv5bsuKS9TWCrwqxb3C1M-fS8O0/view acesso em: 21 de ago. 2020.

OBMEP. **Provas**. 2020h. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/11wxnOCABxYS1d_FAYKAXfcE5-nJ5iZPk/view acesso em: 13 de mar. 2020.

OBMEP. **Provas**. 2020i. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/11VhCd3QCzg-XLehaCUnYP994d1p9yBJG/view> acesso em: 27 de fev. 2020

OBMEP. **Provas.** 2020j. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1aOwUNeonIkHV2Y6QLXbtPSKvv5K3LUHq/view> acesso em: 04 de nov. 2020.

OBMEP. **Regulamento.** 2020b. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/regulamento.htm> acesso em: 04 de Nov. 2020.

OLIVEIRA, C. C. N. **Olimpíadas de matemática:** concepção e descrição de “situações olímpicas” com o recurso do software geogebra. 2016. 137f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará – UFC, Fortaleza, 2016.

PAIVA, M. **Matemática Paiva.** São Paulo Moderna, 2015.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetike**, v.1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingénierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formação des enseignants. In Margolinas et all.(org.): **En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme).** Recherches em Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p. 57-78, 2009.

PERRIN-GLORIAN, M. J.; BELLEMAIN, P. M. B. L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maîtres. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, Sergipe, v. 9, n. 1, 2019.

PERRIN-GLORIAN, M. J.; BELLEMAIN, P. M. B. L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres. **Anais... I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**, Bonito - Mato Grosso do Sul – Brasil, 2016.

PINHEIRO, T. A. **Soluções não clássicas para os problemas da OBMEP.** Dissertação Mestrado profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Santa Maria, 2013.

PIRES, C. M. C. Implementação de inovações curriculares em Matemática: embates com concepções, crenças e saberes de professores. In: Pires, C. M. C., Freitas, J. L. M., Ortigão, M. I. R., Grando, N. I., & Machado, S. D. A., (eds). **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e médio: pesquisas e perspectivas.** Editora Musa. 2009, pp. 167-190.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**, São Paulo, 2013.

POMMER, W. M. **Brousseau e a ideia de Situação Didática.** Seminários de Ensino de Matemática/ FEUSP, 2008.

REINHEIMER, M. A.; SILVA, R. S. Formação de professores de matemática que preparam estudantes para a OBMEP: uma experiência com tecnologias digitais. **Revista Novas Tecnologias na Educação.** v. 17, n. 3, 2019.

RICARDO SANTOS, R. de C. **Geogebra como instrumento de mediação no ensino de geometria**: o processo de transformação dos alunos que atuaram na OBMEP. 2018. 180f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, Floriano – PI, 2018.

RICO, E. T. M.; MARIA, S. A. A. Tecnologias Digitais na sala de aula: O uso do Software Graphmatica como ferramenta pedagógica. In L. M. R. Tarouco, V. M. Costa, B. G. Ávila, M. R. Bez, & E. F. Santos (Coord.), **Objetos de Aprendizagem**: Teoria e prática. (pp. 385-398). Porto Alegre, BRASIL: Evangraf, 2014.

SANTOS, A. A.; DIAS, M. A. Teoria da Didática da Matemática como elementos de Organização, aplicação e análise de momentos didáticos. In: PEREIRA, A. C. C.; ALVES, F. R. V.; VASCONCELOS, F. H. L. (Org.). **Ensino de Ciências e Matemática: Enfoques de práticas Docentes**. Recife: Imprima, 2016, p. 171- 187.

SANTOS, A. P. R. A. **Situações Didáticas Olímpicas**: Um contributo da Engenharia Didática Clássica no Ensino de Olimpíadas. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE. Fortaleza, 2018.

SANTOS, A. P. R. A; ALVES, F. R. V. A Teoria das Situações Didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma Aplicação do Teorema de Pitot. **Revista IndagatioDidactica**, Portugal, v. 9, n. 4, p. 279-296, 2017.

SANTOS, A. P. R. A; ALVES, F. R. V. O cálculo de áreas: uma aplicação da engenharia didática no contexto das Olimpíadas de Matemática. **Revista IndagatioDidactica**. v. 2. n. 10, p. 199-222, 2018.

SILVA, J. G. A.; ALVES, F. R. V.; MENEZES, D. B. Aspectos da Teoria das Situações Didáticas aplicada ao ensino de Geometria plana referente a problemas das Olimpíadas de Matemática com amparo do *software* GeoGebra. **ReviSeM**, v. 5, n. 2, p. 328-342, 2020.

SILVA, J. G. A.; ALVES, F. R. V.; MENEZES, D. B. Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de geometria plana no contexto da obmep: uma experiência no curso de Matemática do IFCE. **Educação Matemática em Revista – RS**. v.21, n.2, p. 66-78, 2020.

SILVA, J. G. A.; ALVES, F. R. V.; MENEZES, D. B. Uma Engenharia Didática (ED) aplicada a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP): Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de geometria euclidiana plana. **Revista de Educação Matemática, São Paulo**, v. 17, p. 1-16, 2020.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo**. São Paulo: Saraiva 2016. Disponível em: <https://api.plurall.net/media_viewer/documents/1638040>. Visitou em: 14 de mai. 2020.

SOUZA, J.; GARCIA, J. **Contato Matemática**. São Paulo: FTD, 2016.

SOUZA, R. F.; CALEJON, L. M. C. Uso da Tecnologia de informação e comunicação em uma sequência didática incluindo o software GeoGebra no Ensino da Estatística descritiva. **RenCiMa**. v.10, n.4, p.227-244, jul. 2019.

TEMPIER, F. **La numération décimale de position à l'école primaire: une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource.** (Thèse doctorat en Didactique des mathématiques, Paris: University Paris Diderot Paris, 2013.

TEMPIER, F.; CHAMBRIS, C. Concevoie une ressource pour l'enseignement de la numération décimale de position. **Recherche En Didactique des Mathématiques.** v. 37, n. 2 – 3, p. 289 – 332, 2017.

VALÉRIO, W. **Resolução de problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula.** 2017. 87f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2017.

WIEST, D. D. K. **Análise dos impactos da participação na olimpíada Brasileira de matemática das escolas públicas (obmep) para a formação dos professores orientadores e Alunos medalhistas das regiões oeste e sudoeste do paraná.** 2017. 237f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Tecnológica federal do Paraná. Pato Branco – PR, 2017.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)



INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Campos Fortaleza



UNIVERSIDADE ESTADUAL
VALE DO ACARAÚ

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Situações Didáticas Olímpicas (SDO): uma Engenharia Didática de Formação no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA) para o ensino de geometria plana

José Gleison Alves da Silva

Identificação

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), visa assegurar seus direitos como participante e é elaborado em duas vias, uma que deverá ficar com você e outra com o pesquisador.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com o pesquisador. Se preferir, pode levar este Termo para casa e consultar seus familiares ou outras pessoas antes de decidir participar. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se você não aceitar participar ou retirar sua autorização em qualquer momento.

Justificativa e objetivos:

Durante a experiência como professor em preparações para a OBMEP, percebeu-se a qualidade apresentada pelos problemas abordados nas Provas desta competição, no entanto, docentes não abordam em sala de aula por exigir dos discentes uma maior capacidade cognitiva e por acharem que sua proposta não condiz com o apresentado pela proposta escolar. Desse modo, pretende-se utilizar esses problemas aplicados a uma teoria de Ensino, a TSD, em um contexto de Olimpíadas, que se denomina Situações Didáticas Olímpicas (SDO) em uma perspectiva de Formação inicial de professores com alunos do Curso em licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, visando uma maior qualidade em sua mediação quando estiver no ato de sua profissão.

a. Objetivo Geral:

Desenvolver uma Engenharia Didática de Formação (EDF) com licenciandos em matemática visando a adaptação de Problemas Olímpicos (PO) por meio de Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de conceitos de Geometria Plana em um contexto de sala de aula.

b. Objetivos específicos:

I. Realizar uma Engenharia Didática de Formação (EDF) tendo em vista uma transposição didática de Problemas Olímpicos - PO visando a concepção, aplicação e mediação dos licenciandos em formação tendo como roteiro as fases dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____



**INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ**
Campus Fortaleza



- II. Elaborar e aplicar um Conjunto de SDO sobre o conteúdo de Geometria Plana enfatizando a visualização, através da modelização do software Geogebra e na percepção de novas estratégias pelos licenciandos em formação.
- III. Verificar a percepção dos licenciandos em formação em relação a adaptação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO) frente ao ensino de conceitos de Geometria Plana em um contexto de sala de aula.

Procedimentos:

Participando do estudo você está sendo convidado a:

- ✓ Participar da pesquisa em forma de aula remota, utilizando a plataforma Google Meet, com duração de noventa (90) minutos, na Universidade estadual Vale do Acaraú – UVA, localizada na Cidade de Sobral.
- ✓ A previsão do início das aulas de aplicação é no quinto dia do mês de agosto de 2020.
- ✓ As aulas serão registradas através de fotos, gravações de áudio e anotações das produções dos participantes.
- ✓ Serão aplicados questionários com situações-problemas de forma de lista de exercícios, com o tempo de 90 minutos para as respostas.
- ✓ Os dados coletados serão utilizados somente para a pesquisa e os resultados serão mostrados através de revistas especializadas na área de investigação, encontros científicos e na dissertação do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática promovido pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia do Ceará – IFCE (PGECM/IFCE) no campus Fortaleza, sem expor a identificação dos participantes.

Desconfortos e riscos:

Você não deve participar deste estudo, caso venha sentir-se constrangido com algum dos procedimentos anteriormente citados, tendo a liberdade de deixar de participar do estudo em qualquer momento, sem haver nenhum prejuízo para a sua conduta.

Benefícios:

Os participantes terão a oportunidade de participar da aplicação de situações Didáticas olímpicas (SDO), possibilitando-os vivenciar a uma abordagem diferente das tradicionais no âmbito da sala de aula, para o ensino de Geometria plana por meio de Problemas Olímpicos (PO) apresentado nas provas de OBMEP, contribuindo de uma forma significativa ao seu desenvolvimento profissional e em sua formação.

Acompanhamento e assistência:

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____



**INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Campus Fortaleza**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL
VALE DO ACARAÚ**

Os participantes terão garantia de acesso, em qualquer estudo para esclarecimentos de eventuais dúvidas na instituição que você estuda. O pesquisador será responsabilizado, por qualquer custo financeiro, caso os participantes necessitem de assistência médica hospitalar ou psicológicas. Para maiores informações nosso contato é (88) 981476515, e-mail: gleison.profmatt.seduc@gmail.com

Sigilo e privacidade:

Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. As imagens e os áudios tomados durante a pesquisa serão descartados após a entrega do documento final da Dissertação (conforme a res. 510/16 art. 3º VII – garantia da confidencialidade das informações, da privacidade dos participantes e da proteção de sua identidade, inclusive do uso de sua imagem e voz). Na divulgação dos resultados desse estudo, seu nome não será citado.

Ressarcimento e indenização:

Você terá direito ao ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa e à indenização pelos danos resultantes desta, nos termos da Lei.

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com o pesquisador José Gleison Alves da Silva pelo celular (88) 981476515 ou pelo e-mail: gleison.profmatt.seduc@gmail.com. Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UVA no Centro de Ciências da Saúde (CCS), campus do Derby, Av. Comandante Mauro Célio Rocha Pontes, 150 - Bairro Derby - Clube - CEP 62042-280, Sobral-CE. Telefone: (88)3677-4255 ou pelo E-mail: comite_etica@uvanet.br.

Observações finais:

Ao assinar esse termo, o participante concorda voluntariamente em participar desta pesquisa e permite o registro de fotos, áudios e anotações de suas produções durante a aplicação da pesquisa, desde que possa retirar seu consentimento a qualquer momento sem penalidade ou prejuízos de qualquer natureza.

Consentimento livre e esclarecido:

Após ter recebido esclarecimentos sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, aceito participar e declaro estar recebendo uma via original deste documento assinada pelo pesquisador e por mim, tendo todas as folhas por nós rubricadas:

Nome do(a) participante:

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____



INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Campus Fortaleza



Contato telefônico (opcional):

e-mail (opcional):

(Assinatura do participante ou nome e assinatura do seu RESPONSÁVEL LEGAL)

Data: ____/____/____.

Responsabilidade do Pesquisador:

Asseguro ter cumprido as exigências da resolução 510/2016 CNS/MS e complementares na elaboração do protocolo e na obtenção deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Asseguro, também, ter explicado e fornecido uma via deste documento ao participante. Informo que o estudo foi aprovado pelo CEP perante o qual o projeto foi apresentado e pela CONEP, quando pertinente. Comprometo-me a utilizar o material e os dados obtidos nesta pesquisa exclusivamente para as finalidades previstas neste documento ou conforme o consentimento dado pelo participante.

Nome do(a) pesquisador(a): José Gleison Alves da Silva

[Assinatura do(a) pesquisador(a)]

Data: ____/____/____.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

ANEXO A – PARECER COMITÊ DE ÉTICA UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ - UVA



UNIVERSIDADE ESTADUAL
VALE DO ACARAÚ - UVA/CE



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

Elaborado pela Instituição Coparticipante

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO): UMA ENGENHARIA DIDÁTICA DE FORMAÇÃO NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

Pesquisador: JOSE GLEISON ALVES DA SILVA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 30316620.2.3001.5053

Instituição Proponente: Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.253/22

Apresentação do Projeto:

Projeto visa investigar a contribuição da Engenharia Didática de Formação (EDF) visando a adaptação de Problemas Olímpicos (PO) por meio de Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de conceitos de Geometria Plana para um contexto de sala de aula. A metodologia de pesquisa utilizada foi a Engenharia Didática, dando ênfase a Engenharia Didática de Formação (EDF), devido os participantes dessa pesquisa serem professores em formação inicial, contudo mantêm suas quatro fases: Análise preliminar, Análise a priori, Experimentação e Análise a posteriori e validação. A experimentação ocorrerá na Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA (Sobral- CE), organizado em quatro encontros, realizado pela plataforma Google Meet, com um grupo de estudos formado por licenciandos que já cursaram a disciplina de Geometria Plana (2º semestre) que acontece em um meio de formação inicial. Serão aplicadas Situações Didáticas Olímpicas (SDO) na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD), que tem como ferramenta tecnológica auxiliar nas resoluções o software Geogebra, aos licenciandos em formação. Com isso serão analisadas a utilidade do software Geogebra e a percepção dos licenciandos quanto a adaptação dos Problemas Olímpicos para um contexto de sala de aula

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Desenvolver uma Engenharia Didática de Formação (EDF) com licenciandos em matemática visando

Endereço: Av Comandante Maurício Rocha Pente, 150

Bairro: Derby

CEP: 62.041-040

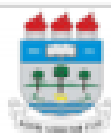
UF: CE

Município: SOBRAL

Telefone: (88)3677-4335

Fax: (88)3677-4342

E-mail: uva_comitedetica@hotmail.com



UNIVERSIDADE ESTADUAL
VALE DO ACARAÚ - UVA/CE



Continuação do Parecer: 4.253.422

a adaptação de Problemas Olímpicos (PO) por meio de Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de conceitos de Geometria Plana em um contexto de sala de aula.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos: Você não deve participar deste estudo, caso venha sentir-se constrangido com algum dos procedimentos anteriormente citados, tendo a liberdade de deixar de participar do estudo em qualquer momento, sem haver nenhum prejuízo para a sua conduta.

Ao final da pesquisa, o pesquisador assume o compromisso de descartar as imagens e os áudios tomados durante a pesquisa

Benefícios: Os Participantes terão a oportunidade de participar da aplicação de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), possibilitando-os vivenciar a uma abordagem diferente das tradicionais no âmbito da sala de aula, para o ensino de Geometria Plana por meio de Problemas Olímpicos (PO) apresentado nas provas da OBMEP, contribuindo de uma forma significativa ao seu desenvolvimento profissional quando estiverem atuando como docente e em sua formação.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A metodologia está adequada ao alcance dos objetivos propostos. Projeto aprovado pelo CEPE do IFCE

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Termos de apresentação obrigatória devidamente apresentados

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Sem pendências

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMACOES_BASICAS_DO_PROJETO_1591398.pdf	08/07/2020 14:33:44		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento /	termodeconsentimentonovouva.pdf	08/07/2020 14:32:50	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito

Endereço: Av Comandante Maurício Rocha Pente, 150

Bairro: Derby **CEP:** 62.041-040

UF: CE **Município:** SOBRAL

Telefone: (88)3677-4225 **Fax:** (88)3677-4242 **E-mail:** uva_comitedeetica@hotmail.com



UNIVERSIDADE ESTADUAL
VALE DO ACARAÚ - UVA/CE



Continuação do Parecer: 4.263.422

Justificativa de Ausência	termodeconsentimentonovouva.pdf	08/07/2020 14:32:50	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Folha de Rosto	folharosteo.pdf	08/07/2020 14:32:24	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	termodeconsentimentonovo.docx	17/06/2020 14:39:18	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projetooomitenovo.docx	17/06/2020 14:37:47	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Outros	img093.jpg	11/03/2020 10:25:21	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Outros	img091.jpg	11/03/2020 10:23:54	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

SOBRAL, 02 de Setembro de 2020

Assinado por:

Luiz Vieira da Silva Neto
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Comandante Maurício Rocha Pente, 150

Bairro: Derby

CEP: 62.041-040

UF: CE

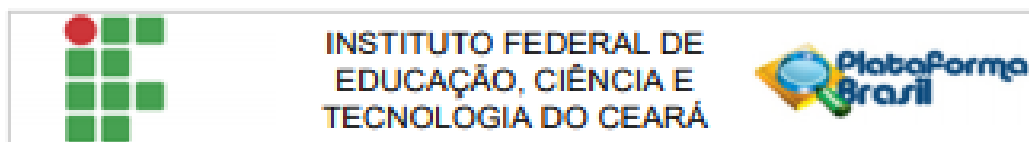
Município: SOBRAL

Telefone: (88)3677-4255

Fax: (88)3677-4242

E-mail: uva_comitedeetica@hotmail.com

ANEXO B – PARECER COMITÊ DE ÉTICA INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DA EMENDA

Título da Pesquisa: SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO): UMA ENGENHARIA DIDÁTICA DE FORMAÇÃO NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA.

Pesquisador: JOSE GLEISON ALVES DA SILVA

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 30316620.2.0000.5589

Instituição Proponente: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DO CEARA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.141.485

Apresentação do Projeto:

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO): UMA ENGENHARIA DIDÁTICA DE FORMAÇÃO NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

Objetivo da Pesquisa:

Desenvolver uma Engenharia Didática de Formação (EDF) com licenciandos em matemática visando a adaptação de Problemas Olímpicos (PO) por meio de Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de conceitos de Geometria Plana em um contexto de sala de aula.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

O autor coloca como risco o constrangimento.

Benefícios:

Os Participantes terão a oportunidade de participar da aplicação de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), possibilitando-os vivenciar a uma abordagem diferente das tradicionais no âmbito da sala

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703

Bairro: Jardim América

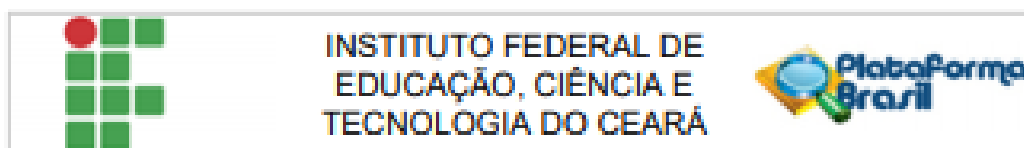
CEP: 60.410-426

UF: CE

Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3401-2332

E-mail: cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 4.141.485

de aula, para o ensino de Geometria Plana por meio de Problemas Olímpicos (PO) apresentado nas provas da OBMEP, contribuindo de uma forma significativa ao seu desenvolvimento profissional quando estiverem atuando como docente e em sua formação.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa é significativa por contribuir para melhorar o rendimento de alunos de matemática em olimpíadas.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os termos esclarecem bem acerca do que será proposto.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O trabalho não apresenta nenhum desabono que impeça sua realização

Considerações Finais a critério do CEP:

É importante ressaltar que, caso alguma Instituição Coparticipante possua Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), o projeto, também, deverá ser avaliado no CEP da Instituição Coparticipante, após a aprovação no CEP da Instituição Proponente, devendo o pesquisador aguardar, também, a aprovação na Instituição Coparticipante antes de iniciar sua pesquisa. Logo, recomenda-se/solicita-se que o pesquisador efetue essa verificação.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMACOES_BASICAS_155332_7_E1.pdf	17/06/2020 14:50:58		Aceito
Cronograma	previsaoodecronogramadesexucaonovo.docx	17/06/2020 14:43:36	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	termodeconsentimentonovo.docx	17/06/2020 14:39:18	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projetoconitenovo.docx	17/06/2020 14:37:47	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Folha de Rosto	folharestoo.pdf	03/06/2020 15:36:03	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	infraestrutura.pdf	17/03/2020 13:18:36	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Outros	img093.jpg	11/03/2020	JOSE GLEISON	Aceito

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703

Bairro: Jardim América

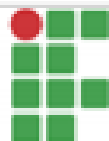
CEP: 60.410-426

UF: CE

Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3401-2332

E-mail: cep@ifce.edu.br



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DO CEARÁ



Continuação do Parecer: 4.141.485

Outros	img093.jpg	10:25:21	ALVES DA SILVA	Aceito
Outros	img091.jpg	11/03/2020 10:23:54	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito
Orçamento	img092.jpg	11/03/2020 10:00:21	JOSE GLEISON ALVES DA SILVA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

FORTALEZA, 08 de Julho de 2020

Assinado por:
Jefté Ferreira da Silva
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Jorge Dantas, nº 1703

Bairro: Jardim América

CEP: 60.410-426

UF: CE

Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3401-2332

E-mail: cep@ifce.edu.br

ANEXO C – RESPOSTAS DOS QUESTIONÁRIOS PELOS LICENCIANDOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Questionário de aplicação com os alunos da UVA – L2

Bom dia, caros alunos!

É uma grande satisfação ter convivido e apreendido com vocês nesse período de aplicação das situações didáticas. Espero ter contribuído para a formação inicial de vocês apresentando uma proposta de ensino utilizando problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e privadas – OBMEP junto à apresentação dos problemas pelo *software* GeoGebra, e que essa metodologia possa ser replicada por vocês enquanto professores.

Para complementar a referida pesquisa, necessito que vocês respondam algumas questões pertinentes à aplicação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), como conhecida por envolver problemas da OBMEP e a Teoria das Situações Didáticas¹, e como ela contribuiu para a formação inicial de todos vocês participantes.

Questão 01: De um modo geral, o *software* GeoGebra contribuiu para a resolução das SDOs? De que maneira?

Indubitavelmente, sim. A priori, problemas que pareciam ser de difícil compreensão tornaram-se bem mais claros e mais fáceis de entender. O *software* nos permitiu perceber e confirmar, de forma mais rápida, detalhes que levaríamos muito tempo para perceber sem ele. Com a utilização das ferramentas de manuseio das figuras e formas geométricas utilizadas em cada questão, com a possibilidade de confirmar medidas, de observar os desenhos por outros ângulos, tudo isso influenciou de forma positiva para o bom êxito na resolução das situações propostas, dentro de um período de tempo favorável.

Questão 02: Como vocês observaram as SDOs foram todas previamente planejadas, permitindo por intermédio da exploração das ferramentas do *software* GeoGebra perceberem outras formas de agir sobre o problema, esse planejamento proporcionou ao professor uma mínima participação durante a resolução do problema por vocês participantes. Na opinião de vocês, qual a análise a respeito do papel do professor em relação ao planejamento das SDOs e a condução durante a aula?

Acredito que todos que tiveram a oportunidade de participar dos encontros destacam com firmeza os pontos positivos. E, sem dúvidas, o planejamento do professor para os encontros fez toda a diferença. O planejamento foi e é indispensável para a realização de uma aula como as que tivemos, para que ocorra de forma satisfatória. Foi de suma importância o conhecimento, por meio das previsões feitas no planejamento, dos meios e caminhos que utilizaríamos para resolver as situações, aquilo que poderíamos ter dúvidas ou que necessitaríamos saber para melhor solucionar a situação. E isso vai desde as figuras, aos comandos, aos mecanismos para movimentação das figuras. Tudo isso foi essencial. Sabendo disso, já tendo previsto e colocado à nossa disposição aquilo que nos era necessário, o professor pode observar, deixar com que a gente pudesse “colocar a mão na massa” e fazer apenas as intervenções que se faziam indispensáveis.

Questão 03: As Situações Didáticas Olímpicas (SDO) podem ser utilizadas como proposta para o ensino de conceitos de geometria plana para um contexto de sala de aula? Por quê?

Sim. Elas abrangem de forma muito satisfatória os conteúdos abordados, permitindo ao professor ter uma grande “base” para discorrer sobre os conceitos desejados para a abordagem na aula.

Questão 04: Enquanto professor e/ou futuro professor de matemática a sua participação nessa sessão didática contribuiu para a sua formação? De que maneira?

Com certeza contribuiu de forma significativa. A participação nesses encontros me possibilitou ver novas formas de explorar questões, de utilizar GeoGebra de forma mais próxima dos alunos. Também por meio dos encontros, ao observar como o professor responsável planejou, como ele fez a “previsão” daquilo que necessitaríamos saber, as possíveis dúvidas que teríamos e os meios que utilizaríamos para resolver as situações propostas, me fez perceber que podemos levar esse *software*, inclusive, para alunos que não tenham ainda tanta familiaridade com o mesmo.

Questionário de aplicação com os alunos da UVA – L3

Bom dia, caros alunos!

É uma grande satisfação ter convivido e apreendido com vocês nesse período de aplicação das situações didáticas. Espero ter contribuído para a formação inicial de vocês apresentado uma proposta de ensino utilizando problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e privadas – OBMEP junto à apresentação dos problemas pelo *software* GeoGebra, e que essa metodologia possa ser replicada por vocês enquanto professores.

Para complementar a referida pesquisa, necessito que vocês respondam algumas questões pertinentes à aplicação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), como conhecida por envolver problemas da OBMEP e a Teoria das Situações Didáticas¹, e como ela contribuiu para a formação inicial de todos vocês participantes.

Questão 01: De um modo geral, o *software* GeoGebra contribuiu para a resolução das SDOs? De que maneira?

R: Sim. Apesar de o aluno, sendo esse olímpico ou não, saber manipular algebricamente as diversas soluções possíveis para um problema, ao utilizar o GeoGebra, ele consegue

compreender, definitivamente, o entendimento da questão, pois ele está construindo seu próprio conhecimento.

Questão 02: Como vocês observaram, as SDO foram todas previamente planejadas, permitindo por intermédio da exploração das ferramentas do *software* GeoGebra perceberem outras formas de agir sobre o problema, esse planejamento proporcionou ao professor uma mínima participação durante a resolução do problema por vocês participantes. Na opinião de vocês, qual a análise em relação ao papel do professor em relação ao planejamento das SDOs e a condução durante a aula?

R: Na minha visão, o professor deve dar o mínimo de auxílio na condução da aula, como, por exemplo, na manipulação ou de como manipula o *software* e deixar o aluno realizar as construções, pois, assim, ele será protagonista do seu próprio conhecimento.

Questão 03: As Situações Didáticas Olímpicas (SDO) podem ser utilizadas como proposta para o ensino de conceitos de geometria plana para um contexto de sala de aula? Por quê?

R: Sim, sendo bem planejadas a turma tiver o domínio do conteúdo proposto, as SDO podem ser uma ferramenta de grande auxílio para a aprendizagem de conceitos de geometria plana.

Questão 04: Enquanto professor e/ou futuro professor de matemática a sua participação nessa sessão didática contribuiu para a sua formação? De que maneira?

R: Com toda a certeza, sim, pois, ao está no papel de aluno, pude sentir como eles pensam e compreendem os conteúdos a serem trabalhados e como uma linguagem de fácil compreensão pode ajudá-los a entender o conteúdo e assim, puder gostar da matemática, dando a ela um significado.

Questionário de aplicação com os alunos da UVA – L4

Bom dia, caros alunos!

É uma grande satisfação ter convivido e apreendido com vocês nesse período de aplicação das situações didáticas. Espero ter contribuído para a formação inicial de vocês apresentado uma proposta de ensino utilizando problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e privadas – OBMEP junto à apresentação dos problemas pelo *software* GeoGebra, e que essa metodologia possa ser replicada por vocês enquanto professores.

Para complementar a referida pesquisa, necessito que vocês respondam algumas questões pertinentes à aplicação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), como conhecida por envolver problemas da OBMEP e a Teoria das Situações Didáticas¹, e como ela contribuiu para a formação inicial de todos vocês participantes.

Questão 01: De um modo geral, o *software* GeoGebra contribuiu para a resolução das SDOs? De que maneira?

R: Sim, embora em um primeiro das questões eu preferisse esboçar minha própria linha de raciocínio sem o auxílio do *software*, de certa forma, ao encontrar certa dificuldade em alguns momentos, *software* foi importante na hora de esclarecer alguns pontos.

Questão 02: Como vocês observaram as SDO foram todas previamente planejadas, permitindo por intermédio da exploração das ferramentas do *software* GeoGebra perceberem outras formas de agir sobre o problema, esse planejamento proporcionou ao professor uma mínima participação durante a resolução do problema por vocês participantes. Na opinião de vocês, qual a análise em relação ao papel do professor em relação ao planejamento das SDOs e a condução durante a aula?

R: As questões estabelecidas pelo professor foram minunciosamente bem elaboradas e escolhidas, a formatação e percepção de como aliá-las ao GeoGebra através de animações no controle deslizante na maioria das vezes), tornou a aula bem chamativa, o que não seria possível se fossem escolhidas questões mais “monótonas”.

Questão 03: As Situações Didáticas Olímpicas (SDO) podem ser utilizadas como proposta para o ensino de conceitos de geometria plana para um contexto de sala de aula? Por quê?

R: Sim, não é surpresa para ninguém a deficiência dos alunos em geral, quando o assunto é matemática, e em um assunto bastante peculiar que é a geometria plana, onde desenhos e animações podem despertar o interesse do aluno para aquele assunto, assim saindo daquele método desgastante de sala de aula e ido para um ambiente “novo”, como por exemplo um laboratório de informática, o método de ensino seja visto com outros olhos, por aqueles alunos alvos deste processo de “resgate”.

Questão 04: Enquanto professor e/ou futuro professor de matemática a sua participação nessa sessão didática contribuiu para a sua formação? De que maneira?

R: Sim, pude aprender um pouco mais sobre o software e como usá-lo a fim de despertar a atenção dos alunos, se eu como futuro professor me senti atraído por este método, imagino que os alunos também terão este sentimento, as visualizações de propriedades, seja de polígonos, circunferências ou qualquer outra figura, pode ser melhor abordada com o uso do GeoGebra.

Questionário de aplicação com os alunos da UVA – L5

Bom dia, caros alunos!

É uma grande satisfação ter convivido e apreendido com vocês nesse período de aplicação das situações didáticas. Espero ter contribuído para a formação inicial de vocês apresentado uma proposta de ensino utilizando problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e privadas – OBMEP junto à apresentação dos problemas pelo *software* GeoGebra, e que essa metodologia possa ser replicada por vocês enquanto professores.

Para complementar a referida pesquisa, necessito que vocês respondam algumas questões pertinentes à aplicação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), como conhecida por envolver problemas da OBMEP e a Teoria das Situações Didáticas¹, e como ela contribuiu para a formação inicial de todos vocês participantes.

Questão 01: De um modo geral, o *software* GeoGebra contribuiu para a resolução das SDOs? De que maneira?

Com toda certeza contribuiu, pois, em muitas questões trabalhadas em geometria plana, a visualização “correta” da figura nos dá a resposta facilmente e podendo utilizar essa ferramenta para poder ter uma melhor visualização e até mesmo modificar de modo que possamos “confirmar” alguma propriedade é fundamental para a resolução do problema.

Questão 02: Como vocês observaram as SDOs foram todas previamente planejadas, permitindo por intermédio da exploração das ferramentas do *software* GeoGebra perceberem outras formas de agir sobre o problema, esse planejamento proporcionou ao professor uma mínima participação durante a resolução do problema por vocês participantes. Na opinião de vocês, qual a análise em relação ao papel do professor em relação ao planejamento das SDOs e a condução durante a aula?

É fundamental em uma aula que o professor deixe os alunos a vontade para expressarem suas ideias e que não faça com que todos sigam o mesmo caminho. A formalização do conceito deve ser a mesma, porém o método que o aluno chega na resposta não deve ser forçado e sim descoberto e então quanto menos o professor influencia na resolução do problema melhor. Porém, para que uma aula ocorra dessa maneira, deve-se escolher um problema que promova a curiosidade dos alunos e que muitas vezes desafia os mesmos, sendo assim o desenvolvimento desse exercício na plataforma do GeoGebra requer tempo e preparação, então podemos ver que o tempo que o professor “ganha” ao não ministrar uma aula expositiva ele “perde” na preparação e antecipação das possíveis soluções dos seus alunos.

Questão 03: As Situações Didáticas Olímpicas (SDO) podem ser utilizadas como proposta para o ensino de conceitos de geometria plana para um contexto de sala de aula? Por quê?

Sim, ao menos eu aprendo conceitos geométricos de forma muito visual, então quanto melhor a visualização dos conceitos e das imagens, melhor se torna a fixação do que deve ser aprendido para o aluno. Porém, para acontecer esse tipo de aula, deve-se ter o mínimo de materiais de apoio, caso não seja possível um dispositivo para cada aluno, deve ter ao menos um computador, ou aparelho semelhante, juntamente com um projetor para que todos possam ver e manipular a figura da forma que mais lhe convém para melhor visualização do problema.

Questão 04: Enquanto professor e/ou futuro professor de matemática a sua participação nessa sessão didática contribuiu para a sua formação? De que maneira?

Contribuiu enormemente pois assim tenho mais ideias a incorporar nas minhas aulas e que com toda certeza vai facilitar no melhor aprendizado de meus futuros alunos. Quanto aluno participante desse grupo, consigo incorporar coisas que acrescentam no meu aprendizado e levar isso adiante pois experimentei e sei que funciona.

Questionário de aplicação com os alunos da UVA – L6

Bom dia, caros alunos!

É uma grande satisfação ter convivido e apreendido com vocês nesse período de aplicação das situações didáticas. Espero ter contribuído para a formação inicial de vocês apresentado uma proposta de ensino utilizando problemas da Olimpíada Brasileira de

Matemática das Escolas Públicas e privadas – OBMEP junto à apresentação dos problemas pelo *software* GeoGebra, e que essa metodologia possa ser replicada por vocês enquanto professores.

Para complementar a referida pesquisa, necessito que vocês respondam algumas questões pertinentes à aplicação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), como conhecida por envolver problemas da OBMEP e a Teoria das Situações Didáticas¹, e como ela contribuiu para a formação inicial de todos vocês participantes.

Questão 01: De um modo geral, o *software* GeoGebra contribuiu para a resolução das SDOs? De que maneira?

Podemos dizer, que questões envolvendo geometria são vistas pelos alunos como difíceis, pois os estudantes conseguem melhores resultados quando associam as questões a situações do cotidiano. Como a Geometria é um pouco abstrata podemos associar esse fato a dificuldade dos estudantes, entretanto quando é possível o estudante visualizar a questão e entender o que ela pede, fica muito mais fácil a resolução. Na prática das aulas que foram ministradas, podemos observar que algumas questões só foram possíveis resolver utilizando o GeoGebra, outras tinha cálculos bem maiores e com a utilização da ferramenta os cálculos diminuíram, isso devido à observação das figuras propostas.

Questão 02: Como vocês observaram as SDOs foram todas previamente planejadas, permitindo por intermédio da exploração das ferramentas do *software* GeoGebra perceberem outras formas de agir sobre o problema, esse planejamento proporcionou ao professor uma mínima participação durante a resolução do problema por vocês participantes. Na opinião de vocês, qual a análise em relação ao papel do professor em relação ao planejamento das SDOs e a condução durante a aula?

Acredito que o professor tem um papel bastante importante, principalmente em relação ao planejamento de aulas. O problema deve ser desafiador, entretanto não deve ser impossível para o nível dos estudantes, pois acaba desmotivando a dar continuidade a resolução o professor pode reformular o problema adaptando a sua turma. O professor deve apresentar o problema sem que o torne mais fácil e deve favorecer o diálogo, entre os estudantes de modo a partilhar informações que facilitem a resolução e por fim deve encorajar os estudantes a compartilhar suas resoluções, muitas vezes mesmo não estando corretas, pois o erro favorece o aprendizado.

Questão 03: As Situações Didáticas Olímpicas (SDO) podem ser utilizadas como proposta para o ensino de conceitos de geometria plana para um contexto de sala de aula? Por quê?

Podem desde que esteja adequada a turma, pois uma sala de aula regular é bastante mista existem estudantes que conseguem rapidamente resolver problemas, outros e já encontram um pouco de dificuldade em relação a isso. Já que estamos utilizando as tecnologias os estudantes por ser algo novo pouco utilizado nas aulas tradicionais pode ser uma ótima motivação para essas estudantes que estão com dificuldade em matemática, pois a utilização dessas ferramentas é algo mais lúdico que pode atrair os estudantes para o conteúdo.

Questão 04: Enquanto professor e/ou futuro professor de matemática a sua participação nessa sessão didática contribuiu para a sua formação? De que maneira?

Com certeza, cada experiência formação é algo valiosa. Nessa aula ocorreu muita troca de conhecimento. Me foi possível entrar em contato com a Engenharia Didática que era um termo pouco conhecido e aprofundar metodologias de ensino utilizando o GeoGebra.

Questionário de aplicação com os alunos da UVA – L7

Bom dia, caros alunos!

É uma grande satisfação ter convivido e apreendido com vocês nesse período de aplicação das situações didáticas. Espero ter contribuído para a formação inicial de vocês apresentando uma proposta de ensino utilizando problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e privadas – OBMEP junto à apresentação dos problemas pelo *software* GeoGebra, e que essa metodologia possa ser replicada por vocês enquanto professores.

Para complementar a referida pesquisa, necessito que vocês respondam algumas questões pertinentes à aplicação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), como conhecida por envolver problemas da OBMEP e a Teoria das Situações Didáticas¹, e como ela contribuiu para a formação inicial de todos vocês participantes.

Questão 01: De um modo geral, o *software* GeoGebra contribuiu para a resolução das SDOs? De que maneira?

R: Sim, pois, com as figuras criadas pelo *software*, foi possível compreender melhor os exercícios e a facilitar a encontrar caminhos para resolvê-los.

Questão 02: Como vocês observaram as SDO foram todas previamente planejadas, permitindo por intermédio da exploração das ferramentas do *software* GeoGebra perceberem outras formas de agir sobre o problema, esse planejamento proporcionou ao professor uma mínima participação durante a resolução do problema por vocês participantes. Na opinião de vocês, qual a análise em relação ao papel do professor em relação ao planejamento das SDOs e a condução durante a aula?

R: Foi bem interessante ver o professor como mediador e não como o detentor do saber, que é o que se ver bastante hoje em dia nas salas de aulas. Tendo o professor como mediador, acaba deixando o aluno com mais liberdade de ideias o que resulta numa maior participação do mesmo, além disso com maior participação dos alunos cria-se uma troca de ideias entre eles melhorando assim seus argumentos.

Questão 03: As Situações Didáticas Olímpicas (SDO) podem ser utilizadas como proposta para o ensino de conceitos de geometria plana para um contexto de sala de aula? Por quê?

R: Sim, pois podemos trabalhar definições a partir das resoluções, desse modo podemos mostrar para os alunos que uma determinada fórmula não veio do nada e usando o conhecimento dos mesmos a possível fazer com que eles mesmos demonstrem isso ao resolverem o exercício.

Questão 04: Enquanto professor e/ou futuro professor de matemática a sua participação nessa sessão didática contribuiu para a sua formação? De que maneira?

R: Sim, pois tive uma maior interação com o *software* e com isso pude o compreender melhor podendo assim ter maior confiança em usá-lo em sala de aula para resolver exercícios com os alunos.