



**INSTITUTO
FEDERAL**

Ceará

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ

IFCE CAMPUS FORTALEZA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ARIANNY DE SOUSA LIRA

**TECNOLOGIAS DIGITAIS E O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:
A PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS COM SUPORTE DO
SOFTWARE GEOGEBRA**

FORTALEZA

2021

ARIANNY DE SOUSA LIRA

TECNOLOGIAS DIGITAIS E O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:
A PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS COM SUPORTE DO
SOFTWARE GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE) - *Campus* Fortaleza, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Juscileide Braga de Castro

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal do Ceará - IFCE
Sistema de Bibliotecas - SIBI
Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- L768t Lira, Arianny de Sousa.
Tecnologias Digitais e o Ensino de Geometria Espacial : a prototipação de puzzles geométricos com suporte do software GeoGebra / Arianny de Sousa Lira. - 2021.
177 f. : il. color.
- Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2021.
Orientação: Prof. Dr. Juscileide Braga de Castro.
1. Geometria Espacial. 2. Teoria de Van Hiele. 3. Formação docente. 4. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. 5. GeoGebra. I. Título.
- CDD 510.07
-

ARIANNY DE SOUSA LIRA

TECNOLOGIAS DIGITAIS E O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:
A PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS COM SUPORTE DO
SOFTWARE GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE) - *Campus* Fortaleza, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática

Área de concentração: Ensino de Matemática

Aprovada em: 03/03/2021.

BANCA EXAMINADORA:

Profa. Dra. Juscileide Braga de Castro (Orientadora)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Profa. Dra. Alisandra Cavalcante Fernandes de Almeida
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE)

Prof. Dr. José Aires de Castro Filho
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Profa. Dra. Ana Maria Martensen Roland Kaleff
Universidade Federal Fluminense (UFF)

Dedico esta Dissertação à minha família, amigos e professores, que sempre me deram força, apoio e incentivo nos momentos decisivos em minha prática pedagógica.

AGRADECIMENTOS

Foi um longo caminho e, fui impulsionada por muitas pessoas queridas, os quais eu agradeço:

À Deus, em primeiro lugar, que me abençoa, me deu forças para caminhar até mesmo quando eu mais duvidei, e iluminou os meus caminhos;

Aos meus pais – Iraide e Ivo – por me apoiarem e me darem força para seguir nessa batalha, por rezarem por mim e sempre desejarem o melhor, por estarem comigo em mais uma conquista, e por terem me ensinado valiosos ensinamentos para a vida;

Ao meu marido Hugo Lira, em especial, pelos momentos difíceis de ausência, pelos incentivos nos momentos que mais precisava, por me instigar a me inscrever no Mestrado e por sempre torcer pelas minhas vitórias;

À minha família, meus irmãos e sobrinhos, minha Tia Neca, minha prima Elaine, meu primo, Moisés Filho – Enzo – (*in memoriam*), por me darem amor, me deixarem ensinamentos valiosos, por torcerem por mim e por me ajudarem a vencer essa batalha;

À professora e orientadora, Juscileide Braga de Castro, a quem devo minha eterna gratidão pela paciência, amizade e por todas as valiosas contribuições e oportunidades dadas a mim durante todo esse Mestrado. Feliz por tê-la encontrado em minha caminhada acadêmica, por ter feito parte do meu crescimento profissional. A admiro demais, sua história de dedicação ao ensino de Matemática e à Educação me inspira;

Aos professores José Aires de Castro Filho, Gilvandenys Leite Sales e Alisandra Cavalcante Fernandes de Almeida, por terem aceitado participar da banca de qualificação, pelas enormes contribuições, por serem exemplos a seguir e por cada ensinamento;

À professora Ana Maria Martensen Roland Kaleff, por aceitar participar da minha defesa de mestrado e por ser inspiração em relação ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, em especial, ao ensino de Geometria;

Aos amigos da pós-graduação, em especial aos meus matemáticos Alison Silva, Cícera Fernandes, Evamar Barros, Gleison Alves, Renata Passos, Rosalide Carvalho, Hedyleno Coelho, e Milena dos Santos, por todos os risos, estudos e companheirismo, amei conhecer vocês e sigo torcendo pelo crescimento profissional de cada um. Ao Márcio Matoso e Darkson da Costa por me ajudarem sempre e por seguirem nessa batalha comigo;

Aos meus amigos do Proativa e do Promídia, grupo de pesquisa que faço parte e tem sido suporte para minha formação como educadora e pesquisadora. Em especial, à Darlene

Leitão, por ter me acompanhado no início da minha jornada no Mestrado, aos ensinamentos, aos artigos produzidos e a amizade. Ao meu amigo Danilo do Carmo, formador, pesquisador e coorientador (brincadeiras à parte), a quem devo meus sinceros agradecimentos e minha eterna gratidão, por ter lido e feito gloriosas contribuições à pesquisa. Ao Ellivelton Barbosa e ao Lucas Oliveira, por terem assumido junto a mim, Danilo e Juscileide, a difícil tarefa de coordenar uma oficina remota. À Marisa, Ângelo e Rosa, por assumirem as correções nas transcrições para a análise dos dados;

Aos participantes da pesquisa, por terem aceitado o desafio de participarem de uma formação continuada em plena época pandêmica, se permitirem ser orientados e observados, dedicando-se ao que foi proposto e permitindo que nós, formadores, também aprendêssemos;

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECEM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE), todos os quais tive a honra de compartilhar momentos de incentivo, conhecimento e contribuição à minha formação acadêmica;

Ao meu grande amigo, Bruno Almeida, um eterno incentivador e um dos responsáveis pelo meu ingresso no Mestrado. Obrigada por acreditar em mim e por tantos elogios. Tenho certeza que não chegaria neste ponto sem o seu apoio;

Ao notável Prof. Cleiton Batista (*in memoriam*), por aceitar me orientar na graduação, e principalmente por me fazer dar um passo tão significativo na minha carreira;

Ao Governo do Estado do Ceará, em especial, à Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC), por ser apoio e financiador do meu afastamento para o Mestrado, possibilitando uma dedicação exclusiva ao desenvolvimento desta pesquisa.

A todos vocês, Pessoas Queridas, o meu, muito obrigada!

“Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazeres se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.”

Paulo Freire

RESUMO

Os conceitos matemáticos são essenciais para o estudante no decorrer das atividades escolares, profissionais e cotidianas. No que versa ao ensino de Geometria, percebemos que muitas situações e atividades rotineiras requerem conhecimentos geométricos. Uma problemática ao ensinar Geometria Espacial para alunos no Ensino Médio é a ausência do desenvolvimento no campo da visualização, intensificada por aulas mecânicas (tradicionalista e repetitiva, com foco na memorização). Sobre esse olhar, a Base Nacional Comum Curricular destaca competências, como a cultura digital nas escolas, seja para compreender, utilizar e/ou criar tecnologias digitais, como possibilidade de produzir informação e conhecimento. Decerto, há importância da formação docente amparada na prática profissional para que o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos geométricos aconteçam de forma eficaz e assim o aluno não venha a ter dificuldades futuras. Requisitando que estas abordagens precisam favorecer a investigação, a colaboração e o desenvolvimento de diferentes habilidades e competências, diferenciando-se, portanto, de abordagens tradicionais. Pautada nessa necessidade de mudança e fundamentada nos argumentos dos autores que constituíram o referencial teórico desta dissertação, o objetivo geral é analisar as contribuições de uma formação remota para professores de Matemática da Educação Básica para a proposição de atividades práticas ancoradas no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico para o Ensino Médio, com suporte das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. Esta pesquisa caracteriza-se como uma abordagem qualitativa, possibilitando a criação de *puzzles* (quebra-cabeças) geométricos em práticas utilizando o *software* GeoGebra, visando cumprir os objetivos estruturados. A formação foi realizada com vinte e cinco professores de Matemática de diferentes lugares do Brasil. Os encontros e desenvolvimento das atividades realizadas foram completamente à distância, estruturadas em cinco encontros síncronos (*Google Meet*) e assíncronos (*Google Classroom* e *WhatsApp*). Ademais, os materiais de discussão teórica e as construções elaboradas pelos participantes foram organizados e compartilhados em pastas no *Google Drive*. Os instrumentos de coleta de dados foram: os encontros videogravados, formulários *on-line* e das trocas dialógicas registradas na turma do *Google Classroom* e no grupo do *WhatsApp*. A construção da proposta metodológica seguiu as fases de aprendizagem da Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele para Educação. Destarte, ser uma teoria de ensino e aprendizagem de Geometria e também instrucional que busca orientar o trabalho pedagógico do professor no ambiente escolar ao proporcionar um acompanhamento e compreensão do desenvolvimento geométrico do educando no decorrer do processo educacional. O processo de

prototipação também foi acompanhado como forma de verificar a construção de conceitos matemáticos atrelados ao uso de tecnologias digitais e à reflexão sobre as possibilidades de utilização desta abordagem em práticas pedagógicas. Os dados foram analisados por meio da análise de conteúdo. Os resultados indicam contribuições relacionadas à visualização e mobilização de habilidades geométricas; caracterização de atividades práticas, dinamicidade e replicabilidade do processo formativo; desenvolvimento profissional docente; apropriação e aprofundamento tecnológico; e a formação de rede de colaboração.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Teoria de Van Hiele. Formação docente. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. GeoGebra.

ABSTRACT

Mathematical concepts are essential for the student in the course of school, professional and everyday activities. With this concern to the teaching of Geometry, we realize that many routine situations and activities require geometric knowledge. A problem when teaching Spatial Geometry to students in high school is the absence of development in the field of visualization, intensified by mechanical classes (traditionalist and repetitive, focusing on memorization). On this look, the Common National Curriculum Base highlights competencies, such as digital culture in schools, whether to understand, use and/or create digital technologies, as a possibility to produce information and knowledge. Certainly, there is importance of teacher training based on professional practice so that the process of teaching and learning geometric concepts happens effectively and thus the student will not have future difficulties. Requesting that these approaches need to favor research, collaboration and the development of different skills and competences, thus differentiating themselves from traditional approaches. Based on this need for change and based on the arguments of the authors that constituted the theoretical framework of this dissertation, the general objective is to analyze the contributions of a remote training for teachers of Mathematics of Basic Education to the proposition of practical activities anchored in the development of geometric thinking skills for high school, supported by Digital Information and Communication Technologies. This research is characterized as a qualitative approach, enabling the creation of geometric puzzles (puzzles) in practices using GeoGebra software, aiming to meet the structured objectives. The training was carried out with twenty-five mathematics teachers from different places in Brazil. The meetings and development of the activities were completely at a distance, structured in five synchronous meetings (Google Meet) and asynchronous (Google Classroom and WhatsApp). In addition, the theoretical discussion materials and the constructions elaborated by the participants were organized and shared in folders in Google Drive. The tools for data collection were: videotaped encounters, online forms and dialogical exchanges recorded in the Google Classroom class and the WhatsApp group. The construction of the methodological proposal followed the learning phases of Van Hiele's Geometric Thought Development Theory for Education. Thus, it is a theory of teaching and learning geometry and also instructional that seeks to guide the pedagogical work of the teacher in the school environment by providing a follow-up and understanding of the geometric development of the student during the educational process. The prototyping process was also followed as a way to verify the construction of mathematical concepts linked to the use of digital technologies and to the reflection on the possibilities of

using this approach in pedagogical practices. The data were analyzed through content analysis. The results indicate contributions related to the visualization and mobilization of geometric skills; characterization of practical activities, dynamism and replicability of the formative process; teacher professional development; appropriation and technological deepening; and the formation of a collaborative network.

Keywords: Spatial Geometry. Van Hiele's theory. Teacher training. Digital Information and Communication Technologies. GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Níveis do pensamento geométrico de Van Hiele	39
Figura 2 – Mentimeter: Nuvem de palavras	66
Figura 3 – Interface: Oficina PPGEM	68
Figura 4 – Interface do GeoGebra	69
Figura 5 – Construção do Tetraedro	70
Figura 6 – Interface do MAXQDA.....	71
Figura 7 – Desenvolvimento da análise de conteúdo	73
Figura 8 – Mentimeter: Questionamento diretriz	78
Figura 9 – Questão 1: nível 0 (visualização)	82
Figura 10 – Questão 5: nível 1 (análise).....	85
Figura 11 – Questão 8: nível 2 (dedução informal).....	88
Figura 12 – Questão 12: nível 3 (dedução formal).....	90
Figura 13 – Quebra-cabeça: Tetrocta	97
Figura 14 – Atividade 2: Participante P01.....	98
Figura 15 – Atividade 2: Participante P06.....	100
Figura 16 – Atividade 2: Proposta formadores.....	101
Figura 17 – Quebra-cabeça: Octapi	101
Figura 18 – Atividade 3: Bitraedro (P12).....	104
Figura 19 – Atividade 3: Tetratroca (P12).....	105
Figura 20 – Atividade 3: Hexatroca (P12).....	105
Figura 21 – Atividade 3: Hexatroca montado (P12).....	106
Figura 22 – Planificação: peças quebra-cabeça	106
Figura 23 – Tetraedro com duas peças	107
Figura 24 – Tetraedro com quatro peças	107
Figura 25 – Tetraedro com seis peças	108
Figura 26 – Atividade 3: participante P20.....	108
Figura 27 – Tangram 3D (P10).....	110
Figura 28 – Estratégia apresentada por P12 (Prototipação manual - atividade Tetrocta)	116
Figura 29 – Estratégia apresentada por P12 (Prototipação virtual - atividade Tetrocta).....	117

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Competências Específicas do Ensino Médio de Matemática e suas Tecnologias.	30
Quadro 2 – Habilidades Geométricas do Ensino Médio de Matemática e suas Tecnologias ..	31
Quadro 3 – Níveis do pensamento geométrico e suas respectivas descrições.....	39
Quadro 4 – Características e descrição da Teoria de Van Hiele	41
Quadro 5 – Fases de aprendizagem: roteiro e metodologia.....	42
Quadro 6 – Resultado da busca na plataforma da BDTD.....	45
Quadro 7 – Sistematização dos encontros da oficina	58
Quadro 8 – Oficina por meio da Teoria de Van Hiele: inspirado nas fases da aprendizagem .	63
Quadro 9 – Construção progressista das categorias de análise	76

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Níveis de Formação dos Participantes.....	57
Gráfico 2 – Idade dos estudantes (esquerdo) e Ano escolar (direito).....	80
Gráfico 3 – Escola que frequenta	81
Gráfico 4 – Questão 1: porcentagem de acerto.....	84
Gráfico 5 – Questão 5: porcentagem de acerto.....	86
Gráfico 6 – Questão 8: porcentagem de acerto.....	89
Gráfico 7 – Questão 12: porcentagem de acerto.....	91
Gráfico 8 – Oficina e a melhoria de prática docente	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Descrição por região	57
---------------------------------------	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GPIMEM	Grupo de Pesquisa em Informática e Outras Mídias
IFCE	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PMD	Performance Matemática Digital
PROATIVA	Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem
PROMÍDIA	Grupo de Produção Colaborativa de Mídias Digitais para a Compreensão de Conceitos Matemáticos
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
PPGEM	Prototipação de puzzles geométricos para o Ensino Médio
RED	Recursos Educacionais Digitais
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
UECE	Universidade Estadual do Ceará
UFC	Universidade Federal do Ceará

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
2 ENSINO DE GEOMETRIA E TECNOLOGIAS DIGITAIS: REFLEXÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO	27
2.1 Traçando paralelos entre a Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Geometria	27
2.2 Formação de professores: ensino de Geometria na era tecnológica	33
2.3 Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele.....	38
3 TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E O ENSINO DE GEOMETRIA: UM ROL DE POSSIBILIDADES.....	44
3.1 Aproximação de outras pesquisas com a temática estudada no portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.....	44
3.2 Discussão dos Trabalhos Seleccionados	48
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	54
4.1 Caracterização do estudo: Contexto e tipo de pesquisa.....	54
4.2 Local da pesquisa e sujeitos	56
4.3 Etapas da pesquisa e atividades desenvolvidas.....	58
4.4 Caracterização dos Recursos Educacionais Digitais utilizados na oficina.....	64
4.4.1 Apowersoft	65
4.4.2 <i>Mentimeter</i>	65
4.4.3 <i>Google Meet</i>	66
4.4.4 <i>Google Classroom</i>	67
4.4.5 <i>Google Drive</i>	68
4.4.6 <i>WhatsApp</i>	68
4.4.7 <i>Software GeoGebra</i>	69
4.4.8 <i>MAXQDA 2020</i>	70
4.5 Instrumentos de coleta de dados	71
4.6 Procedimento de análise dos dados.....	72
5 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	75
5.1 Pré-análise	75
5.2 Exploração do material.....	76
5.3 Tratamento dos resultados e interpretação.....	77

5.3.1 Visualização e mobilização de habilidades geométricas	78
5.3.2 Caracterizando atividades práticas, dinamicidade e replicabilidade do processo formativo	92
5.3.3 Desenvolvimento profissional docente	111
5.3.4 Apropriação e aprofundamento tecnológico	115
5.3.5 Ambiente colaborativo	119
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	123
REFERÊNCIAS	129
APÊNDICE A – FOLDER DE DIVULGAÇÃO DA OFICINA	142
APÊNDICE B – EMENDA DA OFICINA	143
APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	147
APÊNDICE D – FORMULÁRIO DE INSCRIÇÃO	149
APÊNDICE E – PRODUÇÃO DOS QUEBRA-CABEÇAS: ATIVIDADE FINAL	153
ANEXO A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA APLICADA COM OS ESTUDANTES: ADAPTADO DE FERREIRA (2018)	154
ANEXO B – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA APLICADA COM OS PROFESSORES: ADAPTADO DE FERREIRA (2018)	163
ANEXO C – PRODUÇÃO DOS QUEBRA-CABEÇAS: 2º ATIVIDADE (KALEFF, 2003, p. 98)	174
ANEXO D – PRODUÇÃO DOS QUEBRA-CABEÇAS: 3º ATIVIDADE (KALEFF, 2003, p. 98)	175

1 INTRODUÇÃO

Os conceitos matemáticos são essenciais para o estudante no decorrer das atividades escolares, profissionais e cotidianas. Os estudantes devem ser levados a compreender e ler o mundo a partir da Matemática, e a entender os números e as formas geométricas e suas relações abstratas e práticas, relacionando-a às muitas aplicações frequentes no dia a dia, seja na natureza, nas Artes, na Arquitetura. Além disso, a Matemática funciona como instrumento de base para outras disciplinas curriculares, como a Física, a Biologia e a Química, por exemplo.

O aprendizado de Matemática possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade, auxilia no aprimoramento do campo da visualização de formas geométricas e contribui no processo de interpretação e resolução de problemas. Nesse âmbito, reconhecemos que a Matemática é uma das disciplinas que desempenha um papel decisivo em relação à vida escolar.

A Matemática é composta por diversas áreas (Aritmética, Álgebra, Probabilidade, Estatística, Geometria, entre outras) e, a partir do século XX, o ensino de Aritmética e Álgebra ganhou evidência em relação à Geometria (CRESCENTI, 2005). Sobre o ensino da Geometria, podemos reforçar que é um ramo da Matemática que faz estudo de objetos e de suas formas e tamanhos que ocupam lugar no espaço e tem relações com diversas situações rotineiras, como comparar formas, analisar posições, aferir tamanhos e medidas (ROGENSKI; PEDROSO, 2015).

Sobre o ensino de Geometria, Etcheverria (2008) afirma que algumas noções de forma e de espaço são advindas dos sentidos ou por intermédio de representações de objetos no espaço ou mundo geométrico. Na mesma perspectiva, Pavanello (1993), Kaleff (1994) e Lorenzato (1995) reforçam que muitas situações e atividades do cotidiano requerem conhecimentos geométricos, e seu estudo permite que o estudante desenvolva processos mentais e raciocínios essenciais para o desenvolvimento e aprendizagem da Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) define as aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver durante o processo de escolarização. Sobre o ensino de Geometria no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, é necessário que o aluno saiba indicar as características de figuras bidimensionais e tridimensionais, associar figuras espaciais a suas planificações, enquanto, no Ensino Fundamental – Anos Finais, espera-se que os estudantes consolidem e ampliem essas aprendizagens em relação a medições e cálculos de perímetro, aos cálculos de área. No Ensino Médio, as habilidades exploradas na Unidade Temática Geometria se ampliam,

principalmente no quesito cálculos de volume, de capacidade ou de massa, considerando o ensino da Geometria Espacial. É possível identificar uma progressão de habilidades, o que requisita que esse processo de ensino e aprendizagem aconteça de forma eficaz, para que o aluno não venha a ter dificuldades futuras (BRASIL, 2017).

Nesse viés, a BNCC reforça que, na unidade temática de Geometria, é necessário “[...] estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos” (BRASIL, 2017, p. 273). Portanto, ao trabalhar com a ensino de Geometria, pode-se desenvolver habilidades e competências relacionadas ao pensamento geométrico, tais como posição no espaço, reconhecimento de formas, visualização e representação de figuras geométricas (OLIVEIRA; LEIVAS, 2017).

Garrido e Leyva (2005) inferem que o pensamento geométrico é uma forma de pensamento matemático baseado no conhecimento de um modelo do espaço físico tridimensional. Os autores ainda reforçam que esse pensamento ocorre a partir dos primeiros contatos da criança com objetos do mundo físico e, no decurso em que os conteúdos geométricos são estudados na escola, esses conceitos são sistematizados e generalizados, fazendo com que a criança desenvolva, a partir do pensamento geométrico, três capacidades: visão espacial, representação espacial e imaginação espacial.

Sobre a capacidade de visão espacial, Lorenzato (1995) reforça que “Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas” (LORENZATO, 1995, p. 5). O autor ainda salienta que o ensino de Geometria oportuniza a compreensão e facilita a resolução de questões de outras áreas de conhecimento, por exemplo, ao construir, reformar ou reparar prédios, casas e obras (engenheiro civil, projetista e/ou técnicos em edificações), ao utilizar mapas e linguagem cartográfica (geógrafos), ao produzir obra de arte ou relacionar pintura, visualização e Matemática (artistas plásticos), entre outros. Isso posto, são conhecimentos para todos os alunos que futuramente exercerão uma dessas áreas ou outras que requerem conhecimentos geométricos.

Bicalho (2013), Jahn e Bongiovanni (2009), Pais (2006), Fainguelernt (1996) e Pavanello (1989, 1993) salientam a necessidade de um trabalho diferenciado com relação a construção do conhecimento em visualização no ensino de Geometria. Para Bicalho (2013), Jahn e Bongiovanni (2009), o problema central do Ensino Médio ao ensinar Geometria Espacial está na ausência do desenvolvimento da visualização.

Além da ausência na ênfase ao desenvolvimento da habilidade de visualização, em muitas escolas, as práticas pedagógicas são tradicionalistas, e o ensino de Matemática é baseado em práticas mecânicas, descontextualizadas com a realidade dos alunos, com transmissão de conhecimentos por meio de exercícios repetitivos e com foco na memorização de definições e fórmulas (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2019).

A contextualização dos exercícios é um meio utilizado para a explanação do conteúdo de Geometria Espacial, pois auxilia na percepção de elementos geométricos nas formas da natureza, na arte, no cotidiano dos estudantes, e apresenta-se como proposta para construção de conceitos. A carência de práticas que envolvam a contextualização é um dos fatores que dificultam o entendimento do conteúdo, como asseveram os autores Lorenzato (1993, 1995) e Pavanello (1989, 1993, 2004).

Para Vasconcelos (2008), a contextualização dá sentido às situações-problemas, visto que, por intermédio da problematização e dos conhecimentos prévios dos estudantes, a compreensão dos conceitos ocorrerá quando o contexto apresentar significado para o educando. Spinelli (2011) corrobora com esse pensamento quando discute a construção do conhecimento como um processo de significação entre contexto e abstração, tendo como ponto de partida a contextualização.

No que versa sobre a construção do conhecimento com base na contextualização, podemos citar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que é um exemplo de avaliação externa em larga escala, criada pelo Ministério da Educação (MEC), que utiliza a interdisciplinaridade e a contextualização em seus exercícios, abordando situações do cotidiano do aluno para posteriormente lhe apresentar o problema a ser resolvido (BRASIL, 2017).

Nesse viés, o objetivo do ENEM é avaliar o desempenho dos estudantes, conferindo a efetiva autonomia, competências (mobilização de conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais) e aperfeiçoamento das dimensões atitudinais, críticas, e éticas para uma formação da cidadania, do mundo do trabalho e escolar dos educandos ao concluírem o Ensino Médio (BRASIL, 2018).

Ao analisar os resultados obtidos pelos estudantes de Ensino Médio, nas escalas de proficiência do ENEM 1998-2008, observa-se que 55,10% dos alunos são capazes, dentre outras habilidades, de caracterizar as propriedades de formas geométricas planas e espaciais, bem como relacionar seus elementos, calcular comprimentos, áreas ou volumes (BRASIL, 2018).

Em uma análise mais detalhada em relação às habilidades de Geometria, constata-se que, em 1998, 99,84% dos alunos não reconheciam as formas geométricas, demonstrando, assim, a incapacidade de visão espacial, de imaginação e de extrapolação de contextos; em 2002, 99,4% não identificaram formas geométricas planas e não relacionaram suas propriedades métricas, tendo em vista combiná-las na construção de ornamentos; em 2001, 99,3% não identificaram formas geométricas planas e espaciais, e não caracterizavam-nas por meio de propriedades, e em 2006, 99,22% não calcularam um volume de dois cilindros e não reconheceram que o volume é diretamente proporcional à altura do cilindro e ao quadrado do raio da base para resolver situação problema (BRASIL, 2018).

No ENEM, são considerados no nível adequado os alunos que atingirem acima de 500 pontos. Os resultados de 2018 nos mostram uma melhoria na proficiência dos estudantes entre os anos 2015 e 2018 em Matemática. Porém, percebe-se que, embora os estudantes tenham ido de proficiência média dos 518,5 pontos em 2017 para 535,5 pontos em 2018, apenas 27 estudantes de um total de 3.901.774 pontuaram na proficiência máxima de 996,1 pontos (BRASIL, 2019).

De acordo com os dados do ENEM, concluímos que os estudantes, no ano de 2018, não interpretam a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional, nem tampouco sua representação no plano bidimensional, não caracterizam as figuras planas ou espaciais, não resolvem situação-problema que envolva conhecimentos geométricos em espaço e forma e não utilizam tais conhecimentos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano (BRASIL, 2018).

Os resultados mostram que os estudantes do Ensino Médio apresentam dificuldades ao resolver a avaliação do ENEM, e algumas delas são relacionadas aos conceitos de visualização espacial e de obtenção de volume de sólidos geométricos no âmbito do ensino de Geometria Espacial. O ENEM apresenta uma proposta em que a Matemática não é só trabalhada por meio de algoritmos, reforçando, assim, a importância de metodologias centradas no ensino por competências e habilidades na sua exploração e efetivação.

A avaliação do ENEM e as mudanças homologadas em 2018 nas diretrizes que permeiam o currículo do ensino de Matemática para o Ensino Médio, como as habilidades e competências a serem unificadas para 1º, 2º e 3º anos, e as cobranças na formação curricular pautadas nas competências gerais, específicas e habilidades, que estão sendo sugeridas pela BNCC, são percepções que ultrapassam o modelo tradicional e necessitam de estratégias pedagógicas para que isso aconteça em sala de aula.

Miskulin (2003, p. 226) afirma que as aulas devem ser mediadas “[...] também por metodologias alternativas, em que o aluno em formação vivencie novos processos educacionais, plenos de sentido e relacionados com seus significados e valores”. Nesse mesmo contexto, Prado (2000) reforça em seus estudos a importância da utilização de recursos que auxiliem o professor na contextualização dos conteúdos abordados e que essas formas de apoio ao ensino de Matemática proporcionem aulas participativas em que os estudantes possam manipular objetos geométricos, levantar e comprovar hipóteses e realizar descobertas.

Entretanto, ao abordar especificamente o processo de ensino e da aprendizagem de Geometria, pesquisas reforçam a importância de aprofundar reflexões acerca da formação de professores, do currículo escolar, das metodologias aplicadas, das ferramentas utilizadas e dos materiais que contribuem para o campo da Matemática (LORENZATO, 2006; BARBOSA, 2011; HECK, 2019; RODRIGUES; KAIBER, 2019). Isto posto, Kaleff (2003; 2004) aponta que essas reflexões implicam na apropriação de mecanismos e estratégias que mobilizam a aprendizagem de representações gráficas.

Advindo da necessidade de aliar os aspectos cognitivos e pedagógicos do ensino da Geometria, surge, nessa perspectiva, a Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, isto é, uma teoria da aprendizagem preocupada com a aprendizagem geométrica dos estudantes do Ensino Básico, que tem sido conceituada como uma prática a seguir para o ensino de habilidades em Geometria (NASSER; SANT’ANNA, 1997; 2010).

Além disso, a Teoria de Van Hiele é instrucional, pois auxilia no direcionamento para a progressão do pensamento geométrico a níveis mais elevados de compreensão e busca orientar o trabalho pedagógico do professor no ambiente escolar ao proporcionar um acompanhamento e compreensão do desenvolvimento geométrico do educando no decorrer do processo educacional (NASSER; SANT’ANNA, 2010).

Isso ratifica a necessidade de investir em estudos que oportunizem práticas pedagógicas acerca do desenvolvimento de habilidades pertinentes ao pensamento geométrico, podendo, então, oportunizar a apropriação de tecnologias digitais, tão disseminadas por suas possibilidades de uso no contexto remoto devido à pandemia. Haja vista o contexto pandêmico atual ocasionado pela Covid-19, diversos setores da sociedade foram afetados, em especial, o ambiente escolar. Necessitando adaptar-se às novas condições, as escolas implementaram como estratégia o ensino remoto emergencial, utilizando as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

O uso e a apropriação de diferentes linguagens e a TDIC têm se tornado assunto de discussões, reflexões e questionamentos de estudiosos, como Bairral, Oliveira e Izar (2019), que falam especificamente do ensino de Matemática e Geometria com uso de tecnologias digitais, bem como Valente (2016, 2017) e Moran (2014, 2015), que apresentam uma grande variedade de práticas e programas computacionais que, ao longo dos anos, vêm auxiliando no processo de construção do conhecimento.

Com isso, uma das estratégias implementadas para promover a continuidade do processo de aprendizagem deu-se a partir da utilização de ambientes virtuais para o ensino remoto emergencial. Para Arruda (2020, p. 266), “A educação remota emergencial pode ser apresentada em tempo semelhante à educação presencial, como a transmissão em horários específicos das aulas dos professores, nos formatos de *lives*”. Para Alves (2020) e Arruda (2020), essa nova composição, denominada ensino remoto emergencial, favorece mudanças temporárias na ambientação ou na perspectiva das práticas pedagógicas e, portanto, no processo de ensino e de aprendizagem por meio de plataformas síncronas e assíncronas, ou da utilização de TDIC.

É notório que o uso das TDIC se tornou algo necessário na sociedade, pois essa nova geração de crianças e adolescentes incorporam, rapidamente nas suas práticas diárias, as tecnologias para realizarem diversas atividades, tais como navegar, pesquisar, jogar, postar vídeos e fotos, enviar mensagens, entre outras. Na escola, o desenvolvimento de práticas pedagógicas que envolvam TDIC é cada vez mais comum. Nesse contexto, é importante salientar que o uso dos recursos digitais não deve ser pensado como uma forma de transferência de informação, e sim como uma forma de transformar o aluno em um ser ativo e consciente sobre seu próprio processo de aprendizagem, como há muito já preconizava (PAPERT, 1985; 2008).

Dentre estas práticas, destaca-se o construcionismo. Papert (1980) foi um dos pioneiros a defender que se pode aprender muito ao construir um artefato, reforçando que os computadores podem ser aliados no processo de ensino e que, ao serem utilizados, as pessoas podem pensar sobre o próprio pensar com o auxílio das máquinas. Para o construcionismo, a aprendizagem ocorre por meio da internalização de ações que acontecem quando o sujeito está conscientemente engajado em uma atividade (PAPERT, 2008).

O estudo de Castro-Filho, Freire e Castro (2017) discute diversas abordagens que utilizam tecnologias digitais para a Educação Matemática e a aprendizagem de conceitos matemáticos. Os autores reforçam que as tecnologias colaboram para um avanço na

compreensão de conceitos matemáticos e estimulam o raciocínio matemático e a resolução de problemas. Nesse contexto, ressalta-se que, de acordo com Castro e Castro-Filho (2018), esta concepção de “aprender fazendo” pode impulsionar e mobilizar diferentes conhecimentos e, assim, o desenvolvimento de habilidades e competências indicadas pela BNCC.

Embora seja possível utilizar diferentes abordagens metodológicas e recursos didáticos, optamos por desenvolver o processo de ensino mais centrado no aluno, e abordagens que conduzem à formação crítica, à autonomia e à colaboração, explorando uma das competências apontadas pela BNCC, que preconiza que a escola possibilite, além dos elementos supracitados, a promoção da cultura digital que inclui não apenas a utilização, mas a compreensão e/ou construção de tecnologias digitais (BRASIL, 2018). Para isso, os professores precisam estar preparados para desenvolver novas abordagens metodológicas, possibilitando a produção de informação e conhecimento pelos estudantes.

Cumpre enfatizar que, ao ingressar na vida acadêmica, os modelos diferenciados de ensino me¹ chamaram a atenção a partir da disciplina de Laboratório de Matemática oferecida pelo Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE), em que conheci uma metodologia diferente daquele modelo tradicional com a qual estava acostumada e diversos materiais didático-pedagógicos. Ser monitora desta disciplina na faculdade por um ano representou uma excelente oportunidade de entender e aprofundar a importância de usar diferentes abordagens no ensino de Matemática.

Na pós-graduação, esse sentimento de mudança e imersão na era tecnológica ficou ainda mais aflorado ao participar, como integrante e pesquisadora, de dois grupos de pesquisas, ambos da Universidade Federal do Ceará (UFC). O primeiro, Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA), onde conheci e aprofundei os estudos sobre a efetivação do uso de recursos e objetos de aprendizagem (vídeos, animações, simulações, entre outros) e sua aplicação em sala de aula, e o segundo, Grupo de Pesquisa e Produção Colaborativa de Mídias Digitais e Aprendizagem de Matemática (PROMÍDIA), no qual acompanhei equipes na produção de Recursos Educacionais Digitais (RED) no processo de prototipação como forma de promover a construção de conceitos matemáticos atrelados ao uso de tecnologias digitais e a reflexão sobre as possibilidades de utilização desta abordagem em práticas pedagógicas.

¹ Utilizo o pronome pessoal por se tratar das experiências vivenciadas que influenciaram na escolha pela temática pesquisada.

Pautada nessa necessidade de mudança e fundamentada nos argumentos dos autores que constituíram o referencial teórico da presente dissertação, a problematização desta pesquisa está delimitada na seguinte questão: quais contribuições emergem de um processo formativo com suporte de Tecnologias Digitais para o ensino de Geometria Espacial?

O objetivo geral é analisar as contribuições de uma formação remota para professores de Matemática por meio de atividades práticas, ancoradas no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico para o Ensino Médio, com suporte das TDIC's.

Como objetivos específicos, têm-se:

- a) Mapear as contribuições de um processo formativo remoto para o ensino de conceitos geométricos com suporte da Teoria de Van Hiele;
- b) Verificar a efetivação de competências que emergiram durante a resolução de atividades de Geometria Espacial na perspectiva construcionista, e
- c) Identificar as potencialidades do *software* GeoGebra para o desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico.

Esta dissertação tem como referência as contribuições teóricas de Seymour Papert (1985; 2008), alinhadas com outras abordagens teóricas atuais com uso de tecnologias digitais, o que implica na exploração do protagonismo e da autoria, competências que são citadas na BNCC (BRASIL, 2017) e que podem vir a solucionar essas problemáticas recorrentes no ensino de Geometria Espacial.

Estruturada em cinco capítulos, a dissertação inicia-se com esta introdução. No segundo capítulo intitulado: *Ensino de Geometria e Tecnologias Digitais: Reflexões para o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico*, será discutido o ensino de Geometria, juntamente de um aprofundamento sobre as competências e as habilidades previstas na BNCC, a importância da formação de professores e, por fim, a Teoria de Van Hiele e a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico.

No capítulo três intitulado *TDIC e o ensino de Geometria: um rol de possibilidades*, discute-se um rol de trabalhos envolvendo a utilização de TDIC aplicados ao ensino e à aprendizagem de conceitos geométricos que compreendem o ensino de Geometria Espacial. As pesquisas escolhidas encontram-se alocadas em uma Biblioteca Digital e aproximam-se do escopo desta pesquisa.

No capítulo quatro, *Procedimentos Metodológicos*, delineamos os fundamentos que guiaram a execução da oficina remota, o local de aplicação, os sujeitos envolvidos, as etapas e as atividades de criação dos *puzzles* geométricos, realizadas na aplicação, as tecnologias digitais

utilizadas, os instrumentos de coletas de dados e, por fim, os procedimentos para a análise dos dados obtidos.

No capítulo cinco denominado: *Apresentação, Análise e Discussão dos Resultados*, apresentamos a organização dos dados colhidos na oficina remota com os participantes, bem como as análises e os resultados da pesquisa, apontados por meio da descrição dos achados em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados e interpretação.

Por fim, as *Considerações Finais*, enfatizando a concepção dos resultados, encontramos os objetivos da pesquisa elencados na introdução, assim como as implicações e estudos futuros sobre novas reflexões acerca das práticas utilizando as tecnologias digitais para a apropriação de conceitos.

2 ENSINO DE GEOMETRIA E TECNOLOGIAS DIGITAIS: REFLEXÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Neste capítulo, discute-se a importância da aquisição de habilidades e competências da BNCC do Ensino Médio que estão relacionadas com o ensino de Geometria Espacial. Pretende-se analisar as contribuições de uma formação remota com suporte de tecnologias digitais e da Teoria de Van Hiele, identificando as aptidões adquiridas durante a aprendizagem.

Dialoga-se ainda sobre a utilização das tecnologias digitais no contexto educacional e como sua aplicação auxilia nas aulas de Matemática para proporcionar a aprendizagem de conceitos de Geometria Espacial, tendo como apoio o construcionismo. Por fim, apresentam-se reflexões de pesquisas empíricas abrangendo a formação de professores com ou sem o auxílio da tecnologia que subsidiaram a realização deste estudo.

2.1 Traçando paralelos entre a Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Geometria

A Geometria está presente em formas e situações no cotidiano, nos objetos que usamos, na natureza, nas artes, nas construções, nos jogos, nas brincadeiras infantis (CLEMENTE *et al*, 2015). Evidenciada em nossa vida desde a antiguidade, sendo um dos ramos mais antigos da Matemática, a Geometria estuda as formas com as suas propriedades e as extensões das propriedades das figuras planas (Geometria Plana) e dos sólidos (Geometria Espacial) (ROGENSKI; PEDROSO, 2015).

Ademais, o surgimento desse campo da Matemática advém da necessidade dos povos em medir terras, construir templos, monumentos, moradias (OLIVA, 1983; BOYER, 1996). Os egípcios, por exemplo, ao construírem pirâmides e monumentos, revelaram o uso de conhecimentos geométricos, deixando documentos escritos e uma gama de informações sobre a Geometria. Segundo Clemente *et al*. (2015), sua origem deve-se ao desejo de medir a terra, justificando a composição do nome, que significa: “geo”, terra; e “metria”, que vem da palavra “*métron*” e significa medida.

As necessidades dos povos em demarcar terras e construir moradias, ou até a construção das grandes pirâmides, reforçam que o conhecimento geométrico foi construído de forma intuitiva e empírica (PAVANELLO, 1989). As primeiras considerações geométricas são originadas de simples observações advindas da capacidade humana de comparar formas e

tamanhos (EVES, 1992). Ademais, o ensino de Geometria é elencado como importante para outras áreas do conhecimento, como aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Nesse sentido, cumpre destacar o papel da visualização para a compreensão dos conceitos geométricos, que é uma habilidade de caráter individualizado e envolve aspectos como interpretação, produção de desenhos, formação de imagens mentais, percepção de movimentos e mudanças de formas (LE MOS; BAIRRAL, 2010). Segundo Costa (2000, p. 13) a visualização “tem diferentes conotações, e umas vezes está restrito à mente do aluno, outras está restrito a algum meio e ainda outras a visualização é definida como um processo para viajar entre estes dois domínios”.

Corroboramos com a definição de Fainguelernt (1996) que cita a visualização como a habilidade que gera representações mentais de um objeto para que, a partir desse processo possamos extrair novas informações. Kaleff (2003, p.14) aponta que “a visualização, a análise e a organização informal (síntese) das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização do conceito”.

No contexto escolar, as estratégias, com as quais os conceitos geométricos são apresentados, explorados e desenvolvidos pelos professores, implicam na afeição ou aversão à Geometria (MISKULIN, 1994). Para Pavanello (2004), o ensino de Geometria é restrito ou desenvolvido de forma superficial em alguns casos, praticamente excluída do currículo escolar, sendo necessário ressaltar o papel desse conteúdo no aprendizado matemático do educando, não obstante ao ensino de Álgebra.

Corroborando com isso, Gutiérrez (1996) e Veloso (1998) acrescentam que, no ensino de Geometria, a visualização trata-se de um processo cognitivo, baseado em elementos visuais ou espaciais, envolvendo processos mentais ou físicos com finalidade de compreender e resolver problemas ou provar propriedades. Em particular, sobre o ensino de Geometria Espacial, Rogenski e Pedroso (2009) afirmam que:

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por

consequente da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos (ROGENSKI; PEDROSO, 2009, p. 5).

Isto posto, é imprescindível a articulação dos diferentes campos da Matemática, entre estes o ensino de Geometria e de Álgebra, já que são fundamentais à Educação Matemática. Portanto, priorizar a Álgebra acarreta o desenvolvimento restrito de apenas uma forma do pensamento, o algébrico. Por conseguinte, esse equilíbrio é necessário a fim de oportunizar o desenvolvimento do pensamento geométrico nas aulas de Matemática.

Segundo Crowley (1994), ao tratar sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, toda atividade escolar deveria apresentar problemas planejados para estimular o raciocínio. Dessa forma, os problemas deveriam utilizar capacidades adquiridas em outras disciplinas (interdisciplinaridade) como forma de encorajar o aprendizado de resolução de problemas práticos com o uso de habilidades inerentes ao raciocínio hipotético-dedutivo.

Vale esclarecer que é imperativo um bom planejamento por parte do professor, com objetivos bem definidos e associados aos conceitos matemáticos abordados. Normalmente, ao ensinar Geometria, o professor não se preocupa “[...] em trabalhar as relações existentes entre as figuras, fato esse que não auxilia o aluno a progredir para um nível superior de compreensão de conceitos” (PAVANELLO, 2001, p. 183). Mentalmente, com lápis e papel ou com suporte de tecnologias digitais, o pensamento geométrico é um processo importante em Geometria que precisa ser desenvolvido (KALEFF, 1998).

Em documentos recentes norteadores da Educação, como a BNCC, o ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos têm ganhado destaque. A BNCC é um documento regulamentário que estabelece os direitos e objetivos de aprendizagem para os alunos e as respectivas competências e habilidades ao longo das etapas da Educação Básica. Em relação à área de conhecimento Matemática e suas Tecnologias, para o Ensino Médio, as habilidades estão organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área, sendo elas, Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2018).

De acordo com a BNCC, garantir a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental é uma das finalidades imprescindíveis do Ensino Médio. Relacionadas a cada uma dessas competências, são descritas habilidades a serem desenvolvidas ao longo do trajeto escolar do educando, além de habilidades específicas de Matemática (BRASIL, 2018).

Mediante a homologação, em 2018, das mudanças nas diretrizes que permeiam o currículo de Matemática para o Ensino Médio, como as habilidades e competências a serem

unificadas para 1º, 2º e 3º anos, e as cobranças na formação curricular pautadas nas competências gerais, específicas e habilidades que estão sendo sugeridas pela BNCC, os estudantes do Ensino Médio devem desenvolver habilidades para que sejam capazes de realizar as seguintes ações descritas nas competências específicas de Matemática e suas Tecnologias no Quadro 1:

Quadro 1 – Competências Específicas do Ensino Médio de Matemática e suas Tecnologias

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS	
1	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: Adaptado BNCC - BRASIL (2018, p. 523).

Ciente da importância do desenvolvimento e do progresso dessas competências e habilidades, reforçamos o papel da escola, pois é no ambiente escolar que acontecem as interações e mediações que possibilitam a consolidação e o fortalecimento do aprendizado e o pleno desenvolvimento da Educação. Destarte, a BNCC apresenta a escola como um espaço plural e multicultural e, como tal, deve pautar um ensino justo e abrangente, assegurando aos estudantes desenvolvimentos de competências e habilidades no âmbito pedagógico (LIRA; LEITÃO; CASTRO, 2019).

Para Santos *et al.* (2017, p. 2), “*habilidades* é o saber fazer, e as *competências* pressupõem operações mentais, ou seja, capacidade para usar as habilidades, e empregá-las a partir de modos adequados à realização de tarefas”. Nesse viés, as aulas de Matemática devem promover possibilidades ao educando de desenvolver gradualmente essas competências e habilidades, e entendemos que o letramento pode ser uma possibilidade. Rojo (2009, p. 11) defende que “[...] um dos objetivos principais da escola é possibilitar que os alunos participem

das várias práticas sociais que se utilizam da leitura e da escrita (letramentos) na vida da cidade, de maneira ética, crítica e democrática”.

Consequentemente, as habilidades previstas para o Ensino Médio são essenciais para efetivar o letramento matemático dos estudantes, tendo em vista a intensificação e ampliação das habilidades propostas para o Ensino Fundamental, terão mais recursos para compreender a prática e mais suporte para apresentar ações de intervenção específicas para a etapa do Ensino Médio (BRASIL, 2018).

Na BNCC, o letramento matemático está definido como:

[...] competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. O letramento deve também assegurar que todos os estudantes reconheçam que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para compreender e atuar no mundo e para que também percebam o caráter de jogo intelectual da Matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e que pode também ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 522).

Santos *et al.* (2017, p. 2) reforçam que o letramento matemático “é a ação-reflexão que se preocupa com as diversificadas práticas socioculturais de leitura, escrita, interpretação, argumentação, visualização e raciocínio que envolvem os sujeitos no contexto escolar e fora dele”. Para os autores acima, o desenvolvimento das habilidades matemáticas ocorre quando o aluno é letrado e entende e aplica as práticas de leitura e da escrita matemática para resolver problemas escolares, cotidianos e sociais.

Sobre as habilidades matemáticas, reforçamos que a BNCC apresenta 45 habilidades específicas do Ensino Médio de Matemática e suas Tecnologias, das quais destacamos, no Quadro 2, 8 que envolvem conceitos de Geometria Plana ou Espacial (BRASIL, 2018):

Quadro 2 – Habilidades Geométricas do Ensino Médio de Matemática e suas Tecnologias

CÓDIGO HABILIDADE	HABILIDADES GEOMÉTRICAS
EM13MAT105	Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
EM13MAT201	Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
EM13MAT307	Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las

	em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT309	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT504	Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
EM13MAT505	Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
EM13MAT506	Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
EM13MAT509	Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

Fonte: Adaptado BNCC - BRASIL (2018, p. 225-263).

As habilidades geométricas apresentadas foram previstas para o Ensino Médio, não tendo a determinação de um ano específico, mas espera-se que até o final do Ensino Médio sejam desenvolvidas. Nessa perspectiva, pode-se correlacionar o protagonismo, a cultura digital e a utilização de diferentes linguagens preconizadas pela BNCC como competências importantes que precisam ser adquiridas, desenvolvidas e aperfeiçoadas na Educação Básica (BRASIL, 2018).

Considerando as habilidades geométricas com o apoio e apropriação de tecnologias digitais, apontamos para a importância do letramento digital, parte integrante dos multiletramentos, para sanar as problemáticas supracitadas. Assim, o uso de TDIC caracteriza-se, na proposta de Rojo (2012), como “parte das culturas de referência do alunato e de gêneros, mídias e linguagens por ele conhecidos, para buscar um enfoque crítico, pluralista, ético e democrático (...)” (ROJO, 2012, p. 08).

Ademais, Castells (2002) pressupõe que a utilização de tecnologias digitais relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem promove a apropriação de uma cultura digital entre alunos e professores. Carvalho e Bley (2018) reforçam que a cultura digital transforma o estudante em um sujeito ativo e protagonista no ambiente escolar por oportunizar o desenvolvimento da autonomia, da criatividade, do empreendedorismo e da capacidade de resolver problemas. Contudo, tal apropriação perpassa por problemáticas, como elementos físicos, *softwares* dos computadores, fundamentos pedagógicos e formação social.

Ser letrado digital, segundo Xavier (2004), perpassa por mudanças na leitura e na escrita, apresentadas por meio da tela de um computador. Além disso, é necessário desenvolver

competências para utilizar equipamentos digitais com proficiência e ao mesmo tempo compreender que as atividades de leitura e escrita envolvem diferentes abordagens pedagógicas que exigem dos envolvidos, alunos e professores, diferentes formas de atuação no processo de ensino e de aprendizagem.

Partindo-se do pressuposto da necessidade de desenvolver o pensamento geométrico, da importância do planejamento por parte do professor, da preconização da cultura digital, do letramento matemático e digital, apresentamos, na seção seguinte, a discussão geral sobre a implementação de TDIC no contexto educacional, bem como seu delineamento nos processos de ensino e de aprendizagem com foco no papel do professor ao ensinar Geometria.

2.2 Formação de professores: ensino de Geometria na era tecnológica

A sociedade está imersa no contexto atual da era tecnológica, no qual as TDIC estão gradativamente ganhando espaço em nossas ações diárias. Segundo Pirozzi (2013), as tecnologias possuem o efeito de incrementar conhecimento a um grupo ordenado de pessoas a fim de auxiliá-los. Nesse viés, o autor ainda reforça que tudo ao nosso alcance é tecnologia, desde a criação de um lápis até as maiores inovações tecnológicas desenvolvidas.

A facilidade, a rapidez de acesso à informação e a onipresença da utilização de TDIC fazem com que as crianças e os jovens usem, compartilhem, e incorporem em sua rotina as tecnologias para postar vídeos e fotos, enviar mensagem, navegar em suas redes sociais, pesquisar, jogar, entre outras atividades, e oportunizam que mudanças ocorram na prática social (LIRA; LEITÃO; CASTRO, 2019).

É evidente que o uso de tecnologias digitais modificou o cenário atual de acesso à informação, tornando-se algo fundamental para o processo de organização, representação e compartilhamento de novos saberes (CASTRO, 2016; BRASIL, 2018; SOUZA *et al.*, 2020). Nesse viés, cabe evidenciar a importância da utilização de TDIC não apenas para transferência de informações, mas com o propósito de transformar os usuários em sujeitos ativos e construtores do seu próprio conhecimento (PAPERT, 1985).

No espaço educacional, essa realidade é mantida, pois a imersão em práticas que utilizam as TDIC é cada vez mais comum. A velocidade no acesso à informação e o avanço das tecnologias digitais interferem nas relações entre sujeitos e objetos na manifestação do saber e na cultura, uma vez que a forma como se constrói conhecimento pode ser alterada (CASTRO, 2016; LIRA; LEITÃO; CASTRO, 2019).

A abordagem do uso das TDIC em sala de aula ganha ênfase a partir da BNCC, que apresenta as práticas da cultura digital e seu papel de promover o protagonismo dos estudantes, indicando que sejam utilizadas e construídas de forma significativa, ética, crítica e autônoma, considerando as diferentes práticas escolares e sociais (BRASIL, 2018).

Os jovens estão imersos na cultura digital e, unindo tecnologia com a Educação, percebe-se que é algo fundamental na formação dos educadores. É importante ampliar a formação docente, possibilitando experiências ativas, utilizando as TDIC como possibilidade pedagógica, permitindo que os professores estejam abertos e preparados para as novas mudanças metodológicas (CASTRO, 2016; LIRA; LEITÃO; CASTRO, 2019). Dessa forma, indicamos as competências gerais 4 e 5 apresentadas na BNCC:

Competência 4: Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. Competência 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

Embora seja possível utilizar diferentes abordagens metodológicas e recursos didáticos, para que os professores possam usufruir das novas competências para compreender, utilizar e/ou criar tecnologias digitais como possibilidade de produzir informação e conhecimento, é fundamental que sejam letrados digitalmente e que sua didática em sala de aula seja renovada, agregando TDIC ao processo de ensino (HINO *et al.* 2019).

Para Miguel (2005), o mais importante de uma proposta de formação de conceitos matemáticos é o papel do professor no processo de aprendizado do aluno, fazendo com que o educando busque soluções e exercite sua capacidade de raciocinar sobre as situações apresentadas em sala de aula. “[...] É necessário incrementar o processo pedagógico, tanto pela formação contínua de professores, como a partir de um investimento em projetos de escola, ação que passa pela inovação e pelo ensaio de novas formas de trabalho pedagógico” (MIGUEL, 2005, p. 381).

Nesse sentido, Costa *et al.* (2020) afirmam que não basta apenas implementar as TDIC ou qualquer outro recurso facilitador em sala de aula, pois a utilização, por si só, não provoca mudanças significativas ao ensino. É basilar, então, que o professor compreenda as

possibilidades pedagógicas dos recursos tecnológicos e promova abordagens metodológicas diferenciadas das tradicionais para a construção do conhecimento (NOVAIS, 2010).

Vale esclarecer que é imperativo um bom planejamento por parte do professor, com objetivos bem definidos para que o uso de TDIC, junto de conceitos matemáticos, promova a aprendizagem. Entretanto, o professor precisa ter ciência de que não existe um modelo pronto, pois depende de diferentes fatores que envolvem a dinâmica da sala de aula, conforme assevera D'Ambrósio (1996) quando explica que não há uma receita pronta. “Tudo o que se passa na sala de aula vai depender dos alunos e do professor, de seus conhecimentos matemáticos e principalmente do interesse do aluno” (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 95).

D'Ambrosio (1989) e Fiorentini (1995) reforçam que o ensino no Brasil era composto por aulas expositivas, ditas “tradicionais”, nas quais os professores limitavam-se a passar no quadro todo o conteúdo e explicá-lo, e a função dos alunos era “copiar para o seu caderno e em seguida procurar fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de sua solução apresentado pelo professor” (D'AMBROSIO, 1989, p 15).

Fiorentini (1995) destaca que o papel centrado no professor e a falta de abertura para a participação ativa dos alunos dificultam o processo de ensino. Em tempos atuais, o professor constantemente é cobrado por mudanças metodológicas, trazendo procedimentos didáticos e abordagens que engajem os discentes, que os cativem para que, assim, a construção da aprendizagem seja efetivada.

Dessarte, as escolas, em especial, as universidades, devem explorar o uso de TDIC na formação inicial e continuada de professores para oportunizar a imersão de novas metodologias. É fundamental que as escolas (Ensino Fundamental, Médio ou Superior) incorporem, em sua formação prática, o movimento tecnológico ascendente, caso contrário, a obsolescência ocorrerá de forma gradativa (KENSKI, 2012).

No que diz respeito às formações acadêmicas para o acesso à tecnologia, Garcia *et al.* (2011, p. 81) explicitam que os estudantes que “vivenciam durante seus processos de formação acadêmica momentos que podem fazer uso pedagógico das tecnologias, possuem maiores chances de compreender e utilizar futuramente tais tecnologias, sentindo-se mais seguros em relação ao seu uso”.

Isto posto, Brito e Purificação (2012) destacam a importância da realização de práticas diferenciadas para os processos de ensino e aprendizagem a fim de proporcionar uma formação inicial e continuada que desenvolva a criatividade, a reflexão do uso de recursos tecnológicos

e potencialize os saberes profissionais. Ademais, vivências práticas com abordagens metodológicas centradas no aluno podem possibilitar que os professores em formação conheçam diferentes abordagens (COSTA *et al.*, 2020).

Dentre estas práticas, destaca-se, nesta pesquisa, o construcionismo proposto por Papert (2008). Segundo o autor, a construção do conhecimento ocorre quando o sujeito está engajado na construção de um produto, em uma atividade e/ou ação concreta de significado pessoal que pode ser apresentada a outras pessoas, utilizando como recurso o computador.

Nesse viés, Maltempi (2005, p. 4) afirma que “O computador torna-se, então, uma ferramenta viabilizadora de ambientes de aprendizagem, no qual as ideias construcionistas podem ser amplamente exploradas.” Em contrapartida, propor atividades que considerem essa vertente de construção é algo desafiador para os docentes, pois demanda uma reanálise dos processos cognitivos, visto que a aproximação dos professores com a cultura digital precisa ser estreitada (CASTRO *et al.*, 2017).

Nesse contexto, unindo tecnologia com a Educação, procuramos nos fundamentar na teoria do construcionismo. Considerando a tecnologia, o computador e o construcionismo como percurso para o aprimoramento da Educação, permitindo que o aprendiz se torne sujeito ativo, explorando, criando e recriando, aprendendo e construindo conhecimento a partir da mediação do professor (PAPERT, 1985; 2008).

Segundo Hino *et al.* (2019), o computador é parte indivisível do ambiente escolar, e sua utilização requer uma reorganização curricular para possibilitar a inclusão de TDIC em sala de aula. Os autores ainda reforçam que alunos que utilizam com maior frequência os computadores apresentam melhor rendimento cognitivo (HINO *et al.* 2019). No entanto, a sua utilização em sala de aula para promoção de conhecimento requer uma metodologia adequada para que se possa usufruir de suas funcionalidades pedagógicas em sua totalidade (COSTA *et al.*, 2020).

Dessarte, Leitão (2019) salienta que a inclusão de TDIC de forma integrada com conteúdos matemáticos pode desenvolver significativamente a compreensão dos assuntos explorados, aumentando o interesse e envolvimento dos estudantes durante o processo de ensino e de aprendizagem. A autora adiciona que atrelar o uso de TDIC a uma prática metodológica significativa pode estimular uma relação de interação entre professor e aluno.

Teruya (2006, p.75) aponta que “o uso do computador no ensino deve criar ambientes de aprendizagem com novas formas de pensar e aprender”. Ponte, Oliveira e Varandas (2003) afirmam que as TDIC, quando utilizadas na resolução de atividades matemáticas, reforçam o

papel da linguagem gráfica, oportunizam novas formas de representação e relativizam a importância da manipulação simbólica e do cálculo.

Zimmermann e Cunnigham (1991, p. 4) também observaram o papel das tecnologias e afirmam que o computador tem “[...] um papel direto e concreto no surgimento da visualização por causa das formas como os computadores podem construir gráficos matemáticos”. Vale destacar que os recursos tecnológicos, como evidência Soares (2019, p. 87) “tornaram possível a visualização de gráficos, imagens, ilustrações, animações e também da realidade virtual de alcançar novos níveis de cor, realismo e interatividade”.

Laborde (1998, apud ZULATTO, 2002, p. 185) corrobora ao afirmar que os “ambientes baseados em computadores promovem procedimentos de exploração visual [...]”. Além da importância do campo de visualização, da construção e do manuseio dos sólidos geométricos, Papert (1987) salienta que o computador promove uma dimensão dinâmica à investigação, por exemplo: representações, movimentações e transformações de figuras planas e espaciais, com a finalidade de levantar hipóteses e conjecturar propriedades conceituais.

Acerca do ensino de Geometria, Klaus e Pazos (2006) reforçam que a inclusão do computador está ligada às múltiplas representações gráficas que podem ser apresentadas. Os autores indicam a “[...] possibilidade de elevar o nível de aprendizagem nessa área, pela ampla possibilidade de exploração das situações-problemas possíveis no ambiente computacional” (KLAUS; PAZOS, 2006, p. 4).

Entende-se que o trabalho com Geometria Espacial com uso de tecnologias digitais pode proporcionar aos alunos diferentes conhecimentos que, ao serem mobilizados, podem ajudar no desenvolvimento de habilidades espaciais, competências e construção do pensamento geométrico indicadas pela BNCC, assim como é fundamental a mediação do professor na utilização de TDIC no âmbito escolar.

O ensino de Geometria Espacial vem sendo motivo de preocupação, visto que o campo de visualização dos sólidos geométricos fica substancialmente prejudicado ao se transpor a representação tridimensional do objeto para um plano bidimensional, havendo perda de informações ao reproduzir, em lousa ou papel, as figuras espaciais (FANELLI, 2013).

Nota-se que a visualização é o alicerce para a construção do pensamento geométrico, tornando a aprendizagem de habilidades geométricas dependente da capacidade de visualização apresentada por cada estudante. Porém, Bicalho (2013, p. 14) afirma existir uma dificuldade neste processo:

Visualizar é uma das habilidades mais importantes para o desenvolvimento do aluno com relação aos conceitos da Geometria Espacial. Contudo, um professor típico dispõe (e usa) apenas o livro texto como ferramenta didática para o ensino deste assunto. Sendo mídias bidimensionais, a página de um livro ou o quadro-negro não são os instrumentos mais adequados para se treinar visualização. O emprego de materiais concretos se põe como uma excelente alternativa para explorar o assunto. Outra abordagem promissora é o uso de recursos computacionais: modelos tridimensionais podem ser manuseados virtualmente na tela de um computador, construindo assim uma ponte entre a representação planar (quando o sólido está estático na tela do computador) e o modelo concreto (quando o usuário interage com o sólido) (BICALHO, 2013, p. 14).

Desenvolver o pensamento geométrico dos alunos torna-se um desafio para docentes no ensino de Matemática. Como suporte para essa pesquisa, utilizaremos as formas de desenvolvimento do pensamento geométrico proposta por Van Hiele (1957), que indica a progressão em níveis de compreensão no processo de raciocínio em Geometria. Ao defender a importância da visualização para a aprendizagem de conceitos geométricos, Van Hiele (1957) criou padrões, características e métodos para que o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorra durante cinco etapas.

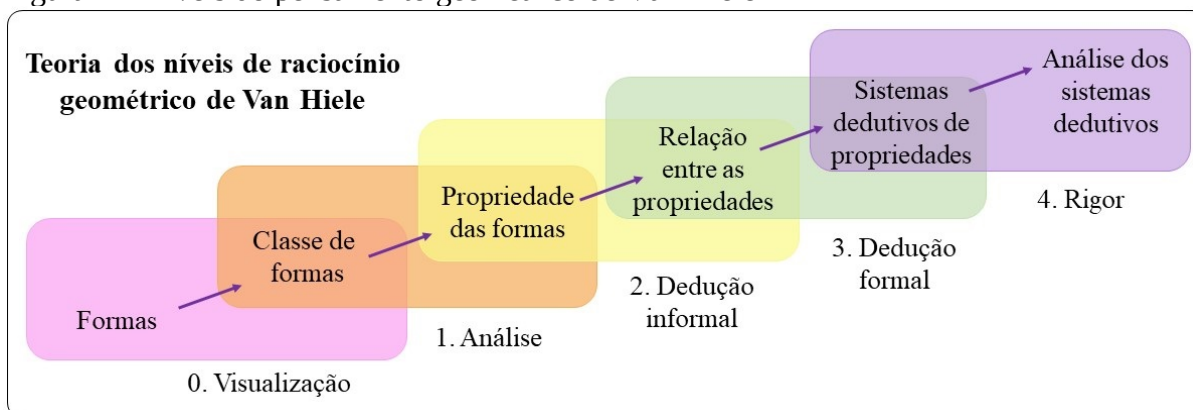
Na próxima seção, apresentamos a Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico realizada pelo casal Van Hiele (1957), com os cinco níveis propostos, além do delineamento das fases de aprendizagem e as características do modelo.

2.3 Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele

A Teoria de Van Hiele, também chamada de Níveis ou Modelo de Van Hiele, é uma teoria de ensino e aprendizagem de Geometria elaborada em 1957, nas dissertações de doutorado dos autores neerlandeses Dina e Pierre Van Hiele na Universidade de Utrecht, Holanda, nos Países Baixos.

O modelo consiste em caracterizar, por níveis mentais hierárquicos, a estrutura cognitiva dos alunos, bem como apresentar uma metodologia de ensino para que estes níveis sejam alcançados. “O modelo sugere que os alunos progridem segundo uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem Geometria” (NASSER; SANT’ANNA, 2010, p. 6). Segundo a teoria, existem cinco níveis de pensamento ou entendimento em Geometria, como apresentados na Figura 1:

Figura 1 – Níveis do pensamento geométrico de Van Hiele



Fonte: Adaptado de Walle (2009, p. 443).

Dina e Pierre Van Hiele, ao abordar cada um dos níveis, apontam para características bem peculiares de cada uma das fases, reforçando que “os alunos precisam estar presentes em um nível de maturação, ou seja, cognitivamente bem desenvolvidos, isso apresentando conhecimentos humanos, sociais e categoriais para que possa existir uma compreensão do que cada uma dessas fases necessita do estudante” (NASSER; SANT’ANNA, 2010, p. 9). As diferenças entre os cinco níveis podem ser resumidas da maneira exibida no Quadro 3 com relação à descrição do pensamento geométrico em cada nível.

Quadro 2 – Níveis do pensamento geométrico e suas respectivas descrições

NÍVEIS	DESCRIÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO POR NÍVEL
0. Visualização ou reconhecimento	- O aluno tem percepção global das figuras; na observação de um conjunto de figuras cada uma é observada isoladamente de outras figuras de mesma classe e é dada atenção a atributos irrelevantes das figuras. - Percepção individual: o aluno observa o objeto e o associa à figura, sem reconhecer que ela faz parte de uma classe, a figura é observada por suas partes. - As descrições das figuras são feitas através de comparações de objetos com formas geométricas. - O vocabulário é básico para poder fazer descrições das figuras, sem a utilização de propriedades das formas geométricas. - As descrições são feitas pelos aspectos físicos e posição no espaço.
1. Análise	- Os alunos começam a perceber conceitos geométricos, fazendo análise das características das figuras. Observam a figura não como um todo, mas identificam suas partes, propriedades geométricas e percebem as consequências das propriedades. - Há utilização dessas propriedades para resolução de problemas. - Demonstrações por meio de exemplos. - Os alunos não relacionam diferentes propriedades entre figuras diferentes, não entendem as definições. - Utilizam muita observação e experimentação.
2. Dedução informal ou classificação	- Os alunos conseguem fazer inter-relações entre as propriedades de uma figura e compará-las com outra figura, por exemplo, um quadrado é um retângulo pois tem todas as propriedades de um retângulo. - Podem realizar classificações inclusivas. - Definem corretamente conceitos e tipos de figuras. - Possuem raciocínio dedutivo informal.

	- Podem entender uma demonstração, mas não são capazes de elaborar uma demonstração formal completa.
3. Dedução formal	- Os alunos conseguem fazer distinção entre postulados, teoremas e definições. - Elaboram demonstrações formais sem decorá-las. - São capazes de ter uma visão global das demonstrações. - Percebem que podem chegar ao mesmo resultado mediante diferentes formas de demonstração. - São capazes de formular enunciados de problemas. - Utilizam uma linguagem precisa.
4. Rigor	- Os alunos estão aptos a estudar sistemas axiomáticos distintos do usual, (geometria euclidiana). - São capazes de fazer comparações entre diferentes sistemas axiomáticos.

Fonte: Adaptado de Silva e Candido (2007, p. 2).

No nível 0: visualização ou reconhecimento, é a aparência das formas que as define. O aluno identifica e avalia as figuras como um todo, porém ainda não identifica suas propriedades. No nível 1: análise, os alunos começam a estabelecer que uma conceitualização de classes e formas é composta devido às suas propriedades, por exemplo, os alunos conseguem distinguir características das figuras geométricas através da observação e experimentação. Já no nível 2: dedução informal, os discentes formam definições abstratas e estabelecem relações entre as propriedades das figuras. Porém, o aluno não compreende o significado de uma dedução ou de axiomas. No nível 3: dedução formal, os educandos são capazes de compreender o processo dedutivo e as demonstrações, os axiomas, os postulados e as definições por meio de sentenças abstratas baseadas mais na lógica do que na intuição. No nível 4: rigor, os alunos já devem compreender a Geometria de forma abstrata, pois estudam os próprios sistemas axiomáticos, e não apenas as deduções dentro de um sistema. Além disso, conseguem trabalhar com diferentes sistemas axiomáticos sem a necessidade do uso de materiais concretos (CROWLEY, 1994; WALLE, 2009).

Observe que a Teoria de Van Hiele trata de um conceito ou propriedade. Por exemplo, a transição do nível 1 para o nível 2 envolve “a transição de uma figura estática na manipulação de conceitos, para uma mais simbólica” (VILLIERS, 2010, p. 401). Segundo Villiers (2010), a aquisição da linguagem técnica e a manipulação de conceitos oportunizaram o refinamento e reconhecimento de novas relações de conceitos existentes.

Conforme Walle (2009), para que esta teoria se efetive no Ensino Médio, os alunos devem iniciar seus estudos para um currículo de Geometria Dedutiva, caracterizado pela capacidade de dedução formal, quando já conseguem fazer inter-relações de propriedades e são capazes de deduzir as propriedades de uma figura e reconhecer suas classes, ou seja, estando no nível 3. Dessa forma, cabe ressaltar que, ao final do Ensino Fundamental, segundo a Teoria

do Pensamento Geométrico de Van Hiele (1957), é importante que o pensamento geométrico tenha se desenvolvido até o nível 2, isto é, o aluno deve saber argumentar, de maneira dedutiva informal, sobre as formas e suas propriedades.

Além desses cinco níveis, Walle (2009) elenca que a teoria tem quatro características: 1) os níveis são sequenciais: para atuar em um determinado nível, o aluno necessita ter adquirido habilidades dos níveis anteriores, sem saltar os níveis; 2) as propriedades dos níveis independem da idade: o progresso de um nível para outro depende mais dos conteúdos e métodos de ensino do que da própria idade; 3) a linguagem do ensino precisa estar no nível do estudante, ou haverá uma falta de comunicação, ou seja, quando o ensinamento ocorre em um nível acima ao do estudante, o conceito não será bem assimilado e nem retido por muito tempo na memória, e 4) o progresso de um nível para o próximo depende da experiência geométrica do aluno, e esta ocorre a partir do contato com tarefas diferenciadas e adequadamente planejadas pelo docente.

Nasser e Sant’anna (2010, p.7) mencionam que, para o aluno, o “progresso nos níveis depende mais da aprendizagem do que da idade ou maturação. Cabe ao professor selecionar as atividades para que ele avance para o nível seguinte”. Nesse sentido, apresentamos, no Quadro 4, um resumo sobre as características e a descrição do modelo de Van Hiele de acordo com o olhar dos autores Nasser e Sant’anna (2010).

Quadro 3 – Características e descrição da Teoria de Van Hiele

CARACTERÍSTICA	DESCRIÇÃO
Hierárquica	Os níveis obedecem a uma hierarquia, isto é, para atingir certo nível, é necessário passar antes por todos os níveis inferiores. Por exemplo, o aluno só consegue perceber a inclusão de classes de quadriláteros (nível de abstração) se distinguirem as propriedades de cada uma dessas classes (nível de análise).
Linguística	Cada nível tem uma linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações próprios. Por exemplo, não adianta falar em propriedade com os alunos que ainda estão no nível de reconhecimento, pois eles não conhecem ainda o significado da palavra.
Conhecimentos intrínsecos	Em cada nível, o aluno tem conhecimentos que estão intrínsecos, e eles não conseguem explicar. No nível seguinte é que esses conhecimentos serão explicados. Por exemplo, o aluno, no nível de reconhecimento, é capaz de reconhecer um quadrado sem conseguir explicar porque aquela figura é um quadrado. Só quando atingir o nível de análise é que será capaz de explicar através da exploração dos componentes do quadrado e de suas propriedades.
Nivelamento	Não há entendimento entre duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes, ou se a instrução é dada em um nível mais avançado que o atingido pelo aluno. Por exemplo: Não adianta o professor pedir a um aluno que está relacionado no nível de análise para fazer deduções, pois neste nível ele não domina ainda o processo dedutivo.

Avanço	O progresso entre os níveis depende da instrução oferecida, isto é, o aluno só progride para o nível seguinte depois de passar por atividades específicas que o preparem para esse avanço.
--------	--

Fonte: Adaptado de Nasser e Sant'anna (2010, p. 79).

A proposta da Teoria de Van Hiele consiste em conhecer em que nível de desenvolvimento se encontra o pensamento geométrico do estudante em relação a um determinado conceito ou propriedade geométrica. A partir dessa verificação, começa o processo de organização do ensino, tendo como foco favorecer a progressão dos estudantes na aprendizagem e compreensão dos conceitos geométricos, obedecendo a uma sequência de níveis hierárquicos de pensamento. Portanto, para que o processo de evolução do pensamento geométrico aconteça de forma eficaz, a prática do professor e suas escolhas metodológicas são primordiais e determinantes (FERREIRA, 2018).

Van Hiele (1957) considera que os estudantes devem ser motivados a subir de um nível para outro e, para isso, a progressão dos níveis do pensamento geométrico são impulsionados pela metodologia de ensino aprendizagem e pelos incentivos norteados pela escola. Nesse viés, observa-se que “as experiências de ensino, as metodologias, as intervenções pedagógicas, os recursos didáticos empregados, os instrumentos avaliativos adotados e as temáticas trabalhadas em sala de aula, constituem aspectos fundamentais dos processos de ensino e de aprendizagem da Geometria” (COSTA, 2016, p. 61).

Kaleff *et al.* (1994) relata que, na Teoria de Van Hiele, existem fases de desenvolvimento e aprendizagem que favorecem a aquisição de níveis de pensamento geométrico de um determinado conceito ou propriedade que especificam algumas generalizações, caracterizam uma prática e ainda fornecem um roteiro e uma metodologia (Quadro 5).

Quadro 4 – Fases de aprendizagem: roteiro e metodologia

FASES	DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA
1 – QUESTIONAMENTO ou INFORMAÇÃO	Professor e alunos estabelecem um diálogo versando sobre o conceito em estudo deste nível. Neste diálogo são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido. Nesta fase, o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto, e estes percebem qual direção os estudos tomarão.
2 – ORIENTAÇÃO DIRETA	Os alunos devem explorar o assunto de estudo através de materiais cuidadosamente selecionados pelo professor que os levarão gradualmente a se familiarizarem com as estruturas características deste nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas.
3 – EXPLICITAÇÃO	Com base nas experiências anteriores, os alunos refinam o uso de seu vocabulário, expressando verbalmente suas opiniões emergentes sobre as estruturas que

	observam. O papel do professor, nesta fase, deve ser mínimo, deixando o aluno independente na busca da formação do sistema de relações em estudo.
4 – ORIENTAÇÃO LIVRE	Nesta fase, as tarefas apresentadas ao aluno devem ser de múltiplas etapas, tarefas que possibilitam várias maneiras de serem completadas ou tarefas em aberto. É fundamental que o aluno ganhe experiência na busca de sua forma individual de resolver as tarefas, buscando sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos; desta maneira, muitas relações entre os objetos de estudo se tornam mais claras.
5 – INTEGRAÇÃO	Esta fase é de revisão e síntese do que foi estudado, visando uma integração global entre os objetos e relações com a consequente unificação e internalização em um novo domínio de pensamento. O papel do professor nesta fase é o de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem, todavia, introduzir ideias novas ou discordantes.

Fonte: Adaptado de Kaleff *et al.* (1994, p. 6 e 7).

Essa abordagem metodológica utiliza as fases de aprendizagem de ensino da Teoria de Van Hiele e, diferente dos níveis, estas não são lineares, ou seja, não há uma obrigatoriedade de ser sequencial. A Teoria de Van Hiele utilizada na presente pesquisa busca, durante a vivência das abordagens, oportunizar a mobilização de diferentes habilidades de diversas áreas do conhecimento, requisitadas para a resolução do problema delimitado no início do processo, fazendo com que os participantes explorem competências, como o trabalho colaborativo, a autonomia, a criatividade e o protagonismo.

Isto posto, Nasser e Sant'anna (2010) reforçam que o progresso de um nível para outro não ocorre de imediato e se faz necessário que o professor amadureça as estratégias e abordagens do objeto de estudo e a linguagem características de cada nível. Esta transposição de níveis depende de diversos fatores, como a experiência da turma, a relação professor x aluno; os aspectos sociais e, principalmente, a verificação do desenvolvimento dos níveis individuais de pensamento geométrico.

Walle (2009) salienta que utilizar materiais concretos, desenhos e modelos computacionais é fundamental para o desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico. Nesse sentido, nesta pesquisa, as atividades previstas na oficina tiveram como suporte as TDIC. No próximo capítulo, apresentaremos um rol de trabalhos que se aproximam da pesquisa desta dissertação, bem como o delineamento dos aspectos gerais do emprego de artefatos tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem, com foco no ensino de Geometria.

3 TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E O ENSINO DE GEOMETRIA: UM ROL DE POSSIBILIDADES

Neste capítulo, apresentamos um mapeamento de pesquisas envolvendo a temática em questão sobre o ensino de Geometria com ou sem suporte de tecnologias digitais. As pesquisas acerca da temática foram realizadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)². Assim, contemplamos o levantamento bibliográfico de trabalhos que a abordam com o intuito de evidenciar as articulações, diferenças, contribuições e lacunas desta investigação para o ensino de Geometria.

Dessarte, o mapeamento de pesquisas possibilita a compreensão dos fenômenos, fazendo com sejam “descobertos caminhos ou formas para mudar, melhorar, prever ou criar algo relativo ao fenômeno ou fato em questão” (BIEMBENGUT, 2008, p. 71). Logo, “mapear têm se tornado um recurso para construir um quadro de referências ou um esquema teórico, na tentativa de se dispor de uma perspectiva ampla e geral de determinado assunto ou tema” (BIEMBENGUT, 2008, p. 23).

Na próxima seção, os resultados são apresentados e discutidos, elencando o caminho percorrido até a seleção das pesquisas.

3.1 Aproximação de outras pesquisas com a temática estudada no portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

No intuito de identificar os trabalhos recentes que possuíam aproximação com a proposta desta dissertação, foi realizado um levantamento bibliográfico na BDTD. Buscou-se filtrar dissertações ou teses voltadas para o objeto de pesquisa em questão. Logo considerou-se para seleção dos trabalhos acadêmicos, o interstício de 2010 a 2020, trabalhos em língua portuguesa, tendo como foco observar e discorrer sobre o objeto de estudo, nível de ensino, estruturação dos trabalhos, os pressupostos teóricos e os procedimentos metodológicos.

Para a seleção dos trabalhos, foram usadas as seguintes palavras-chave nos buscadores: tecnologias digitais, pensamento geométrico, Teoria de Van Hiele, formação docente ou de professores e visualização espacial ou geométrica, associados ao descritor Geometria Espacial por meio da busca avançada, por exemplo, “Geometria Espacial” e “tecnologias digitais”, “Geometria Espacial” e “pensamento geométrico” e assim sucessivamente. Ressalta-se que,

² Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/>.

durante a busca, utilizamos os termos entre aspas, já que se tratam de expressões combinadas e poderiam ocorrer discrepâncias durante a localização. Como critérios de exclusão, descartamos os estudos que estavam presentes em duas ou mais buscas, simultaneamente.

Ao propor um levantamento bibliográfico realizado no interstício de 2010 a 2020, foram catalogados 32 arquivos mediante os parâmetros já elencados. A fim de compreender a temática central dos estudos, após localização das pesquisas, foi realizada a leitura dos principais metadados dos arquivos: resumo, objetivos, procedimentos metodológicos e análise de dados. Isto posto, elaborou-se o Quadro 6 e organizamos os dados por combinação de descritores, título da pesquisa, autor, tipo de qualificação (dissertação ou tese) e ano de publicação.

Quadro 5 – Resultado da busca na plataforma da BDTD

COMBINAÇÃO DE DESCRITORES	TÍTULO	AUTOR	NÍVEL/ ANO
GEOMETRIA ESPACIAL E TECNOLOGIAS DIGITAIS	O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades	MARQUETTI, Celso	DISSERTAÇÃO/ 2015
	Elaborando atividades matemáticas com o <i>software</i> GeoGebra	HONORATO, Vinícius dos Santos	DISSERTAÇÃO/ 2018
	Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre Geometria Espacial: período 2007 a 2017	SANCHEZ, Jéssica Barbosa dos Passos	DISSERTAÇÃO/ 2018
	Construcionismo, conhecimentos docentes e GeoGebra: uma experiência envolvendo licenciandos em Matemática e professores	IDEM, Rita de Cássia	DISSERTAÇÃO/ 2017
	Realidade aumentada como interface para a aprendizagem de poliedros do tipo prismas	SILVA, Roberto Carlos Delmas da	DISSERTAÇÃO/ 2019
	Geometria interativa: novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio	PEREIRA, Geraldo Henrique Alves	DISSERTAÇÃO/ 2016
GEOMETRIA ESPACIAL E PENSAMENTO GEOMÉTRICO	Geometria Espacial no Ensino Médio: Uma abordagem concreta	SILVA FILHO, Gilberto Beserra da	DISSERTAÇÃO/ 2015
	GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da Geometria Espacial	BORSOI, Caroline	DISSERTAÇÃO/ 2016
	Contribuições da pedagogia histórico-crítica para o ensino da Geometria no ciclo de alfabetização	PEREIRA, Adauto de Jesus	DISSERTAÇÃO/ 2016
	Trilhos Matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de Geometria	GEHRKE, Tatiêlê Tamara	DISSERTAÇÃO/ 2017

	Espacial com Estudantes do Terceiro Ano do Ensino Médio		
	Reinventando a Geometria no Ensino Médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, <i>softwares</i> de Geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele.	VIEIRA, Carmem Rosilene	DISSERTAÇÃO/ 2010
	Conhecimentos de visualização Espacial: tarefas de representações visuais com uso de recursos físicos e virtuais	MÁXIMO, Luciana da Silva	DISSERTAÇÃO/ 2016
GEOMETRIA ESPACIAL E TEORIA DE VAN HIELE	Requisitos de projeto para produção de recursos didáticos táteis para estudantes cegos no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Espacial	ANDRADE, Rebeca Medeiros de	DISSERTAÇÃO/ 2019
	Reinventando a Geometria no Ensino Médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, <i>softwares</i> de Geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele.	VIEIRA, Carmem Rosilene	DISSERTAÇÃO/ 2010
	Realidade aumentada como interface para a aprendizagem de poliedros do tipo prismas	SILVA, Roberto Carlos Delmas da	DISSERTAÇÃO/ 2019
	GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da Geometria Espacial	BORSOI, Caroline	DISSERTAÇÃO/ 2016
GEOMETRIA ESPACIAL E FORMAÇÃO DOCENTE	Ensino e aprendizagem e conteúdos de Geometria Espacial em um ambiente dinâmico e interativo	CARVALHO, Flávio de Paula Soares	DISSERTAÇÃO/ 2011
GEOMETRIA ESPACIAL E FORMAÇÃO DE PROFESSORES	Análise do conteúdo de Geometria Espacial em livros didáticos do ensino médio: uma atividade no âmbito da formação inicial de professores	MILITZ, Mari Lucia	DISSERTAÇÃO/ 2016
	Formação de professores de matemática: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática	BENITES, Vanessa Cerignoni	DISSERTAÇÃO/ 2012
	Construcionismo, conhecimentos docentes e GeoGebra: uma experiência envolvendo licenciandos em Matemática e professores	IDEM, Rita de Cássia	DISSERTAÇÃO/ 2017
	Geometria interativa: novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio	PEREIRA, Geraldo Henrique Alves	DISSERTAÇÃO/ 2016
GEOMETRIA ESPACIAL E	A Visualização no ensino de Geometria Espacial: possibilidades com o <i>software</i> calques 3D	RITTER, Andréa Maria	DISSERTAÇÃO/ 2011

VISUALIZAÇÃO ESPACIAL	Poliedros de Arquimedes: um estudo enriquecedor para as aulas de Geometria Espacial na rede pública	RIBEIRO, THAIS DE SALES	DISSERTAÇÃO/ 2015
	Matemática e surdos: o <i>software</i> GeoGebra como recurso para auxiliar o ensino de Geometria	ANTUNES, Maria de Fátima Nunes	DISSERTAÇÃO/ 2020
	Objetos digitais de aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades especiais: um estudo de caso no 6º ano do Ensino Fundamental	BERNARDES, Wagner César	DISSERTAÇÃO/ 2014
	Conhecimentos de visualização Espacial: tarefas de representações visuais com uso de recursos físicos e virtuais	MÁXIMO, Luciana da Silva	DISSERTAÇÃO/ 2016
	GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da Geometria Espacial	BORSOI, Caroline	DISSERTAÇÃO/ 2016
GEOMETRIA ESPACIAL E VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA	Uma proposta para o ensino da Geometria Espacial usando o GeoGebra 3D	SOUZA, Loana Araújo de	DISSERTAÇÃO/ 2014
	Um estudo de caso de aplicação do GeoGebra em uma escola da rede particular com foco em Geometria Espacial	GONZAGA, Ivanete Lopes	DISSERTAÇÃO/ 2019
	Um estudo do icosaedro a partir da visualização em Geometria dinâmica	PALLES, Camila Molina	DISSERTAÇÃO/ 2013
	Cálculo de volume de monumentos a partir de integrais definidas para alunos do ensino médio com apoio do <i>software</i> GeoGebra	NUMER, Francine Mirele	DISSERTAÇÃO/ 2017
	Conhecimentos de visualização Espacial: tarefas de representações visuais com uso de recursos físicos e virtuais	MÁXIMO, Luciana da Silva	DISSERTAÇÃO/ 2016

Fonte: Elaboração própria.

Cabe salientar que, após filtragem, verificamos que, dos 32 trabalhos, 8 repetiam-se em uma ou mais buscas. Por conseguinte, localizamos 24 pesquisas no total, todas dissertações de mestrados acadêmicos ou profissionais. E então, organizamos os dados por ano de publicação, verificando que a popularidade das pesquisas em relação à temática obteve um crescimento nas produções no período entre 2014 e 2016, com maior índice em 2016. Com exceção dos anos de 2010, 2012, 2013 e 2020, com apenas um trabalho, a produção anual se manteve em torno de dois ou três estudos.

Em relação à distribuição geográfica dos trabalhos, a região Sudeste apresenta a maior quantidade de pesquisas (10 pesquisas), seguida pela região Sul com 8 pesquisas. Evidenciamos a escassez de pesquisas que relacionam aprendizagem de conceitos geométricos espaciais nas

regiões Norte (0 pesquisas) e Centro-Oeste (2 pesquisas) do Brasil. Na região Nordeste, apresentam-se apenas 4 pesquisas. Os dados evidenciam a importância de aumentar os esforços e as mobilizações para potencializar pesquisas envolvendo a temática.

Apresentamos, a seguir, a discussão em detalhes das pesquisas que envolvem uso do *software* GeoGebra e da Teoria de Van Hiele, sendo esta a temática diretamente relacionada a esta pesquisa.

3.2 Discussão dos Trabalhos Selecionados

Honorato (2018) investigou como um grupo de quatro pesquisadores em Educação Matemática elabora atividades matemáticas pautadas em Geometria Espacial com o suporte do *software* GeoGebra. Os participantes fazem parte do Grupo de Pesquisa em Informática e Outras Mídias (GPIMEM) e, após cinco reuniões, organizaram um curso intitulado de “*GeoGebra* e Performance Matemática Digital (PMD)”, cumprindo a proposta ao apresentar sete sequências de atividades contendo: objetivos, materiais necessários, tempo previsto, pré-requisitos, recomendações metodológicas e algumas dificuldades.

O pesquisador evidencia a importância de se pensar no público participante, no local da realização, no número de vagas, nos teóricos que embasam a abordagem, por exemplo. A prática envolveu investigação, experimentação com utilização de tecnologias e visualização, e ocorreu em dois momentos sequenciais: realização das atividades e discussão geral das opiniões. Posteriormente, o grupo GPIMEM refletiu sobre a implementação das atividades, fazendo análise da validação, reformulação e replicabilidade da oficina.

Mestrandos do mesmo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Honorato (2018) e Idem (2017), participaram do processo de ideação e aplicabilidade do curso supracitado, porém Idem (2017) usou como fonte de dados a produção dos participantes e a formação oportunizada para oito graduandos e graduados em Matemática. O curso contou com a colaboração do grupo GPIMEM e ocorreu em seis encontros. Os participantes desenvolveram atividades voltadas para conceitos geométricos planos e espaciais e discutiram textos a respeito de PMD e sobre o uso de Trabalho Dirigido como suporte para o ensino de Matemática. Ao fim do curso, foram produzidos uma composição musical e um videoclipe.

Como resultados, Honorato (2018) destacou a sua pesquisa como possibilidade de replicabilidade, pois pesquisadores e professores poderiam se identificar com o processo de elaboração da sequência de atividades matemáticas com o GeoGebra. “Seria como uma partilha

de conhecimento, problemas, situações, conflitos de ideia característicos de um processo de elaboração” (HONORATO, 2018, p. 104). Isto posto, Idem (2017) afirma que o curso possibilitou diversos conhecimentos docentes necessários à implementação das tecnologias digitais nas escolas e ainda reforçou o papel dos professores na utilização de tecnologias digitais no ensino de Geometria Plana e Espacial e as potencialidades do *software* GeoGebra.

Dessa forma, as pesquisas de Honorato (2018) e Idem (2017) assemelham-se à nossa proposta de oficina ao buscar compreender que os conhecimentos docentes poderiam surgir diante da resolução das atividades propostas e das trocas de experiências entre os cursistas. Diante do processo, Idem (2017) observou que os participantes, ao explorar as atividades no *software* GeoGebra, apresentaram conhecimentos prévios, conteudistas e tecnológicos, e os participantes começaram a articular conhecimentos pedagógicos no processo de intervenção.

Assim como Honorato (2018) e Idem (2017), a dissertação de Antunes (2020) objetivou investigar as reações dos professores de Matemática ao utilizar o *software* GeoGebra como recurso didático por meio de uma formação continuada. Os professores participantes reconheceram o potencial que o GeoGebra proporciona ao campo da visualização. As atividades oportunizaram a interação e o manuseio do *software* para o ensino de Geometria Espacial, e os participantes reforçaram que usariam o *software* em suas aulas por ser dinâmico, intuitivo, acessível e gratuito.

A pesquisa de Antunes (2020), de natureza qualitativa e descritiva, teve como estratégia o estudo de caso e foi aplicada com dois professores de Matemática que atuam com estudantes surdos do 1º ano do Ensino Médio, de duas escolas da rede estadual do Mato Grosso. A partir dos registros no diário de campo, a pesquisa oportunizou a produção de dois produtos educacionais: 1) um vídeo, traduzido em Libras para publicização da importância da ascensão de inclusão na educação por meio de formações continuadas e 2) um produto no formato de sequência didática (apresentação, integração, formação, edição e publicização do resultado) da formação continuada.

Andrade (2019) também permitiu a inclusão em sua pesquisa ao contribuir para a promoção do acesso, frequência e permanência de estudantes com deficiência visual em contexto escolar mediante o processo de produção de recursos didáticos táteis no âmbito do ensino e da aprendizagem de Geometria Espacial. Apresentando a Tecnologia Assistiva (TA) como a oportunidade de tornar a educação inclusiva, a autora enfatiza a importância da construção visual do estudante utilizando representações gráficas em produtos, recursos ou metodologias. De acordo com Cook e Hussey, TA é “uma ampla gama de equipamentos,

serviços, estratégias e práticas concebidas e aplicadas para minorar os problemas funcionais encontrados pelos indivíduos com deficiências” (COOK; HUSSEY, 1995).

A *Design Science Research* foi o método de pesquisa utilizado por Andrade (2019) e aplicado com a finalidade de projetar, propor soluções ou construir artefatos. Em concomitância, a Teoria de Van Hiele deu suporte nas fases de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. Os passos da abordagem exploratória qualitativa foram: a) Revisão sistemática da literatura; b) Pesquisa documental; c) Entrevista semiestruturada com especialistas da área da Educação (Matemática, Educação Especial, Design, Engenharia e Ergonomia), d) Contato individual e presencial com estudantes cegos dos anos finais do Ensino Fundamental de Escolas Municipais de Porto Alegre (entrevista estruturada, aplicação de teste de manuseio de objetos, e aplicação de pós-teste).

Dentre os resultados da pesquisa de Andrade (2019), temos a apropriação da metodologia *Design Science Research*, o aprofundamento de conhecimentos a respeito do universo das pessoas com deficiência visual, a interação dos estudantes cegos com recursos didáticos táteis com base nos níveis de compreensão propostos pela Teoria de Van Hiele e a confirmação de que o uso do *Design Science Research* integrado à Teoria de Van Hiele auxilia no processo de ensino e de aprendizagem de Geometria Espacial a estudantes cegos.

À luz da Teoria de Van Hiele, Borsoi (2016) objetivou provocar o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial de 24 alunos do 3º Ano de Ensino Médio, explorando os conceitos da Geometria Espacial através da utilização do *software* GeoGebra. A metodologia contou com a realização de uma sequência didática que compreende as 4 fases da Engenharia Didática de Michèle Artigue, “a 1ª fase, das análises preliminares; a 2ª fase, da concepção e da análise a priori; a 3ª fase, da experimentação; e a 4ª e última fase, da análise a posteriori e validação” (BORSOI, 2016, p. 46).

A efetivação da pesquisa de Borsoi (2016) ocorreu com o auxílio do *software* GeoGebra 5.0 3D, sendo possível criar figuras e animações que facilitaram a visualização dos sólidos geométricos, a elaboração de figuras tridimensionais, bem como os cortes para mostrar as secções dos sólidos. Como considerações finais, a autora reforça a constante busca de recursos e métodos que favoreçam o aprendizado a partir de práticas diferentes das encontradas nos livros didáticos e evidencia que o uso do computador em sala de aula estimula os alunos a aprender, além de facilitar o desenvolvimento do raciocínio e da visualização dos sólidos. Ela

apresenta como produto uma sequência didática, com passo a passo das construções geométricas, intitulado de *GeoGebraBook*³.

Também utilizando o *software* GeoGebra 5.0 3D, Marquetti (2015) investigou, junto a um grupo com cinco estudantes do Ensino Médio de uma escola particular de São Paulo, se o uso de tecnologias digitais a partir de uma abordagem didática subsidiaria a compreensão de propriedades dos sólidos geométricos, cubo e pirâmide. A metodologia escolhida pelo autor foi o estudo de caso e, por meio de uma abordagem qualitativa, procurou descrever: 1) Evidências da importância do *software* GeoGebra para promover a visualização, a experimentação e o dinamismo e 2) O desenvolvimento do conhecimento matemático sobre os sólidos com o suporte do *software* GeoGebra. Além disso, foi apresentado, como considerações finais, os benefícios e a colaboração do uso do computador na compreensão da proporcionalidade entre o volume por meio da visualização dos sólidos mostrados na tela e, como limitação, a ausência de um grupo controle foi evidenciado.

As pesquisas de Souza (2014) e Gonzaga (2019) assemelham-se ao utilizarem o *software* GeoGebra 5.0 3D como recurso facilitador da aprendizagem de Geometria Espacial. Os autores apresentam sequências de atividades para alunos do 2º Ano do Ensino Médio a fim de minimizar as dificuldades apresentadas pelos participantes em relação ao campo de visualização espacial. Ambos concluem que o *software* GeoGebra auxilia os alunos a construir os sólidos geométricos e a analisar suas propriedades por meio da movimentação e planificação, sem a rigidez de decorar fórmulas. Ainda reforçam o papel motivacional e atrativo do recurso didático e a mediação do professor em oportunizar a utilização de tecnologias no ensino da Matemática, fazendo com que o estudante assuma o protagonismo de sua aprendizagem.

Como discutido em estudos supracitados, a promoção do desenvolvimento do campo de visualização geométrica parte da manipulação em criar sólidos, movimentá-los ou relacioná-los em situações práticas significativas e contextualizadas com a realidade dos estudantes. Como é o caso das pesquisas de Vieira (2010), Gehrke (2017) e Silva-Filho (2015), baseados na Teoria de Van Hiele (1957), que instigam o avanço no desenvolvimento do pensamento geométrico através da interação social, partindo de sequências práticas atreladas às vivências dos alunos.

Gehrke (2017) estudou se a aplicação de sequências práticas de resoluções de problemas criados a partir dos registros no diário de campo, da análise do teste diagnóstico e das produções de estudantes do 3º Ano do Ensino Médio contribuiria para o ensino e a aprendizagem dos

³ GeoGebraBook disponível em: <http://www.geogebra.org/rb/SVYH6Rc7>.

sólidos geométricos. A metodologia de Resolução de Problemas foi validada, pois possibilitou aos estudantes a construção do conhecimento de forma participativa e colaborativa por meio da realização de um Trilho Matemático no ambiente em que os estudantes vivem. Cross (1997, p. 38) esclarece que o Trilho Matemático é uma “sequência matemática de paragens ao longo de um percurso pré-planejado, no qual os estudantes estudam matemática no ambiente que os rodeia”.

Seguindo nesse viés, Silva-Filho (2015) buscou como uma sequência de atividades poderia contribuir para o avanço do desenvolvimento em níveis de acordo com a Teoria de Van Hiele (1957), partindo de objetos concretos e materiais manipuláveis, relacionando-os com conceitos geométricos. Definida a proposta, foi realizada uma pesquisa qualitativa com alunos do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola estadual de Pernambuco. Desenvolvida em cinco etapas, oportunizou o trabalho colaborativo na realização das atividades, e individual, na resolução do questionário de análise do avanço de níveis de Van Hiele.

Em desdobramento, Vieira (2010) apresenta um modelo de atividade para ser realizado e relata os benefícios que a utilização do material manipulável (Geoplano) e do computador (GeoGebra) pode trazer ao ser usada nos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de áreas de figuras planas e espaciais, avaliadas conforme a Teoria de Van Hiele. Sobre a validação da pesquisa com alunos do Ensino Médio em sala de aula, traz como contribuições “o aumento da capacidade argumentativa e dedutiva, o desenvolvimento da linguagem geométrica e o avanço nos níveis de pensamento geométrico” (VIEIRA, 2010, p. 8).

Diante do apresentado, alguns pesquisadores da Educação Matemática mobilizam esforços para investigar as contribuições do *software* GeoGebra para outros ramos da Matemática, em específico a Etnomatemática e a Modelagem Matemática (PEREIRA, 2016; NUMER, 2017). Ambos reforçam o papel da Geometria Dinâmica em criar possibilidades para redefinir o modo de ensinar e de aprender Geometria em turmas do Ensino Médio.

Pereira (2016) apresenta atividades de resolução de problemas por meio do uso e aplicabilidade do *software* GeoGebra 3D vinculado a conteúdos e situações cotidianas dos estudantes. O roteiro de atividades foi descrito de forma detalhada, os exercícios e problemas foram apresentados em planos de aula podendo ser replicados em sala de aula, porém a proposta é que este estudo sirva para trabalhos futuros no Ensino Médio, já que ele não apresentou uma validação em sala de aula.

Partindo da didática de resolução de problemas, Numer (2017) estimulou o cálculo de volume de monumentos a partir de integrais definidas e aliadas ao *software* GeoGebra. A

metodologia utilizada foi o estudo de caso, e teve uma abordagem qualitativa, que procurou descrever a aprendizagem significativa de alunos do 3º Ano do Ensino Médio a partir de dados obtidos de atividades que foram desenvolvidas em quatro etapas: 1) representação de monumento em maquete 3D de forma proporcional; 2) cálculo do volume por fórmulas geométricas; 3) cálculo do volume por integrais definidas, e 4) representação dos sólidos no GeoGebra 3D.

As pesquisas diferenciam-se na escolha da metodologia, no entanto, equiparam-se ao apresentar como evidências o protagonismo dos participantes, o pensamento e raciocínio geométrico 3D, o desenvolvimento de habilidades em visualização geométrica espacial, atividades experimentais e interesse para o estudo da Geometria por meio do *software* GeoGebra, e o uso de tecnologias digitais como precursor para o conhecimento.

Contudo, a presente pesquisa traz uma abordagem divergente em comparação aos trabalhos apresentados, pois buscou contribuir com atividades práticas do livro da Kaleff (2003) através do *software* GeoGebra. O público-alvo são professores de Matemática em diferentes níveis acadêmicos, evidenciando e oportunizando, assim, uma formação continuada de professores, e os ambientes foram síncronos e assíncronos devido ao momento pandêmico ocasionado pela crise sanitária de 2020.

Cientes dessas possibilidades da utilização do computador, e tendo como proposta assegurar aos estudantes o desenvolvimento de competências e habilidades no âmbito pedagógico, propomos atividades que oportunizem um percurso metodológico inspirado nas fases de aprendizagem da Teoria de Van Hiele, e incentivem os participantes a buscarem informação, assumindo uma postura ativa no processo de construção de conhecimento. Para isso, a seguir, detalharemos os procedimentos metodológicos da investigação.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, é descrito o percurso metodológico utilizado para o progresso desta pesquisa. Destarte, organizamos os procedimentos metodológicos em seis seções, a saber: contextualização e tipo de pesquisa; *lócus* e sujeitos; atividades elaboradas; os recursos digitais utilizados; os instrumentais para a coleta dos dados e, por fim, os procedimentos para análise dos dados. Inicialmente, explicitamos a caracterização deste estudo.

4.1 Caracterização do estudo: contexto e tipo de pesquisa

O desenvolvimento desta pesquisa aplicada ancora-se na realização de uma oficina, intitulada *Prototipação⁴ de puzzles geométricos para o Ensino Médio* (PPGEM), cadastrada no Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE), sob parecer nº: 30075920.6.0000.5589, realizada em parceria com o Grupo de Pesquisa PROMÍDIA, por meio de um projeto de extensão, vinculado à UFC. Esta oficina teve como objetivo discutir e validar, junto a professores da Educação Básica, a proposição de atividades práticas, partindo da aquisição de novos conhecimentos para o aprimoramento do ensino de Geometria Espacial e para o desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico para o Ensino Médio com suporte das TDIC.

De acordo com Paviani e Fontana (2009), as oficinas são vivências pedagógicas de situações concretas e significativas, baseadas nos conceitos de sentir, pensar e agir, ou seja, incorporam ação e reflexão ao processo de ensino. Para os autores, as oficinas oportunizam “apropriação, construção e produção de conhecimentos teóricos e práticos, de forma ativa e reflexiva” (PAVIANI; FONTANA, 2009, p. 78). Destarte, as oficinas pedagógicas são situações didáticas e interacionais que unem saberes particulares de cada sujeito e científicos na busca do saber. Assim,

A oficina, como qualquer ação pedagógica, pressupõe planejamento, mas é na execução que ela assume características diferenciadas das abordagens centradas no professor e no conhecimento racional apenas. O planejamento prévio caracteriza-se por ser flexível, ajustando-se às situações-problema apresentadas pelos participantes, a partir de seus contextos reais de trabalho. A partir de uma negociação que perpassa todos os encontros previstos para a oficina, são propostas tarefas para a resolução de

⁴ O termo prototipação vem do grego *prótos* (primeiro) e *typos* (tipo), ou seja, significa primeiro tipo ou primeiro modelo. Para Palhais (2015, p. 4), “O recurso à prototipagem, que pode ser tanto real como virtual, passando pela prototipagem manual à prototipagem rápida, faz parte integrante dos processos de desenvolvimento de um produto”.

problemas ou dificuldades existentes, incluindo o planejamento de projetos de trabalho, a produção de materiais didáticos, a execução de materiais em sala de aula e a apresentação do produto final dos projetos, seguida de reflexão crítica e avaliação. As técnicas e os procedimentos são bastante variados, incluindo trabalhos em duplas e em grupo para promover a interação entre os participantes, sempre com foco em atividades práticas (PAVIANI; FONTANA, 2009, p. 79)

Isto posto, Cuberes *apud* Vieira e Volquind (2002, p. 11) conceituam as oficinas como sendo “um tempo e um espaço para aprendizagem; um processo ativo de transformação recíproca entre sujeito e objeto; um caminho com alternativas, com equilíbrios que nos aproximam progressivamente do objeto a conhecer”. Nessa perspectiva, Araldi *et al.* (2012) afirmam que as oficinas pedagógicas como dispositivo de pesquisa geraram o acompanhamento da ação pedagógica. Os estudiosos ainda ressaltam a importância da formação, do desenvolvimento do trabalho, do desdobramento processual das atividades e da construção colaborativa de conhecimentos, e não apenas da análise do produto.

Lugar próprio para elaborar, fabricar ou consertar, as oficinas pedagógicas são processos de trocas entre cursistas e formadores. Diante dos indícios apresentados, propõe-se aqui uma pesquisa do tipo exploratória, com a finalidade de “desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores” (GIL, 2008, p. 27). Assumindo, em geral, a forma de estudo de caso, já que seu aspecto diferenciador “reside em sua capacidade de lidar com uma ampla variedade de evidências – documentos, artefatos, entrevistas e observações” (YIN, 2001, p. 27).

Yin (2005) define que o estudo de caso é uma estratégia de pesquisa que esclarece as hipóteses iniciais, a sua escolha e os resultados obtidos dentro de uma situação específica, e que trata do planejamento, das técnicas de coleta de dados e das abordagens para a análise dos mesmos. Para o autor, um estudo de caso exploratório deve ser antecedido por afirmações sobre: “a) o que será explorado; b) o propósito da exploração, e c) os critérios através dos quais se julgará a exploração como bem-sucedida” (YIN, 2001, p. 51).

Ademais, esta pesquisa caracteriza-se por uma abordagem qualitativa e possui caráter formativo para docentes, ampliando os conhecimentos do pesquisador e do objeto a ser pesquisado. Nesse caso, “envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo” (GODOY, 1995, p. 58).

Segundo Denzin e Lincoln (2006), a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem interpretativa dos fenômenos, pois os pesquisadores estudam, observam, analisam e descrevem, de forma detalhada, os fenômenos e os elementos que os envolvem. Corroborando com os autores, Vieira e Zouain (2005) afirmam que a pesquisa qualitativa atribui importância fundamental aos depoimentos, aos discursos e aos significados transmitidos pelos participantes.

Na próxima seção, detalharemos o *lôcus* da pesquisa e os critérios de escolha dos sujeitos participantes.

4.2 Local da pesquisa e sujeitos

Em sua proposição inicial, a oficina seria aplicada a estudantes do Ensino Médio do IFCE e estruturada para transcorrer em dez encontros presenciais nas dependências da faculdade, *campus* Fortaleza, na sala de aula do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) e no Laboratório de Informática. Contudo, devido ao contexto pandêmico, foi necessário reformular os aspectos metodológicos, entre eles: o público-alvo, a aplicabilidade para a formação de professores, as atividades práticas e o espaço físico para o formato remoto. As modificações aludidas foram necessárias devido a alguns empecilhos práticos e estruturais, como localizar estudantes que tivessem acesso à *internet*, estivessem dispostos a participar das atividades e soubessem manusear as ferramentas tecnológicas previstas.

Visando cumprir a proposta reformulada da oficina, disponibilizamos um formulário *Google forms* de inscrição e divulgamos via *WhatsApp* uma chamada para os professores de Matemática da Educação Básica que tivessem interesse pela temática, juntamente do *folder* de divulgação (Apêndice A) e do *link* de inscrição⁵. Iniciamos as divulgações no dia 26 de abril de 2020 e encerramos no dia 02 de maio de 2020, com 686 inscritos.

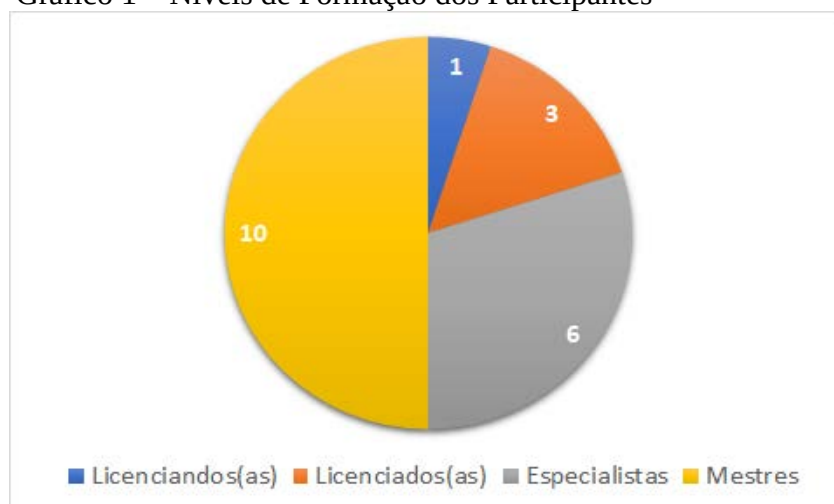
Nosso grupo era composto por cinco formadores: Arianny de Sousa Lira, Danilo do Carmo de Souza, Francisco Ellivelton Barbosa, Lucas Wesley Oliveira da Silva e Juscileide Braga de Castro, todos vinculados ao grupo PROMÍDIA. A intencionalidade pedagógica era proporcionar aprendizagem construcionista, porém, devido à quantidade de formadores, decidimos delimitar a escolha dos participantes a fim de conseguirmos ser suporte teórico e prático a todos os envolvidos. Com isso, elencamos alguns critérios para seleção dos cursistas

⁵ Por meio do link: <https://url.gratis/faGH5>

com base em suas respostas disponibilizadas no formulário de inscrição. Os pontos destacados foram: 1) Já ter utilizado o GeoGebra? Sim; 2) Em relação ao nível de domínio do *software* GeoGebra? Intermediário/Avançado; 3) Já ter utilizado o *software* no ensino de conceitos geométricos? Sim, e 4) Em caso positivo, com qual conceito matemático? Algum conceito relacionado ao ensino de Geometria Plana ou, de preferência, Espacial.

Assim como divulgado no *folder* e por meio das perguntas supracitadas, no dia 04 de maio de 2020, escolhemos e divulgamos os vinte participantes selecionados. A escolha se deu por interesse, disponibilidade e adequação às necessidades da pesquisa. Os profissionais teriam o aparato tecnológico e o espaço físico necessários para receber o projeto. A execução da oficina contou com a participação de professores de Matemática de regiões distintas do Brasil, com diferentes níveis de formação (Gráfico 1) e tempos de atuação profissional, designados aqui pela letra P, seguido de um número (P01, P02, ... P20) para resguardar seus anonimatos.

Gráfico 1 – Níveis de Formação dos Participantes



Fonte: Dados da pesquisa.

Desse modo, duas categorias merecem destaque, os sujeitos, sendo 1 licenciando em Matemática (5%), 3 licenciados em Matemática (15%), 6 especialistas (30%) e 10 mestres (50%), todos professores em exercício da Educação Básica. Um fato a ser destacado é o interesse de professores, mesmo com alto nível de especialização, por buscarem subsídios para sua prática pedagógica. A tabela 1 apresenta a distribuição dos cursistas por região do Brasil:

Tabela 1 – Descrição por região

ESTADO	QUANTITATIVO	REGIÃO	TOTAL POR REGIÃO
CEARÁ (FORTALEZA)	9	NORDESTE	14
CEARÁ (JUAZEIRO DO NORTE)	3		
PIAUÍ	1	NORTE	3
BAHIA	1		
RORAIMA	1		
AMAZONAS	1		
PARÁ	1		

RIO DE JANEIRO	1	SUDESTE	2
MINAS GERAIS	1		
PARANÁ	1	SUL	1

Fonte: Dados da pesquisa.

Ademais, a Tabela 1 informa a região Nordeste com o maior quantitativo de participantes, 14 no total (70%); a região Norte com 3 participantes (15%); a região Sudeste com 2 participantes (10%), e a região Sul com apenas 1 participante (5%), já a região Centro-Oeste, infelizmente, não foi contemplada com participações. Esclarecidos os sujeitos e o local da pesquisa, descreveremos, na próxima seção, as etapas e as atividades desenvolvidas na oficina.

4.3 Etapas da pesquisa e atividades desenvolvidas

Os encontros e o desenvolvimento das atividades foram realizados no período de 13 de maio a 20 de junho de 2020, sendo completamente à distância, estruturados em 5 encontros síncronos (*Google Meet*) e assíncronos (*Google Classroom* e *WhatsApp*). A metodologia da oficina baseou-se em: 1) Atividades de exploração da produção de *puzzles* (também conhecidos como quebra-cabeças geométricos) desenvolvidos e disponíveis no livro *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos* de Ana Maria M. R. Kaleff (KALEFF, 2003); 2) Discussões dialogadas sobre o ensino de Geometria Espacial, uso da TDIC e exploração do GeoGebra em sala de aula, e 3) Planejamento de aulas com suporte do GeoGebra articulado à BNCC. A carga horária foi dividida da seguinte forma:

- 15 horas divididas em 5 encontros síncronos usando a plataforma *Google Meet*;
- 15 horas de discussões assíncronas por meio da ferramenta *Google Sala de Aula*;
- 20 horas de atividades no GeoGebra e de planejamento de aulas com suporte das ferramentas apresentadas ao longo do curso, arquivadas no *Google Drive*.

Ademais, os materiais para leitura usados nas discussões teóricas e as construções elaboradas pelos participantes foram organizados e estão disponíveis em uma pasta do *Google Drive*, compartilhada com todos os participantes da formação, e as atividades foram executadas conforme a sequência descrita no Quadro 7:

Quadro 6 – Sistematização dos encontros da oficina

FASE	PERÍODO			
	INÍCIO/ TÉRMINO	INTERAÇÃO/ FERRAMENTA	RESUMO DAS ATIVIDADES	CARGA- HORÁRIA

Aula 01	13/05/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Apresentação dos formadores; Sistematização do objetivo do encontro: explicação sobre como será o projeto (o que faremos, porque que gravaremos etc.); Explicar o preenchimento (virtual) dos documentos relativos à livre concordância da participação na pesquisa e na permissão dos registros audiovisuais através do direito de imagem (solicitado no formulário de inscrição), e Discussão sobre o que é a Geometria Espacial, sua importância no cotidiano e sondagem sobre as aplicações práticas desse conteúdo em sala de aula. Para a discussão utilizaremos o MENTIMETER. Apresentação da turma no <i>Google Sala de Aula</i>, das atividades práticas e prazos, e das possibilidades de uso do mesmo para o modelo de aula (Passo a passo, via <i>Google Meet</i>).	3 horas
	14/05/2020 a 19/05/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Apresentação livre dos participantes: Olá, professor, sabemos que cada um traz consigo uma bagagem de experiências. Vamos nos conhecer melhor? Faça sua apresentação, conte-nos suas experiências profissionais, quais são os seus objetivos e expectativas em relação à oficina. Aproveite também para nos contar sua experiência com educação à distância como aluno, tutor ou professor. Ah, não se esqueça de citar em qual escola trabalha! Aguardamos a participação de todos! Propor o pré-teste (atividade da Teoria de Van Hiele) como atividade para o próximo encontro.	4 horas
Aula 02	20/05/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Retomar a discussão anterior sobre o pré-teste: apresentar algumas resoluções do pré-teste realizado por alunos a fim de analisar com os professores os conceitos, as dificuldades, o nível etc.; Roda de conversa (avaliação dos recursos pedagógicos, tecnológicos e de apoio ao professor etc.); Apresentar a Teoria de Van Hiele, que tem sido conceituada como uma prática a seguir para ensino de habilidades em Geometria e é uma teoria instrucional que busca orientar o trabalho pedagógico do professor no ambiente escolar, ao proporcionar um acompanhamento e uma compreensão do desenvolvimento geométrico do educando no decorrer do processo educacional (slide via <i>PREZI</i>); Apresentar o GeoGebra, um <i>software</i> de matemática dinâmica gratuito, funcional para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação. E realizar um tutorial de como utilizar as ferramentas do GeoGebra (vídeos no <i>Google Sala de Aula</i>).	3 horas

	21/05/2020 a 26/05/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Produção dos quebra-cabeças (<i>Vendo e entendendo Poliedros</i> – Kaleff, 2003), construindo por meio da planificação para a montagem de um modelo de sólido e verificando os objetivos e composição de cada um; Atividade: Quebra-cabeça nº 3, Tetrocta por meio da ferramenta GeoGebra, como atividade para o próximo encontro; Resolução da atividade sendo apresentada pelos participantes (via captura de tela pro da <i>Apowersoft</i>), e Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade.	7 horas
Aula 03	27/05/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Iniciar encontro com a análise e discussão sobre a resolução da atividade sendo apresentadas pelos participantes. Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade; Apresentar aos participantes um passo a passo da atividade no GeoGebra, incluindo planificação e montagem do sólido e verificar diferentes resoluções e avaliar a atividade como possibilidade de uso em sala de aula, e Propor a atividade da produção de quebra-cabeças Tetra-2, Tetra-4 e Tetra-6 (KALEFF, 2003) (via fórum).	3 horas
	28/05/2020 a 02/06/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Atividade: criando quebra-cabeças a partir de seções planas do poliedro por meio da ferramenta GeoGebra. Resolução da atividade sendo apresentada pelos participantes (via captura de tela pro da <i>Apowersoft</i>) para ser possível se verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade.	7 horas
Aula 04	03/06/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Iniciar o encontro com a análise e discussão sobre a resolução da atividade sendo apresentada pelos participantes. Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade; Apresentar os vídeos produzidos pelos participantes, verificar diferentes resoluções e avaliar a atividade como possibilidade de uso em sala de aula, e Propor a criação de um <i>puzzle</i> por parte dos participantes e um plano de aula com a utilização desta aplicação. Objetivo: Partir de um sólido geométrico e apresentar relações entre os volumes dos sólidos menores com o sólido final como atividade para o próximo encontro (via fórum).	3 horas
	04/06/2020 a 14/06/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Atividade: criação de um <i>puzzle</i> e de um plano de aula, utilizando a ferramenta GeoGebra e algum dos recursos que foram compartilhados nas formações síncronas, como atividade final para o encerramento da oficina. Salvar o planejamento na pasta da formação no <i>Google Drive</i> ; Resolução da atividade sendo apresentada pelos	15 horas

			participantes (via captura de tela pro da <i>Apowersoft</i>), e Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade.	
Aula 05	15/06/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Resolução da atividade: apresentar os vídeos produzidos pelos participantes e dos protótipos; Verificar diferentes resoluções e avaliar a atividade como possibilidade de uso em sala de aula; Comentar as principais dificuldades encontradas para a realização do plano, e Discutir a importância da contextualização das atividades e ter um planejamento de aula antes da utilização do recurso. Encerramento do projeto. Agradecimentos aos participantes. Considerações finais dos participantes sobre a formação.	3 horas
	16/06/2020 a 20/06/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Atualização das atividades pendentes, e Preenchimento de formulário de avaliação final da oficina.	2 horas
			Carga Horária Total:	50 horas

Fonte: Elaboração própria.

Em síntese, no primeiro encontro, foram sistematizados os seguintes pontos: apresentação dos formadores e cursistas; identificação dos objetivos de cada encontro por meio da ementa da oficina (Apêndice B); discussões sobre o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial utilizando como metodologia a nuvem de palavras; apresentação do *Google Classroom* e, por fim, aplicação do teste baseado na Teoria de Van Hiele.

Salientamos que, inicialmente, foi aplicado com os professores cursistas um teste (Anexo A) cuja intencionalidade era de a) Identificar os conceitos matemáticos presentes nas situações problemas e quais os conhecimentos prévios necessários para que um aluno pudesse resolvê-la; b) Analisar o nível de dificuldade que um aluno teria ao respondê-la, e c) Registrar as estratégias utilizadas pelos professores para minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos durante a resolução das situações problemas. Ressaltamos ainda que um teste semelhante (Anexo B) foi aplicado com 169 estudantes do Ensino Médio de diferentes regiões do Brasil, a partir de um formulário disponibilizado de forma *on-line*, a fim de verificar as congruências em comparação à análise realizada pelos participantes.

No segundo momento, debatemos e avaliamos os recursos pedagógicos concretos e tecnológicos, e apresentamos a Teoria de Van Hiele e o *software* GeoGebra como alternativa

para o ensino de conceitos geométricos. Por conseguinte, aplicamos a atividade: Tetrocta com o suporte da ferramenta GeoGebra (KALEFF, 2003).

Solicitamos que os participantes vivenciassem o processo de prototipação digital, ou seja, produzissem as peças do quebra-cabeça no GeoGebra 3D. Nesse processo, para a construção das peças, era necessário a habilidade de visualização, bem como, já que se tratava de peças de quebra-cabeças, a movimentação ou translação dos sólidos para que pudessem ser encaixados na aba de visualização 3D do *software* GeoGebra.

No terceiro encontro síncrono, apresentamos aos participantes uma possibilidade de resolução, explicitando o passo a passo da atividade no GeoGebra, incluindo a planificação para a montagem de um modelo de sólido, ou seja, planificação de suas peças e a montagem dos sólidos propostos. Solicitamos a realização da atividade: Criando quebra-cabeças a partir de seções planas do poliedro com o GeoGebra (KALEFF, 2003).

As duas atividades propostas mencionadas anteriormente, são de autoria de Kaleff (2003, p. 106-109), quem oportuniza a apropriação de conceitos geométricos por meio da produção de quebra-cabeças em diferentes níveis de ensino. Ademais, reforçamos que, para além do aspecto remoto, o diferencial da abordagem relatada inclui a integração de tecnologias digitais, como o *software* GeoGebra para a prototipação dos *puzzles* e a visualização das propriedades dos conceitos para as discussões teóricas e metodológicas sobre o ensino e a aprendizagem de conceitos atrelados a Geometria Espacial.

No quarto encontro, apresentamos os vídeos produzidos pelos participantes, verificamos diferentes resoluções e avaliamos a atividade como possibilidade de uso em sala de aula. Solicitamos como atividade final da oficina: Criação de um *puzzle* e um plano de aula utilizando a ferramenta GeoGebra. A metodologia usada no plano de aula era de escolha dos participantes, portanto, obtivemos como fundamentação teórica, por exemplo, a sequência de Fedathi e a Teoria de Van Hiele. Em nosso último encontro, apresentamos os vídeos e os protótipos, solicitamos o preenchimento de formulário de avaliação final do curso, encerramos o projeto e agradecemos aos participantes.

Estes procedimentos descritos ocorreram em uma oficina com duração de 50 horas/aulas, realizada em 10 horas/aulas semanais, abertas as inscrições para professores de Matemática da Educação Básica. A oficina percorreu uma abordagem metodológica inspirada nas fases de aprendizagem da Teoria de Van Hiele (Quadro 8), pois cabe salientar que estas se limitam ao ensino de um conceito geométrico. Durante a vivência das abordagens pudemos mobilizar diferentes habilidades de diversas áreas do conhecimento, requisitadas para a

resolução do problema delimitado no início do processo, fazendo com que os cursistas explorassem competências, como trabalho colaborativo, autonomia, criatividade e protagonismo.

Quadro 7 – Oficina por meio da Teoria de Van Hiele: inspirado nas fases da aprendizagem

FASES	DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA
1. QUESTIONAMENTO ou INFORMAÇÃO	Momento inicial. Formadores apresentam a proposta da atividade aos participantes, orientam a direção dos estudos e, em conversa e na aplicação de atividade pré-teste, observam os conhecimentos anteriores destes.
2. ORIENTAÇÃO DIRETA	Exploração do assunto de estudo por meio da apresentação e manipulação do <i>software</i> GeoGebra. Aplicações de atividades mais específicas que possam ser gradativas à proposta final da atividade.
3. EXPLICITAÇÃO	Análise e verificação dos conhecimentos adquiridos através das atividades iniciais. Projeção e maturação das estratégias que serão utilizadas para a resolução da atividade final.
4. ORIENTAÇÃO LIVRE	Execução das atividades, possibilitando diferentes estratégias de resoluções. Nessa fase, os participantes estão no centro do processo de aprendizagem, aprendendo a partir das descobertas. Professor mediador.
5. INTEGRAÇÃO	Última etapa. Revisão e síntese das aprendizagens adquiridas, apresentadas pelos participantes e mediadas pelos formadores a fim de unificar e internalizar o novo domínio conceitual.

Fonte: Elaboração própria.

Durante a execução da oficina os cursistas perpassaram por várias etapas dos processos mencionados no quadro 6. No primeiro momento, os formadores verificaram, por meio dos diálogos e observações, se os participantes estavam aptos a realizar a aplicação sugerida; posteriormente, os participantes exploraram o assunto de estudo através de materiais, propiciando uma imersão na situação geral. A fase de explicitação fez com que eles avaliassem os conceitos apreendidos e, com a intervenção dos formadores, os sujeitos possam propor soluções para as atividades propostas. Na fase de orientação livre, os participantes buscaram, de forma individual resolver as tarefas, traçando um caminho para chegar à proposta final de seus objetivos. E, por fim, a integração oportunizou a unificação e a internalização de novos domínios de pensamento, fazendo com que os participantes sejam capazes de resolver o problema.

Ao utilizar uma inspiração nas fases de aprendizagem da Teoria de Van Hiele como metodologia de ensino, é importante enfatizar que não foi levado em consideração exclusivamente um determinado conceito geométrico, mudando assim, o caráter objetivo das

fases propostas por Van Hiele. Dessarte, esta pesquisa também não interferiu nos conteúdos programados para o ano letivo, na carga horária, na matriz curricular e em nenhum outro componente já estabelecido pelos participantes. A única interferência seria na maneira como esses conteúdos seriam apresentados para os participantes e os recursos didáticos tecnológicos utilizados.

Vale ressaltar que, para participar desta pesquisa, foi necessário a autorização e assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C) e do Formulário de Inscrição (Apêndice D). Os riscos são problemas ergonômicos causados por tempo e má postura (dores de cabeça, cansaço físico e mental, dores musculares, entre outros). A oficina teve momentos síncronos (*Google Meet*) e assíncronos (*Google Classroom*) que foram registrados por gravações de áudio ou vídeo e anotações das produções, permitindo que os participantes gerenciassem o tempo na devolutiva das atividades, então, tais riscos poderiam ser minimizados. Garantimos que os sujeitos eram livres para participar voluntariamente e, caso sentissem algum tipo de desconforto durante a aplicação desta pesquisa, era garantida a liberdade de deixar de participar do estudo a qualquer momento sem qualquer prejuízo. Não existiram despesas para o participante em qualquer fase do estudo e eles não receberam nenhuma remuneração para participar dela. Eles foram informados que os dados coletados serão utilizados somente para a pesquisa e os resultados serão divulgados através de revistas especializadas na área de investigação e/ou em encontros científicos, sem expor a identificação dos participantes.

Na próxima seção, os recursos digitais utilizados durante a oficina serão apresentados e suas respectivas funcionalidades.

4.4 Caracterização dos Recursos Educacionais Digitais utilizados na oficina

Os RED escolhidos para a oficina foram o *Apowersoft* para gravação de tela e o *Mentimeter* para a nuvem de palavras. O *Google Classroom*, *Google Drive*, *Google Meet* e *WhatsApp* foram escolhidos por oportunizar trocas de informações entre os participantes. Também foi utilizado o *software* GeoGebra a fim de proporcionar aos participantes uma experiência de ensino e aprendizado por meio da abordagem de produção de quebra-cabeças, auxiliando na compreensão de conceitos geométricos.

As ferramentas livres estão disponíveis para uso, e a finalidade foi apresentar aos participantes diferentes possibilidades de tecnologias digitais direcionadas a tornar a aula mais

atrativa e próxima à vivência prática deles. A seguir, explicitamos cada um dos recursos e suas funcionalidades para o desenvolvimento dos conceitos e as principais aplicações nesta oficina.

4.4.1 Apowersoft

Apowersoft Screen Capture Pro é um programa disponível para *download*⁶ que permite capturas de telas e áudio. As imagens capturadas podem ser salvas em formatos, PNG, JPG, BMP, PDF, entre outros. E os vídeos podem ser salvos em MP4, WMV, AVI, FLV e outros formatos. O programa pode ser usado de forma gratuita, porém, com a limitação de três minutos de vídeo, tendo a versão paga com recursos bem mais completos.

Registrar a tela, fazer gravação de vídeo ou criar vídeo aulas, tornou-se um recurso importante na era remota. Aproveitamos o ensejo e apresentamos o programa para os participantes da oficina com o intuito de recebermos a devolutiva em MP4 das gravações das atividades para que eles pudessem apresentar o passo a passo da resolução no *software* GeoGebra.

4.4.2 Mentimeter

O *Mentimeter*⁷ é um recurso digital para criar apresentações interativas em tempo real, como enquetes, questionários, slides, nuvem de palavras, e coleta de perguntas. Os participantes usam os *smartphones* para se conectar à apresentação e responder as perguntas. Na oficina, utilizamos o formato de nuvem de palavras e obtivemos as respostas apresentadas na Figura 2:

⁶ <https://www.apowersoft.com/screen-capture-pro>

⁷ Acesso em: <https://www.mentimeter.com/>

cadastrados já estariam liberados a acessar à reunião. Ademais, os usuários poderiam utilizar o serviço pelo computador, *smartphones* ou *tablets*.

4.4.4 Google Classroom

Google Classroom ou *Google Sala de Aula* é um sistema de gerenciamento de conteúdo gratuito para escolas, organizações sem fins lucrativos e qualquer usuário com conta do *Google* pessoal que procuram simplificar a criação, a distribuição e a avaliação de trabalhos. Um serviço do *G Suite for Education*, lançado como recurso do *Google Apps* em agosto de 2014, e voltado para a área de Educação. O sistema apresenta como benefícios para os professores e alunos:

- Economia de tempo: as tarefas por serem virtuais, sem usar papel, permitem a criação, revisão e atribuição de notas de forma mais rápida. Os professores acompanham a entrega dos trabalhos e atribuem notas diretamente da escola ou em qualquer lugar.
- Organização: os alunos têm acesso à página de tarefas, e todos os materiais didáticos: documentos, vídeos e fotos são colocados em pastas automaticamente no *Google Drive* para cada tarefa e cada aluno.
- Comunicação: oportuniza debates com a turma de maneira instantânea e permite que os professores enviem avisos no mural da turma. Os alunos podem compartilhar o que quiserem com os colegas de sala e responder as perguntas. Os alunos e professores recebem notificações quando há novas postagens.
- Acessibilidade e segurança: é um recurso gratuito, e por ser do *G Suite for Education*, o *Google Sala de Aula* não exibe anúncios e não usa o conteúdo nem os dados dos alunos para fins publicitários.

A Figura 3 apresenta a interface da Sala de Aula da oficina PPGEM, no *Google Drive*.

Figura 3 – Interface: Oficina PPGEM



Fonte: Captura de tela: *Google Classroom* PPGEM.

Isto posto, a conexão se torna rápida e fácil dentro e fora das escolas. O *Google Sala de Aula*, na oficina PPGEM, ocasionou a economia de tempo e papel e ainda facilitou a criação da turma, distribuição de tarefas, comunicação e organização.

4.4.5 Google Drive

*Google Drive*⁹ é um serviço de armazenamento em nuvem, sincronização e compartilhamento de fotos, vídeos e arquivos que foi apresentado pela *Google* em 24 de abril de 2012. Os primeiros 15 GB de armazenamento são gratuitos, basta possuir uma conta do *Google*. O acesso é por meio de qualquer dispositivo móvel, *tablet* ou computador. E além do armazenamento, podemos criar documentos, planilhas e apresentações do *Google* de forma integrada ao *Google Drive*. Na oficina, o utilizamos para organização e divulgação das atividades dos participantes, além de repositório dos vídeos dos encontros.

4.4.6 WhatsApp

*WhatsApp*¹⁰ é um aplicativo de mensagens instantâneas de texto para *smartphone*, ou o *WhatsApp Web*, versão para computadores, onde os usuários podem enviar imagens, vídeos e documentos em diferentes formatos (pdf, docx, xlsx, etc.), além de fazer ligações e chamadas de vídeos de forma gratuita por meio de uma conexão com a internet. Na oficina, o utilizamos para divulgar os cursos e eventos na área de Matemática, compartilhar práticas pedagógicas e oportunizar a troca de experiências, entre outros.

⁹ Disponível em: <https://www.google.com.br/drive/apps.html>

¹⁰ Disponível em: https://www.whatsapp.com/download/?lang=pt_br

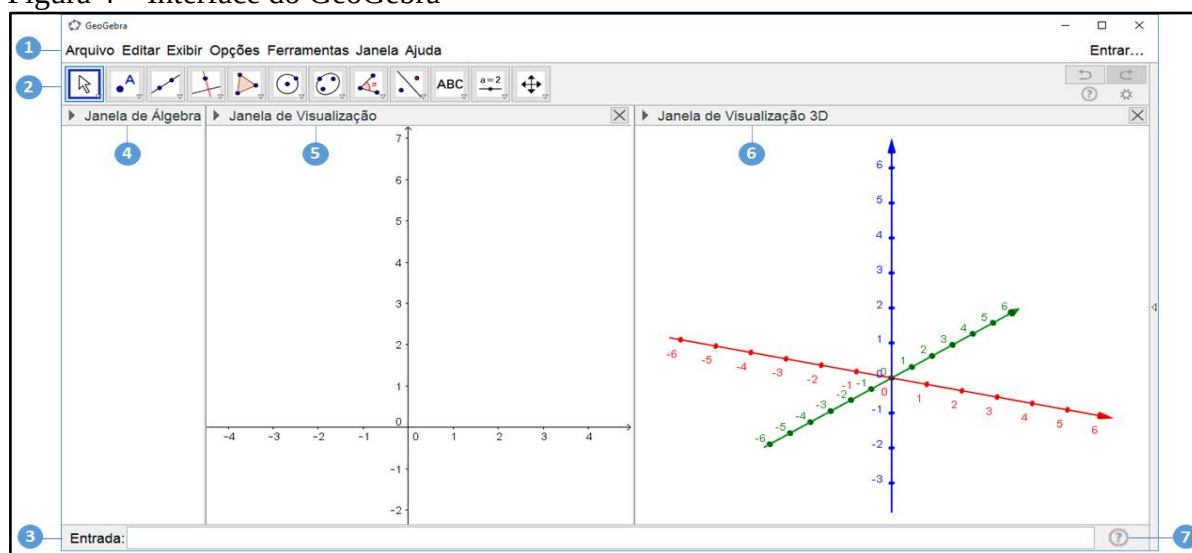
4.4.7 Software GeoGebra

O GeoGebra¹¹ é um *software* de Geometria Dinâmica gratuito, escrito na linguagem Java, disponível para ser instalado em computadores ou em dispositivos móveis, que combina Geometria, Álgebra, Estatística e Cálculo em uma única ferramenta. Dessarte, Zulatto (2002) informa que os *softwares* “[...] de Geometria Dinâmica apresentam recursos com os quais os alunos podem realizar construções geométricas, que são feitas usualmente com régua e compasso, mas que com estes recursos levariam mais tempo” (ZULATTO, 2002, p. 20).

Criado em 2001, na Universidade de Salzburgo, por Markus Hohenwarter, quem tornou-se um dos principais desenvolvedores do *software* em conjunto com Yves Kreis da Universidade de Luxemburgo. Criado e desenvolvido com intencionalidade didática para o ensino e aprendizagem de Matemática, o GeoGebra permite que professores e alunos de vários níveis de ensino possam explorar, conjecturar e investigar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos (BORTOLOSSI, 2016).

A interface do GeoGebra instalado em um computador apresenta a configuração representada na Figura 4:

Figura 4 – Interface do GeoGebra



Fonte: Elaborado pela autora.

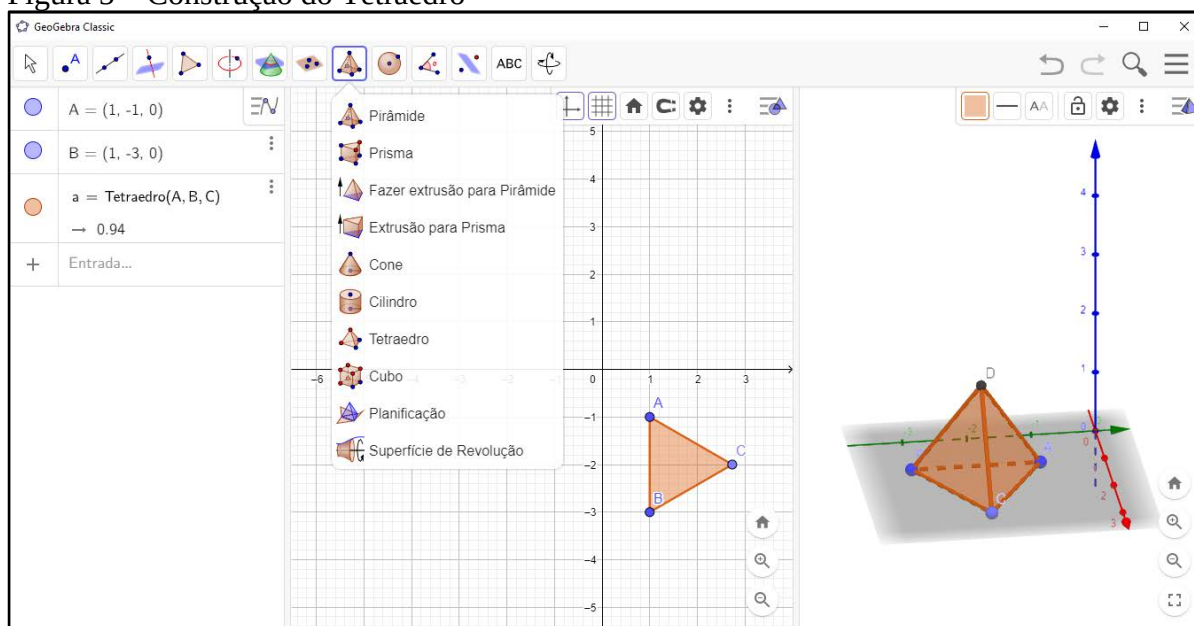
Na Figura 4, apresentamos a interface do *software* GeoGebra e algumas funcionalidades, como: 1) Barra de Menus: mostra as configurações gerais e disponibiliza a opção de salvar o projeto em formato (.ggb); 2) Barra de Ferramentas: indica os ícones de

¹¹ Disponível para download em: www.geogebra.org.

construção (ponto, reta, polígonos, sólidos, entre outros); 3) Entrada: espelha o campo para digitação dos comandos de construções; 4) Janela de Álgebra: local que exibe as coordenadas, medidas, equações, entre outros; 5) Janela de Visualização 2D: onde apresenta a visualização gráfica de objetos geométricos construídos; 6) Janela de Visualização 3D: demonstra as construções de objetos tridimensionais, e 7) Lista de Comandos: apresenta comandos já predefinidos.

A barra de ferramentas da Janela de Visualização 3D oferece vários ícones para a construção de objetos tridimensionais, como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Construção do Tetraedro



Fonte: Elaborado pela autora.

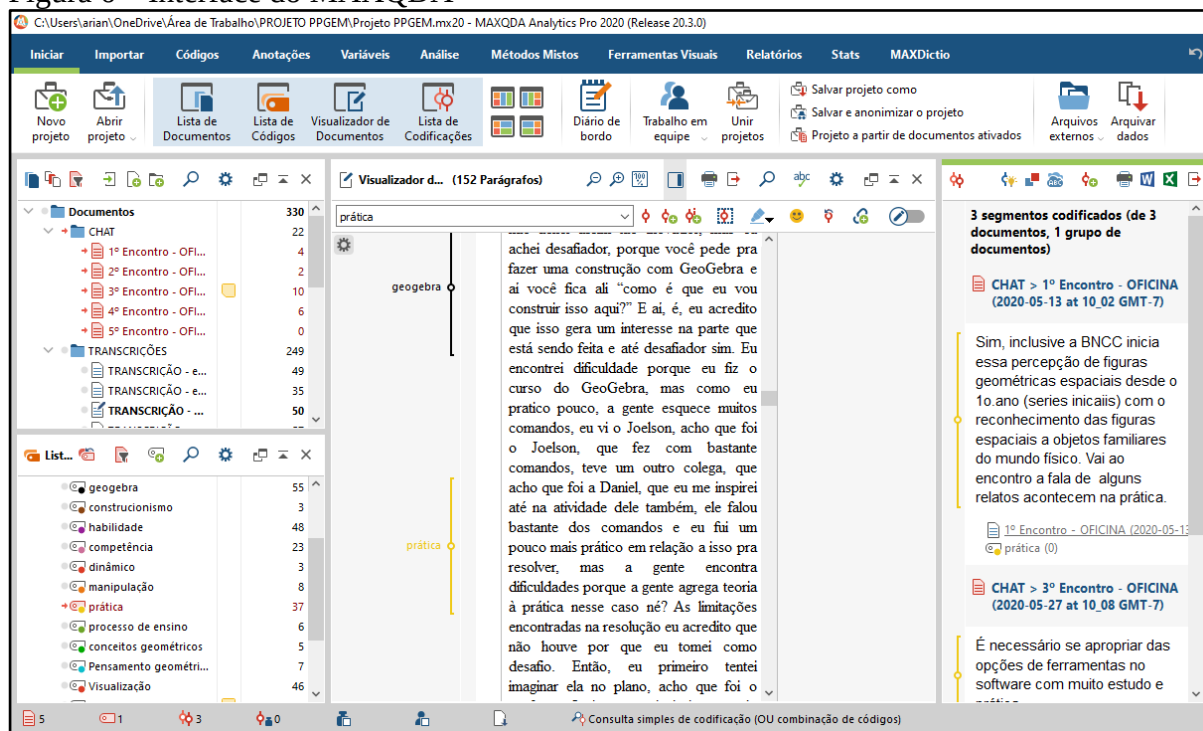
A Figura 5 reforça que o *software* GeoGebra facilita a compreensão dessas representações (Janela de Álgebra, Janela de Visualização 2D e Janela de Visualização 3D) devido à interface interativa, ilustrando todas as dimensões da forma, promovendo, permitindo e possibilitando uma análise mais ampla, tendo em vista o processo de representação em uma superfície plana do objeto tridimensional. Esses passos também foram apresentados e ressaltados na oficina por meio da metodologia inspirada nas fases de aprendizagem, orientação direta e livre, da Teoria de Van Hiele.

4.4.8 MAXQDA 2020

MAXQDA é um *software* desenvolvido para pesquisadores, que permite a análise de dados qualitativos como textos, gravações em áudio ou vídeo, entrevistas, transcrições, revisões de literatura, entre outros. Possui ferramentas para realizar transcrições e análises de entrevistas

e discursos, podendo também, quantificar os resultados das suas análises qualitativas ou calcular frequências estatísticas em uma interface intuitiva (Figura 6), simples e direta.

Figura 6 – Interface do MAXQDA



Fonte: Captura de tela: MAXQDA 2020.

O MAXQDA suporta arquivos de texto, áudio, vídeo, imagem, PDF e tabelas, e oferece funções como codificar, extrair resultados, anotar, transcrever texto de um áudio ou de um vídeo com ajuste na velocidade de reprodução ou do volume de som dos seus arquivos. Utilizamos o MAXQDA para codificar e extrair resultados dos arquivos de transcrições de áudio e vídeo oportunizados na oficina, auxiliando, assim, na análise de conteúdo dos dados.

Na seção decorrente, apontaremos os instrumentos utilizados para a etapa da coleta de dados.

4.5 Instrumentos de coleta de dados

Para a coleta de dados desta pesquisa, utilizou-se como instrumentos as videogravações e transcrições com as falas dos professores, as atividades desenvolvidas com o *software* GeoGebra, as interações realizadas no *Google Classroom* e no grupo de *WhatsApp*, os apontamentos no diário de campo, além dos protocolos gerados nos formulários *on-line* e durante as etapas das atividades assíncronas.

Yin (2010) reforça que um dos princípios básicos do estudo de caso é o conceito de triangulação. O uso de diferentes fontes permite a solidificação da pesquisa de estudo de caso,

pois o pesquisador terá como fundamento as diversas fontes de informação histórica ou comportamental. Nesse viés, Vergara (2006) evidencia que a triangulação possui duas óticas: estratégia de validação de uma pesquisa e possibilidade de obtenção de novos saberes por meio de diferentes pontos de vista. Corroborando com isso, Denzin e Lincoln (2006) afirmam que utilizar, em uma pesquisa, múltiplas práticas metodológicas, perspectivas e observadores garante o rigor, a riqueza e a complexidade ao estudo.

Nessa perspectiva, autores como Pallatieri e Grando (2010) destacam a importância dos vídeos e das transcrições para pesquisas qualitativas. Os autores entendem a “videogravação como instrumento fundamental para registrar esse movimento das ações mentais e corporais” (PALLATIERI; GRANDO, 2010, p. 23). Isto posto, segundo Leitão (2007), as transcrições são fenômenos característicos da argumentação humana ao descreverem elementos verbais e não verbais em diferentes pontos de vista.

No diário de campo, foram descritas as dificuldades e as facilidades encontradas na compreensão sobre visualização e na produção dos *puzzles* geométricos, assim como o diário permitiu o detalhamento das informações, observações e reflexões propostas no decorrer da oficina. Ele ainda foi utilizado em todas as etapas com o objetivo de reconstruir diálogos, relatar acontecimentos e descrever atividades.

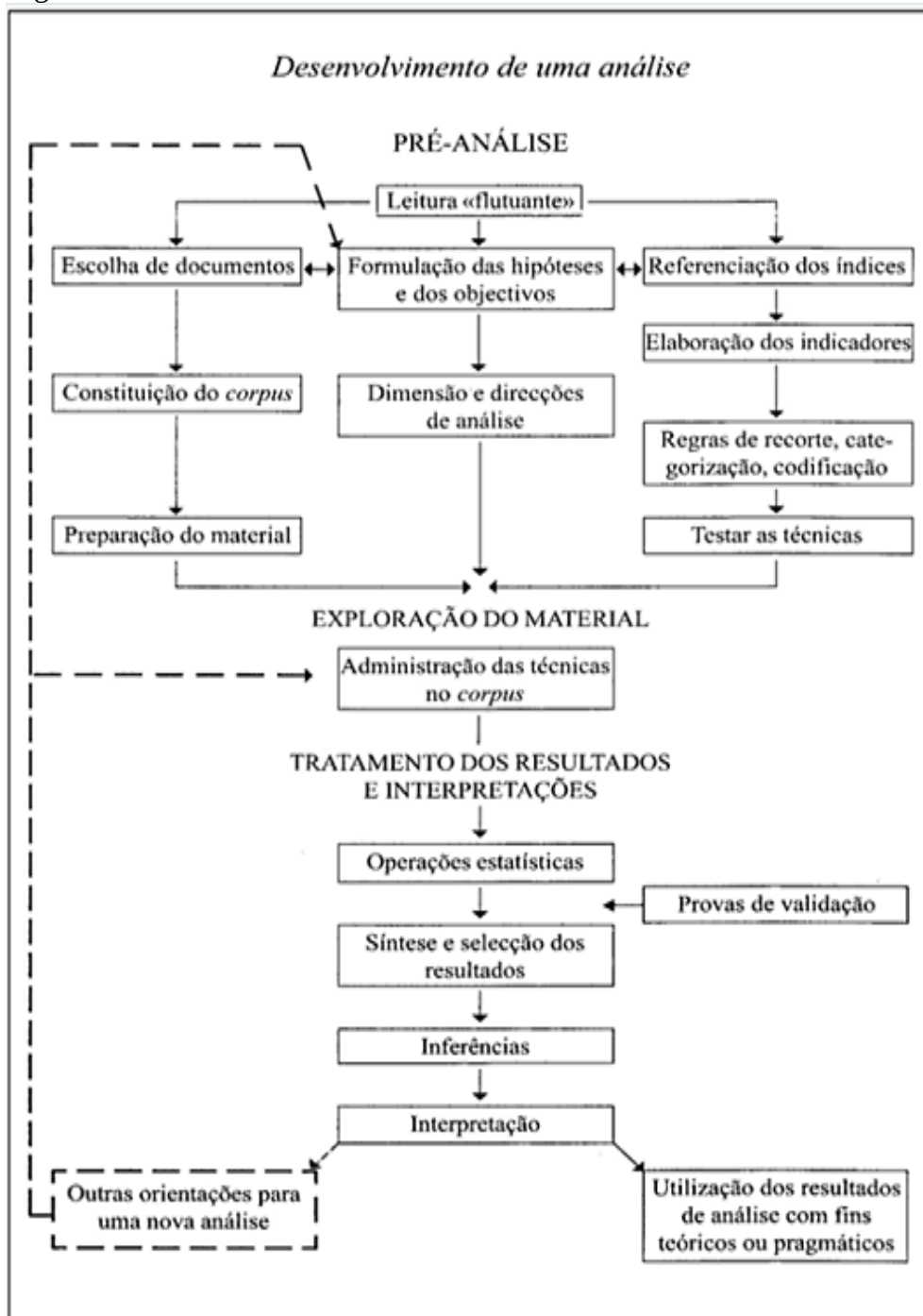
Outro instrumento usado durante a pesquisa foram os formulários *on-line*, por serem livres e terem o objetivo de conhecer as perspectivas dos participantes, além de oferecerem boa percepção das diferenças entre os entrevistados, das fragilidades e das potencialidades nos momentos de manipulação do *software* GeoGebra, bem como das possíveis mudanças no decorrer das atividades. Todas as atividades realizadas, as interações, as apresentações e os protótipos finais foram considerados material de pesquisa e que foram devidamente analisados. Posteriormente, esclarecemos sobre a forma como os dados desta pesquisa foram estudados.

4.6 Procedimento de análise dos dados

Bogdan e Biklen (1994) explicam que a análise de dados é um processo ordenado pautado na organização dos dados coletados, possibilitando a identificação de padrões e sua separação em partes, auxiliando no exame dos temas emergentes e, por fim, resultando na interpretação das informações. Em contrapartida, a análise desses dados depende dos instrumentos utilizados na coleta e da intencionalidade do pesquisador.

A análise dos dados foi baseada nos aspectos qualitativos. A concepção da análise qualitativa é destacada pela descrição da conduta dos sujeitos em atividades individuais, nas interações com seus pares registrados nos diários de campo, nas entrevistas e nos esquemas de resolução dos testes aplicados individualmente. Utilizamos, portanto, a técnica de análise do conteúdo de Bardin (2016), dividida em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos dados obtidos e interpretação. Como apresentado na Figura 7:

Figura 7 – Desenvolvimento da análise de conteúdo



Fonte: Bardin (2011, p. 132).

Silva e Fossá (2015) sintetizam o método de análise de conteúdo nas seguintes fases:

1) Leitura geral do material coletado (entrevistas e documentos); 2) Codificação para formulação de categorias de análise, utilizando o quadro referencial teórico e as indicações trazidas pela leitura geral; 4) Recorte do material, em unidades de registro (palavras, frases, parágrafos) comparáveis e com o mesmo conteúdo semântico; 5) Estabelecimento de categorias que se diferenciam, tematicamente, nas unidades de registro (passagem de dados brutos para dados organizados). A formulação dessas categorias segue os princípios da exclusão mútua (entre categorias), da homogeneidade (dentro das categorias), da pertinência na mensagem transmitida (não distorção), da fertilidade (para as inferências) e da objetividade (compreensão e clareza); 6) agrupamento das unidades de registro em categorias comuns; 7) agrupamento progressivo das categorias (iniciais → intermediárias → finais); 8) inferência e interpretação (SILVA; FOSSÁ, 2015, p. 4).

A pré-análise oportunizou o primeiro contato com os dados brutos. Na realização da leitura flutuante, elencamos as primeiras impressões em torno do material. Na etapa de exploração do material iniciamos o processo de codificação, associando os trechos das falas dos participantes às categorias de análises pré-definidas pelos formadores da oficina. No tratamento dos dados obtidos e da interpretação, relatamos os resultados a partir das categorias estabelecidas com os seus respectivos trechos das falas dos participantes a fim de responder aos objetivos desta pesquisa.

Torna-se importante ressaltar que a análise de conteúdo, enquanto conjunto de técnicas (sequência de passos) de análise de comunicações preconizada por Bardin (1977, 2006, 2011, 2016), ao longo dos anos, vem sofrendo reformulações, como o uso do computador nos processos de organização dos materiais e de codificação dos dados. Como assevera Creswell (2007, p. 197), o material de comunicação a ser analisado “pode ser melhorado com o uso de programas de computador com *software* qualitativo”.

No próximo capítulo, discutiremos a análise dos resultados.

5 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados da análise do conteúdo segundo Bardin (2016), que foram divididos em três seções. Na primeira seção, apresenta-se as etapas da fase de pré-análise. Para a segunda seção, considera-se a exploração do material por meio da categorização dos dados. E, por fim, na terceira seção, evidenciam-se o tratamento dos resultados e a interpretação do desempenho dos participantes, bem como a evolução quanto à compreensão e à formalização dos conceitos geométricos e tecnológicos mediante os dados obtidos através de oficina com a utilização do *software* GeoGebra.

5.1 Pré-análise

Na primeira fase, sistematizamos as ideias iniciais tendo como ponto de partida o referencial teórico, fizemos a leitura geral dos materiais e estabelecemos os indicadores para a análise dos dados coletados. A organização do material é de suma importância para a sistematização, análise e interpretação das informações coletadas. Esta fase compreende: a) Leitura flutuante: momento inicial do processo de análise dos dados; b) Escolha dos documentos: definimos o *corpus* de análise; c) Formulação das hipóteses e objetivos: posteriori à leitura flutuante dos dados, e d) Elaboração de indicadores: a fim de interpretar os dados obtidos.

É importante ressaltar que a escolha dos dados a serem analisados obedece a orientação de Bardin (2016) com as seguintes regras: a) Exaustividade: refere-se ao ato de exaurir todos os elementos constituintes do *corpus*; b) Representatividade: pode efetuar-se a seleção de uma amostra desde que o material seja rigoroso e representativo do escopo inicial; c) Homogeneidade: os documentos precisam apresentar singularidade e coesão aos critérios utilizados para a escolha da amostra, e d) Pertinência: é necessário que a amostra corresponda adequadamente aos objetivos do estudo em questão.

Evidenciamos que a seleção do *corpus* da análise desta pesquisa é composta por: apontamentos a partir do diário de campo, das videogravações e transcrições, atividades realizadas no *Google Classroom* e as interações no *chat* via *Google Meet* e no grupo de *WhatsApp*. É importante destacar que as observações realizadas no diário de campo têm um cunho enriquecedor quando da análise do conteúdo, pois expressam com fidedignidade os cenários observados na oficina.

Após leitura flutuante e seleção do *corpus* de análise, iniciamos o processo de exploração documental por meio da formação de categorias, chamada de codificação. A codificação inicial se deu ao verificar a repetição das palavras que, ao ser triangulada com os resultados observados, construiu a categorização progressiva (intermediária e final) das categorias de análise que emergiram da coleta de dados.

5.2 Exploração do material

Bardin (2016) reforça que as categorias iniciais são as primeiras impressões acerca da organização dos documentos de análise. O pesquisador precisa ter ciência do suporte teórico e elaborar o passo a passo para verificar quais categorias serão discutidas, trazendo clareza à análise “(...) devido à possível redução do material anteriormente delineado. As muitas regras formuladas destacam essa impressão de uma maior clareza e ausência de ambiguidade” (FLICK, 2009, p. 294). Tal perspectiva é considerada uma das potencialidades da análise de conteúdo. Pesquisadores afirmam que a técnica “reduz a complexidade de uma coleção de textos. A classificação sistemática e a contagem de unidades do texto destilam uma grande quantidade de material em uma descrição curta de algumas de suas características” (BAUER; GASKELL, 2008, p. 191).

Esta pesquisa, resultou do processo de codificação das videogravações dos encontros transcritos e do *chat* via *Google Meet*, em um total de quatorze categorias. Cada categoria estava presente nos trechos selecionados das falas dos participantes e também apresentam como suporte, o referencial teórico. O autor alerta que não existe uma regra específica para a nomeação das categorias (Quadro 9), tampouco para a determinação do número de categorias, estas questões ficam a critério do pesquisador.

Quadro 8 – Construção progressista das categorias de análise

Quadro 3 – Construção progressista das categorias de análise		
INICIAIS	INTERMEDIÁRIAS	FINAIS
1. Visualização	Habilidades Geométricas	Visualização e mobilização de habilidades geométricas
2. Pensamento geométrico		
3. Conceitos geométricos	Geometria Espacial	
4. Processo de ensino	Replicabilidade	Caracterizando atividades práticas, dinamicidade e replicabilidade do processo formativo
5. Atividades práticas	Usabilidade	
6. Manipulação		
7. Dinâmico		

8. Competências	Efetivação de competências e habilidades	Desenvolvimento profissional docente
9. Habilidades		
10. Construcionismo	Perspectiva construcionista	
11. GeoGebra	Potencialidade do GeoGebra	Apropriação e aprofundamento tecnológico
12. Apropriação		
13. Troca de experiências	Participação colaborativa	Ambiente colaborativo
14. Colaboração		

Fonte: Elaborado pela autora.

As 14 categorias iniciais foram escolhidas e nomeadas pelos formadores da oficina em anuência com os dados coletados. Com o propósito de refinar a análise dos dados, a categorização progressiva das categorias iniciais se fez necessário e resultou na criação de categorias intermediárias. Após a discussão das categorias iniciais, emergiram 8 categorias intermediárias. Cabe lembrar novamente que tais categorias estão respaldadas nas transcrições, no referencial teórico e no diário de campo.

As categorias iniciais e intermediárias deram suporte para a criação das categorias finais. A construção final é formada por 5 categorias, reforçamos aqui a escolha dos formadores da oficina ao determinar a identificação das categorias. Como reforçam Silva e Fossá (2015), a categoria final tem o intuito de “respaldar as interpretações e inferir os resultados, as categorias finais representam a síntese do aparato das significações, identificadas no decorrer da análise dos dados do estudo” (SILVA; FOSSÁ, 2015, p. 11).

A próxima seção segue o tratamento dos resultados e sua análise por categorias.

5.3 Tratamento dos resultados e interpretação

Nesta seção, apresentamos os resultados alcançados. O percurso percorrido em busca do objetivo envolve as contribuições que emergiram a partir das apreciações e das análises dos encontros da oficina remota que se organizam em: [1] Visualização e mobilização de habilidades geométricas; [2] Caracterizando atividades práticas, dinamicidade e replicabilidade do processo formativo; [3] Desenvolvimento profissional docente; [4] Apropriação e aprofundamento tecnológico, e [5] Ambiente colaborativo.

uma problemática em relação ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio devido à ausência dessa habilidade por parte de alguns alunos, como corrobora P07 ao apresentar uma vivência prática:

P07: [...] no segundo ano, a minha irmã estudava junto comigo e, com o livro, a minha irmã, ela não conseguia, apesar de já estarmos no segundo ano do Ensino Médio. Ela não conseguia ver aquela representação no livro de um sólido. Ela não conseguia perceber ter uma visualização tridimensional. Aí o que foi que eu fiz, eu peguei, fui em casa, eu fiz a construção de um prisma. Eu acabei fazendo... peguei um sabão da minha mãe e cortei formando um prisma para minha irmã poder perceber as partes de um prisma: as faces, os vértices, as arestas e, a partir daí, ela conseguiu compreender melhor. Então, a gente percebe que até mesmo no Ensino Médio, às vezes, o aluno não consegue ter essa visualização dos sólidos sendo representada em um plano, às vezes, eles sentem essa dificuldade e, por terem essa dificuldade inicial, eles não conseguem partir para as etapas seguintes, porque eles travam nesse início.

O protocolo acima evidencia um discurso permeado de sentimentos pessoais positivos e de articulações entre o desejo de aprender e a efetivação destas ações. Nota-se que P07 materializou o prisma utilizando uma barra de sabão, tornando-a manipulável e de fácil visualização para a irmã. Por se tratar de algo palpável, o prisma em barra de sabão auxiliou no processo de entendimento e percepção espacial dos elementos (faces, vértices e arestas) do prisma.

Sob esse olhar, Kaleff e Rosa (2016, p. 31) enaltecem não só a visualização na perspectiva do olhar, mas, na perspectiva do pegar e do sentir, [...] enxergar com as mãos e os olhos, para poder ver com a mente tais conceitos abstratos”. As autoras reforçam que, para visualizar mentalmente um conceito matemático, geralmente se faz necessário que um modelo concreto do conceito seja manipulado.

Kaleff (2006) afirma que, para desenvolver a habilidade de visualização, são necessárias as seguintes operações mentais básicas:

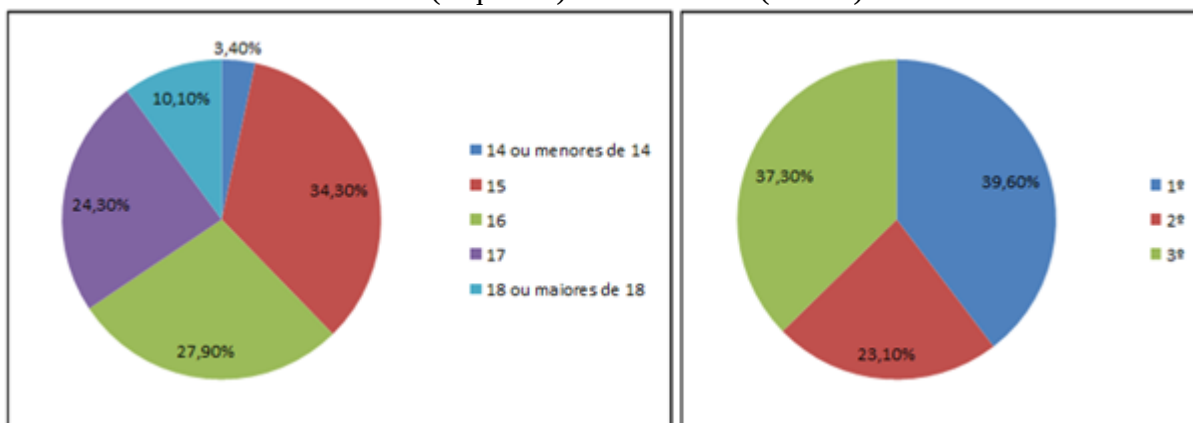
[...] identificar determinada figura plana, isolando-a dos demais elementos de um desenho; reconhecer que algumas propriedades de um objeto (real ou imaginário) são independentes das características físicas como tamanho, cor e textura; identificar um objeto ou desenho quando apresentado em diferentes posições; produzir imagens de um objeto, suas transformações e movimentos; relacionar um objeto a uma representação gráfica ou a uma imagem dele; relacionar vários objetos, representações gráficas ou imagens entre si; comparar vários objetos, suas representações gráficas ou suas imagens, à busca de identificação de regularidades e diferenças entre eles (KALEFF, 2006, p. 120).

Com o intuito de verificarmos a efetivação das operações mentais básicas apresentadas por Kaleff (2006) e analisarmos o processo de resolução das questões e as habilidades de visualização dos estudantes do Ensino Médio, foi aplicado um pré-teste dividido em níveis do

pensamento geométrico de Van Hiele com alunos do Ensino Médio. Solicitamos aos participantes da oficina a realização do mesmo pré-teste, e 19 destes realizaram-no, a fim de analisarmos as diversas formas de ensinar Geometria Espacial por meio dos relatos sobre as questões que eram apresentadas.

Ao aplicar o teste com os professores, nossa intencionalidade não é discutir sobre o desempenho deles, mas sim, verificar as percepções dos professores acerca de diferentes possibilidades de abordagens metodológicas para a resolução de uma mesma questão. Alguns questionamentos nortearam nosso debate: Quais foram as estratégias que os estudantes utilizaram para solucionar determinado tipo de problema? O teste fez com que os professores refletissem sobre a própria prática? Os professores tentaram modificá-la durante a oficina PPGEM? Melhoramos a forma de compreender o aluno e os conceitos matemáticos por trás do teste? Ao todo, 169 estudantes participaram do teste, representados de A1 a A169, e apresentamos abaixo a caracterização dos estudantes (Gráfico 2).

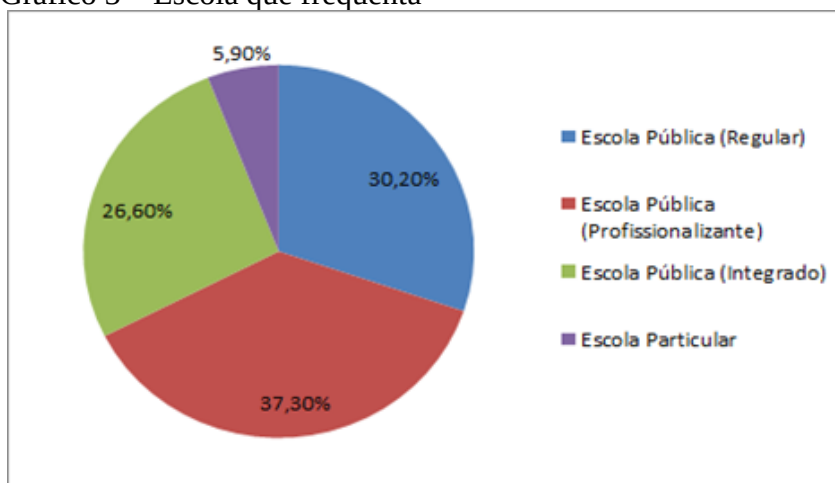
Gráfico 2 – Idade dos estudantes (esquerdo) e Ano escolar (direito)



Fonte: Elaborado no Formulário Google.

Em suma, a grande maioria é aluno de 15, 16, 17 anos; dos 169 estudantes, (34,30%) correspondem a faixa etária de 15 anos. Em relação ao nível escolar, tem a porcentagem por ano: 1º ano (39,60%), 2º ano (23,10%) e 3º ano (37,30%). Em relação à instituição de ensino que estudam, temos uma grande parcela da escola pública, e apenas 5,9% do particular. Na classificação da escola pública separamos em escola regular, profissional e integral, como apresentado no Gráfico 3 abaixo:

Gráfico 3 – Escola que frequenta



Fonte: Elaborado no Formulário Google.

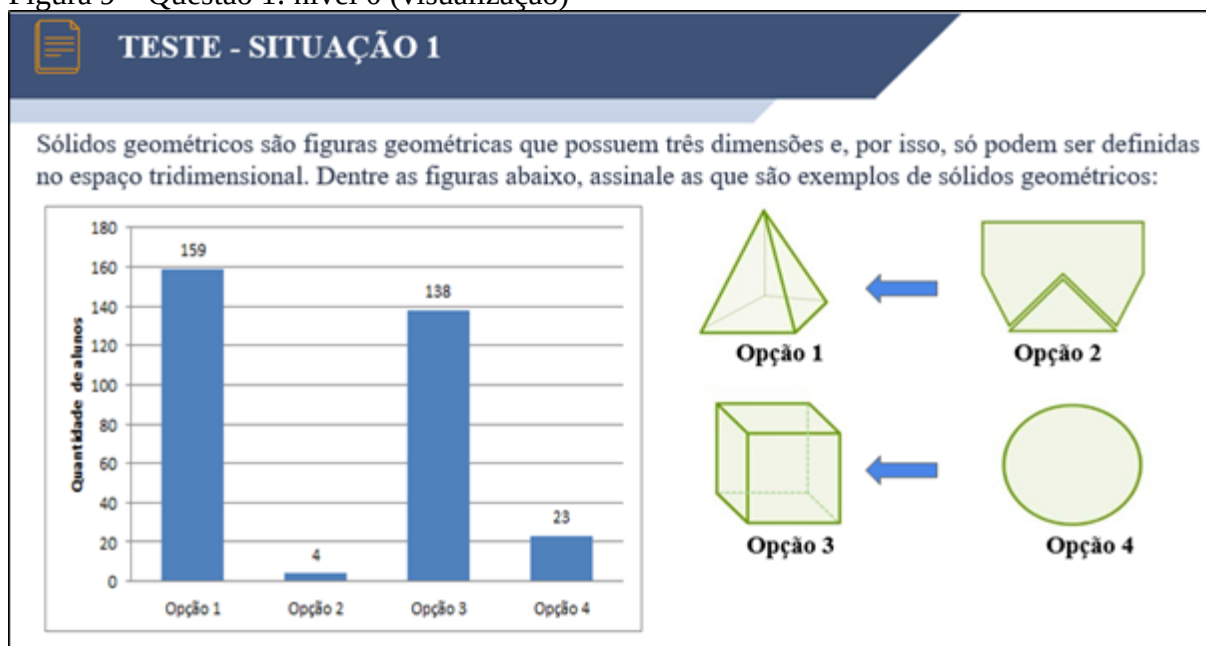
Sobre o pré-teste, seguimos como modelo a pesquisa realizada por Ferreira (2018). As questões um, dois e três são referentes ao nível zero da Teoria de Van Hiele e contemplam os reconhecimentos dos sólidos geométricos, dos poliedros e a nomenclatura em relação a algumas características desse conceito. Isso nos permite analisar se os alunos conseguem, por meio das figuras, identificar as que se caracterizam como sólidos geométricos.

As questões quatro, cinco e seis são as questões classificadas no nível um – análise; a questão quatro solicita aos alunos a compreensão de algumas propriedades em relação às figuras dos poliedros expostos. A questão cinco consiste em analisar as figuras e suas partes (vértices, arestas e o nome do poliedro) a fim de percebermos se identificam estas partes da figura. E a questão seis reforça sobre as propriedades do poliedro regular e suas características.

As questões sete, oito e nove se agrupam no nível dois – dedução informal. Os alunos no nível um conhecem e deduzem as propriedades dos poliedros e reconhecem e compreendem sobre classes e inclusão. E as questões dez, onze e doze estão inseridas no nível três, chamado de dedução, no qual o aluno é capaz de utilizar propriedades e fórmulas para realização de demonstrações e deduções lógicas e formais (COSTA, 2016).

Apresentaremos, a partir das discussões com os professores, a análise de quatro questões, uma situação problema de cada nível da Teoria de Van Hiele oportunizada no pré-teste. Iniciamos com a Questão 1 (nível zero), representada na Figura 9:

Figura 9 – Questão 1: nível 0 (visualização)



Fonte: Elaborado pela autora.

Ao resolver a situação problema, os estudantes reconheceram os sólidos geométricos por meio da visualização, mediante figuras bidimensionais e tridimensionais. Obtivemos um total de 159 estudantes marcando a opção 1 (pirâmide de base quadrangular) e 138 estudantes, a opção 3 (cubo ou hexaedro), ambas estão corretas. Vale ressaltar que, nesse quesito, apenas 4 estudantes responderam a opção 2, e 23 estudantes responderam a opção 4, errando a questão 1.

Diante da resposta dos participantes, podemos verificar que a maioria dos alunos do Ensino Médio participantes da pesquisa consegue identificar um sólido geométrico dentre as figuras planas. Segundo a Teoria de Van Hiele, os alunos nessa etapa final da Educação Básica reconhecem e representam figuras planas e espaciais com uma maior facilidade. Ao serem questionados em como chegaram àquela conclusão, os excertos nos mostram como foram aferidas as resoluções:

A06: Analisei todas as omissões (opções) e selecionem as que aparentavam ter profundidade (3º ano).

A11: Sólidos geométricos são figuras geométricas que possuem três dimensões e por isso só podem ser definidas no espaço tridimensional. São exemplos de sólidos geométricos: cone, esfera, pirâmide e prisma (1º ano).

A46: As opções 1 e 3 são figuras em 3D, o que as tornam sólidas, já que são formadas por formas geométricas, chamadas de sólidos geométricos (2º ano).

A73: Sólidos geométricos são os que podemos pegar (2º ano).

A62: Percebi que eles apresentam altura, largura e profundidade (2º ano).

Diante dos excertos das justificativas, reforçamos que os alunos não são habituados a justificar as respostas, e não havia obrigatoriedade. São respostas variadas, não houve identificação e separação de respostas em certo ou errado, e a intencionalidade pedagógica era de verificar e analisar a partir das justificativas apresentadas pelos alunos, a percepção dos participantes sobre os seguintes pontos: 1) Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão? 2) Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la, quantos alunos a acertariam? e 3) Como minimizar as possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos na questão?

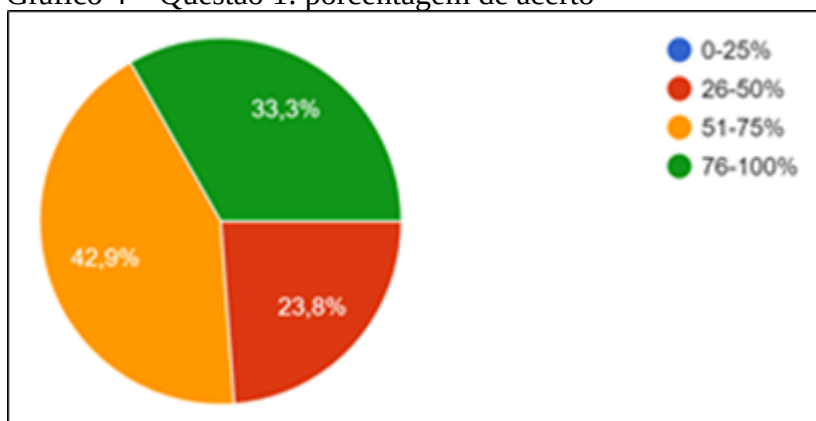
Sobre os conceitos matemáticos envolvidos, alguns foram evidenciados, como planificação de sólidos geométricos, percepção espacial e representação plana de figuras espaciais, definição de objetos bi e tridimensionais, áreas e volume e visualização. Becker (2009) reforça que é necessário que os alunos desenvolvam habilidades geométricas que permitam “interpretar diferentes tipos de representações bidimensionais de objetos tridimensionais, ou seja, habilidades que permitam ao aluno criar, mover, transformar e analisar imagens mentais de objetos tridimensionais gerados por uma informação dada através de um desenho plano” (BECKER, 2009, p.20).

A professora P10 evidencia que, em relação ao nível de dificuldade de resolução da questão 1, por parte dos alunos, dependerá muito da abordagem metodológica escolhida pelo professor, “como todas as avaliações que nós, professores, aplicamos ocorrem depois que nós fazemos a explanação sobre o assunto. Essa questão de profundidade, altura e largura, essas coisas, a gente costuma falar e dá o entendimento ao nosso aluno enquanto estamos discutindo o conteúdo” (Informação verbal P10). E ainda analisa a fala dos alunos, fazendo a seguinte inferência:

P10: Que tem profundidade, ó, o aluno de terceiro ano “aparentava ter profundidade”. Olha que interessante essa análise desse aluno, ele consegue ver essa profundidade da figura e entender, né? Relacionando essa profundidade como uma terceira dimensão, para uma figura que, embora esteja aí desenhada em um plano bidimensional. Então, sempre as avaliações... O contexto das avaliações, os resultados, elas vão depender muito de como conseguimos apresentar para os nossos alunos.

A fala de P10 reforça o papel do professor no processo de ensino ao escolher a abordagem metodológica que será utilizada e a análise das questões abordadas, a fim de promover as habilidades geométricas. Nesse intuito, averiguamos a percepção dos professores da oficina (Gráfico 4) em relação ao possível percentual de acerto da questão 1 por parte dos alunos ao resolverem ao modelo de questão.

Gráfico 4 – Questão 1: porcentagem de acerto



Fonte: Elaborado no Formulário Google.

Analisando o gráfico, a maior quantidade (8 participantes) disse que teríamos entre 51 e 75% de acerto nesse modelo de questão, (6 participantes), em relação entre 76 e 100%, e (5 participantes), entre 51 e 75%. Em relação à abordagem e às estratégias que poderíamos utilizar para minimizar as dificuldades desses alunos, obtivemos as seguintes falas dos participantes:

P16: Ressaltar a necessidade de associação com figuras do cotidiano pode ser uma forma de auxiliar na visualização dessas representações.

P09: Acredito que sempre relacionando com exemplos, aplicadas e encontradas na realidade dos alunos, além de usar recursos concretos ou digital para ajudar a exemplificar esses assuntos.

P08: Exibição de vídeos mostrando as figuras em diferentes perspectivas e utilização de softwares de geometria dinâmica.

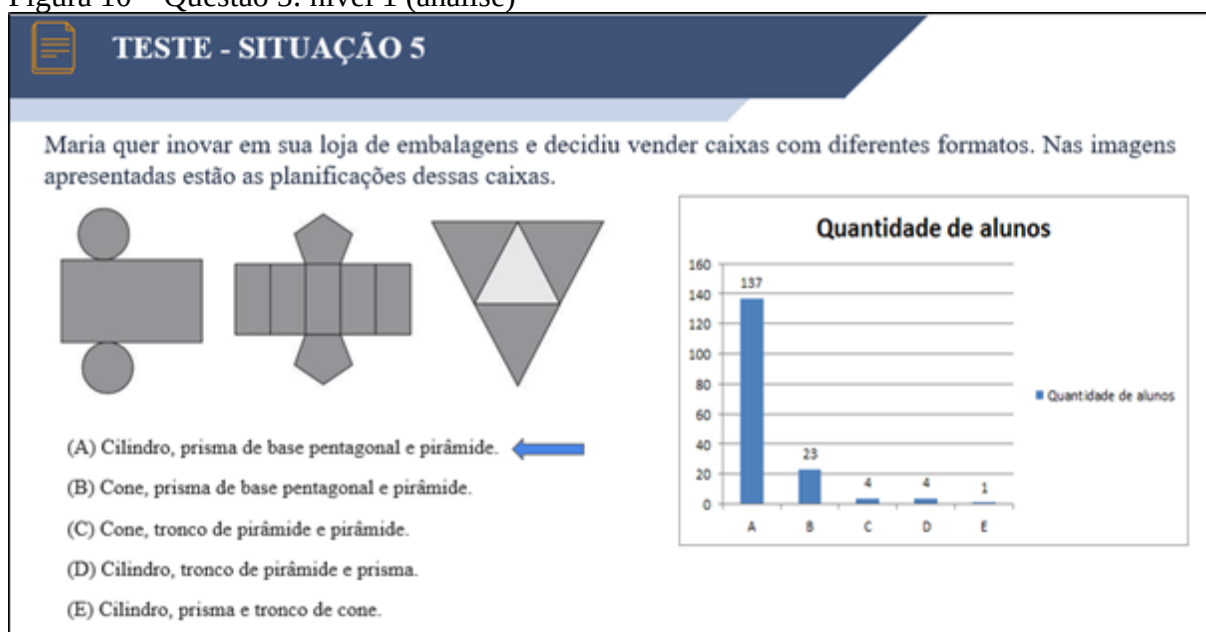
Ao pontuar as três falas dos professores, evidencia-se a importância da contextualização para o campo da visualização ao associar formas geométricas a figuras do cotidiano, bem como a utilização de recursos concretos e digitais por meio de *softwares* de Geometria Dinâmica. Sob a importância de apresentar questões que envolvam o cotidiano dos estudantes, a participante P09 relembra a seguinte situação:

P09: Assim, eu acho incrível essa contribuição em material concreto, agora também com as tendências digitais. Mas no caso, eu sou professora atualmente, mas eu lembro, recordo, quando eu era criança, com a introdução da Geometria Espacial, não sei qual era a série, o professor na época, meu professor de Matemática, pediu para gente procurar caixas de pasta de dente, caixas de remédio para gente trabalhar essa oficina na sala de aula. Então, como vai trabalhar com algo diferente para conceituar certos assuntos é importante. Porque até hoje eu tenho isso na minha memória, eu desmontando uma caixa de pasta de dente e fazendo a planificação em outro papel, para depois recortar e montar novamente. Então, eu sou uma das que insiste muito nessa parte prática de Geometria Espacial, eu vejo muito isso, que precisa ser relacionado a algo prático para o aluno pegar e fazer. Eu acho isso fundamental.

A fala de P09 enaltece o uso de práticas pedagógicas diferenciadas por meio da utilização de materiais concretos ou utilizando tendências digitais. A metodologia escolhida pelo professor: montar e desmontar algo do cotidiano, por exemplo, uma caixa de pasta de dente, fez com que a participante, além de aprender sobre os elementos dos prismas e sua planificação, não esquecesse dos conhecimentos apreendidos.

Partindo para a questão classificada no nível um: análise da Teoria de Van Hiele, os alunos nesse nível observam a figura não como um todo, mas a identificam por meio de suas partes e propriedades geométricas. A questão 5 trata de planificações dos sólidos ao reconhecer que os sólidos geométricos são formados pela composição de figuras planas, exercitando a visão geométrica tridimensional representada no plano bidimensional (Figura 10).

Figura 10 – Questão 5: nível 1 (análise)



Fonte: Elaborado pela autora.

Sobre a questão de nomenclatura, o gráfico acima indica a quantidade de alunos que marcaram as opções; então, 137 alunos marcaram a opção “a”, que é a opção correta. A questão reforça a importância do reconhecimento dos sólidos e, para isso, os alunos devem compreender que as figuras finais são “sólidos geométricos cujas superfícies são formadas apenas por polígonos (triângulos, quadriláteros, pentágonos etc.)” (IEZZI.G. *et al.*, 2013, p. 23). Acreditamos que os acertos se relacionam à percepção dos alunos com relação à base das figuras apresentadas na questão. Como relato dos alunos, justificando suas escolhas, temos:

A01: Olhei para a base e busquei assimilar com algum sólido que conheço (3º Ano).
 A05: Cilindro é como um círculo com altura, então possui a parte de baixo e cima iguais, um prisma possui suas partes de baixo e cima iguais (depende da visão, óbvio), o cilindro é exceção e é de base uma figura geométrica plana de cinco lados, o último

não é um prisma, porque não tem as especificações de um prisma, e uma pirâmide é parecido com o cone, só que não é circular (3º Ano).

A09: Pois, ao fechar a figura, é possível imaginar a forma criada (1º Ano).

A33: Analisando o número de faces e arestas, além de imaginar as planificações como sólidos (2º Ano).

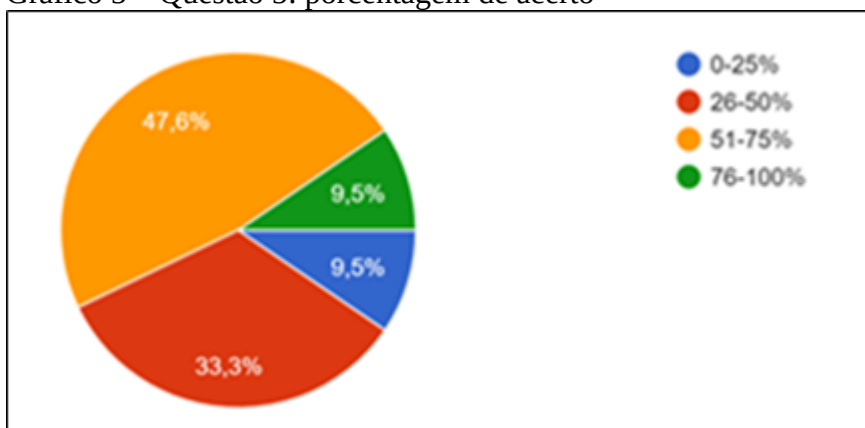
A46: Imaginei as imagens em 3D e encaixei os cantos por cabeça (2º Ano);

A129: Se fizemos na mente, fechando as formas, encontramos um resultado (1º Ano);

Analisando os excertos apresentados, verificamos a situação de associação com objetos do cotidiano, a verificação das partes que compõem o sólido final, a importância de oportunizar imagens mentais e a visualização para a composição do sólido. É interessante que os alunos sempre identificam essa questão da visualização, ou seja, eles reforçam a importância do campo da visualização para aprender Geometria.

Sobre os conceitos matemáticos envolvidos, os professores relataram sobre classificação, definição, nomenclatura e planificação dos sólidos, além da percepção espacial e análise dos elementos (arestas, vértices e faces). O gráfico 5 abaixo apresenta o possível percentual de acerto da questão 5 a partir da percepção e análise dos professores da oficina.

Gráfico 5 – Questão 5: porcentagem de acerto



Fonte: Elaborado no Formulário Google.

Analisando o gráfico, a maior quantidade (9 participantes) disse que teríamos entre 51 e 75% de acerto nesse modelo de questão, (6 participantes), em relação ao intervalo de 76 e 100% e as demais porcentagem equiparam-se em (2 participantes, em cada). Em relação à abordagem e as estratégias que poderíamos utilizar para minimizar as dificuldades desses alunos sobre a questão 5, obtivemos os seguintes excertos:

P12: Levar as figuras na forma planificada e realizar uma atividade de montagem da figura 3D pelos estudantes. Realizar a contagem de vértices, arestas e faces (para prisma e pirâmide). Verificar a validade da relação de Euler ($V-A+F=2$). Construir uma atividade na plataforma do GeoGebra para que os estudantes possam revisar os conceitos a qualquer momento.

P09: Apresentar e relacionar com o cotidiano do aluno, mostrando aplicações feitas pelo homem ou até na própria natureza. Não limitar apenas a aulas expositiva na lousa, apresentar materiais concretos ou digitais.

P04: Interessante discutir, por meio de materiais manipuláveis ou de softwares, a planificação de objetos encontrados no cotidiano.

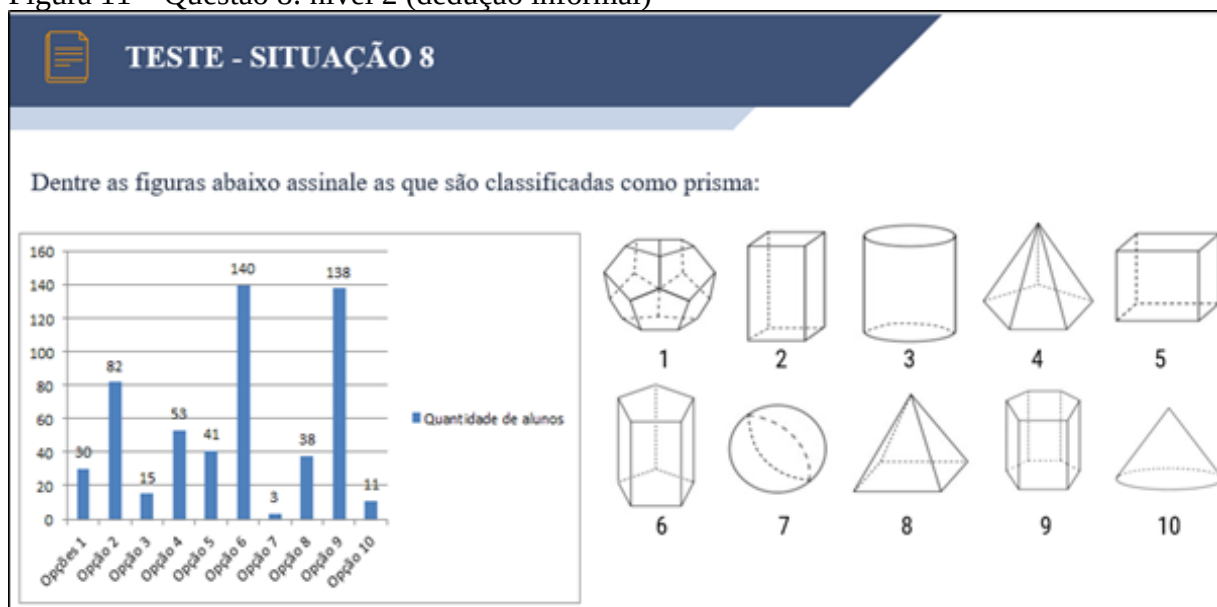
Os excertos apresentados salientam a relação de apresentar questões ligadas ao cotidiano dos estudantes em representações expressas em formas matemáticas encontradas na natureza ou em utilizar materiais concretos e *softwares* que possibilitem a planificação de objetos. Seguindo esse viés, Flores *et al.* (2012) reforçam que a visualização matemática de forma contextualizada com o cotidiano é “uma interação entre pessoas e coisas, onde modos de ver emergem de uma prática social (FLORES *et al.*, 2012, p.35).

Nesse contexto, Zimmermann e Cunnigham (1991) evidenciam que o uso de tecnologias auxilia o processo de visualização e compreensão do problema matemático e ainda destacam que a visualização matemática resulta de um “[...] processo de formação de imagens (mentalmente, com lápis e papel ou com o auxílio da tecnologia) e usando tais imagens efetivamente para descoberta e compreensão matemática (ZIMMERMANN; CUNNIGHAM, 1991, p.3, tradução nossa).

Quando nos deparamos com as dificuldades apresentadas por estudantes na resolução de questões geométricas, revela-se a problemática em relação à articulação entre conceitos abstratos e o campo da visualização (SANTOS, 2014). Isto posto, torna-se necessário que as atividades escolhidas pelos professores tenham a intencionalidade pedagógica de progressão de habilidades geométricas.

Tendo em vista a análise das questões a serem abordadas em sala de aula e a nível de dedução informal da Teoria de Van Hiele, na questão 8, os alunos deveriam conhecer e deduzir as propriedades dos poliedros e reconhecer a qual classe pertence cada figura. Na questão supracitada, é solicitado que os alunos marquem os sólidos que representam um prisma, sólido da classe dos poliedros, entre as figuras expostas. Como podemos verificar na Figura 11.

Figura 11 – Questão 8: nível 2 (dedução informal)



Fonte: Elaborado pela autora.

Observamos na resolução da situação problema 8 que a opção 6 (140 marcações) e a opção 9 (138 marcações) foram as opções mais assinaladas como sendo um prisma. Seguido por 82 marcações na opção 2; 53 marcações na opção 4, e 41 marcações na opção 5, entre outras. Lembrando que os estudantes poderiam marcar mais de uma opção, todas as opções ou nenhuma opção. Algumas justificativas serão apresentadas a seguir:

A05: Base e “teto” iguais (3º Ano – 2,3,5,6,9).

A26: Prismas devem ter duas bases, e faces laterais em formato de paralelogramos (2º Ano – 2, 6, 9).

A69: Possuem mais arestas, vértices e faces (3º Ano – 1,4,6,8,9).

A76: Escolhi as figuras que têm vértices, arestas e faces (3º Ano – 1,2,3,4,5,6, 8, 9,10).

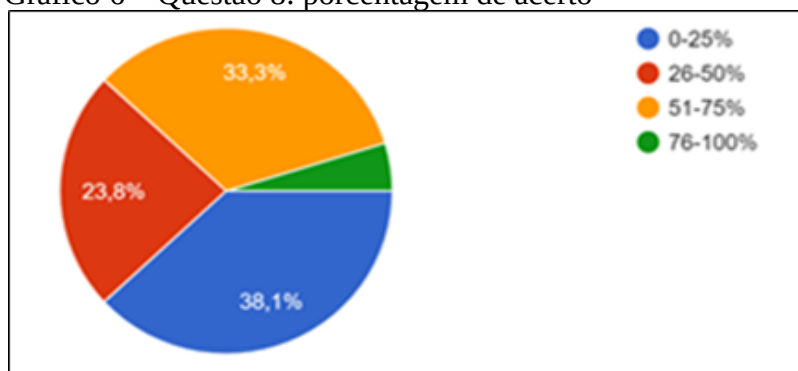
A107: A figura 10 tem a forma de triângulo (3º Ano – 6 e 10).

A116: Primas tem duas bases iguais (2º Ano – 6 e 9).

Alguns alunos reforçaram que a escolha foi advinda da visualização da existência de duas bases iguais, e não em uma dedução a partir de propriedades mais elaboradas. Kaleff (2003) corrobora com a existência de indivíduos visualizadores que apresentem um desenvolvimento da visualização inato, e outros que não sejam visualizadores, que precisarão progredir com essa habilidade ao longo do processo de ensino. Sob os conceitos matemáticos oportunizados na questão, elencamos: reconhecer um prisma por meio de suas faces laterais e sua base, diferenciar poliedros, prismas, pirâmides e corpos redondos, conceituar prismas, analisar os elementos da figura (base, face, arestas e vértices) e sua nomenclatura.

E sobre a porcentagem de erro, mediante análise dos professores sobre o nível da questão, apresentamos o gráfico 6:

Gráfico 6 – Questão 8: porcentagem de acerto



Fonte: Elaborado no Formulário Google.

Verificando o gráfico, a maior quantidade (7 participantes) analisou a questão como sendo difícil, com teor de acerto entre apenas 0 e 25% nesse modelo de questão, seguido por (6 participantes) em relação ao intervalo 51 e 75%, e apenas 1 participante afirmou que as chances de acerto seriam entre 76 e 100%. Em relação à análise das possíveis abordagens que poderíamos utilizar para minimizar as dificuldades desses alunos na questão 8, obtivemos os seguintes excertos:

P11: Apresentar as propriedades dos poliedros, diferenciando prismas de pirâmides e corpos redondos.

P17: Definição de prisma + material concreto + construção da definição pelo aluno usando o material concreto.

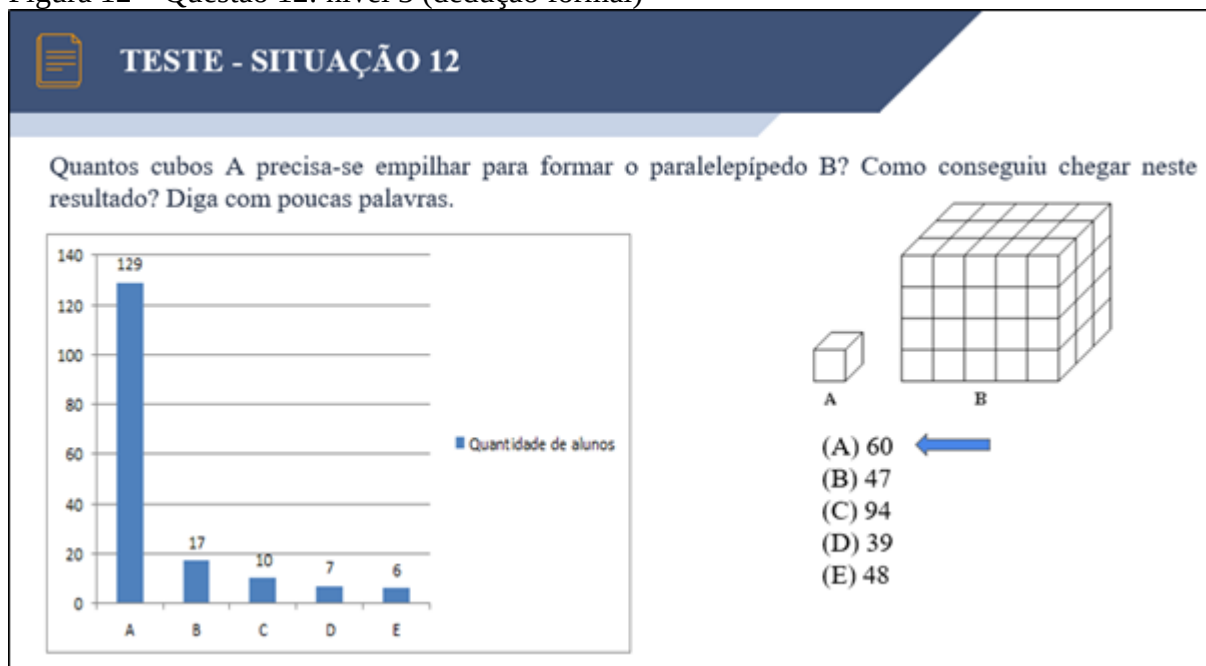
P16: É comum, por exemplo, os alunos não associarem o cubo ao conceito de prisma por considerarem que figuras geométricas possuem definição única e não relacionada com as demais, contudo, é importante ressaltar a definição do prisma e que, por conta dessa definição, o cubo se encaixa nessa definição. Com esse reforço também se descartariam as demais figuras não assinaladas.

Diante das respostas da questão 8, no pré-teste dos alunos, percebemos que a construção de conceitos em relação ao prisma foi de alguma forma prejudicada. E fica evidente que os professores, para sanar tais dificuldades, apresentariam as propriedades do prisma por meio da utilização de materiais concretos. Ainda que a BNCC expresse que, no Ensino Médio, é desejável que o aluno amplie, consolide e complemente sua formação escolar, percebemos que, no âmbito dos conhecimentos geométricos, existem lacunas nas habilidades conceituais, dificultando, assim, o desenvolvimento de nível do pensamento geométrico.

Por último, mas não menos importante, a questão 12 (Figura 12) representa o nível de dedução formal da Teoria de Van Hiele. A questão, no nível três, foi produzida para investigar os conceitos de volume de um cubo e a inter-relação entre o volume e o valor da aresta. Nesse nível, os alunos “começam a desenvolver sequências mais longas de enunciados e a entender a significância da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas. A realização de conjecturas

e esforços iniciados é espontânea. Um aluno neste nível pode construir provas, não apenas memorizá-las” (SANTOS; SANT’ANNA, 2015, p. 3).

Figura 12 – Questão 12: nível 3 (dedução formal)



Fonte: Elaborado pela autora.

O total de acertos na questão foi representado por 129 alunos, tendo em vista que a grande maioria deles respondeu o item a. Os resultados nos permitem afirmar que os alunos têm a compreensão da relação entre a medida da aresta e o volume, ou seja, dada as três dimensões (comprimento, largura e altura), o volume do sólido será o produto das três dimensões. Para que o aluno acertasse a questão, ele deveria ter habilidade de visualização, percepção das vistas do sólido geométrico e noção de como se calcula o volume de um prisma. Para Kaleff (2003), a fórmula é consequência da observação dos desenhos das vistas do paralelogramo e da contagem de cubinhos. Isto posto, segue as justificativas dos alunos:

A18: Multiplicando a base com a altura e depois com o comprimento (2º Ano).

A20: Calculei o volume do paralelepípedo B, que tem 3 unidades de comprimento, por 4 de altura e 4 de largura, logo 48 unidades de volume no total (3º Ano).

A33: Somando os cubos das linhas e multiplicando pelo número de colunas (2º Ano).

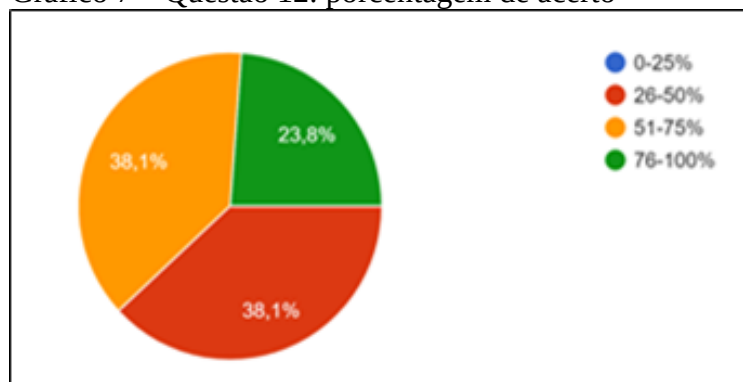
A80: Se eu dividir em três partes cada um terá 20 cubos então $3 \times 20 = 60$ (3º Ano).

A135: contei os cubos de cima e multipliquei pela quantidade da fileira vertical (1º Ano).

Podemos observar que o estudante A18 conhece o caminho para chegar ao cálculo do volume do sólido, reconhece a fórmula, aplica-a e, a partir disso, consegue fazer relações para chegar ao resultado assertivo. No Ensino Médio, uma das noções fundamentais do ensino de Geometria é a compreensão das propriedades e da inter-relação estabelecidas entre as classes.

Grande parte dos professores considera que essa questão não apresenta um nível fácil de assertividade, como mostra o gráfico 7.

Gráfico 7 – Questão 12: porcentagem de acerto



Fonte: Elaborado no Formulário Google.

Analisando o gráfico, a maior quantidade (7 participantes) se equiparam em dois intervalos, 26 e 50% e entre 51 e 75%. A porcentagem menor equivale a 5 participantes afirmarem que as chances de acerto estarão no intervalo 76 e 100%. Em relação à análise das possíveis abordagens que poderíamos utilizar para minimizar as dificuldades desses alunos na questão 12, os professores elencam:

P19: Utilizando material dourado para facilitar a visualização, contagem e compreensão.

P12: Usar o material dourado para montar o paralelepípedo. Construir no GeoGebra uma atividade que possa montar a pilha de cubos e calcular seu volume.

P16: Ressaltando que as formas, quando representadas dessa forma, mantêm elementos ocultos e vale a pena estimular a imaginação dos alunos em como a figura é completada e extrapolar as possibilidades para estimular a percepção espacial.

A importância do campo de visualização matemática novamente é evidenciada. Guzman (2002) a define como “representações concretas dos objetos que se está manipulando para ter uma abordagem mais eficiente da abstração que se está interpretando” e ainda afirma que os “conceitos matemáticos, ideias e métodos, têm uma grande riqueza de relações visuais que são intuitivamente representáveis de diversas maneiras” (GUZMAN, 2002, p. 205). Nessa perspectiva, P16 reforça em sua fala a importância de se trabalhar com a manipulação mental, partindo do abstrato.

P16: Esse quarto comentário é meu, eu gosto muito de trabalhar a abstração da percepção espacial, né? Então, é... Eu, por exemplo, nunca utilizei o material dourado, eu nunca nem estudei com o material dourado, não descarto de forma nenhuma a valia que ele tem em termo de auxiliar nesse tipo de percepção, mas eu gosto muito de trabalhar o imaginário, a manipulação do material na mente, pra mim, é muito valiosa, é lógico que o aluno precisa primeiro ter uma visualização inicial do objeto, e se a gente tiver uma visualização desse material de uma forma táctica, em um

material concreto, acelera a parte inicial desse processo de percepção espacial, mas eu gosto de trabalhar muito o manuseio mental e, no que eu falei, gosto de extrapolar as possibilidades de, por exemplo, pegar essa mesma figura e sugerir que ela é oca, por exemplo, que ela só tem a casca, e aí quanto eu teria dos cubos a serem acrescentados. Trabalhando isso e trabalhando com o aluno dessa forma a ideia de que o objeto imaginário pode ser manuseado como um objeto físico da mesma forma. Lógico que isso é um trabalho a ser construído, né? Mas eu acho ele traz um ganho a longo prazo maior do que depender completamente do material físico, entendeu?

As competências e habilidades a serem desenvolvidas e que envolvem o campo de visualização no ensino de Geometria são partes constituintes do pensamento geométrico, que é justamente uma das particularidades da Teoria de Van Hiele, isto é, o acompanhamento e o crescimento processual do pensamento geométrico do educando. A Teoria de Van Hiele foi suporte e fundamento, nos norteou em nossos passos em relação à prática proposta e, portanto, percebemos sua possibilidade metodológica, de como seria esse desenvolvimento e processo crescente em fases de aprendizagem do educando.

O aluno que não se apropria desses conceitos, dessas representações de forma antecipada, acaba acumulando muitos problemas em relação à continuação e à conclusão dos conceitos geométricos, e acabam tendo dificuldades posteriores. Logo, é necessário, que nós, professores, tenhamos o cuidado em fazer esse acompanhamento. Então, a partir da verificação, começamos a pensar e produzir nossa organização sobre o processo de ensino e, assim, propomos atividades práticas que auxiliem na progressão dos estudantes por meio da sequência dos níveis hierárquicos de pensamento geométrico de Van Hiele.

Na seção a seguir, apresentam-se as contribuições feitas a partir da caracterização das atividades práticas, da dinamicidade e da replicabilidade do processo formativo.

5.3.2 Caracterizando atividades práticas, dinamicidade e replicabilidade do processo formativo

Esta subseção aglutina as interpretações e análises retiradas dos excertos apresentados pelos professores participantes da oficina PPGEM. Mostra-se a segunda categoria final advinda do agrupamento das categorias intermediárias: replicabilidade (processo de ensino) e usabilidade (atividades práticas, manipulação e dinamismo).

Tal categoria difunde as abordagens diferenciadas e os procedimentos metodológicos de como utilizar o recurso tecnológico GeoGebra. Optamos por desenvolver o processo de ensino centrado no participante por meio de atividades práticas, e que nossa oficina possa ser

replicada com os alunos em sala de aula, com a proposta de levar manipulações e dinamicidade ao processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Destacamos o uso de computadores, em específico o uso de *softwares* de Geometria Dinâmica, na perspectiva do GeoGebra. Assim como evidencia P12: “Então, pensar na reconstrução da escola, no espaço da sala de aula, de conduzir o processo de ensino e aprendizagem que é o grande desafio. Virar essa página do século XX e realmente adentrar no século XXI” (Informação verbal P12). A BNCC prevê estas mudanças tanto na prática do professor quanto na organização do currículo da escola e, como P16 comentou, o planejamento é essencial nesse momento, saber diferenciar os conteúdos que são importantes, não apenas focando nos resultados das avaliações externas, mas também na aprendizagem do aluno.

O participante P16 afirma que: “eu gosto de lançar desafio para os alunos construir, medir e daí tirar as conclusões, isso que é importante, no meu ponto de vista no processo de ensino-aprendizagem” (Informação verbal P16). Seguindo esse viés, nossa abordagem segue as atividades voltadas para alunos a partir de 13 anos e professores dos Ensinos Fundamental e Médio de Kaleff (2003), como já supracitado, apresentando como diferencial o desafio de utilizar o *software* GeoGebra para a resolução.

Primeiramente buscamos verificar a opinião dos participantes sobre o uso do *software* GeoGebra com as seguintes questões: 1) Como a aula com o *software* GeoGebra poderia auxiliar no ensino de Geometria Espacial? 2) Quais as principais dificuldades encontradas na utilização do *software* GeoGebra como recurso pedagógico? e 3) A utilização do GeoGebra faz com que o professor reflita sobre sua prática?

Sobre as questões supracitadas, os participantes P09, P16 e P20 nos repassaram suas vivências, apesar de longas, fez-se necessário mantê-las sem cortes, devido aos relatos englobarem as três perguntas norteadoras da análise desta subseção:

P09: Eu vou compartilhar a minha experiência também com vocês. Eu já usei o software GeoGebra para trabalhar com Geometria, tanto espacial quanto plana, no início deste ano, a gente utilizou para trabalhar com a introdução da trigonometria na circunferência. Eu fui fazer uma prática com eles voltada para eles construírem a circunferência, determinar o raio que vai ser sempre o mesmo valor, eu tentei fazer essa introdução com eles. Em relação à infraestrutura da escola, como a gente sabe, muitas escolas não têm um laboratório de informática com qualidade ou com quantidade de computadores suficiente. Na escola que eu trabalho, só tem onze computadores para uma turma de quarenta e dois, então, eu tentei dividir a turma, mas como eu só tenho quatro aulas por semana, já iria prejudicar. Então, o que foi que eu fiz, eu conversei com eles, fiz o contrato didático com eles para os que não tivessem de jeito nenhum como baixar o aplicativo do celular do GeoGebra ficariam nos onze computadores. Então a aula aconteceu de uma forma não totalmente como eu esperava, assim, poderia ter sido melhor? Poderia! Vários fatores influenciaram, mas assim, pelo menos o objetivo que eu quis atingir, que é essa aula introdutória,

para eles saberem utilizar o GeoGebra, usando o computador e usando o celular, por parte de alguns, foi bastante produtivo. Então eu acho, assim, que a gente tem como opção extra o celular, fazer o uso do celular, e foi muito bacana, eu até registrei, se eu não me engano tem essa aula no meu Instagram. Eu tirei as fotos, os meninos ficaram supermotivados de utilizar o celular, foi um momento bem apertado, porque, no laboratório eu levei os 42 alunos para o laboratório e, assim, foi muito prazeroso, a gente vê a diferença. Então, a gente tem dificuldade, mas a nossa paixão por dar aula, tentar mostrar a Matemática diferente, instigante, que eles podem também ter acesso em casa. Eu tentei explorar o GeoGebra mesmo com essas aulas remotas, mas infelizmente eles acusaram que não têm espaço no celular, como eles têm que baixar vários aplicativos para conseguir acompanhar as aulas. Então, assim, foi um momento muito rico, recomendo para todo mundo. E a reflexão, nessa última pergunta de vocês, eu refleti muito em relação à minha prática, alguns pontos positivos que é a minha aula deram certo, como outros totalmente negativos, como, por exemplo, o que eu programei foi muita coisa para um tempo de cinquenta minutos, é um exemplo desses, né? E em relação à avaliação, eu não consegui ter aquela visão realmente de eles explorarem realmente o que eu queria que eles tivessem explorado. Essa aula inicial foi mais para eles dominarem o software, conhecerem as ferramentas principais do software, mas é um momento muito rico mesmo.

O excerto de P09 retrata sobre a precariedade de algumas escolas no âmbito tecnológico e reforça a ausência de um laboratório com computadores em quantidade e qualidade nas escolas. A participante P09 propiciou aulas introdutórias sobre o uso do software GeoGebra em duas modalidades, com a utilização do computador e dos celulares *smartphones*, amenizando, assim, a problemática de computadores insuficientes para a sua turma. Ao refletir sobre sua prática, verifica alguns pontos positivos como a exploração do software, bem como, outros negativos, como o excesso de conteúdo programado no planejamento para o tempo de aula prevista. Sobre a importância de planejar tendo foco no conteúdo e no tempo estipulado, P16 afirma que:

P16: Eu já usei, na verdade, o Cabri Geometry pra dar aula de desenho geométrico na época que eu trabalhava no 7 de setembro, aqui em Fortaleza. Para quem já usou o Cabri, sabe que ele é bem parecido com o GeoGebra. Hoje em dia o GeoGebra é, para mim, ele é, em termos de ferramenta, ele é superior ao Cabri, mas, na época que usava o GeoGebra, tava bem no começo ou nem existia ainda. O Cabri veio antes. A dificuldade que eu encontrava maior para utilizar o software no ensino com os alunos é que eles tenham vivências com as ferramentas do software, entendeu? Como a aula era para desenho geométrico, não era algo mais dinâmico, digamos assim, era uma aula bem puxada, assim, em termos de teoria e de aplicação prática, eu via, por parte dos alunos que a maior dificuldade era no uso das ferramentas. Então, quando eu fui usar em outras turmas, em outros anos, já foi pro GeoGebra, eu tentei programar uma aula que usasse o mínimo possível de ferramentas ou ferramentas já prontas, como, por exemplo, o GeoGebra 3D já fornece algumas formas já prontas, porque isso agiliza o tempo que a gente tem para trabalhar em sala de aula, porque eu não tenho como dedicar algumas aulas para que os alunos aprendam as ferramentas pra depois fazer uma aula em que eles vão por isso em prática. Antes, quando eu estava dando aula de desenho geométrico dava para fazer isso, porque era uma aula voltada para isso, era uma aula além das aulas de Matemática curriculares, mas para usar isso dentro de um currículo comum é um desafio ou a questão da familiaridade com as ferramentas do software, essa é a minha maior dificuldade quando eu penso em usar um software de geometria dinâmica, na sala de aula, é isso.

O excerto supracitado evidencia a dinamicidade do *software* GeoGebra. Fala exaltada também por P06 “é inegável o fato de o GeoGebra chamar bastante atenção dos alunos, primeiro pela questão do dinamismo que o *software* proporciona” (Informação verbal P06). E reforça que, mesmo com a restrição curricular de horas-aulas destinadas ao ensino de Matemática, é de suma importância que o professor faça o planejamento das aulas oportunizando momentos de apropriação e maturação das ferramentas do GeoGebra.

Sobre o planejamento tecnológico e conteudista, P20 apresenta sua vivência prática utilizando o *software* GeoGebra:

P20: Em relação à primeira questão pontuada em relação ao uso do software para o ensino de geometria espacial, eu acho que ele contempla, e contempla muito bem, porque ele tem ferramentas já praticamente prontas que vão permitir que se construam sólidos espaciais, e a minha experiência com o GeoGebra é o GeoGebra 3D, no celular, eu nem sei usar o GeoGebra no computador, na máquina em si. Aí o 3D, a janela já é em três dimensões, então, facilita muito isso para trabalhar a questão espacial. Nós temos essa questão dos recursos nas escolas, então é uma das razões pela qual eu não usava o GeoGebra, nunca me apropriei do GeoGebra, apesar de ter feito aquele curso oferecido pela equipe do professor Sérgio Dantas, eu fiz em 2018, mas eu não vi a viabilidade de utilizá-lo em sala de aula com os alunos devido a essas razões que os colegas já pontuaram, o espaço, os computadores funcionando nos laboratórios de escola pública e tal. Entretanto, quando eu tive conhecimento do programa para o celular, eu tentei me apropriar, mas isso foi recente, foi de um ano pra cá. E aí eu estou afastada, estou de licença, vai completar dois anos agora no próximo mês, eu estou de licença, porque eu estou fazendo mestrado, eu me afastei da sala da aula e não tive a oportunidade de utilizar o GeoGebra com os alunos, mas eu utilizei ele com os professores na minha pesquisa de mestrado, e eu fiz uma formação com os professores, nós trabalhamos poliedros de Platão, trabalhamos prismas regulares e trabalhamos pirâmides, tudo no celular. E depois eu pedi aos professores e aí dois deles aceitaram, eles levaram a experiência para a sala de aula e eu assisti à aula deles com os alunos e também faz parte das minhas análises na minha dissertação. Temos os problemas, requer dedicação, tanto quanto se for trabalhar com material manipulável, mas a gente vê que em torno de 70% dos nossos alunos possuem celular e o GeoGebra possui a vantagem que ele roda sem internet, foi possível ser trabalhado, os professores pediram para os alunos baixarem o programa em casa e aí na sala de aula foi possível trabalhar. Eu elaborei um tutorial, fui fazendo um print dos ícones que a gente ia trabalhando nessas figuras, um passo a passo, e eu distribuí com os professores e um dos professores distribuiu esse passo a passo para os alunos e os alunos conseguiram construir, esse professor trabalhou com a exploração do tópico de pirâmides. O outro professor, na sua experiência, ele fez uma metodologia diferente, ele projetou, espelhou, a tela do celular dele na lousa pelo Datashow e os alunos foram seguindo o passo a passo dele. Então, em termos de utilização eu acho totalmente viável e eu retorno pra sala de aula provavelmente em julho ou agosto, a gente não sabe quando a gente retorna, mas a minha licença termina e eu pretendo trabalhar com o GeoGebra com os meus alunos, de agora em diante. Em relação à última pergunta a utilização do GeoGebra faz com que o professor reflita sobre a sua prática, eu não sei se ela faz com que o professor reflita sobre sua prática, agora o que eu pontuo é que utilizar o GeoGebra em sala de aula só faz sentido se a gente fizer uma relação entre a tecnologia e o conteúdo, em que a gente tenha habilidades pedagógicas para trabalhar com isso. Então, assim, para

utilizar o GeoGebra eu me embaso na teoria do TPACK¹², que é a teoria do domínio do conhecimento tecnológico e pedagógico de conteúdo.

Muitos professores apresentam certo “bloqueio” ao agregar o computador ou outras inovações tecnológicas ao processo de ensino, advindo de uma visão conturbada de que essa aparelhagem venha apenas para tirar o foco do aluno em sala de aula. Nesse viés, corroboramos com Nogueira e Andrade (2004) ao afirmarem que o uso atividades apoiadas por computadores “além de tornar as aulas mais atraentes, permitem a aplicação e a confrontação com a realidade dos conhecimentos adquiridos; bem como motiva a investigação que conduz a prazerosas descobertas, constituindo-se, assim, num poderoso facilitador da construção de conceitos” (NOGUEIRA; ANDRADE, 2004, p. 28).

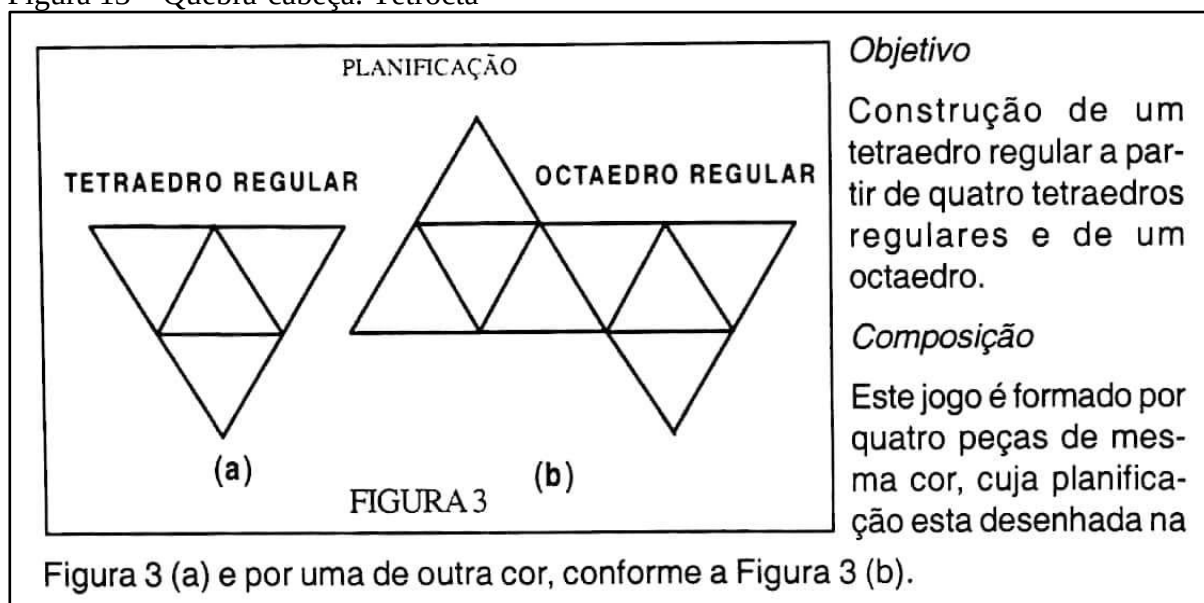
No contexto específico que envolve os docentes participantes da oficina, encontramos, na prática, relatos de vivências docentes sobre o uso do *software* GeoGebra. Colocada em prática, a “vivência em docência” em sala de aula compreende o ato de “lecionar, de refletir e de receber *feedback* sobre sua ação”, e é definida como “uma teia de relacionamentos com os seus alunos, levando à articulação das visões de mundo de todos os envolvidos, em um processo de construção coletiva do conhecimento prático e cultural” (OLIVEIRA *et al.*, 2009, p. 6 e 7).

Tendo em vista o anseio por mudanças metodológicas, o primeiro desafio gerado na oficina foi a realização do quebra-cabeça Tetrocta (Anexo C), cujo objetivo é a construção de um tetraedro regular utilizando o GeoGebra, a partir de quatro tetraedros regulares e um octaedro regular. Os questionamentos que nortearam o debate sobre as atividades propostas foram: 1) Você considera a atividade proposta desafiadora? Justifique. 2) Você encontrou dificuldades ao resolvê-la? 3) Quais as limitações encontradas na resolução dessa atividade por meio do GeoGebra? 4) Como você utilizaria essa aplicação em sala de aula? Com o uso do *software* GeoGebra, apenas com materiais manipuláveis ou com ambos? 5) Quais os conhecimentos necessários para que o aluno desenvolva a proposta apresentada? 6) Quais conhecimentos são mobilizados e desenvolvidos ao explorar essa atividade de Geometria utilizando o GeoGebra? 7) Como minimizar as possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução dessa atividade?

Para a realização da atividade, foi disponibilizado as planificações (Figura 13).

¹² Nakashima (2019, p. 59) define TPACK como “o modelo teórico de interação dos diferentes conhecimentos docentes (pedagógico, específico e tecnológico)”.

Figura 13 – Quebra-cabeça: Tetrocta



Fonte: Kaleff (2003, p. 98).

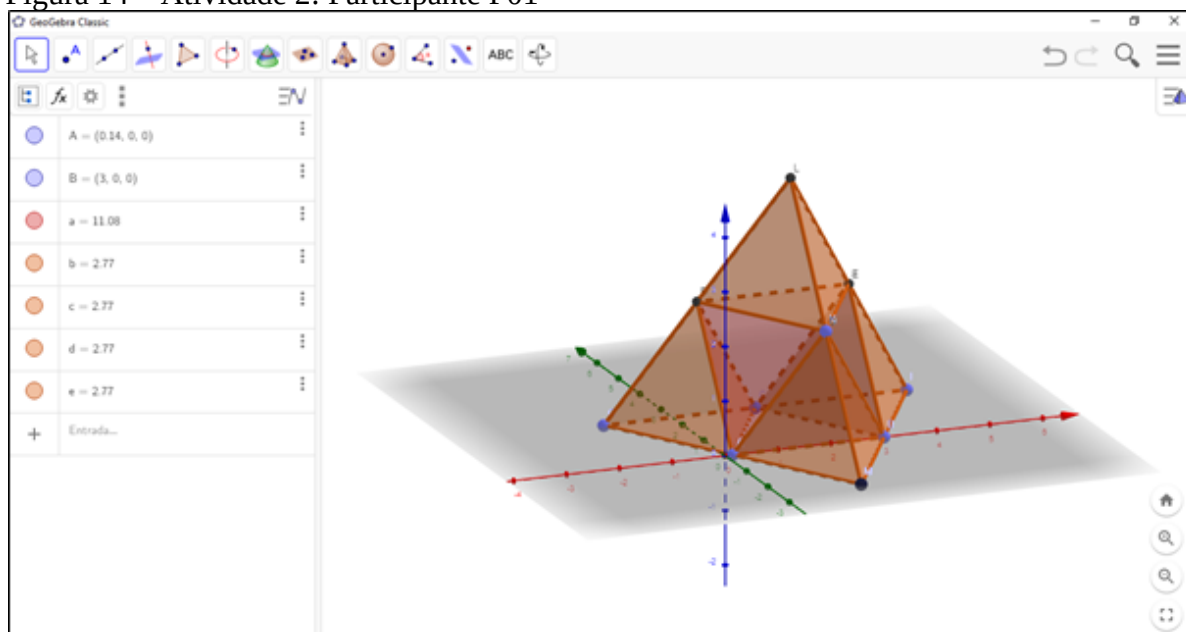
Os participantes criaram, manipularam e encaixaram os sólidos geométricos com suporte do *software* GeoGebra. O objetivo da atividade Tetrocta é verificar as relações entre volumes na composição de sólido. Contudo, os participantes relataram que durante a execução com os estudantes, podem aprofundar outros conceitos geométricos, tais como relação de Euler, planificação de sólidos geométricos, vértices, faces, arestas, perímetro, posições relativas entre retas. Os participantes da oficina definiram a atividade do Tetrocta como desafiadora, assim como evidenciados nas falas:

P05: Eu achei desafiador, porque você pede pra fazer uma construção com GeoGebra e aí você fica ali “como é que eu vou construir isso aqui?”

P16: Gostei da abordagem que foi apresentada e do paralelo traçado com a didática, os desafios foram interessantes e me fizeram sair da zona de conforto.

Nesse viés, a participante P01 disse “Não fiz uma construção mega elaborada, mas o objetivo eu acho que era justamente você saber buscar os comandos que pudessem construir o desafio, achei desafiador” (Informação verbal P01). A produção da participante P01 pode ser visualizada na Figura 14.

Figura 14 – Atividade 2: Participante P01



Fonte: Elaborado por P01.

As dificuldades apresentadas pelos participantes ao resolverem a questão foram práticas, tempo, apropriação, aliar teoria à prática, entre outras. Como evidenciada no excerto do P05, a seguir: “Eu encontrei dificuldade porque eu fiz o curso do GeoGebra, mas, como eu pratico pouco, a gente esquece muitos comandos [...], mas a gente encontra dificuldades porque a gente agrega teoria à prática nesse caso, né” (Informação verbal P05). O papel do professor foi evidenciado quando surge a importância de ele analisar a potencialidade pedagógica da questão e da ferramenta antes de apresentá-la aos estudantes. Sob esse olhar, P01 reforça:

P01: Eu acho que exige tempo e planejamento, a gente não pode pensar em jogar uma atividade dessa para os nossos alunos sem antes ter tido uma apropriação forte né? Até aulas anteriores de introdução do software, algumas construções já prontas, ou seja, situar nosso aluno no ambiente que ele vai se posicionar e requer tempo porque existem muitos comandos. Por mais que eu faça uma formação de GeoGebra, se eu não praticar, eu vou esquecer, é natural.

Um ponto a evidenciar na resolução da questão, foi o fator da construção dos quebra-cabeças a partir de planificações no plano 2D para a montagem e sua visualização na janela de visualização 3D do GeoGebra. Alguns professores reforçaram essa dificuldade: “Eu não consegui visualizar, na realidade como eu faria no 3D do GeoGebra, aí eu resolvi montar, baixei, pesquisei na internet, deixei até gravado aqui nos meus documentos, baixei 15 planificações e fiz a montagem. Quando eu montei eu disse “agora eu consigo”, eu já conseguia ver como eu iria fazer” (Informação verbal P12). Esse excerto corrobora com a fala de P01, ao citar a importância de o professor manipular a questão antes mesmo de repassar aos alunos.

Os participantes P01 e P12 utilizariam em suas abordagens metodológicas, o material manipulativo e o *software* GeoGebra. Como evidenciado nos excertos de P01 “Eu vejo que o GeoGebra agrega sim, né? Como a gente complementou aí, a história do rigor e do nosso objeto construído, eu colocaria os dois, tanto usaria o manipulado, como também tentaria agregar a construção do GeoGebra” (Informação verbal P01), e P12 relata que: “Você manipula e na hora de manipular você pode ter dúvidas e o GeoGebra pode entrar com auxílio para visualização” (Informação verbal P12).

Ao serem questionados sobre os conceitos geométricos necessários para a resolução da questão, o participante P01 citou que “tem que ter a compreensão do conceito do que é tetraedro, o que é o octaedro, também a compreensão do uso do *software* em si, esses seriam os conhecimentos, um pouco da abstração desenvolvida, isso é uma coisa que a gente constrói com o tempo” (Informação verbal P01). P12 salienta o campo de visualização, afirmando que “a primeira coisa que o aluno tem que visualizar, por exemplo, na figura plana, é que os triângulos têm que ser todos congruentes entre si, né, é que a face, que é um triângulo, tem que ser congruente, isso é uma coisa importantíssima, para haver o encaixe” (Informação verbal P12).

Com a intencionalidade de minimizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes, a participante P01 aponta que:

P01: Depende muito de como o professor apresenta tudo isso. A questão de como minimizar essas dificuldades, eu acho que é colocando, sim, o aluno em diversificadas situações problemas que possam propiciar essa construção, e essa construção, obrigatoriamente, ela não precisa ser uma dificuldade maior, ela vai aos poucos, eu preciso apresentar situações que ele consiga iniciar o processo de construção e outras que vai desafiá-lo, colocá-lo em desequilíbrio para só então ele ir avançando para situações mais bem elaboradas.

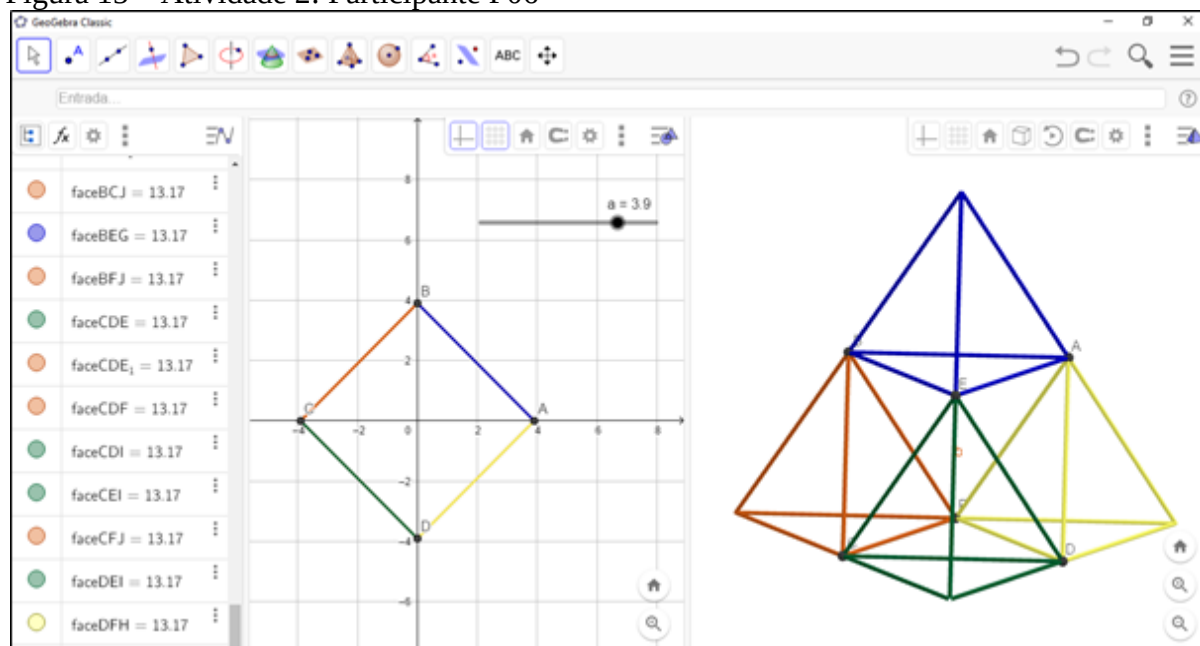
Como evidenciado pelos professores, além de ser gradativa, a atividade também é colaborativa, visto que, por vezes, até com a nossa resolução, por mais que sejamos professores, que nós tenhamos o conhecimento sobre a ferramenta, se passarmos certo tempo sem utilizar, já precisaríamos de uma nova apropriação, principalmente com as atualizações que são geradas, então, para minimizar as dificuldades, podemos indicar que os alunos façam em conjunto, por exemplo, tornando-se uma proposta colaborativa.

Como todos os professores já tinha certa base em relação à utilização do *software*, nós propusemos que criassem as peças do quebra-cabeça, e duas abordagens foram exploradas de forma repetitiva: a primeira, os professores começavam a produzir o octaedro com as peças dos tetraedros, utilizando suas faces como base; a segunda, os professores já fizeram as peças do

tetraedro e depois observaram a construção do octaedro, no espaço interno, gerado a partir da junção dos quatro tetraedros.

Uma abordagem diferenciada nos chamou a atenção, a construção do tetraedro do participante P06 (Figura 15), que traz a utilização de controles deslizantes para o caso das arestas e, com suporte de vetores, para ter essa separação das peças, produzindo a movimentação do sólido sendo construído por meio do encaixe das peças.

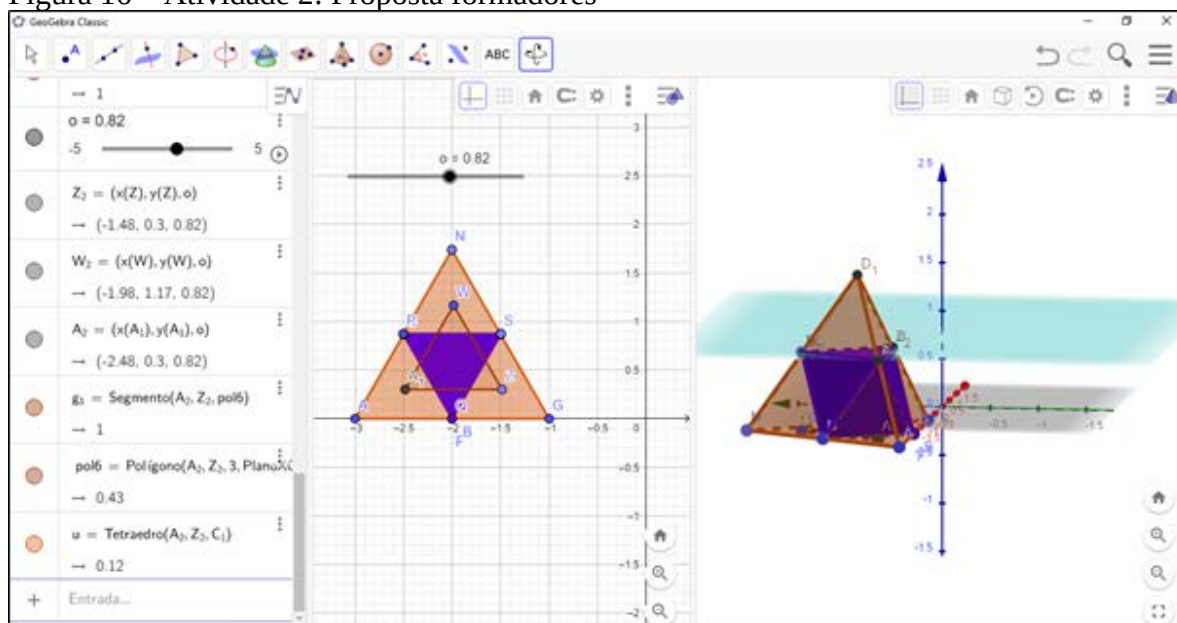
Figura 15 – Atividade 2: Participante P06



Fonte: Elaborado por P06.

Os formadores também apresentaram a sua produção aos participantes, foi criado a base de 4 tetraedros e 1 octaedro no plano 2D, todos movimentáveis para ocasionar esse efeito de quebra-cabeça, e posteriormente a construção dos sólidos na janela de visualização 3D. Vários conceitos poderiam ser debatidos com os alunos após a produção, como a altura das peças, o centro de massa do baricentro, e a movimentação das peças. A figura 16 apresenta a produção dos formadores.

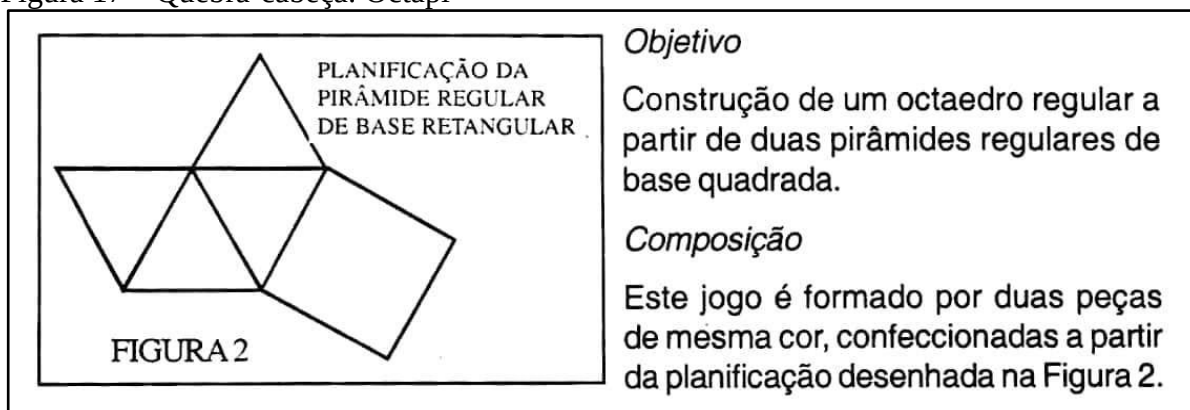
Figura 16 – Atividade 2: Proposta formadores



Fonte: Elaboração dos formadores.

O segundo desafio oportunizado na oficina (Anexo D) foi a criação de um quebra-cabeças a partir de seções planas dos poliedros, cujo objetivo é observar o corte que divide o octaedro em duas pirâmides (Figura 17). Você é capaz de construir outro quebra-cabeça para o tetraedro que seja formado somente de duas peças? E por quatro? E por seis? Construa as peças no GeoGebra.

Figura 17 – Quebra-cabeça: Octapi



Fonte: Kaleff (2003, p. 98).

O quebra-cabeça Octapi é a construção do octaedro a partir de duas pirâmides. A atividade de Kaleff (2003, p. 107-108) seguia os seguintes passos: a) Construa um tetraedro regular com as peças do Tetrocta; b) Agora substitua o octaedro pelas pirâmides do quebra-cabeça Octapi, e c) Observando esse corte que divide o octaedro em duas pirâmides, você é capaz de construir um outro quebra-cabeça para o tetraedro que seja formado somente de duas peças? E por quatro? E por seis?

Nossa atividade seguiu o mesmo modelo, porém agora era necessário construir novamente o tetraedro, mas com a quantidade de peças diferentes da atividade 2 (cinco peças). Oportunizamos, assim, a produção do quebra-cabeça Tetra-2, Tetra-4 e Tetra-6, apresentados no livro de Kaleff (2003).

E as mesmas questões foram analisadas. Sobre os questionamentos: A atividade proposta foi desafiadora? Se o participante teve dificuldade e limitações ao resolvê-la? E utilizaria em sua prática os materiais manipuláveis, o *software* GeoGebra ou ambos? Tivemos como resposta da participante P10 o seguinte excerto:

P10: Achei desafiadora sim, foi muito interessante pensar primeiro na construção, não sei se na forma como eu resolvi é a forma correta. E a pergunta se encontrou dificuldades? Encontrei, acredito que, no objetivo da atividade, porque o objetivo da atividade é montar peças de quebra-cabeça e eu acabei construindo a figura mesmo, a pirâmide de base quadrada, e depois eu vi outros, outras construções, e eu acho muito interessante o montar dessas peças no GeoGebra, então, como resposta no terceiro tópico, de quais as limitações encontradas na solução? Eu acredito que a primeira delas, no meu caso, eu não sei o caso dos colegas, é essa manipulação do GeoGebra no sentido de movimentar as peças para se encaixarem como um quebra-cabeça.

A montagem, o encaixe das peças do quebra-cabeças e a movimentação das peças na janela de visualização 2D e 3D no *software* GeoGebra são evidenciados no excerto de P10 devido ao teor dinâmico na manipulação dos sólidos por meio da utilização do GeoGebra. Por ser uma situação nova, a movimentação das peças inicialmente gerou estranheza entre os participantes, como mostra o excerto de P08, porém ao longo da oficina, tal apropriação foi oportunizada.

P08: Para mim, eu achei muito desafiadora, porque, como o colega falou, a minha dificuldade maior é na movimentação das peças, eu já aprendi muito aqui no curso olhando as construções dos colegas, eu até já aprendi um pouco a fazer a movimentação através dos vetores. Então, se o curso acabasse hoje, já estaria satisfeito só em ter aprendido a fazer essa movimentação. E a maior dificuldade que eu achei foi em relação a interpretar a própria pergunta, o próprio enunciado da atividade. Eu gosto muito de verificar as construções dos colegas, eu percebi que houve muitas interpretações diferentes em relação à atividade, porque tem pessoas que dividiram e fizeram a formação do quebra-cabeça com peças iguais, outros com tamanhos diferentes, outros construíram a pirâmide de base quadrada, depois dividiram, outros construíram tetraedro, depois fizeram a divisão em partes. E, no início, eu até coloquei no chat da nossa turma que eu estava sem entender, porque eu pensei que a divisão do tetraedro seria em partes iguais e isso seria uma dificuldade tremenda para mim, tremenda mesmo. Eu até consegui fazer atividade, mas eu tô achando que a minha construção não está condizente com que vocês queriam, mas, de qualquer forma, eu fiz e está sendo muito desafiador para mim, mas eu tô aprendendo muito, tô gostando demais do curso, principalmente por verificar as construções dos colegas e ver a quantidade de forma diferente para fazer essas construções.

Reforçamos a não existência de certo ou errado na resolução das atividades. Os professores poderiam resolvê-la construindo as peças do quebra-cabeças iguais ou diferentes e precisariam pensar em quais cortes fariam na peça original, no caso o tetraedro. Mesmo sendo citado como desafiador, oportunizamos a construção de quebra-cabeças geométricos por meio de um processo de ensino centrado no participante. Seguindo esse viés, o participante P06 reforça os seguintes pontos:

P06: Sinceramente eu nem tinha parado para pensar sobre as construções fazendo dessa maneira, sobre os cortes dados em uma figura e tudo, fazer os movimentos, montar quebra-cabeça e tal. Para mim, tá sendo muito bacana e eu achei tudo muito interessante, só fiquei um pouco desapontado porque eu não consegui fazer a proposta com seis peças. Eu pesquisei bastante aqui e eu acredito que, às vezes quando a gente faz uma construção e a gente tem essa interação, os passos que a gente faz é tão ou mais importante do que a própria construção, por quê? Por que, ao meu ver pelo menos, porque eles ficam fixados como possibilidades que a gente pode dar para construção futuras, e daí a gente começa a imaginar uma série de coisas, e eu, por exemplo, quando eu comecei a estudar o GeoGebra por conta, própria eu sempre tinha curiosidade de pensar: “Poxa vida, eu queria fazer tal construção”, mas aquela ideia que você tem na cabeça, tem dificuldade de colocar ela no software porque falta alguma experiência? Então, sempre que eu via alguns vídeos e tal, eu guardava alguns comandos e tudo porque eles serviram bastante no futuro, e esse curso está me dando essa oportunidade porque eu acabei utilizando alguns recursos do GeoGebra que eu não tinha explorado até então. Eu acho isso extremamente importante, porque a gente vai assimilar isso com a nossa prática diária, nossas construções e é tudo muito interessante.

O excerto de P06 mostra que, para a resolução da atividade 3, mais importante do que resolvê-la era o procedimento a partir da apropriação dos comandos e das possibilidades existentes no *software* GeoGebra. Para o participante P06 assimilar os conceitos geométricos aprendidos com a prática docente é de suma importância. Em relação às possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução dessa atividade, a participante P01 respondeu como saná-las.

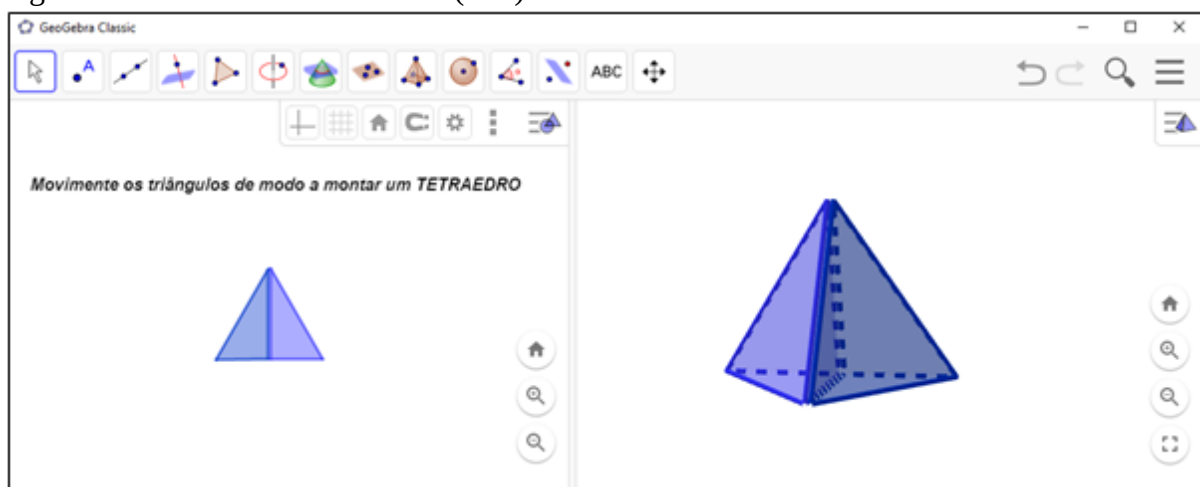
P01: Então, eu tenho dificuldade sim, principalmente nessa parte da movimentação, aí esse processo de tentativa, eu achei riquíssimo, porque, em contato com a ferramenta, a gente sente a importância realmente de explorar, e de que forma a gente pode minimizar isso? É propondo realmente situações em níveis diferenciados, em níveis elementares e níveis mais avançados, e à medida que a turma vai crescendo. E isso exige também da gente, como professor, essa apropriação, então eu vou me apropriar, eu preciso conhecer porque eu preciso utilizar. Então, eu tenho que ter isso em mente e saber que é uma ferramenta que vai agregar, e para mim. E pra mim e dentro do que eu percebo dos meus alunos, eu acredito que ali a construção do GeoGebra tendo também a realização do material concreto, eu acho que ajuda sim. Embora eu tenha tido dificuldade e não tenha feito como eu queria, mas esse processo de construção, percebendo as contribuições boas que a gente tem na plataforma, mesmo que eu não tenha chegado à solução, elas vão mobilizar na gente a curiosidade de buscar, de tentar se aperfeiçoar pela prática. Então não basta só eu conhecer o que são sólidos geométricos, não basta conhecer os seus tetraedros, o que são octaedros e quais são suas características, eu preciso me apropriar das funções

que o GeoGebra permite fazer esse trabalho. Então é um trabalho riquíssimo, requer realmente dedicação, requer esforço para que a gente possa estar inserindo isso na nossa prática.

O participante P01 enfatiza que a plataforma GeoGebra mobiliza a curiosidade pela busca de conhecimento e apropriação para utilizá-la, bem como aperfeiçoa a prática pedagógica do professor. Após esse debate inicial sobre a atividade 3 (Tetra-2, Tetra-4 e Tetra-6), que carecia da construção de um quebra-cabeça para o tetraedro com duas peças, quatro peças e seis peças, e essas peças não necessariamente teriam que ser iguais, o participante P12 disse que a atividade foi “realmente desafiadora” e ainda evidenciou os conceitos aprendidos: “muitos conceitos importantes abordados da Geometria Plana e da Geometria Espacial” (Informação verbal P12).

Apresentamos a seguir a sequência dos quebra-cabeças produzidos por P12 como devolutiva da atividade 3. Primeiramente, o Bitraedro (Figura 18), intitulado pelo próprio participante, constitui-se de duas pirâmides iguais, sendo estas as peças do quebra-cabeça.

Figura 18 – Atividade 3: Bitraedro (P12)

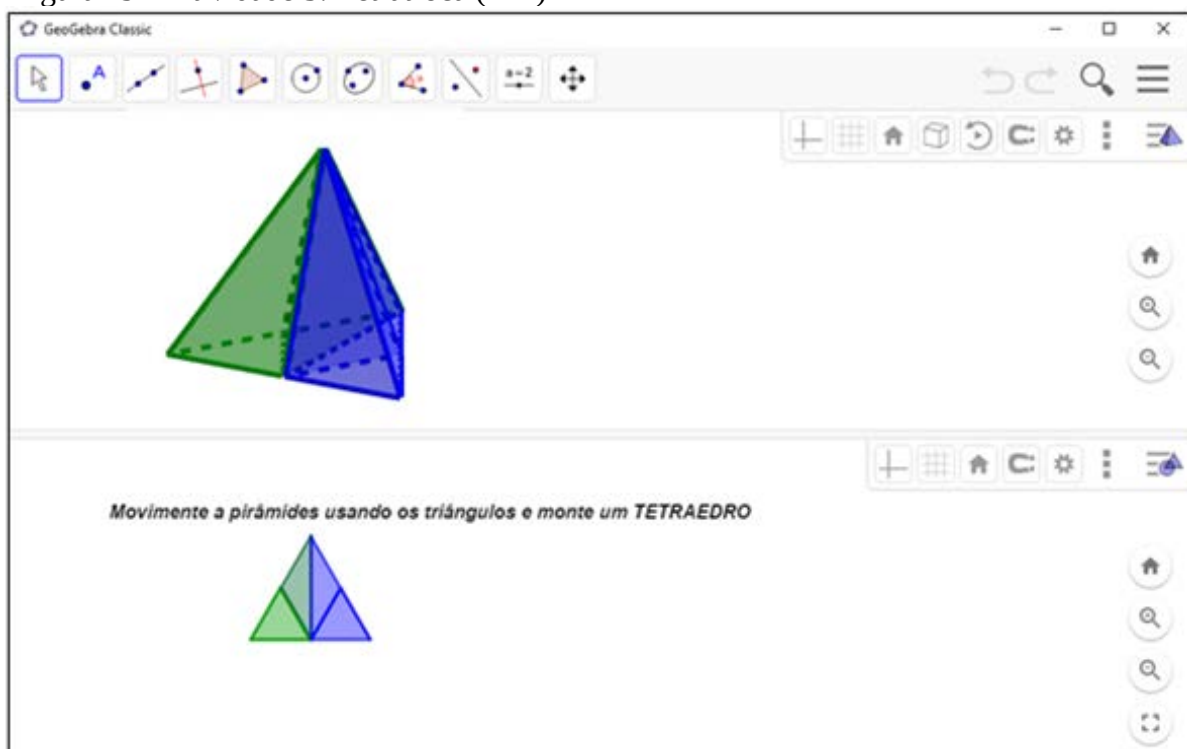


Fonte: Elaborado por P12.

Cabe salientar que as produções do participante P12 foram realizadas no GeoGebra *online*, ficando todas armazenadas no repositório de materiais¹³. A produção do quebra-cabeça com quatro peças foi realizada tendo como base o quebra-cabeça de duas peças, apresentando como proposta final quatro pirâmides, intitulado por P12 de Tetratroca (Figura 19).

¹³ Disponível em: <https://www.geogebra.org/materials?lang=pt-PT>

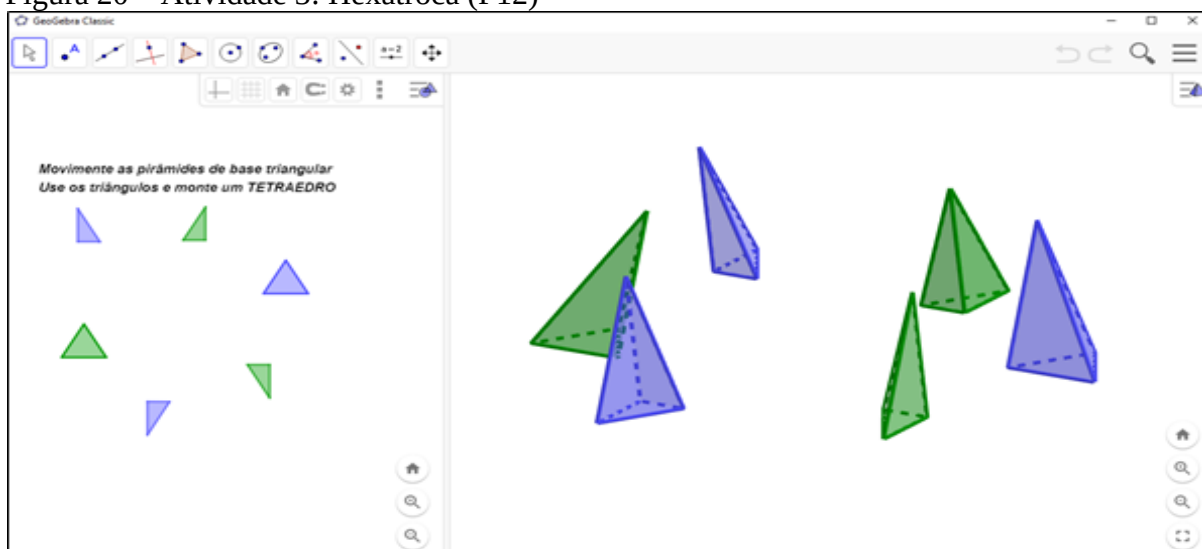
Figura 19 – Atividade 3: Tetratroca (P12)



Fonte: Elaborado por P12.

A produção do quebra-cabeça com seis peças de P12, intitulado de Hexatroca, teve como estratégia construir as novas pirâmides a partir dos pontos médios das arestas do tetraedro inicial. Apresentamos, na Figura 20, a visualização em duas etapas, antes da movimentação das peças.

Figura 20 – Atividade 3: Hexatroca (P12)

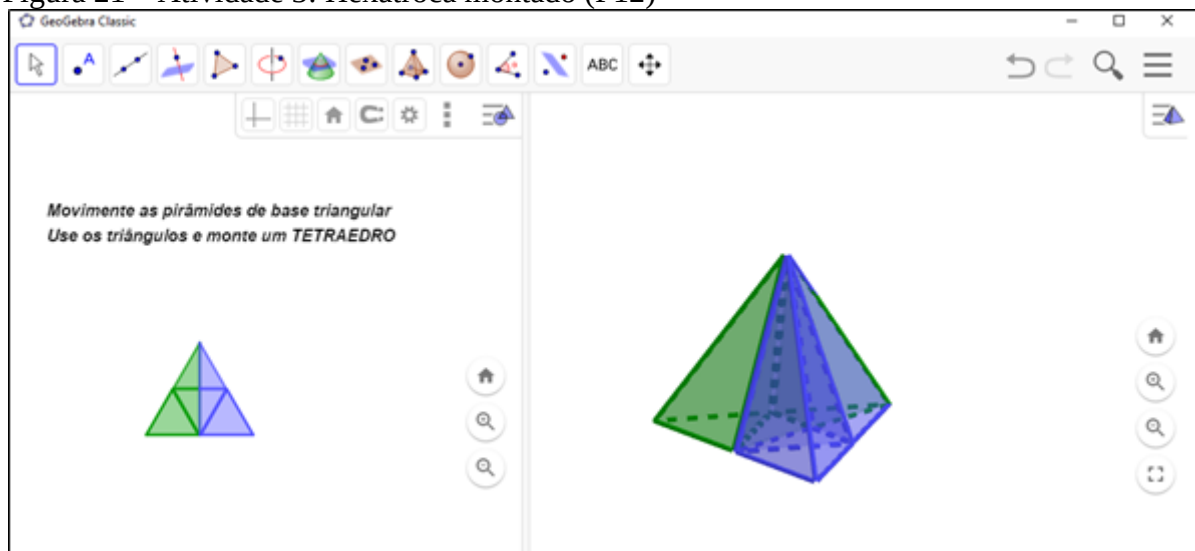


Fonte: Elaborado por P12.

Tendo como fundamento a movimentação dos sólidos, o participante P12 reforçou que a apropriação foi advinda dos ensinamentos da oficina, “isso aí já foi a equipe que ensinou *pra* gente naquele vídeo que eu assisti umas cinco vezes já, para fazer depois e fazer direitinho.”

(Informação verbal P12). O modelo, a seguir, é o sólido construído por meio da movimentação e junção das seis peças do quebra-cabeça (Figura 21).

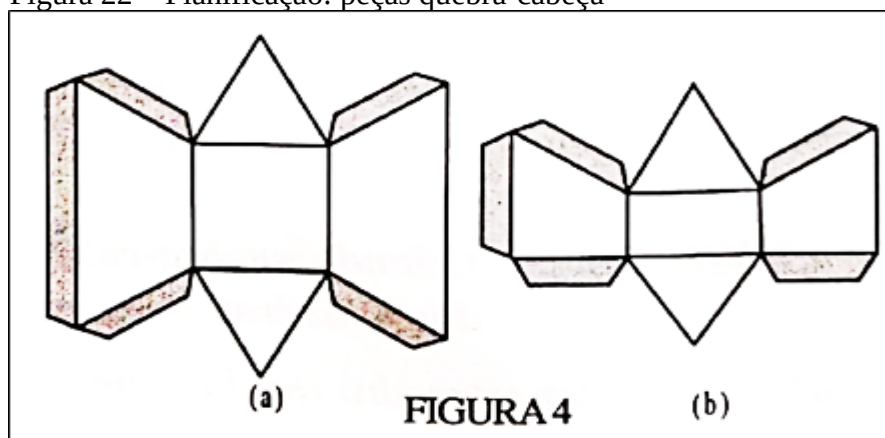
Figura 21 – Atividade 3: Hexatroca montado (P12)



Fonte: Elaborado por P12.

Sob o olhar de Kaleff (2003), indicamos as resoluções da Atividade 3 (Tetra-2, Tetra-4 e Tetra-6) aos participantes, utilizando o *software* GeoGebra por meio da construção das peças do quebra-cabeça, da movimentação e da manipulação dos sólidos produzidos, bem como a composição do sólido final, no caso o Tetraedro. Para a construção, usamos as seguintes planificações para a montagem (Figura 22):

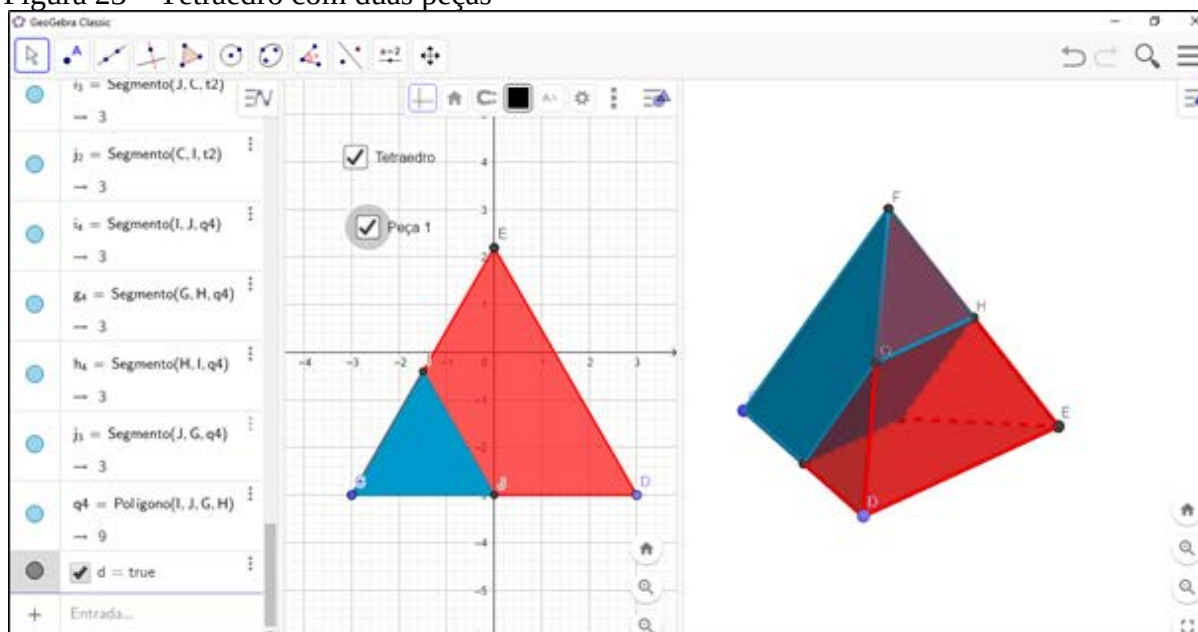
Figura 22 – Planificação: peças quebra-cabeça



Fonte: Kaleff (2003, p. 108).

Para a realização do quebra-cabeça Tetra-2, foi necessário a construção do tetraedro regular com duas peças não-regulares. Construímos as peças no *software* GeoGebra mediante planificação de duas peças da Figura 4a. Como resultado, obtivemos a construção da Figura 23.

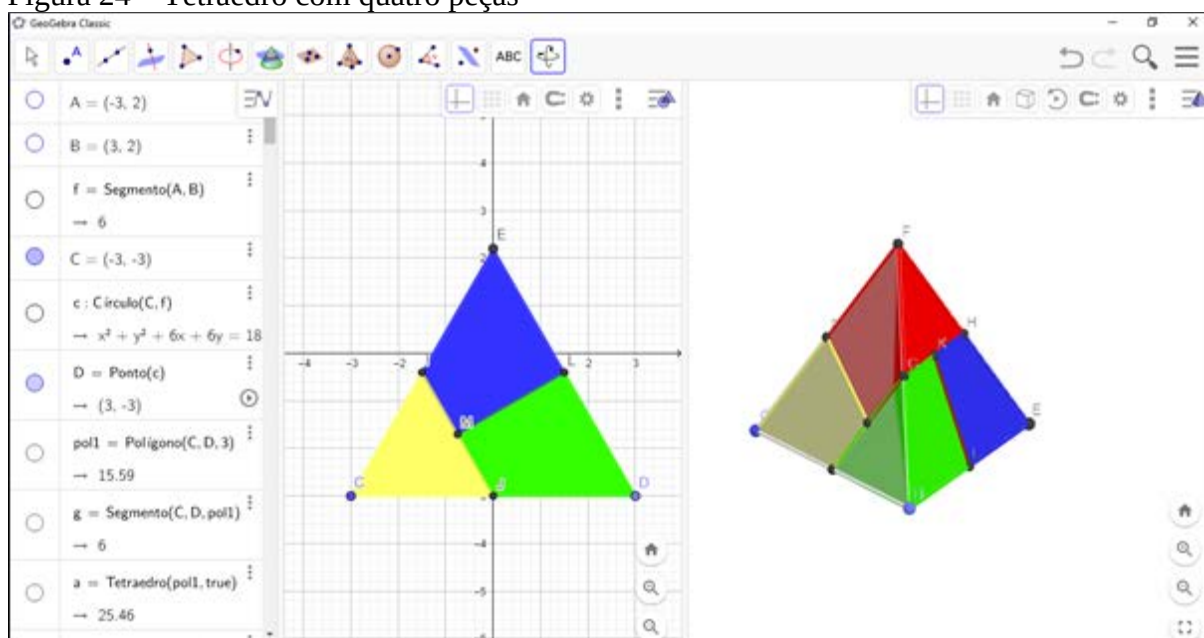
Figura 23 – Tetraedro com duas peças



Fonte: Elaboração dos formadores.

A segunda construção, intitulada por Kaleff (2003) de quebra-cabeça Tetra-4, constitui-se na montagem do tetraedro regular a partir de quatro peças não-regulares, formado a partir da planificação de quatro peças da Figura 4b. Percebe-se que duas peças da Figura 4b correspondem a uma peça da Figura 4a. A Figura 24 apresenta o resultado.

Figura 24 – Tetraedro com quatro peças

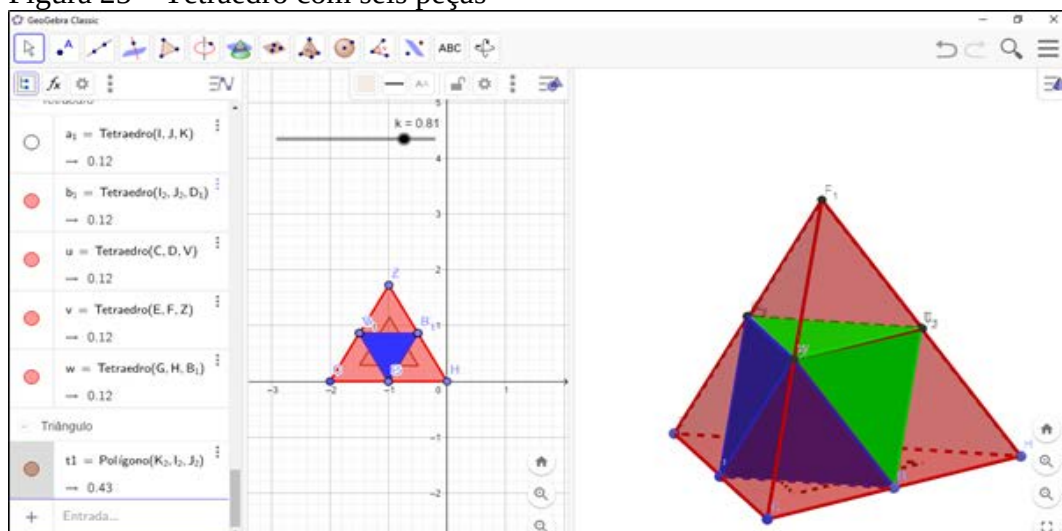


Fonte: Elaboração dos formadores.

Por se tratar de questões complementares e de aprendizagens em níveis crescentes de ensino, o quebra-cabeça Tetra-6 é composto por quatro tetraedros regulares e duas pirâmides regulares de base quadrada, podendo esta ser obtida através do Tetrocta. Ao seccionar o

octaedro da atividade anterior, o Tetrocta, teríamos justamente a composição de duas pirâmides regulares de base quadrada, sendo esta a sexta peça do Tetra-6. A figura 25 apresenta a resolução do quebra-cabeça.

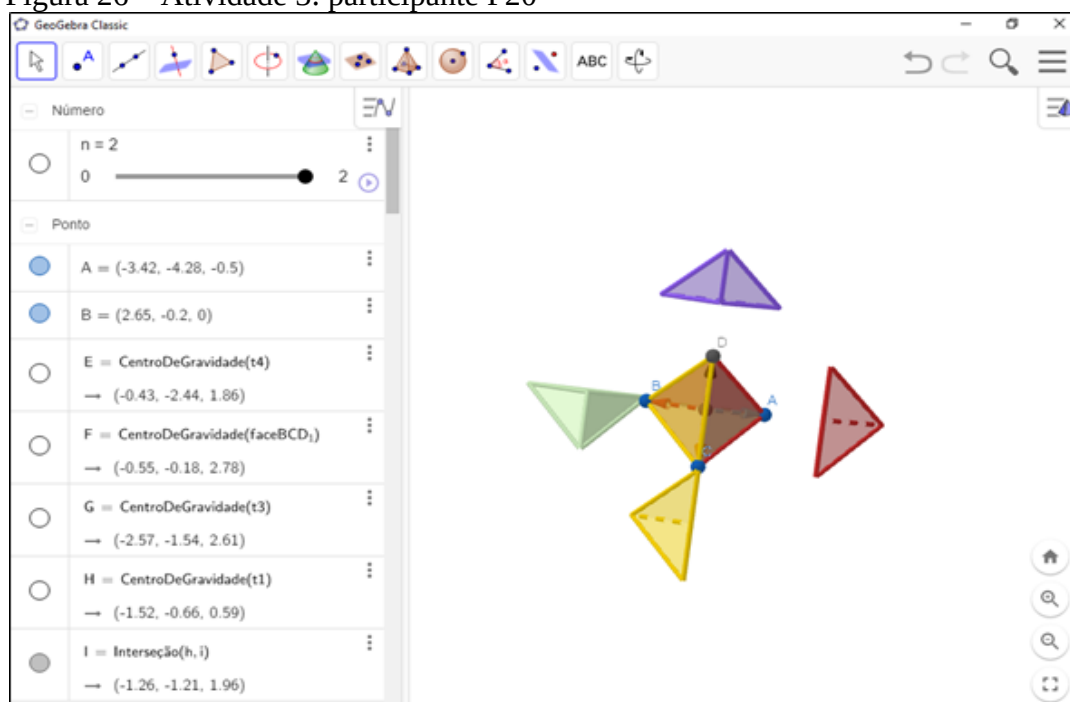
Figura 25 – Tetraedro com seis peças



Fonte: Elaboração dos formadores.

Haja vista a importância de apresentar as atividades práticas oportunizadas na oficina, evidenciamos a produção da participante P20 ao resolver a atividade 3 com quatro peças de quebra-cabeças, levando em consideração que, em todas as etapas da oficina, P20 nos impactou ao externar inúmeras habilidades de criação utilizando o *software* GeoGebra pelo celular. Segue a construção (Figura 26) de P20:

Figura 26 – Atividade 3: participante P20



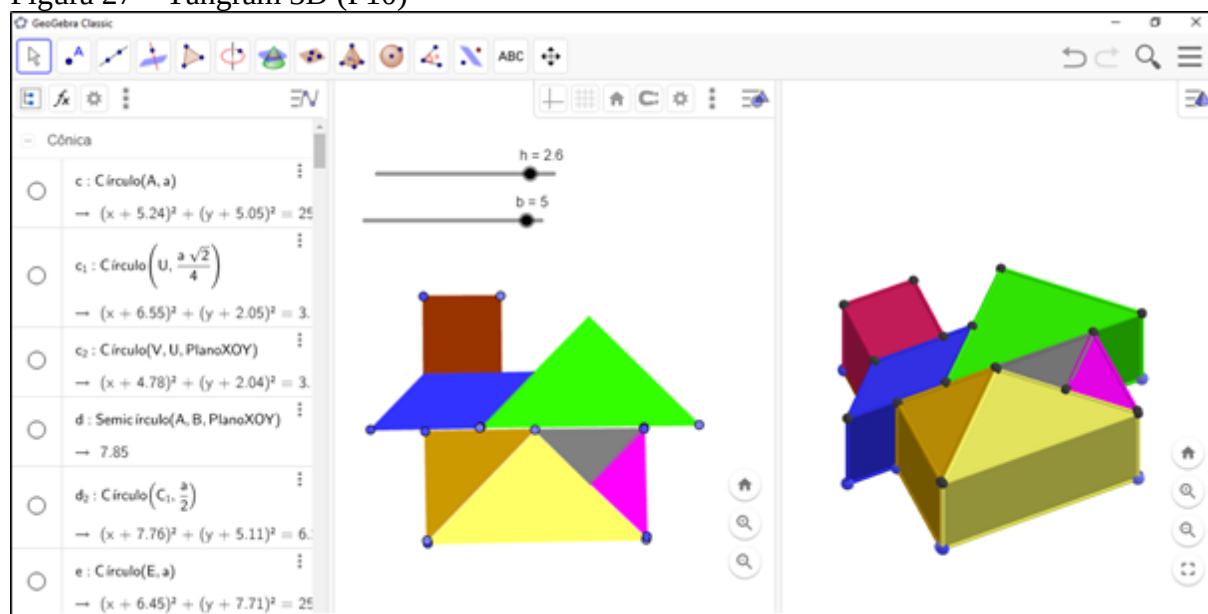
Fonte: Elaborado por P20.

Para Prado (2000, p. 07), “[...] os aplicativos de celulares e tablets permitem uma enorme interação com o ambiente e as pessoas ao redor”. A facilidade de acesso e a permissibilidade de utilização dessas ferramentas apenas para cunho pedagógico em sala de aula nos fizeram questionar como seria a produção dessa atividade a partir do uso do celular. P20 foi convidada a apresentar sua construção e, como perceptivelmente era uma atividade dinâmica, a seguir, evidenciaremos os ensinamentos do passo a passo da construção de P20:

Inicialmente eu construí um tetraedro a partir de dois pontos, como já tinha feito na aula anterior, e depois eu pensei que eu poderia ter o centro de gravidade desse tetraedro, e eu acredito que tenho um comando para encontrar esse centro de gravidade, mas eu não descobri ainda qual seria, então eu encontrei o ponto médio de todas as faces, das quatro faces dos quatro triângulos do tetraedro, para ser um segmento relativo do ponto médio, um verso oposto desse segmento seria a altura. E a partir daí, a gente tem o ponto de interseção entre eles e, a partir daqui, vou estar mostrando para você, está certo? Aqui eu já tinha vários segmentos prontos, eu passo a inibir os segmentos para ficar vendo só o centro de gravidade desse tetraedro, e a partir do centro de gravidade dele, eu percebi que eu poderia fazer quatro pirâmides iguais, dessas quatro pirâmides, eu ia ligar o vértice, que tem constante das faces do tetraedro até o ponto i, que é o centro de gravidade, aí eu tô colocando a primeira pirâmide, que é a pirâmide ABCI. Aí, para melhorar a visualização, eu mudo a cor dela, agora já estou construindo a segunda pirâmide, que é a pirâmide ABDI. Vou para a terceira pirâmide, é uma pirâmide ACDI, e a quarta pirâmide vai ser traçada agora, que é a pirâmide BCDI. Aqui, eu mudei a cor de todas elas e aí eu vou adiantar um pouquinho vídeo para ficar menos cansativo para vocês. Elas já estão com as cores diferentes agora, é o mesmo tetraedro, as quatro pirâmides estão internas a ele e agora a gente vai fazer a translação. Eu construo os quatro vetores, vou adiantar novamente um pouquinho vídeo, aí já estão os quatro vetores. Eu identifico o nome de cada pirâmide dessa; na hora da construção, eu usei os vértices, o GeoGebra atribui nome a elas, ele chamou, por exemplo, pirâmide B, pirâmide C, pirâmide D, pirâmide E. E eu precisava saber o nome dessas pirâmides para fazer comando de transladar que vai ser o próximo agora, aqui estou inserindo um controle deslizante, quando a gente constrói o controle deslizante no GeoGebra no smartphone automaticamente já pega esse valor -5 e no máximo +5. Então eu fiz uma alteração aí porque, se eu deixasse ela negativa, ela tanto irá se abrir, como depois irá fechar, passar uma face pela outra, e não era essa a nossa intenção, então eu deixei um mínimo 0, e no máximo, eu deixei 2, se eu colocasse 5, como o meu celular tem a tela pequena, na hora de transladar, ela queria sumir da tela do meu celular, então eu preferi diminuir também o máximo do controle deslizante. Aqui eu já tô chamando a pirâmide B, que foi o nome que a GeoGebra deu para ela, e transladei já a primeira pirâmide, a pirâmide B, e aí eu repito esse processo para as quatro pirâmides, vou adiantar novamente um pouquinho. Aqui estão as quatro pirâmides transladadas já, elas já saíram dentro do tetraedro e o próximo passo que eu vou fazer é mostrar ela. E aí, a princípio, achei que essa pirâmide no meio, de cor verde, não estaria trasladando, aí eu fui lá e refiz o comando novamente e ela continua do mesmo jeito e daí eu verifiquei depois, quando eu fiz a segunda vez que a razão de ela não aparecer na tela do celular na visão do celular é porque esse celular está na visão frontal e daí, quando eu fiz a movimentação do plano 3D do celular, eu passei a visualizar ela sobre uma outra visão. Teve mais dois procedimentos que eu poderia fazer ainda, que seria inibir o tetraedro, aliás, não inibir, eu poderia exibir na tela do software e o segundo eu poderia planificar as quatro pirâmides e aí eu veria as quatro pirâmides que estão internas ao tetraedro são quatro pirâmides iguais, porque elas foram recebidas pelas quatro faces regulares do tetraedro, e eu poderia trabalhar a questão da planificação, do formato das faces e assim por diante.

Concluindo a análise das produções, a construção final da oficina (Apêndice E) constituía da criação de um *puzzle* e de um plano de aula utilizando a ferramenta GeoGebra e algum dos recursos tecnológicos que foram compartilhados nas formações síncronas, a construção da participante P10 se diferencia das demais ao realizar a produção do Tangram em 3D com as sete peças movimentáveis. Para P10, “quando a gente fala quebra-cabeça, um quebra-cabeça que é muito utilizado por ser prático, de fácil construção, com diversos materiais, é o Tangram” (Informação verbal P10). Sua construção final está registrada na Figura 27:

Figura 27 – Tangram 3D (P10)



Fonte: Elaboração dos formadores.

A participante P10 reconheceu a proposta de atividade final como um desafio e, ao resolvê-lo, utilizou todas as aprendizagens oportunizadas na oficina, tais como movimentação das peças, translação dos sólidos, controles deslizantes para modificar dimensões. Segue um breve relato sobre a construção de P10:

E aí o próximo passo, depois de toda essa construção já bonitinha, já colorida, já sem aqueles pontos, os rótulos, essas coisas, já conseguindo, é claro, fazer a movimentação dessas figuras para encaixar, treinei bastante para encaixar, já é mais rápido agora. O desafio era o volume e em três dimensões, e pesquisei mais um pouco e vinculei a construção na janela 3D com a altura, também usando o controle deslizante, onde a gente consegue, a partir dessas peças, trabalhar a altura desses prismas e trabalhar com os alunos também. Olha, aumentou mais uma unidade aqui na altura, se aumentar uma unidade na altura, mas diminuir o lado da peça, como é que fica a relação do volume nessas peças? Então, é possível, a princípio, a gente manipular esses números, pedir para o aluno fazer a conta na mão, e depois, claro, fazer as contas com eles, mostrar a conta com eles já feita no GeoGebra.

Os relatos de P20 e P10, mediante apresentação de suas produções, evidenciam que os professores imersos nessa proposta metodológica vivenciaram as mobilizações de conceitos matemáticos e as manipulações dinâmicas no *software* GeoGebra a partir de atividades práticas,

indicando em suas falas a aceitação da proposta, como afirma P16: “Gostei da abordagem que foi apresentada e do paralelo traçado com a didática, os desafios foram interessantes e me fizeram sair da zona de conforto” (Informação verbal P16). Além disso, P05 aponta a possibilidade de replicarem a vivência prática com seus alunos:

P05: [...] a forma que nós estamos utilizando aqui, ela é interessante, ela contribui muito para a aprendizagem de todos os participantes, essa é a mesma forma como eu vou levar para minha sala de aula? Não, porque eu vou ter que levar em consideração o meu público, mas eu vou levar em consideração o que Van Hiele considera como aprendizagem, eu vou levar em consideração os passos que ele considera a ser seguido.

As falas de P16 e P05 indicam a replicabilidade que o processo formativo da oficina permite, porém é importante que os professores participem de grupos de estudos e de cursos de aperfeiçoamento de seus conhecimentos, que cada professor se comprometa com a sua formação realizando estudos e pesquisas no sentido de adquirir novas competências profissionais, de modo que apresente ao estudante atividades atrativas, motivadoras, tornando-o sujeito ativo e protagonista no ambiente escolar.

A seguir, apontam-se as contribuições da oficina para a prática docente.

5.3.3 Desenvolvimento profissional docente

Nesta subseção, as análises realizadas indicam que as possibilidades metodológicas da oficina permeiam o desenvolvimento profissional, acentuadas por meio das trocas dialógicas pessoais e coletivas evidenciadas pelos professores participantes da oficina remota. A terceira categoria final é resultado das categorias intermediárias: efetivação de competências e habilidades (competências e habilidades) e perspectiva construcionista (construcionismo).

A exploração das competências e habilidades apontadas pela BNCC precisa estar em concordância com o projeto pedagógico de sala de aula. O processo de aquisição de competências e habilidades precisa ser acompanhado e efetivado ao longo dos três anos do Ensino Médio. Além disso, sugere-se que os alunos as desenvolvam para que sejam capazes de realizar as situações que lhes são apresentadas.

O aprimoramento da prática docente nos auxilia a conduzir o processo de ensino e aprendizado do educando para que ele tenha uma formação crítica, autônoma e colaborativa. No intuito de verificar a prática docente, fizemos o seguinte questionamento aos participantes:

Ao produzir e pensar nos planos de aula, vocês planejam baseados ou reforçados por competências e habilidades da BNCC?

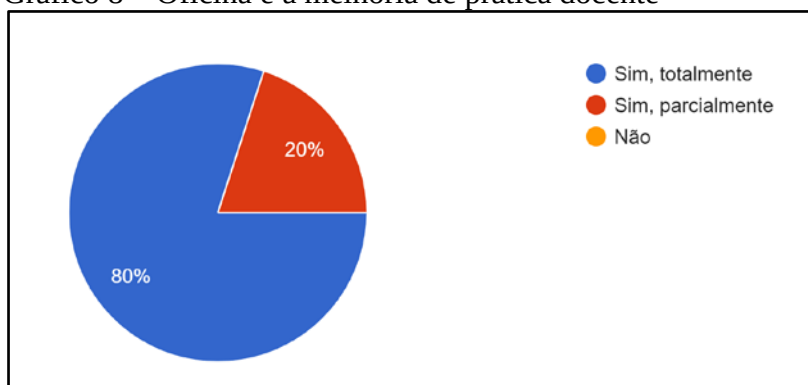
Nesse sentido, P06 reforça que “sempre coloca do lado da lousa as habilidades e as competências de cada assunto e quando a gente vai dar aula sobre aquele assunto, a gente sempre deixa o aluno ciente de qual habilidade que está sendo requerida e a competência também” (Informação verbal P06). Em nossa pesquisa, propomos realizar o acompanhamento da efetivação dessas competências, como a cultura digital, protagonismo, autoria e também de habilidades geométricas.

Para a efetivação de competências e habilidades, a proposta de criação de quebra-cabeças geométricos produziu práticas que utilizassem o GeoGebra e auxiliassem no acompanhamento do processo da prototipação ao verificar se o uso facilitaria ou não a compreensão de conceitos geométricos.

A oficina oportunizou a vivência de uma abordagem construcionista. Os participantes aprenderam construindo e tiveram o suporte do computador para produzir o próprio conhecimento em relação à proposta que lhes foi apresentada. Papert (2001, p. 2) pondera que “[...] tecnologia não é a solução, é somente um instrumento. Logo, a tecnologia por si não implica em uma boa educação, mas a falta de tecnologia automaticamente implica em uma má educação”.

A fala de Papert (2001) reforça a importância de práticas teóricas e metodológicas acerca da utilização de ferramentas tecnológicas para o campo da Educação. Nesse intuito, os conhecimentos registrados nos diálogos direcionam à evolução no decorrer da oficina e, no desfecho, foi solicitado aos participantes que respondessem a um formulário *on-line*, com o intuito de averiguar as atividades práticas vivenciadas pelo grupo. Um dos questionamentos atrelava-se à prática docente, apresentado no Gráfico 8: A oficina suscitou melhorias em sua prática docente? Em caso positivo, de que forma?

Gráfico 8 – Oficina e a melhoria de prática docente



Fonte: Elaborado no Formulário Google.

Considerando o quantitativo de vinte cursistas que participaram da oficina PPGE, observou-se que, dos quinze participantes que responderam ao formulário de avaliação, doze assinalaram “sim, totalmente”, três cursistas indicaram que “sim, parcialmente”, e não houve declarações negativas. Ressalta-se, então, o *feedback* da abordagem como positivo.

Além disso, com objetivo de coletar falas sobre a oficina, foi disponibilizado uma caixa de texto no formulário *on-line* que oportunizou a justificativa dos participantes sobre as percepções advindas das atividades práticas para o campo de desenvolvimento profissional. Destacam-se alguns excertos:

P06: No sentido de despertar para trabalhar a geometria espacial de forma que haja mais interrelação das suas partes com o todo na construção de quebra cabeça como objeto didático auxiliar para o ensino.

P02: Auxiliou no processo de reflexão do conteúdo, sobre o porquê dele, para que finalidade, e no processo de buscar caminhos de mediar o conhecimento.

P12: Pensar na inovação tecnológica como uma mola propulsora no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Criar novos métodos didáticos para motivar os estudantes a alcançarem às competências e habilidades inerentes a um cidadão reflexivo.

P10: Com a prática de uso do GeoGebra, farei adaptações em praticamente todos os conteúdos que ensino em Matemática.

Mediante relatos supracitados, como “reflexão do conteúdo”, “pensar na inovação”, “despertar para trabalhar” e “adaptações em todos os conteúdos”, tais nos permitem deduzir que a oficina oportunizou aos participantes reflexões sobre o desenvolvimento profissional por meio do aprofundamento teórico, das atividades práticas, das trocas dialógicas ou dos conceitos trabalhados durante a oficina. Isto posto, Ponte (1994) refere-se ao desenvolvimento profissional como uma perspectiva que evidencia a intencionalidade em buscar por aquisições de crescimento de cunho pessoal ou profissional.

Os excertos registrados nos relatos apontam para a evolução gerada no decorrer da oficina, como abordagens metodológicas práticas acerca dos processos educacionais, a apropriação de recursos tecnológicos, bem como o ambiente colaborativo entre participantes de diferentes regiões do Brasil. No fragmento a seguir, P06 salienta como este desenvolvimento avançou no decorrer da oficina:

P06: Possibilitou um novo aprendizado de uma nova teoria de ensino e aprendizagem (Van Hiele), que reflete, dentre outras, sobre o ensino de Geometria, que eu, pelo menos não conhecia. Essa teoria fez com que, ao longo da sua apresentação na formação, pudéssemos repensar nossa posição enquanto professor para o ensino de Geometria, de tal modo encontrar formas que possibilite situações mais atrativas de ensino para o aluno, colocando como investigador dos objetos, como sujeitos construtores de seu conhecimento.

O excerto aponta para o desenvolvimento profissional dos participantes e reverbera o interesse por práticas atrativas que auxiliem na atuação profissional docente, assim como ferramentas que os façam perceber que atividades práticas podem colaborar para o aperfeiçoamento do processo de ensino e aprendizagem em sala de aula. Dessarte, corroboramos com Souza *et al.* (2020), pois é necessário entender que novas posturas do professor exigem novos modelos de formação que produzam trocas dialógicas e interações entre teoria e prática.

Nesta perspectiva, ressalta-se a importância da construção de uma rede de aprendizagem, buscando, a partir de ações e vínculos, ressignificar o fazer docente e contestar a premissa de abordagens tradicionalistas e burocráticas, tornando o professor precursor do seu desenvolvimento profissional, convergindo em mudanças educativas, conforme discorre P12:

P12: Queridos colegas, quero externar a minha gratidão a esse grupo que me fez avançar no desenvolvimento das minhas práticas pedagógicas. Compartilho com você o link da I Reunião Online dos Edumáticos do Tapajós, que ocorreu em 19/08, com algumas reflexões sobre o ensino híbrido e uma experiência com a sala de aula invertida no primeiro ano do EM. As reuniões síncronas do curso de Prototipação de Puzzles foram fundamentais na aprendizagem do app Google Meet utilizado para a comunicação durante o curso. Se puderem, se inscrevam no canal do YouTube. Tenho certeza de que nosso trabalho colaborativo renderá muitos frutos.

Como evidenciado na fala de P12, as ações oportunizadas durante a oficina perpetuaram de forma significativa em suas próprias práticas pedagógicas. O docente, ao imergir na apropriação da ferramenta *Google Meet*, decidiu replicá-la em reuniões síncronas em sua localidade, além de criar um canal no *Youtube* como forma de divulgação de conteúdos matemáticos para professores e alunos.

Nesse viés, consideramos que a oficina auxiliou no processo de desenvolvimento profissional dos participantes ao agregar momentos de trocas de saberes e práticas diferenciadas, mas reforçamos que a evolução dos professores é constante, contínua e nos permite entender que somos agentes do processo de ensino e aprendizagem, e temos muito a aprender em práticas colaborativas. No excerto de P10, é possível aferir esta expectativa:

P10: Com relação em aplicar [as atividades] em sala de aula, nesse momento, eu ainda não posso responder, pois estamos em suspensão das atividades, mas com certeza, no retorno das nossas aulas presenciais, tudo que foi aprendido e destacado aqui no curso, tudo que nos foi ensinado, porque, pra mim o curso serviu muito como aprendizado, sim, com certeza vou levar pra sala de aula [...]. Todas as propostas, todas as atividades compartilhadas pela equipe e pelos colegas, tudo aquilo que foi trabalhado nos encontros, tudo, sim, foi suporte para o desenvolvimento dessa atividade [atividade final] e servirá na minha atuação docente [...]. Foi muito bom, toda semana receber uma dose de aprendizagem, uma dose de ensinamentos, desafios

a serem cumpridos e fico triste por hoje ser nosso último encontro [...]. Eu aprendi porque vocês me ajudaram a ir atrás do conhecimento. Não veio só de vocês, mas no sentido de procurar ferramentas para atingir os objetivos da atividade, que era a construção.

A fala de P10 evidencia que as ideias construcionistas propostas fizeram com que os participantes buscassem o conhecimento. As atividades constaram a identificação da problemática do campo de visualização por parte dos estudantes e depois foi realizada a reflexão acerca das possibilidades que o *software* GeoGebra oferece para solucioná-la. Em seguida, os participantes desenvolveram alternativas para a solução das atividades práticas por meio da produção de protótipos virtuais.

Os participantes se debruçaram em solucionar as atividades práticas e quando não tinham êxito nem tempo hábil, exploravam os materiais em vídeos ou textos nas pastas compartilhadas e buscavam estratégias com os demais cursistas a fim de construírem suas próprias resoluções. Ao longo da oficina, os cursistas orientavam os colegas com menos experiências na construção dos quebra-cabeças no *software* GeoGebra. Consideramos que estas condutas são enviesadas na perspectiva do construcionismo, no qual a investigação e a análise das ferramentas fazem com que o próprio sujeito se (re)construa com base em experimentos preexistentes (PAPERT, 2008; LIRA; LEITÃO; CASTRO, 2019).

A seguir, apresentam-se as contribuições a partir da apropriação e aprofundamento tecnológico desenvolvido ao longo do processo formativo.

5.3.4 Apropriação e aprofundamento tecnológico

Nesta subseção, indicam-se as contribuições vivenciadas na oficina remota, consoantes à apropriação dos recursos aplicados e ao aprofundamento das funcionalidades do *software* GeoGebra. A quarta categoria final advinda do agrupamento da categoria intermediária: potencialidade do GeoGebra (GeoGebra e apropriação).

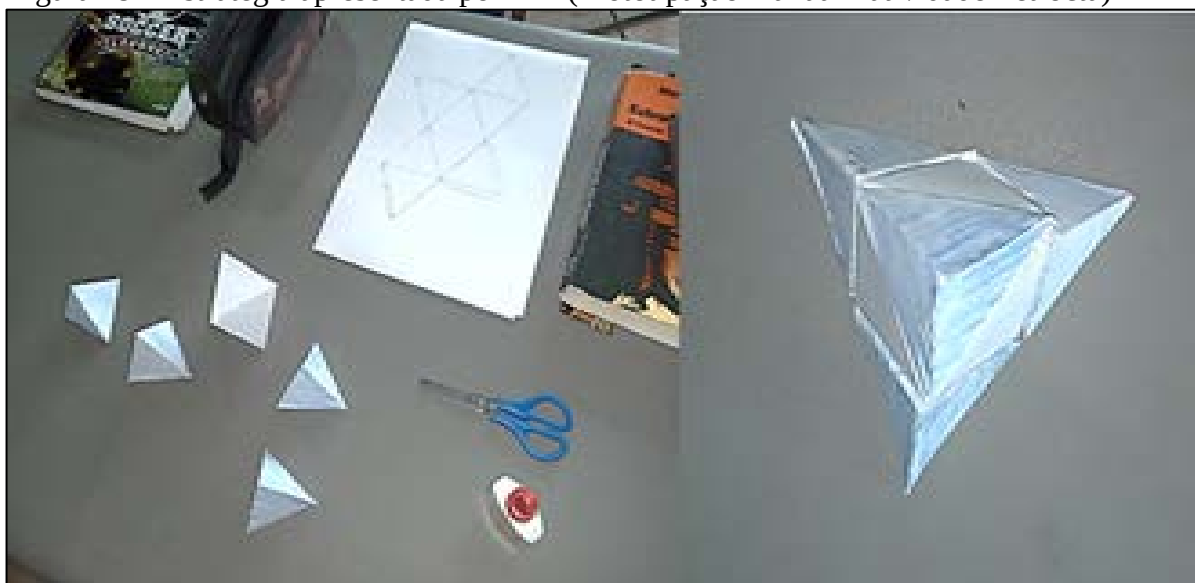
A práxis pedagógica e a incessante cobrança por mudanças nas práticas tradicionalistas fazem com que constantemente os professores busquem por diferentes abordagens metodológicas e didáticas que auxiliem no processo de ensino e aprendizado. O contexto pandêmico ocasionado pela Covid-19 oportunizou que os professores vivenciassem o processo de apropriação e aprofundamento tecnológico e ressignificou a importância do uso de tecnologias digitais por parte destes professores.

Durante a oficina, produzimos atividades práticas por meio de materiais manipulativos e tecnológicos, e direcionados às dificuldades de visualização dos estudantes nas aulas de Geometria. A fim de minimizarmos tais problemáticas em sala de aula, os participantes se apropriaram do *software* GeoGebra, manipularam a ferramenta e buscaram solucionar as atividades envolvendo construções de quebra-cabeças geométricos a partir das planificações de suas peças menores para a montagem de um modelo de sólido final. Ademais, apresentamos como estratégia facilitadora para a compreensão de conceitos geométricos, a imersão no processo de prototipação manual e virtual.

No processo de prototipação manual, o participante manipula, de forma tátil, a atividade e oportuniza uma visão diferenciada da construção do quebra-cabeça, suscitando a compreensão de como poderá ser realizada a prototipação virtual do *puzzle*. O uso do *software* GeoGebra propicia aulas dinâmicas e participativas, nas quais os estudantes conhecem, manipulam, deduzem e conjecturam proposições por meio do uso de tecnologias digitais. Nesse viés, reforçamos que estas ferramentas auxiliam no desenvolvimento de habilidades necessárias para a progressão e desenvolvimento do pensamento geométrico, tais como: espaço, forma, representação e visualização de figuras geométricas (BRASIL, 2018).

O processo de prototipagem manual ocorreu com um cursista que escolheu partir dessa vertente ao perceber dificuldades quanto à percepção na composição e posicionamento das peças do quebra-cabeça e, com isso, inicialmente preferiu utilizar recursos manuais, conforme é possível verificar na Figura 28.

Figura 28 – Estratégia apresentada por P12 (Prototipação manual - atividade Tetrocta)



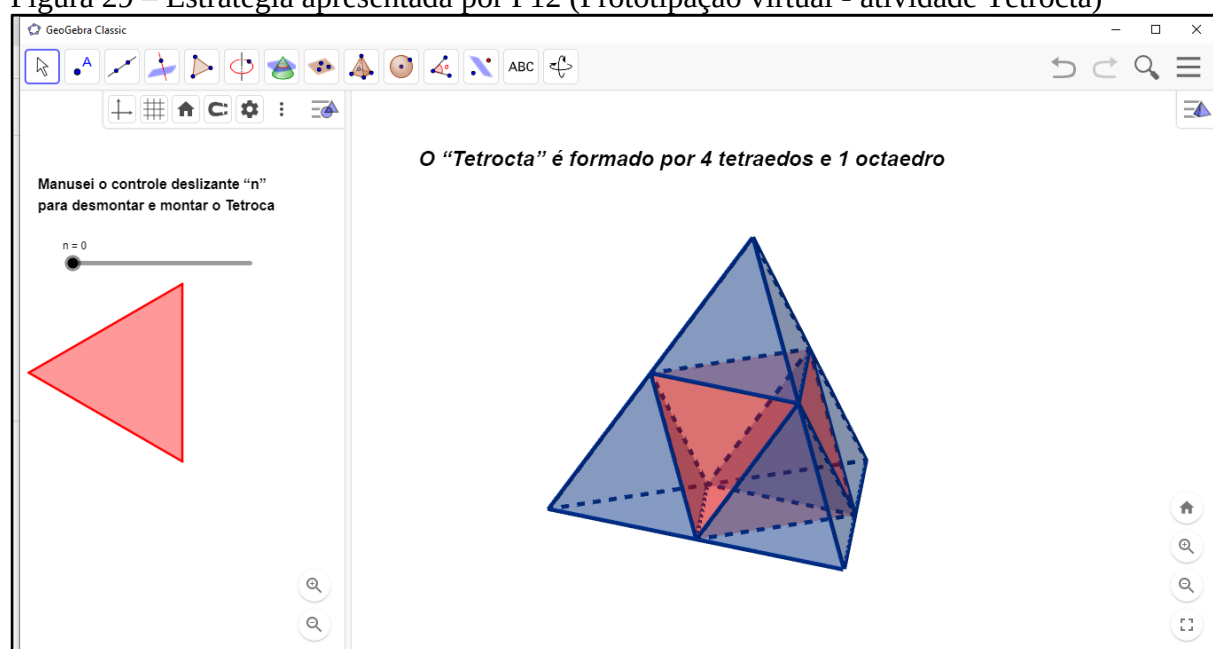
Fonte: Dados da pesquisa.

A figura 28 mostra a composição do sólido Tetrocta a partir de materiais manipulativos. É possível verificar que o participante utilizou os seguintes materiais na construção das peças no formato de tetraedros e octaedros: lápis, papel, cola, tesoura, régua, planificação para a montagem dos sólidos. E na outra parte da figura, P12 já apresenta a composição final do quebra-cabeça Tetrocta com suas peças já sobrepostas.

Através do registro fotográfico, percebemos a estratégia empregada e os materiais utilizados na construção das peças. No momento de sua explanação, P12 afirmou aos demais cursistas que a atividade pode ser facilmente adaptada e replicada com estudantes da Educação Básica (Ensino Fundamental ou Médio), a depender dos objetivos da aula. Com isso, ressaltase a importância do planejamento e da elaboração de atividades significativas e desafiadoras a fim de instigar os estudantes a buscarem novas estratégias de resolução, tornando a aula dinâmica e interativa.

Nesse processo de transição entre prototipação manual e virtual, é possível perceber as etapas percorridas por P12 até a proposta final apresentada: planificação das peças, construção dos sólidos, reconhecimento dos formatos e das propriedades das figuras, encaixe das peças do quebra-cabeça e, por fim, a transposição para a proposta virtual. A apropriação de P12 no GeoGebra incluiu as seguintes ferramentas: construção do polígono no formato 2D, transformação para poliedro no campo de visualização 3D e uso do comando do controle deslizante para movimentação das peças, como podem ser observado na Figura 29.

Figura 29 – Estratégia apresentada por P12 (Prototipação virtual - atividade Tetrocta)



Fonte: Dados da pesquisa.

Destarte, a atividade Tetrocta por meio da prototipação virtual promoveu a construção de conceitos geométricos atrelados ao uso de tecnologias digitais e oportunizou a unificação e a internalização de novos domínios do pensamento geométrico a partir da utilização de comandos do *software* GeoGebra, fazendo com que os participantes praticassem sobre visualização espacial, figuras tridimensionais e suas respectivas planificações, volume e composição de sólidos geométricos (GARRIDO; LEYVA, 2005; BRASIL, 2018).

“São muitas possibilidades... focar no uso do *software* ou/e usar o potencial do *software* para explorar e construir os conceitos matemáticos” (Informação verbal P01). Nesse sentido, observa-se a importância do *software* GeoGebra e a necessidade de aprofundar os estudos em relação a apropriação tecnológica da ferramenta. Os participantes P01 e P03 evidenciam essa percepção em seus excertos:

P01: Acredito que o GeoGebra agrega a visualização do objeto construído no material manipulável no espaço 3D.

P03: [...] a visualização é uma questão muito interessante, também para a gente sentir como o aluno está observando aquela figura espacial. Hoje o GeoGebra traz uma ferramenta fantástica que a gente consegue girar 360 graus e isso ajuda bastante ao aluno [...].

Assim, as falas de P01 e P03 reverberam os benefícios que o material manipulativo e o *software* GeoGebra, ao serem utilizados de forma conjunta, oportunizam ao processo de ensino e aprendizado de Geometria. O uso do computador auxilia na visualização ao oferecer o ensino dos sólidos geométricos apenas desenhando-os. Quando os docentes escolhem utilizar *softwares* de Geometria Dinâmica, ou seja, trabalhar com tecnologias digitais, como o GeoGebra, para complementar e enriquecer as aulas tradicionais, propõem a “solução de problemas que partam da vivência do aluno, pois este dinamiza e auxilia nas experimentações e investigações, testando e criando hipóteses, proporcionando reflexão e discussão acerca do conhecimento” (MARCHETTI; KLAUS, 2014, p. 6).

Santos (2010, p. 137) salienta que “professores com maior segurança nos conteúdos matemáticos tendem a explorar melhor as potencialidades do *software*”. Nessa vertente, Almouloud *et al.* (2004, p. 99) apontam alguns impasses, como “[...] em relação à formação dos professores, que esta é muito precária quando se trata de geometria, pois os cursos de formação inicial não contribuem para que façam uma reflexão mais profunda a respeito do ensino e da aprendizagem dessa área da matemática”.

Para Zulatto (2002), os *softwares* [...] de Geometria Dinâmica apresentam recursos com os quais os alunos podem realizar construções geométricas, que são feitas usualmente com

régua e compasso, mas que com estes recursos levariam mais tempo (ZULATTO, 2002, p. 20). O fator preponderante é a metodologia adotada pelo professor que, por sua vez, está diretamente ligada à sua formação inicial e continuada, as abordagens precisam permitir que o aluno seja sujeito ativo na resolução das atividades propostas e, assim, estimulamos a exploração de conceitos matemáticos de uma maneira menos complexa, diferenciando da utilização apenas de lápis e papel.

Cabe salientar que as trocas dialógicas nos encontros revelaram contribuições advindas das atividades práticas no tocante ao aprofundamento tecnológico tanto para os participantes como também para os formadores, já que as vivências desencadearam a mobilização de conhecimentos do *software* GeoGebra relativos aos comandos, por exemplo, planificações das figuras em planos bidimensionais (2D) e sua projeção no plano tridimensional (3D), translação de sólidos a partir de controles deslizantes e/ou vetores, movimentação das peças dos quebra-cabeças nos planos 2D e 3D, e mudança de orientações de eixos (horizontal ou vertical).

Destaca-se como contribuição à apropriação tecnológica advinda da oficina, o uso do *software* GeoGebra em *smartphone* ao ser apresentado pela P10 nas resoluções das atividades. A participante manifestou facilidade em utilizar a versão *mobile* e reforçou a importância da sua utilização e o papel do *smartphone* como dispositivo facilitador para a apropriação de conceitos geométricos, sendo esta, uma prática mais atrelada à realidade dos estudantes. A utilização do *software* GeoGebra no *smartphone* chamou a atenção de outros participantes que reforçaram: “Eu preciso urgentemente manusear o GeoGebra no *smartphone*, pois 78% dos estudantes dispõem para fazer as atividades” (Informação verbal P12).

Na subseção a seguir, apresentam-se as contribuições feitas a partir da formação de uma rede de colaboração.

5.3.5 Ambiente colaborativo

Nesta subseção, analisamos os protocolos que condensam as contribuições da ferramenta mencionada para a formação dos professores. A quinta categoria final advém do agrupamento da categoria intermediária: participação colaborativa (troca de experiências e colaboração).

Para o contexto remoto da oficina, optamos pelo *Google Classroom* em virtude da necessidade da criação de um ambiente virtual que gerasse trocas dialógicas de experiências, vivências, discussões e sugestões entre cursistas nas resoluções das atividades. As atividades

foram coletadas em pastas *on-line* no *Google Drive*. A escolha por este repositório ocorreu devido à demanda de materiais das discussões teóricas apresentados nos encontros síncronos, às devolutivas de atividades e aos textos e vídeos compartilhados sobre a temática da oficina.

As trocas dialógicas entre os participantes em relação à resolução das atividades práticas enaltecem os aspectos colaborativos e as experiências advindas da interação com os demais cursistas, assumindo papel importante na aprendizagem, como aponta P02: “Acredito que a troca de conhecimento e vivência foi tão rica, que vou sentir falta de aprender com os colegas” (Informação verbal P02). Como exemplo de vivência colaborativa, apresentamos a apropriação da translação de sólidos geométricos no *software* GeoGebra, como elenca P10: “Professor, assisti muito a seus vídeos, anotei seu passo a passo e de outros colegas também, mas esta questão de transladar por vetores, eu aprendi com o professor P06 e depois no *Youtube* é claro [...]” (Informação verbal P10).

Os *chats* também oportunizaram as trocas dialógicas entre os participantes, ocorrendo por meio de mensagens nos *chats* do *Google Classroom* ou do *Google Meet*, gerando complementos nas falas dos cursistas, dos formadores, ou nas apresentações das resoluções de atividades. Reforçamos que o *chat* foi uma estratégia que produziu o engajamento e a vivência colaborativa entre os participantes no início da oficina, já que muitos eram retraídos quanto a suas falas e exposições visuais.

Segundo Palloff e Pratt (2004), a aprendizagem colaborativa ocorre inicialmente através de comentários e interações entre os participantes, e posteriormente a chamada interação ativa intensifica-se quando oportunizamos uma conexão entre um conteúdo programado e a comunicação pessoal, por exemplo, ao criarmos questionamentos de forma coletiva ou quando compartilhamos recursos. Elencam-se abaixo alguns excertos sobre a interação ativa, vivenciada ao longo da oficina:

P10: Mas tenho boas notícias: reconstruí várias das minhas aulas agora no GeoGebra. O curso foi de extrema importância para aflorar nossa aprendizagem. Não tenho palavras pra descrever o quanto o curso reavivou e reabriu a minha mente para o reaprendizado do GeoGebra!! Estamos em quarentena aqui no Amazonas quanto às aulas presenciais, mas eu trabalhei todos os dias aprendendo e construindo materiais para aplicar com meus alunos no retorno das aulas presenciais. Muito obrigado por todo conhecimento e aprendizado compartilhado. Tanto pela equipe organizadora do projeto quanto pelos colegas cursistas!!

P08: A oportunidade de trocar experiências com profissionais de várias partes do Brasil, a oportunidade de ampliação dos conhecimentos sobre o GeoGebra e os puzzles geométricos, o compartilhamento de materiais e a possibilidade de refletir sobre a prática docente, sobretudo, em relação a utilização de ferramentas tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem.

Os excertos supracitados abordam as contribuições advindas do processo formativo que ocorreu na oficina mediante imersão em práticas pedagógicas e aprendizagens colaborativas evidenciadas nas resoluções das atividades práticas e nos debates no grupo do *WhatsApp* e nos fóruns do *Google Classroom*. A escolha por utilizar múltiplas plataformas, além de subsidiar a formação proporcionou dinamicidade, conforme elenca P09: “Utilizar o GeoGebra seguindo uma fundamentação teórica; troca de experiência com os demais participantes, e materiais e propostas interessantes no decorrer das atividades (Informação verbal P09).

O ensino remoto emergencial subsidiado pelo uso das tecnologias digitais oportunizou a transmissão de práticas pedagógicas em plataformas virtuais, acessadas em tempo real por participantes de diversas localidades do Brasil. Como os encontros da oficina eram realizados via *Google Meet*, existia uma interação frequente entre os participantes e os formadores. Isto posto, a vivência prática da oficina difundiu a reflexão, a experimentação, a criação, a partilha de ideias, a troca de experiências, a dinamização dos estudos, a flexibilidade de tempo e espaço, e a equidade de acesso entre os participantes. Além disso, o conjunto dos aspectos supracitados reverbera face à concretização do trabalho colaborativo.

“A colaboração coletiva dos formadores e participantes” (Informação verbal P19). É perceptível pela fala de P19 que a sinergia de trocas de experiências e aprendizagens colaborativas ocorreu não apenas entre participantes, mas tornou-se notório também entre formadores e participantes, principalmente no decorrer das resoluções das atividades. Podemos citar como exemplo a limitação da troca de eixos (horizontal para vertical) que foi vivenciada na movimentação do tetraedro regular, uma das peças do quebra-cabeça da atividade Tetrocta. A problemática em questão foi sanada pelo participante P16, por meio da criação da peça do quebra-cabeça vinculada a um ponto livre e, para a movimentação dos eixos, era necessário selecionar e movimentar o ponto livre que a peça mudaria nos planos 2D e 3D.

A colaboração coletiva indicada por P19 foi um dos aspectos amplamente apontados nos encontros. Embora houvesse uma equipe de formadores na organização e na condução da oficina, vivenciamos um clima de socialização, no qual todos tinham os mesmos ensejos. Os participantes formularam os seus próprios objetivos, suas próprias experiências práticas individuais ou coletivas para o ensino de Geometria, bem como compartilharam, refletiram e integraram aprendizagens formais e diversificadas entre seus pares, haja vista a heterogeneidade dos cursistas.

Outra contribuição advinda da oficina foi a criação de um grupo colaborativo no *WhatsApp* com o intuito de difundir trocas de experiências e compartilhamentos de práticas

pedagógicas e metodológicas, realizadas por outros profissionais da Educação, como elenca a informação verbal de P12:

P12: O principal foi a possibilidade de discussão e compartilhamento das práticas pedagógicas por profissionais da Educação de diversos estados do Brasil. Acredito que o nosso grupo de WhatsApp deveria continuar com a troca de experiências e métodos. Um grande grupo de pesquisa em Educação Matemática e suas tecnologias.

O grupo do *WhatsApp* foi criado a partir do interesse de um participante. Em suas falas, ele reforçava a importância de oportunizar e facilitar as trocas de materiais, mesmo que não seja atrelado à oficina de prototipação. P17 elenca: “[...] um grupo geral, onde a gente colocaria todos, para que a gente não perdesse o contato com ninguém, é até uma forma rápida de replicar materiais [...], o *WhatsApp*, para essas coisas é bem mais prático [...], até para uma futura pesquisa ou para um futuro novo curso [...]” (Informação verbal P17). É passível de reconhecimento que, mesmo depois do encerramento da oficina, o grupo de *WhatsApp* se mantém ativo, participativo e colaborativo, e a pasta no *Google Drive* segue sendo propagada entre os participantes.

Dessarte, nesta pesquisa, diversas categorias reforçam a importância da visualização espacial oportunizada em atividades práticas, promovidas por meio do aprofundamento tecnológico ao utilizar o *software* GeoGebra para mobilizar as habilidades geométricas e desenvolver o pensamento geométrico.

A seguir, apresentam-se as ponderações finais da presente pesquisa, suas limitações e projeções futuras.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática desempenha um papel fundamental em nossa sociedade a partir da necessidade do homem em contar, medir, calcular, interpretar, por exemplo. Sua presença na natureza e em diversas outras áreas do conhecimento nos faz perceber que, ao compreendê-la, podemos utilizá-la em situações diversas do cotidiano.

A Engenharia, Computação, Arquitetura, Agronomia e até mesmo a Veterinária, entre outras áreas, requerem conhecimentos matemáticos para o desenvolvimento científico e tecnológico de seus estudos, teorias e em suas implementações práticas. Por exemplo, na Arquitetura, observamos dimensões, metragens, escalas de medidas e formas geométricas empregadas na construção. Nesta perspectiva, o pensamento geométrico e o raciocínio visual são habilidades importantes para os profissionais que exercem essa área ou outras que precisam de conhecimentos geométricos.

Dentre as maiores problemáticas encontradas na pesquisa, destacam-se a ausência do desenvolvimento no campo da visualização dos alunos da Educação Básica e as práticas tradicionalistas (mecânicas, descontextualizadas, com foco na repetição e memorização). Alguns estudos empíricos (BICALHO, 2013; JAHN E BONGIOVANNI, 2009; PAIS, 2006; ROGENSKI E PEDROSO, 2009; FAINGUELERNT, 1996; MISKULIN, 1994; KALEFF, 1994, 2003; LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1989, 1993) foram suporte teórico e ajudaram a identificar tais dificuldades.

Isto posto, a presente dissertação aglutina discussões acerca das contribuições evidenciadas a partir da utilização de diferentes recursos educacionais digitais em uma oficina orientada para professores de Matemática. Para tanto, foram considerados os resultados obtidos através dos instrumentos de coleta de dados, partindo da seguinte questão: Quais contribuições emergem de uma formação de professores acerca do ensino de Geometria Espacial baseada no ensino remoto emergencial?

Esta pesquisa se propôs a analisar as contribuições de uma formação remota para professores de Matemática por atividades práticas, ancoradas no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico para o Ensino Médio com suporte das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Decerto, a formação docente é importante para que o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos geométricos favoreça a investigação, a colaboração e o desenvolvimento de diferentes habilidades e competências, diferenciando-se, portanto, das abordagens tradicionalistas.

Nesse sentido, buscamos, como primeiro objetivo específico, mapear as contribuições de um processo formativo remoto para o ensino de conceitos geométricos com suporte da Teoria de Van Hiele. Ao percorrer o caminho do uso de TDIC e os conceitos de Geometria Espacial, foram apresentadas as contribuições de uma oficina intitulada de “Prototipação de puzzles geométricos para o Ensino Médio”, ao realizar abordagem qualitativa, através do percurso metodológico inspirado nas fases de aprendizagem na Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, isto é, teoria de aprendizagem que visa o progresso em habilidades geométricas dos estudantes da Educação Básica.

Consideramos como nossas categorias finais as principais contribuições advindas da pesquisa: [1] Visualização e mobilização de habilidades geométricas; [2] Caracterização das atividades práticas, dinamicidade e replicabilidade do processo formativo; [3] Desenvolvimento profissional docente; [4] Apropriação e aprofundamento tecnológico e [5] Ambiente colaborativo. Adverte-se que as categorias descritas não servem de modelo para outra pesquisa, haja vista a idiosincrasia inerente a cada tema de estudo.

Cabe ressaltar que o objetivo pretendido ao realizar a oficina foi alcançado. Haja vista que inicialmente fomentamos a importância de verificar os conhecimentos prévios dos alunos e posteriormente poderíamos propor atividades práticas que mobilizassem o desenvolvimento de habilidades geométricas e replicá-los de forma prática e usual em sala de aula. Observou-se nesse processo a fragilidade de visualização espacial e dificuldades conceituais dos educandos. Acredita-se que os encontros formativos e a vivência das fases da Teoria de Van Hiele permitiram um avanço atitudinal dos docentes, uma vez que foi possível perceber que os participantes buscavam propostas de atividades práticas que sanassem as dificuldades dos educandos.

Percebeu-se a evolução dos participantes durante as fases da Teoria de Van Hiele e da apropriação do *software* GeoGebra, que passaram a refletir sobre seus novos aprendizados metodológicos (prototipagem manual e virtual, abordagens construcionistas, aprofundamento tecnológico do *software* GeoGebra) e como isso modificou suas práticas docentes ao ensinar Geometria. Esse momento nos chamou a atenção, pois foi possível observar elementos que apontaram para o desenvolvimento profissional docente, propostos por intermédio das reflexões sobre as atividades práticas, as trocas dialógicas ou da metodologia trabalhada durante a oficina.

Outra contribuição acadêmica para os participantes foi conhecer a Teoria de Van Hiele ao despertar reflexões acerca do ensino de Geometria. O processo formativo vivenciado e as

fases do desenvolvimento do pensamento geométrico induziram a autoanálise sobre a forma de planejar e ensinar conceitos geométricos. A Teoria de Van Hiele mostrou-se capaz de promover mudanças atitudinais do professor em relação ao ensino de Geometria, bem como propiciar aprendizagens significativas para os estudantes.

Na oficina, ressaltamos a importância da inserção de TDIC em processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, visto que pode mobilizar conceitos e possibilitar inferências partindo de construções que podem ser difíceis de serem realizadas com lápis e papel. No decorrer da formação, os participantes depararam-se com a exploração e a elaboração de quebra-cabeças geométricos, destacamos como contribuições para o ensino de Geometria por meio do *software* GeoGebra a possibilidade de aprofundar os seguintes conceitos: rotação, translação e movimentação dos sólidos geométricos, relação entre volume dos sólidos, conceitos primitivos de Geometria Espacial (ponto, reta e plano), controles deslizantes para modificar dimensões, plano cartesiano e mudanças de eixos (horizontal e vertical).

Dessarte, para além do aspecto remoto, o diferencial da abordagem relatada incluiu a integração colaborativa dos participantes, pois oportunizou o compartilhamento de experiências, de processos educacionais dinâmicos e interativos, de perceber a importância das capacitações e formações de professores no atual contexto de ensino remoto emergencial, haja vista a atuação docente no ensino mediado por tecnologias. No entanto, na oficina, percebemos alguns desafios, por exemplo, conexão de qualidade, disponibilidade de horários, limitação de aparatos tecnológicos, número reduzido de formadores para o acompanhamento individual dos participantes e o próprio distanciamento social.

Com o intuito de responder ao segundo objetivo específico, verificar a efetivação de competências que emergiram durante a resolução de atividades de Geometria Espacial na perspectiva construcionista, podemos afirmar que os participantes reconhecem e validam a potencialidade do percurso metodológico construcionista vivenciado na oficina e ainda reforçam que esta pode ser replicada com alunos do Ensino Médio, ou mediante adequações, até nos anos finais do Ensino Fundamental.

Os resultados da análise convergem para o favorecimento de um ambiente com abordagens e estratégias que permitem orientar os estudantes e professores para o desenvolvimento de competências, habilidades inerentes, do espírito investigativo, da colaboração entre pares, da autonomia dos participantes e da interatividade dos ambientes educacionais escolhidos, diferenciando-se, portanto, de abordagens tradicionalistas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) preconiza que a escola possibilita aos estudantes, além das competências supracitadas, a promoção da cultura digital, que inclui a utilização e a construção de tecnologias digitais de forma crítica, reflexiva, ética e significativa (BRASIL, 2018). Isto posto, os professores precisam desenvolver novas abordagens metodológicas que possibilitem a construção de conhecimento por parte dos estudantes.

Nesse caso, as possibilidades educacionais oferecidas na oficina a partir das TDIC exigiram novas habilidades para o desenvolvimento profissional docente. Nota-se a necessidade de cursos de formação continuada de professores por ser um espaço de construção coletiva da aprendizagem que oportuniza a atualização, a reflexão e a (re)construção de novas práticas pedagógicas. Portanto, seja em modalidade presencial ou à distância, as habilidades para o uso de tecnologias digitais requerem formação, planejamento, reflexão, interação e colaboração.

O terceiro objetivo específico consistiu em identificar as potencialidades do *software* GeoGebra para o desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico. Utilizamos o próprio *software* e optou-se por essa ferramenta ao analisar a forma de acesso gratuita, a disponibilidade no formato *on-line* e *off-line* (computadores, *smartphones* ou *tablets*), a familiaridade dos participantes, além de oportunizar funcionalidades inerentes à mobilização de conceitos geométricos e habilidades de visualização espacial.

Ressalta-se que pesquisadores (HONORATO, 2018; IDEM, 2017; ANTUNES, 2020; BORSOI, 2016; PEREIRA, 2016; SOUZA, 2014; GONZAGA, 2019) apontam que o *software* GeoGebra facilita o trabalho com o ensino de Geometria, proporcionando aprendizagem de conceitos, se utilizados de forma correta. Corroboro com os autores e exalto a precisão que a ferramenta proporciona, visto que o *feedback* visual imediato das construções possibilita a análise, a compreensão e a apropriação de novas aprendizagens.

O *software* GeoGebra foi empregado para explorar a construção de quebra-cabeças geométricos. Segundo os participantes, foi uma experiência nova que proporcionou a facilidade de manuseio das peças e sua interatividade, além de estimular à criatividade e ao desenvolvimento lógico, facilitando na compreensão do conceito que estava sendo trabalhado. Inicialmente a proposta gerou estranheza, pois os participantes não tinham experiência em construir peças movimentáveis de quebra-cabeças na plataforma, porém compreenderam os conceitos e atuaram com autonomia, motivação e empenho na execução das atividades práticas roteirizadas na oficina.

A utilização do *software* GeoGebra permitiu avançar em relação às atividades práticas do livro de Kaleff (2003) ao apontar evidências de que a formação colaborativa realizada com

os participantes permitiu a apropriação de novas metodologias de ensino ao desenvolver o pensamento geométrico na construção de quebra-cabeças em prototipagens virtuais, fazendo com que o professor se reinvente como profissional. A pesquisa possui como diferencial o uso de Geometria Dinâmica, fazendo com que os participantes repensem criticamente sua prática docente ao ensinar Geometria.

As pesquisas (BENITES, 2013; RIBEIRO, 2015; MÁXIMO, 2016; RITTER, 2014; SILVA, 2019) reforçam a importância de utilizar *softwares* de Geometria Dinâmica para o ensino de Geometria e apresentam os *softwares* Cabri 3D, Poly, s3D SecBuilder, Calques 3D e Geometry-AR, respectivamente, como facilitadores no processo de ensino e aprendizagem ao proporcionar compreensão e desenvolvimento de conceitos geométricos. Ademais, a utilização de *softwares* redefine os procedimentos matemáticos e promove o desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico dos participantes ao torná-los sujeitos ativos e protagonistas do seu processo de ensino e aprendizagem.

O *Google Meet*, *Google Classroom*, *Whatsapp*, *Google Drive* dos participantes permitiram romper com as distâncias espaço-temporais e fomentam, mesmo após a finalização da oficina, a divulgação de experiências, estudos, documentos e cursos na mesma perspectiva. Além disso, ao final da formação, uma contribuição prática observada entre os participantes refere-se à elaboração de atividades práticas a partir da produção de quebra-cabeças viáveis de ser replicada em sala de aula.

Isto posto, esta pesquisa versa sobre a aplicação de TDIC no cenário do ensino de Geometria, tendo como ponto de partida a prototipação virtual e o uso do *software* GeoGebra, que pode ser uma ferramenta auxiliar, aliada do docente durante a sua prática, gerando a progressão dos estudantes na aprendizagem e na compreensão dos conceitos geométricos. Apresentam-se outras contribuições da oficina: a efetivação do uso de tecnologias digitais, as diferentes possibilidades metodológicas e as reflexões sobre o processo de ensino de Geometria Espacial.

Assim, acredita-se que os objetivos elencados foram alcançados de modo que novas informações importantes foram apresentadas sobre a prototipação de *puzzles* geométricos, o ensino de Geometria Espacial, a importância de ser competente e habilidoso em conceitos geométricos e o papel da tecnologia para progressão da aprendizagem destes assuntos. Todavia, indica-se a necessidade da formação de professores para o desenvolvimento e a utilização das atividades práticas aqui apresentadas. Compreende-se que existem outras

questões coletadas que precisam ser analisadas, e esta pesquisa não conseguirá delinear, devido à necessidade de atender aos objetivos gerais e específicos já traçados.

Por fim, consideramos que os resultados desta pesquisa iniciam um campo recente e frutífero no ambiente educacional, a saber: o ensino remoto emergencial. Para estudos futuros, pretende-se expandir a oficina para novos participantes com diferentes níveis de atuação, como profissionais dos anos iniciais do Ensino Fundamental, graduandos e estudantes da Educação Básica. Nesse contexto, estudos posteriores poderão analisar e aprofundar o estudo de Geometria Espacial a partir do *software* GeoGebra, ancorados no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico por meio da Teoria de Van Hiele, com suporte das TDIC, já que, segundo foi verificado, existem poucas pesquisas a respeito.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 94-108 2004.
- ALVES, L. Educação remota: entre a ilusão e a realidade. **Interfaces Científicas-Educação**, v. 8, n. 3, p. 348-365, 2020.
- ANDRADE, R. M. de. **Requisitos de projeto para produção de recursos didáticos táteis para estudantes cegos no processo de ensino-aprendizagem de geometria espacial**. 2019. 196 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2019.
- ANTUNES, M. de F. N. **Matemática e surdos: o software GeoGebra como recurso para auxiliar o ensino de Geometria**. 2020. 205 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade do Vale do Taquari. Lajedo, 2020.
- ARALDI, E.; PICCOLI, L. F.; DIEHL, R.; TSCHIEDEL, R. Oficinas, Tic e Saúde Mental: Um Roteiro Comentado. In: **Palombini A, Maraschin C, Mochen S, organizadores. Tecnologias em rede: oficinas de fazer saúde mental. Porto Alegre: Sulina**, p. 43-58, 2012.
- ARRUDA, E. P. Educação remota emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de Covid-19. **EmRede: Revista de Educação a Distância**, v. 7, n. 1, p. 257-275, 2020.
- BAIRRAL, M. A.; IZAR, S. B.; OLIVEIRA, G. W. B. de. Potencializando a visualização geométrica em aulas com recursos dinâmicos e interativos. **Revista Digital Formação em Diálogo**, v. 2, p. 49-60, 2019.
- BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)**. 2011. 187 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Ouro Preto, 2011.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo** (L. de A. Rego & A. Pinheiro, Trans.). Lisboa: Edições 70. (Obra original publicada em 1977). 2006.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BAUER, M.; GASKELL, G. **Qualitative researching with text, image, and sound**. London: Sage, 2008.

BECKER, M. **Uma alternativa para o ensino de Geometria:** Visualização Geométrica e representações de sólidos no plano. 2009. 111 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS. 2009.

BENITES, V. C. **Formação de professores de matemática:** dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática. 2013. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências de Rio Claro. Rio Claro, 2013.

BERNARDES, W. C. **Objetos digitais de aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades especiais:** um estudo de caso no 6º ano do Ensino Fundamental. 2014. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2014.

BICALHO, J. B. de S. **Um estudo sobre poliedros e atividades para o ensino de matemática:** geometria da bola de futebol e pipa tetraédrica. 2013. 68 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, 2013.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na pesquisa educacional.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BORSOI, C. **GeoGebra 3D no Ensino Médio:** uma possibilidade para a aprendizagem da Geometria Espacial. 2016. 159 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2016.

BORTOLOSSI, J. H. O uso do software gratuito GeoGebra no ensino e na aprendizagem de estatística e probabilidade. **Revista VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 429-440, 2016.

BOYER. C. B. **História da Matemática.** São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Matemática.1 e 2 ciclos. Brasília: MEC, Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular.** Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular.** Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio – Enem.** Escalas De Proficiência 1998 / 2008. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio – Enem.** Press Kit Resultados Enem 2018. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2019.

BRITO, G. da S.; PURIFICAÇÃO, I. da. **Educação e Novas Tecnologias: um repensar**. São Paulo: Pearson, 2012.

CARVALHO, A. B. G.; BLEY, D. P. Cultura Maker e o uso das tecnologias digitais na educação: construindo pontes entre as teorias e práticas no Brasil e na Alemanha. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 26, n. 10, p. 21-40. 2018. Disponível em: < <https://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2018/09/Art2-vol.26-EdicaoTematicaVIII-Setembro2018.pdf> >. Acesso em: 26 mar. 2020.

CARVALHO, F. de P. S. **Ensino e aprendizagem e conteúdos de Geometria Espacial em um ambiente dinâmico e interativo**. 2011. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás. Goiás, 2011.

CASTELLS, M. **A era da informação: economia, sociedade e cultura**. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

CASTRO, J. B. de. **Construção do conceito de covariação por estudantes do ensino fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. 275 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira. Fortaleza (CE), 2016.

CASTRO, J. B.; SOARES, I. O.; VIANNA, E. P. N.; SOUSA, J. S. Lógica Criativa: a construção de mídias digitais para o ensino de matemática. In: Workshops do VI Congresso Brasileiro de Informática na Educação. **Anais dos Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação**, 2017. Disponível em: < <http://www.br-ie.org/pub/index.php/wcbie/article/view/7431/5227> >. Acesso em: 23 mar. 2019.

CASTRO-FILHO, J. A. de; FREIRE, R. S.; CASTRO, J. B. de. Tecnologia e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, vol. 10, n. 2, p. 93-98. 2017.

CASTRO, J. B. de; CASTRO-FILHO, J. A. de. **Construção de Mídias digitais para a compreensão de conceitos Matemáticos**. In: Marcelo Vieira Pustilnik. (Org.). Robótica Educacional e aprendizagem: o lúdico e o aprender fazendo em sala de aula. 1ed. Curitiba: CRV, v. 1, p. 61-74, 2018.

CLEMENTE, J. C. *et al.* Ensino e aprendizagem da Geometria: um estudo a partir dos periódicos em Educação Matemática. In. VII Encontro Mineiro de Educação Matemática. 2015, São João del-Rei. **Anais eletrônicos** [...]. São João del-Rei: UFSJ, 2015. Disponível em: < <https://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ENSINO-E-APRENDIZAGEM-DA-GEOMETRIA-UM-ESTUDO-A-PARTIR-DOS-PERI%C3%93DICOS-EM-EDUCA%C3%87%C3%83O-MATEM%C3%81TICA.pdf> >. Acesso em: 10 jan. 2019

COOK, A.M.; HUSSEY, S. M. **Assistive Technologies: Principles and Practices**. St. Louis, Missouri. Mosby - Year Book, Inc. 1995.

COSTA, A. P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental**: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2016.

COSTA, C. Visualização, veículo para a educação em geometria. **Encontro de investigação em educação matemática, ensino e aprendizagem de geometria**, p. 157-184, 2000.

COSTA, D. F., LIRA, A. S., SILVA, J. B., CASTRO, J. B., SALES, G. L. Formação de Professores: a utilização de Tirinhas como Objetos de Aprendizagem. **Revista Tecnologias na Educação**, vol. 33, n. 12, 2020.

CRESCENTI, E. P. **Os professores de matemática e a geometria**: opiniões sobre a área e seu ensino. 2005. 252 f. Tese (Doutorado em Ciências Humanas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed. 2007.

CROSS, R. Development Math Trails. **Mathematics Teaching**, p. 38-39, 1997.

CROWLEY, M. M. O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Dalhousie University, Halifax, Nova Escócia. In: LINDQUIST, Mary M; SHULTE, Alberto P. (Org.) **Aprendendo e ensinando Geometria**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

D'AMBROSIO, B. Como ensinar matemática hoje. **Temas e Debates**. Ano II, v. 2, p. 15-19, 1989.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria a prática. São Paulo: Papirus, 1996.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. (Orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.

ETCHEVERRIA, T. C. **Educação Continuada em grupos de estudos**: Possibilidades com focos no estudo da Geometria. 2008. 102f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

EVES, H. **História da geometria**: Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula. Tradução: Hygino H. Domingues v.3. São Paulo: Atual, 1992.

FAINGUELERNT, E. K. Representação do conhecimento geométrico através da informática. 1996. 382 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia de Sistemas e Computação. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1996. Disponível em: < <https://www.cos.ufrj.br/uploadfile/1339609295.pdf> >. Acesso em: 26 abr. 2019.

FANELLI, R. P. L. **Alternativas para o ensino da geometria espacial**. 2013. 37 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Dourados, 2013.

FERREIRA, K. A. de F. R. **Pensamento Geométrico dos alunos do Ensino Médio de uma escola pública de Campo Novo do Parecis - MT**. 2018. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação. Cuiabá, 2018

FIORENTINI, D. Alguns modos de conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, 1995.

FLICK, U. **Desenho da pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009

FLORES, C. R. *et al.* Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, n. 1, p.31- 45, 2012.

GARCIA, M. F. *et al.* Novas competências docentes frente às tecnologias digitais interativas. **Revista Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 79-87, 2011.

GARRIDO, Y. P.; LEYVA, L. M. L. Pensamiento geométrico en los escolares primarios: un modelo didáctico para estimularlo. *In*: Congreso Internacional de Matemática e Computación, 2005, Holguín. **Anais eletrônicos** [...] Holguín, 2005.

GEHRKE, T. T. **Trilhos Matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial com Estudantes do Terceiro Ano do Ensino Médio**. 2017. 117 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário Franciscano. Santa Maria, 2017.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de administração de empresas**, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

GONZAGA, I. L. **Um estudo de caso de aplicação do GeoGebra em uma escola da rede particular com foco em Geometria Espacial**. 2019. 118 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás. Catalão, 2019.

GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework. *In*: **Pme Conference**. Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1, 3-19. 1996.

GUZMAN, M. de. The Role of Visualization in the Teaching and Learning of Mathematical Analysis. **Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics**, 2002.

HECK, M. F. Considerações sobre a base nacional comum curricular (BNCC) e as unidades de conhecimento matemático. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, v. 5, n. 13, 2019.

HINO, M. C.; PRZEYBILOVICZ, E.; COELHO, T. R. Bring your own device (BYOD): entendendo uma nova prática no ambiente acadêmico. **Acta Scientiarum. Education**, 41, e42661-e42661. 2019. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciEduc/article/view/42661>>. Acesso em: 07 mai. 2019.

HONORATO, V. dos S. **Elaborando atividades matemáticas com o software GeoGebra**. 2018. 158 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2018.

IDEM, R. C. **Construcionismo, conhecimentos docentes e GeoGebra**: uma experiência envolvendo licenciandos em Matemática e professores. 2017. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2017.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática**: Ciência e Aplicações: Ensino Médio. São Paulo: Saraiva, 2016.

JAHN, A. P.; BONGIOVANNI, V. Computador na sala de aula: Algumas possibilidades do software Cabri 3D para o estudo da Geometria Espacial. **Revista do Professor de Matemática**, v. 69, p. 50-54, 2009. Disponível em: < <http://www.rpm.org.br/cdrpm/69/11.html> >. Acesso em: 15 mar. 2019.

KALEFF, A. M. M. R. **Da Rigidez do Olhar Euclidiano às (Im)Possibilidades de (Trans)Formação dos Conhecimentos Geométricos do Professor de Matemática**. 2004. 450 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação. Niterói, 2004.

KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas - SP: Autores Associados, p. 113-134, 2006.

KALEFF, A. M. M. R; HENRIQUE, A.; FIGUEIREDO, G.; REI, D. M. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: O Modelo de Van Hiele. **Bolema**, v. 9, n. 10, 1994.

KALEFF, A. M. M. R. Facilitando o ensino de volume através de quebra-cabeças geométricos. **Educação e Matemática**, n. 47, p. 15-20, 1998.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo poliedros**: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos. Niterói: EdUFF, 2003.

KALEFF, A. M. M. R; ROSA, F. M. C. da. A importância da habilidade da visualização para a aprendizagem matemática e para a inclusão do aluno com deficiência visual. In: KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente**: Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, p. 28-36, 2016.

KIALEFF, A. M. M. R. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos. **Educação Matemática em Revista**, p. 19-25, 2018.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias**: Um novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2012.

KLAUS, T. S.; PAZOS, R. E. P. Os níveis de van Hiele com o auxílio de ferramentas computacionais. In: IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2006, Caxias do Sul, RS. **Anais do IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Caxias do Sul, RS: UCS, 2006.

LEITÃO, S. Argumentação e desenvolvimento do pensamento reflexivo. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, vol. 20, n. 3, p. 454-462. 2007.

LEITÃO, D. A. Um olhar pedagógico sobre o processo de construção de recursos digitais de Matemática com o SCRATCH. In: VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2019. **Anais dos Workshops do VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação**, 2019.

LEMONS, W. G.; BAIRRAL, M. A. **Poliedros estrelados no currículo do ensino médio**. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2010.

LIRA, A. de S.; LEITÃO, D. A.; CASTRO, J. B. de. Como o processo de produção de mídias pode contribuir para a formação docente?. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**. v. 17, n. 1. p. 425-434. 2019. Disponível em: < <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/95850/53869> >. Acesso em: 15 out. 2019.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, p. 03-37, 2006.

LORENZATO, S. Os "por quês" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Proposições**, v. 4, n. 1, p. 73-77, 1993.

LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria?. **Educação Matemática em Revista**. v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

MALTEMPI, M. V. Novas tecnologias e a construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. In: V Congresso Ibero Americano de Educação Matemática (V CIBEM), Porto, Portugal, **Anais**, 2005.

MARCHETTI, J. M.; KLAUS, L. C. de A. **Software GeoGebra: um recurso interativo e dinâmico para o ensino de Geometria Plana**. Caderno PDE - Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor, 2014.

MARQUETTI, C. **O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades**. 2015. 94 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2015.

MÁXIMO, L. da S. **Conhecimentos de visualização Espacial: tarefas de representações visuais com uso de recursos físicos e virtuais**. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2016.

MIGUEL, J. C. **O ensino de Matemática da perspectiva da formação de conceitos: implicações Teórico-metodológicas**. Núcleos de Ensino-PROGRAD-UNESP. I ed. São Paulo-SP: Editora UNESP 1, 375-394, 2005.

MILITZ, M. L. **Análise do conteúdo de Geometria Espacial em livros didáticos do ensino médio: uma atividade no âmbito da formação inicial de professores**. 2016. 94 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2016.

MISKULIN, R. G. S. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de Matemática. In: FIORENTINI, Dário. **Formação de Professores de Matemática**. Campinas-SP. Mercado de Letras, 2003.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções Teórico-Metodológicas Baseadas em Logo e em Resolução de Problemas para o Processo Ensino/Aprendizagem de Geometria**. 1994. 313 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1994.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2014.

MORAN, J. M. Educação híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje. **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, p. 27-45, 2015.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2019.

NASSER, L.; SANTANNA, N. P. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1997.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. 2.ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

NOGUEIRA, C. M. I.; ANDRADE, D. Você quer discutir com o computador. **Educação Matemática em Revista**, n. 16, p. 25-29, 2004.

NOVAIS, A. E. **Experiências genuinamente digitais e a herança do impresso: o que ajuda na interação com as interfaces gráficas**. In: RIBEIRO, AE *et al.* Linguagem Tecnologia e Educação. São Paulo: Peirópolis. 2010.

NUMER, F. M. **Cálculo de volume de monumentos a partir de integrais definidas para alunos do ensino médio com apoio do software GeoGebra**. 2017. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2017.

OLIVA, W. M. Geometria não euclidiana. **Revista do professor de matemática**, n. 2, p. 28-31, 1983.

OLIVEIRA, M. C. S.; MELO, M., OLIVEIRA, M. H.; PAIVA, K. A Influência da “Vivência Docente” na Formação e Desenvolvimento de Competências Profissionais Docentes: uma percepção de mestrandos em administração. **ENEPQ**, v. 2, p. 01-16, 2009.

OLIVEIRA, M. T.; LEIVAS, J. C. P. Visualização e Representação Geométrica com suporte na Teoria de Van Hiele. **Ciência e Natura**, v. 39, n. 1, p. 108-117, 2017.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PALLATIERI, M; GRANDO, R. C. A importância da videogravação enquanto instrumento de registro para o professor do pensamento matemático de crianças pequenas. **Horizontes, São Francisco**, v. 21, n. 2, p. 21-29, 2010.

PALLES, C. M. **Um estudo do icosaedro a partir da visualização em geometria dinâmica**. 2013. 74 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

PALLOFF, R. M.; PRATT, K. **O Aluno Virtual**: um guia para trabalhar com estudantes on-line. Porto Alegre: Artmed, 2004.

PAPERT, S. **Mindstorms. Children, Computers and Powerful Ideas**. New York: Basic books, 1980.

PAPERT, S. Computer Criticism vs. Technocentric Thinking. **Educational Researcher**, vol. 16, n. 1, p. 22-30, 1987.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Trad. Sandra Costa. Ed. revisada. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PAPERT, S. Education for the knowledge society: a Russia-oriented perspective on technology and school. **IITE Newsletter**, n. 1, 2001.

PAPERT, S. **Logo: Computadores e Educação**. 3ª ed. São Paulo: Editora brasiliense s.a. 1985.

PAVANELLO, R. M. Contextualizar: O que é isso?. In: NOGUEIRA, C.; BARROS, R. (Orgs.). **Conversas com quem gosta de ensinar matemática**. Paraná: Manoni, 2004.

PAVANELLO, R. M. Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Curitiba, p. 172- 183, 2001.

PAVANELLO, R. M. **O abandono de ensino de geometria: uma visão historica**. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1989. Disponível em: < <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252057> >. Acesso em: 14 jul. 2018.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké – Revista de Educação Matemática**. v. 1, n. 1, p. 7-18, 1993. Disponível em: < <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724> >. Acesso em: 06 jul. 2019.

PAVIANI, N.; FONTANA, N. Oficinas pedagógicas: relato de uma experiência. **Conjectura: filosofia e educação**, vol. 14, n. 2, 2009, p. 77-88, 2009.

PEREIRA, A. de J. **Contribuições da Pedagogia Histórico-crítica para o Ensino da Geometria no Ciclo de Alfabetização**. 2016. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP). Bauru, 2016.

PEREIRA, G. H. A. **Geometria interativa: novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio**. 2016. 110 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Uberaba, 2016.

PIROZZI, G. P. Tecnologia ou Metodologia? O grande desafio para o século XXI. **Revista Pitágoras**, v. 4, n. 4, p. 1-19, 2013.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Educação e Matemática**, v. 31, p. 9-12, 1994.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In: FIORENTINI, D. (Org). **Formação de professores de Matemática**. Campinas, SP: Mercado Letras, 2003.

PRADO, I. G. **Ensino de Matemática: O Ponto de Vista de Educadores e de seus Alunos sobre Aspectos da prática pedagógica**. 2000. 255 f. Tese (Doutorado) – Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociência e Ciências exatas (UNESP). Rio Claro, 2000.

RIBEIRO, T. de S. **Poliedros de Arquimedes**: Um estudo enriquecedor para as aulas de Geometria Espacial na rede pública. 2015. 69 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2015.

VIEIRA, E.; VOLQUIND, L. **Oficinas de ensino: O quê? Por quê? Como?** 4. ed. Porto Alegre: Edipucrs, 2002.

RITTER, A. M. **A Visualização no ensino de Geometria Espacial: possibilidades com o software calques 3D**. 2011. 143 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2011.

RODRIGUES, D. dos S.; KAIBER, C. T. A Geometria Espacial no Ensino Médio: contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA). **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 149-167, 2019.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. **O Ensino da Geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades**, 2009. Disponível em: < <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf> >. Acesso em: 08 jul. 2014.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. **O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades**, 2015. Disponível em: < <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf> >. Acesso em: 13 jul. 2019.

ROJO, R. H. R. Pedagogia dos multiletramentos: diversidade cultural e de linguagens na escola. **Multiletramentos na escola**. São Paulo: Parábola Editorial, v. 264, p. 11-31, 2012.

ROJO, R. **Letramentos múltiplos, escola e inclusão social**. São Paulo: Parábola Editorial, 2009.

SANCHEZ, J. B. dos P. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre Geometria Espacial: período 2007 a 2017**. 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2018.

SANTOS, A. H. dos. **Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização.** 2014. 97 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática. Paraná, 2014.

SANTOS, M. J. C.; MATOS, F.C. C.; SILVA, W. H.; SANTOS, V. C. O letramento matemático e o conceito de número: algumas reflexões. In: IV CONEDU, 2017, JOÃO PESSOA. **Anais [...].** IV CONEDU. JOAO PESSOA: REALIZE, 2017.

SANTOS, M. da S.; SANT'ANNA, N. da F. P. **O Ensino de Geometria e a Teoria de Van Hiele:** Uma abordagem através do laboratório de ensino de Matemática no 8º da educação básica, 2015. Disponível em: < https://www.ufjf.br/ebiapem2015/files/2015/10/gd2_marcele_santos.pdf >. Acesso em: 09 jun. 2019.

SANTOS, R. P. dos. **As dificuldades e possibilidades de Professores de Matemática ao utilizarem o Software Geogebra em atividades que envolvem.** 2010. 141 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2010.

SILVA FILHO, G. B. da. **Geometria espacial no Ensino Médio:** Uma abordagem concreta. 2015. 175 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2015.

SILVA, A. H.; FOSSÁ, M. I. T. Análise de conteúdo: exemplo de aplicação da técnica para análise de dados qualitativos. **Qualitas Revista Eletrônica**, [S.l.], v. 16, n. 1, 2015. Disponível em: < <http://revista.uepb.edu.br/index.php/qualitas/article/view/2113> >. Acesso em: 11 fev. 2021.

SILVA, L.; CANDIDO, C. C. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal van Hiele.** 2007. Disponível em: < https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/450026/mod_resource/content/1/Silva%20%20Candido%20-%20Modelo%20de%20Aprendizagem%20da%20Geometria%20do%20Casal%20Van%20Hiele.pdf >. Acesso em: 15 set. 2019.

SILVA, R. C. D. da. **Realidade aumentada como interface para a aprendizagem de poliedros do tipo prismas.** 2019. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão, 2019.

SOARES, L. G. **Imagens virtuais e atividades matemáticas: um estudo sobre representação semiótica na página do Facebook Matemática com ProCóprio.** 2019. 174 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2019.

SOUZA, D. do C. de; LIRA, A. de S.; BARBOSA, F. E.; CASTRO, J. B. de. **Tecnologias Digitais e Geometria Espacial:** contribuições de uma formação de professores na perspectiva

do ensino remoto. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 31, 2020, Online. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020. p. 272-281. DOI: <https://doi.org/10.5753/cbie.sbie.2020.272>.

SOUZA, L. A. de. **Uma proposta para o ensino da geometria espacial usando o Geogebra 3D**. 2014. 79 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2014.

SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática**. 2011. 138 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2011.

TERUYA, T. K. **Trabalho e educação na era midiática: um estudo sobre o mundo trabalho na era da mídia e seus reflexos na educação**. Maringá, PR: Eduem, 2006.

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista E-curriculum**, v. 14, n. 3, p. 864-897, 2017.

VAN HIELE, P. M. **De Problematiek van het inzicht. Gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof**. Tese (Doutorado) - University Utrecht, 1957.

VASCONCELOS, M. B. F. **A contextualização e o ensino de matemática: Um estudo de caso**. 2008. 249 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2008.

VELOSO, E. **Geometria. Temas actuais. Materiais para professores**. Lisboa: IIE. 1998.

VERGARA, S. C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. São Paulo: Atlas, 2006.

VIEIRA, M. M. F.; ZOUAIN, D. M. **Pesquisa qualitativa em administração: teoria e prática**. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2005.

VIEIRA, C. R. **Reinventando a Geometria no Ensino Médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de Geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele**. 2010. 149 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2010.

VILLIERS, M. de. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010.

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

XAVIER, A. C. Leitura, texto e hipertexto. In: MARCUSCHI, L. A.; XAVIER, A. C. **Hipertexto e gêneros digitais: novas formas de construção de sentido**. Rio de Janeiro: Lucerna, 2004, p. 170-180.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos** / Robert K. Yin; trad. Daniel Grassi - 2.ed. -Porto Alegre: Bookman, 2001.

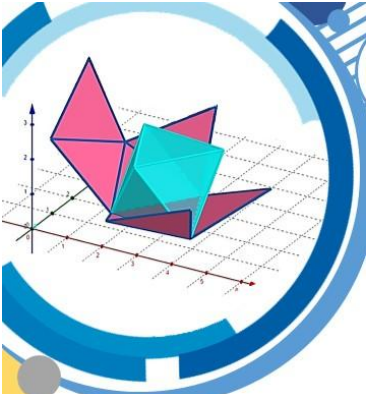
YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010

YIN. R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. 3 ed., Porto Alegre: Bookman, 2005.

ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editor's introduction: What is mathematical visualization. **Visualization in teaching and learning mathematics**, p. 1-7, 1991.

ZULATTO, R.B.A. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas**. 2002. 119 f. Dissertação (Mestrado de Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2002.

APÊNDICE A – FOLDER DE DIVULGAÇÃO DA OFICINA



**PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES
GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO**

VAGAS LIMITADAS
GRATUITO com certificação de 50h
Professores de Matemática da
Educação Básica

-  **Local:**
Ambiente Virtual
-  **Horário:** Quarta,
de 14h às 17h
-  **Data de Início:**
06/05/2020
-  **INSCRIÇÕES:**
<https://url.gratis/faGH5> até 02/05/2020
Confirmação de inscrição: 04/05/2020



REALIZAÇÃO:



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
- CEARÁ



PGECEM



PROATIVA

INFORMAÇÕES: (85)988379345 ou projetoppgem@gmail.com

APÊNDICE B – EMENDA DA OFICINA



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DO CEARÁ – IFCE
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM

PLANO DE ENSINO

Nome do curso

PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO

Carga horária

50 horas

Número de participantes na turma

25 professores

Ementa

Tópicos de Matemática do Ensino Médio: Geometria Espacial. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC): GeoGebra. Desenvolvimento de estratégias de suporte ao planejamento de atividades, como o uso do GeoGebra alinhados à Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Objetivo(s)

- Apresentar a produção de puzzles como facilitador ao ensino de Geometria Espacial.
- Familiarizar-se com o conceito de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).
- Reconhecer o *software* GeoGebra como ferramenta de estudo de Geometria Espacial.
- Utilizar o *software* para a preparação de atividades didáticas que envolvem conceitos matemáticos do Ensino Médio, enfocando em abordagens geométricas.

Justificativa

Essa pesquisa possibilitará a criação de quebra-cabeças geométricos em práticas utilizando o *software* GeoGebra, além do acompanhamento do processo de prototipação como forma de facilitar a compreensão de Geometria Espacial. Com o intuito de apresentar práticas que propiciem aulas participativas, em que os estudantes possam manipular e realizar descobertas por meio de tecnologias digitais, a fim de analisar se o uso desse recurso auxiliaria no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico, tais como espaço, forma, visualização e representação de figuras geométricas. Dessa forma, busca-se formar os professores para a integração da produção de puzzles e do uso de TDIC em suas práticas pedagógicas cotidianas.

Metodologia

A metodologia do curso irá se basear em:

- 1) Atividades de exploração da produção de puzzles geométricos desenvolvidos e disponíveis no livro, Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos – Ana Maria M. R. Kaleff.
- 2) Discussões dialogadas sobre o ensino de Geometria Espacial, uso da TDIC, exploração do GeoGebra, em sala de aula.
- 3) Planejamento de aulas com suporte do GeoGebra de forma articulada à BNCC.

O curso será completamente à distância com suporte de ferramentas de comunicação síncrona (*Google Meet*) e assíncrona (*Google Sala de Aula*). Os materiais usados estarão disponíveis em uma pasta do *Google Drive* compartilhados com todos os participantes da formação.

A carga horária será dividida da seguinte forma:

- ❖ "15" horas divididas em "5" encontros síncronos usando a plataforma *Google Meet*;
- ❖ "15" horas de discussões assíncronas por meio da ferramenta *Google Sala de Aula*;
- ❖ "20" horas de atividades no GeoGebra e de planejamento de aulas com suporte das ferramentas apresentadas ao longo do curso, arquivadas no *Google Drive*;

Cronograma e descrição das atividades

FASE	PERÍODO			
	INÍCIO/ TÉRMINO	INTERAÇÃO/ FERRAMENTA	RESUMO DAS ATIVIDADES	CARGA- HORÁRIA
Aula 01	13/05/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Apresentação dos formadores; Sistematização do objetivo do encontro: explicação sobre como será o projeto (o que faremos, porque que gravaremos etc.); Explicar o preenchimento (virtual) dos documentos relativos à livre concordância da participação na pesquisa e na permissão dos registros audiovisuais através do direito de imagem (solicitado no formulário de inscrição), e Discussão sobre o que é a Geometria Espacial, sua importância no cotidiano e sondagem sobre as aplicações práticas desse conteúdo em sala de aula. Para a discussão utilizaremos o MENTIMETER. Apresentação da turma no <i>Google Sala de Aula</i> , das atividades práticas e prazos, e das possibilidades de uso do mesmo para o modelo de aula (Passo a passo, via <i>Google Meet</i>).	3 horas
	14/05/2020 a 19/05/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Apresentação livre dos participantes: Olá, professor, sabemos que cada um traz consigo uma bagagem de experiências. Vamos nos conhecer melhor? Faça sua apresentação, conte-nos suas experiências profissionais, quais são os seus objetivos e expectativas em relação à oficina. Aproveite também para nos contar sua experiência com educação à distância como aluno, tutor ou professor. Ah, não se esqueça de citar em qual escola trabalha! Aguardamos a participação de todos!	4 horas

			Propor o pré-teste (atividade da Teoria de Van Hiele) como atividade para o próximo encontro.	
Aula 02	20/05/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Retomar a discussão anterior sobre o pré-teste: apresentar algumas resoluções do pré-teste realizado por alunos a fim de analisar com os professores os conceitos, as dificuldades, o nível etc.; Roda de conversa (avaliação dos recursos pedagógicos, tecnológicos e de apoio ao professor etc.); Apresentar a Teoria de Van Hiele, que tem sido conceituada como uma prática a seguir para ensino de habilidades em Geometria e é uma teoria instrucional que busca orientar o trabalho pedagógico do professor no ambiente escolar, ao proporcionar um acompanhamento e uma compreensão do desenvolvimento geométrico do educando no decorrer do processo educacional (slide via <i>PREZI</i>); Apresentar o GeoGebra, um <i>software</i> de matemática dinâmica gratuito, funcional para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação. E realizar um tutorial de como utilizar as ferramentas do GeoGebra (vídeos no <i>Google Sala de Aula</i>).	3 horas
	21/05/2020 a 26/05/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Produção dos quebra-cabeças (<i>Vendo e entendendo Poliedros</i> – Kaleff, 2003), construindo por meio da planificação para a montagem de um modelo de sólido e verificando os objetivos e composição de cada um; Atividade: Quebra-cabeça nº 3, Tetrocta por meio da ferramenta GeoGebra, como atividade para o próximo encontro; Resolução da atividade sendo apresentada pelos participantes (via captura de tela pro da <i>Apowersoft</i>), e Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade.	7 horas
Aula 03	27/05/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Iniciar encontro com a análise e discussão sobre a resolução da atividade sendo apresentadas pelos participantes. Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade; Apresentar aos participantes um passo a passo da atividade no GeoGebra, incluindo planificação e montagem do sólido e verificar diferentes resoluções e avaliar a atividade como possibilidade de uso em sala de aula, e Propor a atividade da produção de quebra-cabeças Tetra-2, Tetra-4 e Tetra-6 (KALEFF, 2003) (via fórum).	3 horas
	28/05/2020 a	Atividades assíncronas:	Atividade: criando quebra-cabeças a partir de seções planas do poliedro por meio da ferramenta	7 horas

	02/06/2020	<i>Google Sala de Aula</i>	GeoGebra. Resolução da atividade sendo apresentada pelos participantes (via captura de tela pro da <i>Apowersoft</i>) para ser possível se verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade.	
Aula 04	03/06/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Iniciar o encontro com a análise e discussão sobre a resolução da atividade sendo apresentada pelos participantes. Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade; Apresentar os vídeos produzidos pelos participantes, verificar diferentes resoluções e avaliar a atividade como possibilidade de uso em sala de aula, e Propor a criação de um <i>puzzle</i> por parte dos participantes e um plano de aula com a utilização desta aplicação. Objetivo: Partir de um sólido geométrico e apresentar relações entre os volumes dos sólidos menores com o sólido final como atividade para o próximo encontro (via fórum).	3 horas
	04/06/2020 a 14/06/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Atividade: criação de um <i>puzzle</i> e de um plano de aula, utilizando a ferramenta GeoGebra e algum dos recursos que foram compartilhados nas formações síncronas, como atividade final para o encerramento da oficina. Salvar o planejamento na pasta da formação no <i>Google Drive</i>; Resolução da atividade sendo apresentada pelos participantes (via captura de tela pro da <i>Apowersoft</i>), e Verificar possíveis dúvidas e trocas de informações sobre a atividade.	15 horas
Aula 05	15/06/2020	Encontro síncrono: <i>Google Meet</i>	Resolução da atividade: apresentar os vídeos produzidos pelos participantes e dos protótipos; Verificar diferentes resoluções e avaliar a atividade como possibilidade de uso em sala de aula; Comentar as principais dificuldades encontradas para a realização do plano, e Discutir a importância da contextualização das atividades e ter um planejamento de aula antes da utilização do recurso. Encerramento do projeto. Agradecimentos aos participantes. Considerações finais dos participantes sobre a formação.	3 horas
	16/06/2020 a 20/06/2020	Atividades assíncronas: <i>Google Sala de Aula</i>	Atualização das atividades pendentes, e Preenchimento de formulário de avaliação final da oficina.	2 horas
			Carga Horária Total:	50 horas

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DO CEARÁ - IFCE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PGECM

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) para participar como voluntário(a) da pesquisa intitulado de "PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO", a ser realizado pelos pesquisadores Arianny de Sousa Lira, Danilo do Carmo de Souza, Francisco Ellivelton Barbosa, Lucas Wesley Oliveira da Silva e Juscileide Braga de Castro. Essa pesquisa possibilitará a criação de quebra-cabeças geométricos em práticas utilizando o *software* GeoGebra, além do acompanhamento do processo de prototipação como forma de facilitar a compreensão de Geometria Espacial. Com o intuito de apresentar práticas que propiciem aulas participativas, em que os estudantes possam manipular e realizar descobertas por meio de tecnologias digitais, a fim de analisar se o uso desse recurso auxiliaria no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico, tais como espaço, forma, visualização e representação de figuras geométricas.

Estes procedimentos descritos ocorrerão em um projeto *on-line* com duração de 50 horas/aulas, realizado em 10 horas/aulas semanais, aberto as inscrições para professores de Matemática da Educação Básica. Vale destacar, que essa pesquisa não irá interferir nos conteúdos que devem ser ensinados, na carga horária, na matriz curricular e em nenhum outro componente já estabelecido pelos profissionais. A única interferência será na maneira como esses conteúdos serão apresentados para os participantes e os recursos didáticos tecnológicos utilizados.

Para participar desta pesquisa, você deverá autorizar e assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Os riscos são problemas ergonômicos causados por tempo e má postura (dores de cabeça, cansaço físico e mental, dores musculares, entre outros). As oficinas terão momentos síncronos (Google Meet) e assíncronos (Google Sala de Aula), serão registradas através de gravações de áudio ou vídeo e anotações das produções, permitindo que os participantes gerenciem o tempo na devolutiva das atividades, então esses riscos poderão assim, serem minimizados. Garantimos que você é livre para participar voluntariamente e caso

sinta algum tipo de desconforto durante a aplicação dessa pesquisa, é garantida a liberdade de deixar de participar do estudo a qualquer momento sem qualquer prejuízo. Não existirão despesas para o participante em qualquer fase do estudo e também o mesmo não receberá nenhuma remuneração para participar da pesquisa. Os dados coletados serão utilizados somente para pesquisa e os resultados serão mostrados através de revistas especializadas na área de investigação e/ou em encontros científicos sem expor a identificação dos participantes.

Sendo assim, deixo claro que você tem a garantia ao acesso, em qualquer etapa do estudo para esclarecimentos de eventuais dúvidas na instituição. Para maiores informações, nossos contatos são: (85) 98837-9345 e pelo e-mail projetoppgem@gmail.com. Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do IFCE das 08:00hs às 12:00hs e das 13:00hs às 17:00hs no IFCE Campus Fortaleza - R. Jorge Dumar, 1703 - Jardim América, Fortaleza - CE, 60410-426; fone (85) 34012332, e-mail: cep@ifce.edu.br.

Eu, _____, fui informado(a) sobre a pesquisa, ficando claro quais são os objetivos, os procedimentos a serem realizados, as garantias de confiabilidade e os esclarecimentos permanentes. Nesses termos, concordo voluntariamente em participar desta pesquisa, desde que possa retirar meu consentimento a qualquer momento sem penalidade ou prejuízos de qualquer natureza. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Fortaleza, _____ de _____ de _____.

Assinatura do participante

Arianny de Sousa Lira
Pesquisadora

APÊNDICE D – FORMULÁRIO DE INSCRIÇÃO



Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) do projeto intitulado de "PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO" que acontecerá junto com uma pesquisa. Formadores: Arianny de Sousa Lira, Danilo do Carmo de Souza, Francisco Ellivelton Barbosa e Juscileide Braga de Castro.

Essa pesquisa possibilitará a criação de quebra-cabeças geométricos em práticas utilizando o *software* GeoGebra, além do acompanhamento do processo de prototipação como forma de facilitar a compreensão da Geometria Espacial. Estes procedimentos descritos ocorrerão em um projeto *on-line* com duração de 50 horas/aulas, realizado em 10 horas/aulas semanais, aberto as inscrições para professores de Matemática da Educação Básica.

Inscrições até 02/05/2020

Confirmação de inscrição: 04/05/2020

Local: Ambiente virtual

Horário: Quarta-feira, de 14h às 17h

Data de Início: 06/05/2020

Eae, ficou interessado!??

Quer aprender mais sobre o ensino de Geometria Espacial com o suporte de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC)?

Pois embarque conosco nessa jornada.

Basta preencher este formulário!

Não fique de fora! Vagas limitadas.

Projeto totalmente gratuito, e com certificação!

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido



INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Campus Fortaleza

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DO CEARÁ - IFCE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PGECEM

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) para participar como voluntário(a) da pesquisa intitulada de "PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO", a ser realizado pelos pesquisadores Arianny de Sousa Lira, Danilo do Carmo de Souza, Francisco Ellivelton Barbosa, Lucas Wesley Oliveira da Silva e Juscileide Braga de Castro. Essa pesquisa possibilitará a criação de quebra-cabeças geométricos em práticas utilizando o software Geogebra, além do acompanhamento do processo de prototipação como forma de facilitar a compreensão de Geometria Espacial. Com o intuito de apresentar práticas que propiciem aulas participativas, em que os estudantes possam manipular e realizar descobertas por meio de tecnologias digitais, a fim de analisar se o uso desse recurso auxiliaria no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico, tais como espaço, forma, visualização e representação de figuras geométricas.

Estes procedimentos descritos ocorrerão em um projeto online com duração de 50 horas/aulas, realizado em 10 horas/aulas semanais, aberto as inscrições para professores de Matemática da Educação Básica. Vale destacar, que essa pesquisa não irá interferir nos conteúdos que devem ser ensinados, na carga horária, na matriz curricular e em nenhum outro componente já estabelecido pelos profissionais. A única interferência será na maneira como esses conteúdos serão apresentados para os participantes e os recursos didáticos tecnológicos utilizados.

Para participar desta pesquisa, você deverá autorizar e assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Os riscos são problemas ergonômicos causados por tempo e má postura (dores de cabeça, cansaço físico e mental, dores musculares, entre outros). As oficinas terão momentos síncronos (Google Meet) e assíncronos (Google Sala de Aula), serão registradas através de gravações de áudio ou vídeo e anotações das produções, permitindo que os participantes gerenciem o tempo na devolutiva das atividades, então esses riscos poderão assim, serem minimizados. Garantimos que você é livre para participar voluntariamente e caso sinta algum tipo de desconforto durante a aplicação dessa pesquisa, é garantida a liberdade de deixar de participar do estudo a qualquer momento sem qualquer prejuízo. Não existirão despesas para o participante em qualquer fase do estudo e também o mesmo não receberá nenhuma remuneração para participar da pesquisa. Os dados coletados serão utilizados somente para pesquisa e os resultados serão mostrados através de revistas especializadas na área de investigação e/ou em encontros científicos sem expor a identificação dos participantes.

Sendo assim, deixo claro que você tem a garantia ao acesso, em qualquer etapa do estudo para esclarecimentos de eventuais dúvidas na instituição. Para maiores informações, nossos contatos são: (85) 98837-9345 e pelo e-mail projetoppgem@gmail.com. Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do IFCE das 08:00hs às 12:00hs e das 13:00hs às 17:00hs no IFCE Campus Fortaleza - R. Jorge Dumar, 1703 - Jardim América, Fortaleza - CE, 60410-426; fone (85) 34012332, e-mail: cep@ifce.edu.br.

Eu, _____, fui informado(a) sobre a pesquisa, ficando claro quais são os objetivos, os procedimentos a serem realizados, as garantias de confiabilidade e os esclarecimentos permanentes. Nesses termos, concordo voluntariamente em participar desta pesquisa, desde que possa retirar meu consentimento a qualquer momento sem penalidade ou prejuízos de qualquer natureza. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

☐ Li e concordo com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Nome: _____.

Formação:

☐ Licenciando(a) em Matemática

☐ Licenciado(a) em Matemática

☐ Especialista

☐ Mestre(a)

☐ Doutor(a)

☐ Outra: _____.

Tempo de atuação em sala de aula (Em anos): _____.

Em qual rede de ensino leciona atualmente?

☐ Rede Pública

☐ Rede Particular

Quais turmas leciona atualmente?

☐ 6º ano (Ensino Fundamental)

☐ 7º ano (Ensino Fundamental)

☐ 8º ano (Ensino Fundamental)

☐ 9º ano (Ensino Fundamental)

☐ 1º ano (Ensino Médio)

☐ 2º ano (Ensino Médio)

☐ 3º ano (Ensino Médio)

☐ Ensino Superior

E-mail: _____.

Telefone: _____.

EIXO 1 - ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Qual o grau de importância que você atribui ao Ensino de Geometria Espacial?

☐ Pouco importante

☐ Importante

☐ Muito importante

Em relação a obtenção do volume de sólidos geométricos (cubo, prismas, pirâmide, cilindros, etc), você considera que os alunos têm:

☐ Muita dificuldade

☐ Dificuldade

☐ Facilidade

- ☐ Muita facilidade

E em relação a visualização espacial, você considera que os alunos têm:

- ☐ Muita dificuldade
☐ Dificuldade
☐ Facilidade
☐ Muita facilidade

EIXO 2 - USO DO COMPUTADOR

Em relação ao uso de Tecnologias Digitais nas aulas de Matemática, você utiliza:

- ☐ Nunca
☐ Às vezes
☐ Pouco frequente
☐ Muito frequente

Em relação ao uso de Tecnologias Digitais, você se considera com:

- ☐ Muita dificuldade
☐ Dificuldade
☐ Facilidade
☐ Muita facilidade

Em relação ao uso de Tecnologias Digitais para o ensino de Geometria Espacial, você:

- ☐ Nunca utilizou
☐ Teve apenas uma oportunidade
☐ Usa às vezes
☐ Usa sempre

Você conhece o *software* GeoGebra?

- ☐ Sim
☐ Não

EIXO 3 - USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Em relação ao seu nível de domínio do *software* GeoGebra:

- ☐ Pouco
☐ Intermediário
☐ Muito

Você já utilizou o *software* GeoGebra no ensino de conceitos geométricos? *

- ☐ Sim
☐ Não

Em caso positivo, qual conceito matemático? _____.

APÊNDICE E – PRODUÇÃO DOS QUEBRA-CABEÇAS: ATIVIDADE FINAL



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DO CEARÁ - IFCE PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECEM

GRUPO DE PESQUISA E PRODUÇÃO DE AMBIENTES INTERATIVOS E OBJETOS DE APRENDIZAGEM - PROATIVA

4º ATIVIDADE

ATIVIDADE FINAL: Criação de um puzzle e um plano de aula, utilizando a ferramenta GeoGebra e algum dos recursos que foram compartilhados nas formações síncronas, como atividade final para o encerramento da oficina.

Objetivo: Partir de um sólido geométrico e apresentar relações entre os volumes dos sólidos menores, com o sólido final, como atividade para o próximo encontro.



**ANEXO A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA APLICADA COM OS ESTUDANTES:
ADAPTADO DE FERREIRA (2018)**



Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) do pesquisa intitulado de "PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO", a ser realizados pelos pesquisadores Arianny de Sousa Lira, Danilo do Carmo de Souza, Francisco Ellivelton Barbosa e Juscileide Braga de Castro. Essa pesquisa visa mapear o conhecimento de Geometria Espacial de estudantes do Ensino Médio, com suporte da Teoria de Van Hiele.

Se você é aluno 🧑 do Ensino Médio, e quer nos ajudar a gerar mudanças no ensino de Geometria Espacial, responda esse diagnóstico. Assim nos auxiliará a propor aulas participativas, inovadoras e atrativas!!! 🎓🧑

Eae, ficou interessado!?? 😊

Pois embarque conosco nessa jornada. 🚀

Basta preencher este formulário!

Não fique de fora!

Endereço de email: _____

Idade:

- ☐ 14 ou menores que 14
- ☐ 15
- ☐ 16
- ☐ 17
- ☐ 18 ou maiores que 18

Em que ano/série você se encontra?

- ☐ 1 ° ano

☐ 2º ano

☐ 3º ano

Cidade: _____

Estado: _____

Você frequenta:

☐ Escola Pública (Regular)

☐ Escola Pública (Profissionalizante)

☐ Escola Pública (Integrado)

☐ Escola Particular

Termo de Assentimento



INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Campus Fortaleza

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DO CEARÁ - IFCE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PGECM

TERMO DE ASSENTIMENTO

Você está sendo convidado(a) para participar como voluntário(a) da pesquisa intitulado de "PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO", a ser realizado pelos pesquisadores Arianny de Sousa Lira, Danilo do Carmo de Souza, Francisco Ellivelton Barbosa e Juscileide Braga de Castro. Essa pesquisa visa mapear o conhecimento de Geometria Espacial de estudantes do Ensino Médio, com suporte da Teoria de Van Hiele. Com o intuito de gerar mudanças no processo de ensino de Geometria Espacial por meio de práticas que propiciem aulas participativas, inovadoras e atrativas.

Vale destacar, que essa pesquisa não irá interferir nos conteúdos que devem ser ensinados, na carga horária, na matriz curricular e em nenhum outro componente já estabelecido pelos professores da disciplina de Matemática. Para participar desta pesquisa, você deverá autorizar o Termo de Assentimento e fazer o preenchimento via formulário *google* do diagnóstico do Ensino Médio.

Garantimos que você é livre para participar voluntariamente, é garantida a liberdade de deixar de participar do estudo a qualquer momento sem qualquer prejuízo. Não existirão despesas para o participante e também o mesmo não receberá nenhuma remuneração para participar da pesquisa. Os dados coletados serão utilizados somente para pesquisa e os resultados serão mostrados através de revistas especializadas na área de investigação e/ou em encontros científicos sem expor a identificação dos participantes.

Eu, fui informado (a) sobre a pesquisa, ficando claro quais são os objetivos, os procedimentos a serem realizados, as garantias de confiabilidade e os esclarecimentos permanentes. Nesses termos, concordo voluntariamente em participar desta pesquisa, desde que possa retirar meu consentimento a qualquer momento sem penalidade ou prejuízos de qualquer natureza. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

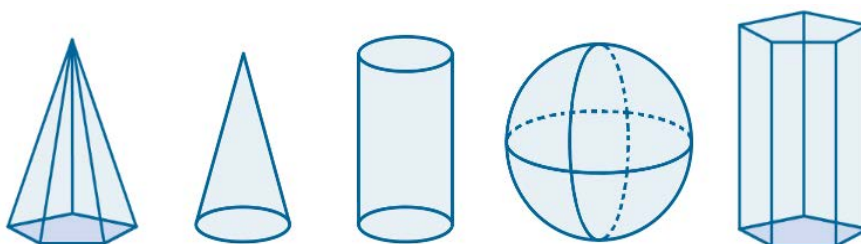
☐ Li e concordo com o Termo de Assentimento

- 1) Sólidos geométricos são figuras geométricas que possuem três dimensões e, por isso, só podem ser definidas no espaço tridimensional. Dentre as figuras abaixo, circule as que são exemplos de sólidos geométricos:



Como você chegou nessa conclusão?

- 2) Os poliedros são figuras geométricas formadas por vértices, arestas e faces. Dentre as figuras abaixo, assinale as que são poliedros.



Opção 1

Opção 2

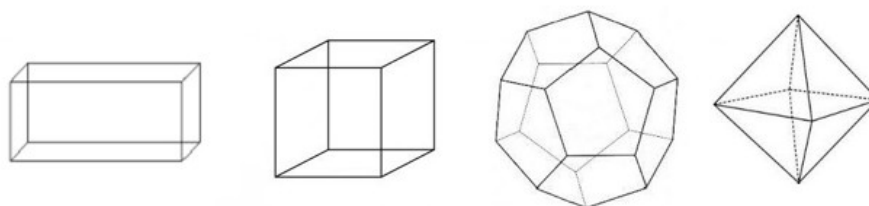
Opção 3

Opção 4

Opção 5

Como você chegou nessa conclusão?

- 3) Relacione as nomenclaturas com as figuras geométricas abaixo, marcando a sequência que corresponde a ordem correta dos nomes de cada poliedro:

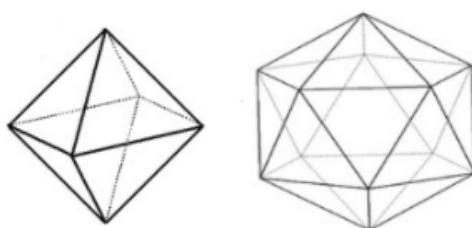


- ☐ Octaedro, dodecaedro, hexaedro e paralelepípedo.
- ☐ Paralelepípedo, hexaedro, dodecaedro e octaedro.
- ☐ Hexaedro, paralelepípedo, dodecaedro e octaedro.

- ☐ Paralelepípedo, octaedro, dodecaedro e hexaedro.
- ☐ Octaedro, hexaedro, paralelepípedo e dodecaedro

Como você chegou nessa conclusão?

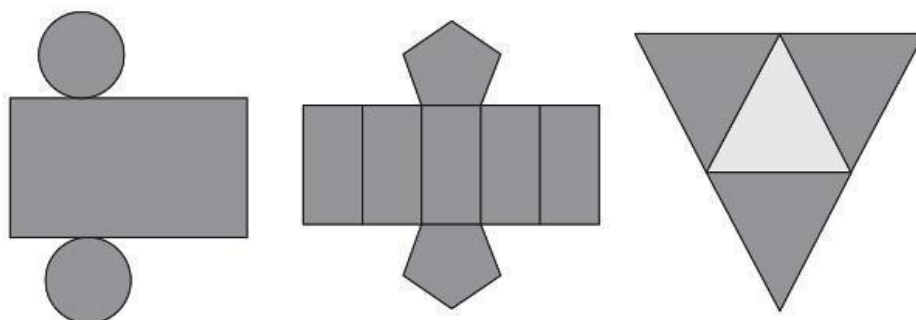
- 4) Sabendo que a nomenclatura dos poliedros se relaciona com o número de faces, relacione marcando o item que corresponde a sequência correta dos nomes de cada poliedro:



- ☐ Octaedro e icosaedro.
- ☐ Pirâmide e octaedro.
- ☐ Dodecaedro e octaedro.
- ☐ Pirâmide e icosaedro.
- ☐ Icosaedro e octaedro.

Como você chegou nessa conclusão?

- 5) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



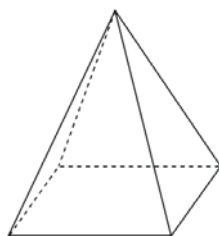
Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- ☐ Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.

- ☐ Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- ☐ Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
- ☐ Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- ☐ Cilindro, prisma e tronco de cone.

Como você chegou nessa conclusão?

- 6) A figura representa uma pirâmide. Você saberia dizer quantos vértices, arestas e faces ela possui? Então, complete:



Quantos faces tem a figura?

- ☐ 4
- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 7
- ☐ Outra:

Como você encontrou o número de faces?

E quantos vértices?

- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 5
- ☐ Outra:

Como você encontrou o número de vértices?

Quantas arestas o sólido possui?

- ☐ 6
- ☐ 7
- ☐ 8
- ☐ 9
- ☐ Outra:

Como você encontrou o número de arestas?

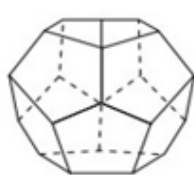
De cada vértice saem quantas arestas?

7) Das alternativas a seguir sobre os poliedros, assinale aquela que for correta:

- ☐ Um poliedro é um sólido geométrico limitado por qualquer tipo de superfície.
- ☐ Os elementos dos poliedros são os mesmos elementos dos polígonos, uma vez que ambos possuem vértices.
- ☐ Prismas são poliedros que possuem duas bases poligonais e todas as faces laterais com formato de paralelogramo.
- ☐ Prismas e pirâmides são os únicos exemplos de poliedros existentes.
- ☐ As esferas são poliedros.

Como você chegou nessa conclusão?

8) Dentre as figuras abaixo circule as que são classificadas como prisma.



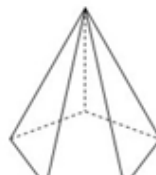
Opção 1



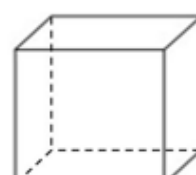
Opção 2



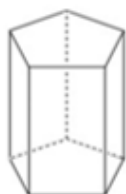
Opção 3



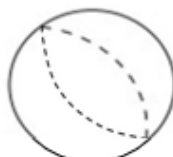
Opção 4



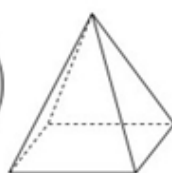
Opção 5



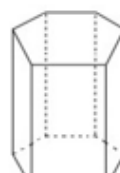
Opção 6



Opção 7



Opção 8



Opção 9



Opção 10

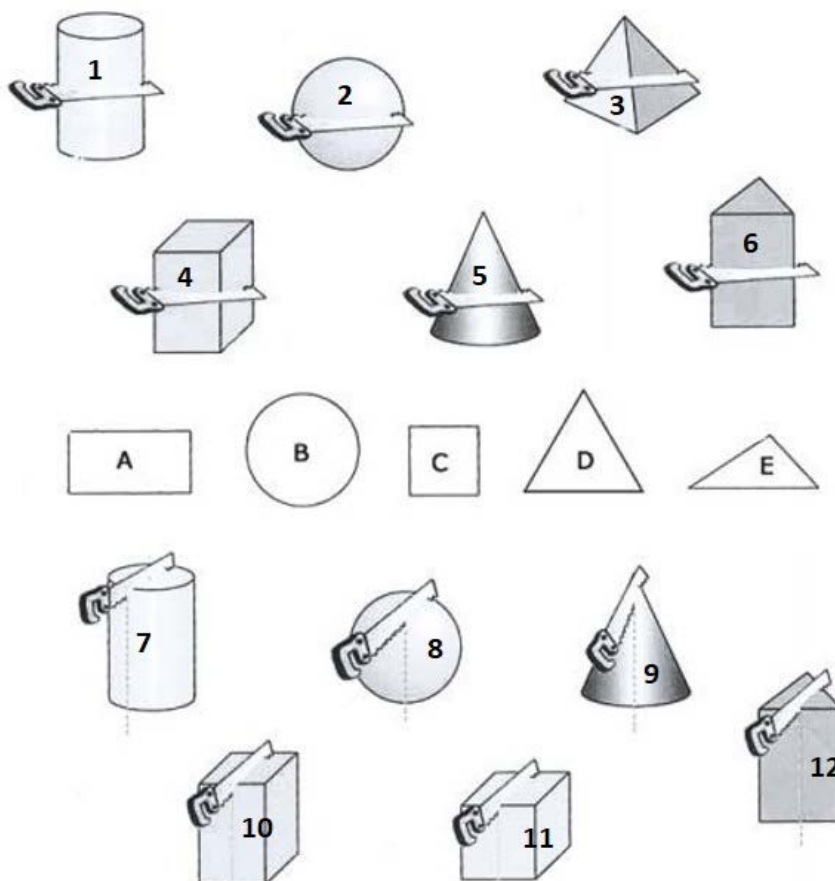
Como você chegou nessa conclusão?

9) Em relação aos prismas é correto afirmar que:

- a) O prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares em relação a base.
- b) Prisma regular são prismas de arestas oblíquas as suas bases
- c) A superfície lateral de um prisma é a soma da área de suas faces laterais e suas bases.
- d) A superfície total de um prisma refere-se a soma da área de todas as faces laterais.
- e) Os prismas são poliedros que possuem apenas uma base poligonal.

Como você chegou nessa conclusão?

10) Imagine que vamos serrar esses três sólidos da maneira indicada. Ligue cada um dos sólidos à figura que pode aparecer no corte.

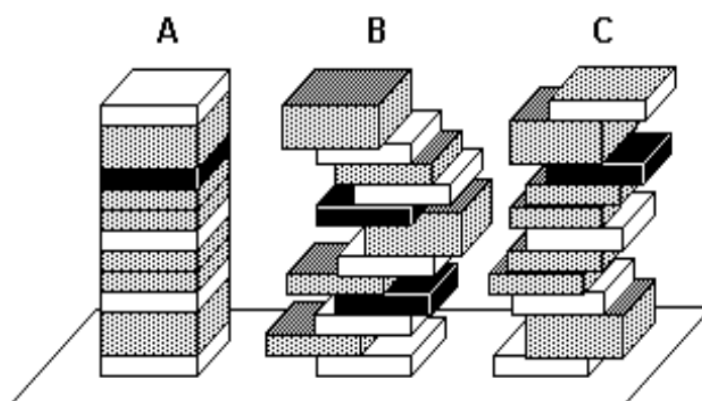


Com relação às figuras acima, assinale o item correto:

- ☐ Em relação ao Retângulo A teríamos as figuras de números 4, 7, 10 e 12.
- ☐ Em relação ao Círculo B teríamos as figuras de números 1, 2, 7 e 8.
- ☐ Em relação ao Quadrado C teríamos as figuras de números 4, 6 e 11.
- ☐ Em relação ao Triângulo Equilátero D teríamos as figuras de números 3, 5 e 9.
- ☐ Em relação ao Triângulo Escaleno E teríamos as figuras de números 5, 6 e 9.

Como você chegou nessa conclusão?

- 11) Três crianças estavam brincando na biblioteca da escola e resolveram fazer pilhas de mesma altura, com livros, conforme a figura. A mais organizada fez a pilha A, e as outras duas fizeram as pilhas B e C. Considerando-se que todos os livros têm a mesma área de capa e que as pilhas têm a mesma altura, pode-se afirmar que:

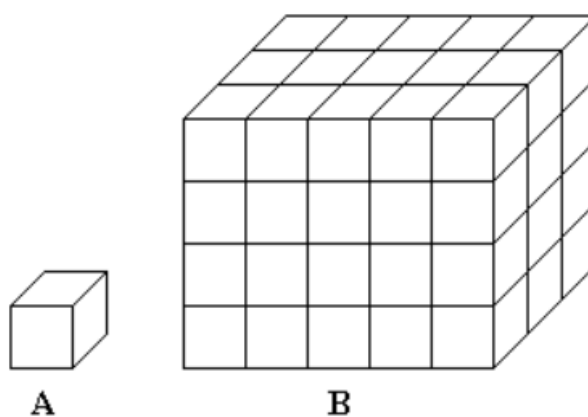


- ☐ o volume da pilha A é maior do que o volume da pilha C.
- ☐ os volumes das pilhas B e C são iguais e maiores do que o volume da pilha A.
- ☐ o volume da pilha A é menor do que o volume da pilha B que é menor do que o volume da pilha C.
- ☐ os volumes das três pilhas são iguais.
- ☐ não existem dados suficientes no problema para decidir sobre os volumes e compará-los.

Como você chegou nessa conclusão?

12) Quantos cubos A precisa-se empilhar para formar o paralelepípedo B?

- ☐ 60
- ☐ 47
- ☐ 94
- ☐ 39
- ☐ 48



Como conseguiu chegar neste resultado? Diga com poucas palavras.

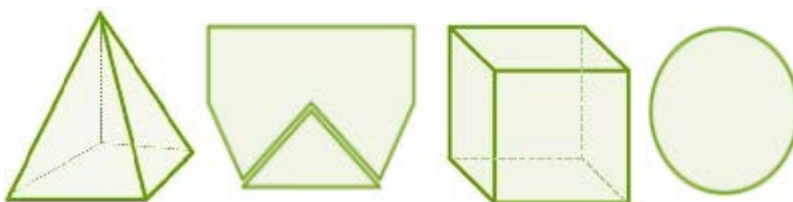
**ANEXO B – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA APLICADA COM OS PROFESSORES:
ADAPTADO DE FERREIRA (2018)**



Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) da pesquisa intitulado de "PROTOTIPAÇÃO DE PUZZLES GEOMÉTRICOS PARA O ENSINO MÉDIO", a ser realizados pelos pesquisadores Arianny de Sousa Lira, Danilo do Carmo de Souza, Francisco Ellivelton Barbosa e Juscileide Braga de Castro. Essa pesquisa visa mapear o conhecimento de Geometria Espacial de estudantes do Ensino Médio, com suporte da Teoria de Van Hiele. Esse teste nos ajudará a propor aulas mais inovadoras e atrativas!

Nome: _____

- 13) Sólidos geométricos são figuras geométricas que possuem três dimensões e, por isso, só podem ser definidas no espaço tridimensional. Dentre as figuras abaixo, circule as que são exemplos de sólidos geométricos:



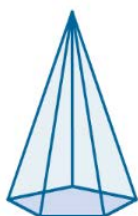
Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

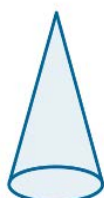
- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

14) Os poliedros são figuras geométricas formadas por vértices, arestas e faces. Dentre as figuras abaixo, assinale as que são poliedros.



Opção 1



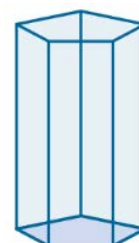
Opção 2



Opção 3



Opção 4



Opção 5

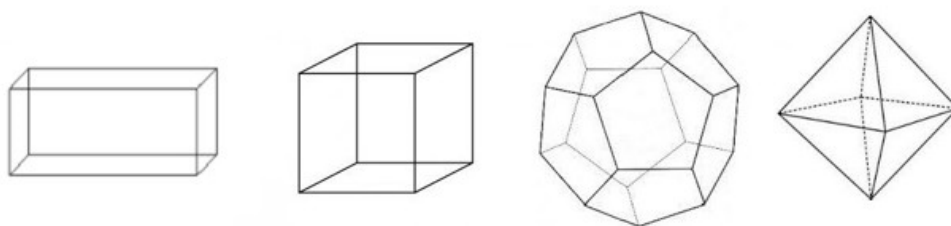
Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

15) Relacione as nomenclaturas com as figuras geométricas abaixo, marcando a sequência que corresponde a ordem correta dos nomes de cada poliedro:



- ☐ Octaedro, dodecaedro, hexaedro e paralelepípedo.
- ☐ Paralelepípedo, hexaedro, dodecaedro e octaedro.
- ☐ Hexaedro, paralelepípedo, dodecaedro e octaedro.
- ☐ Paralelepípedo, octaedro, dodecaedro e hexaedro.
- ☐ Octaedro, hexaedro, paralelepípedo e dodecaedro

Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

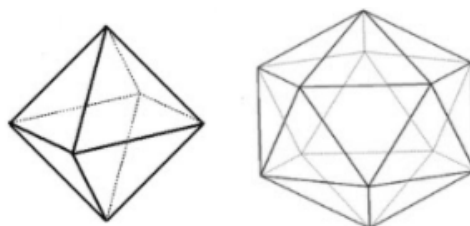
Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

16) Sabendo que a nomenclatura dos poliedros se relaciona com o número de faces, relacione marcando o item que corresponde a sequência correta dos nomes de cada poliedro:

- ☐ Octaedro e icosaedro.
- ☐ Pirâmide e octaedro.
- ☐ Dodecaedro e octaedro.
- ☐ Pirâmide e icosaedro.
- ☐ Icosaedro e octaedro.



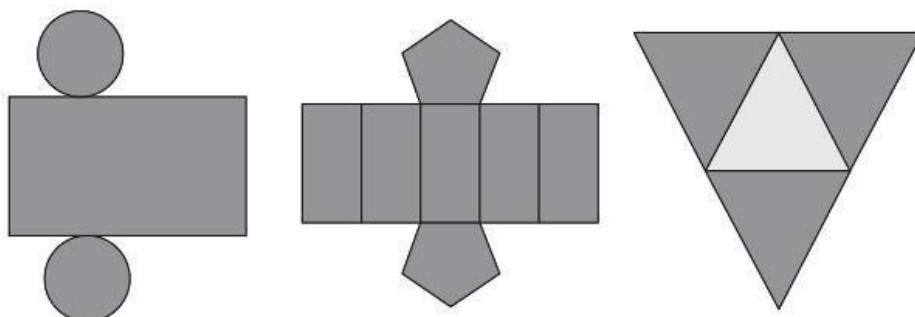
Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

17) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- ☐ Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- ☐ Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- ☐ Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
- ☐ Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- ☐ Cilindro, prisma e tronco de cone.

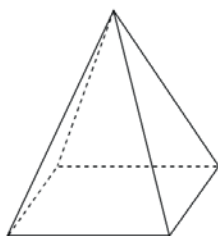
Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

18) A figura representa uma pirâmide. Você saberia dizer quantos vértices, arestas e faces ela possui? Então, complete:



Quantos faces tem a figura?

- ☐ 4
- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 7
- ☐ Outra:

Como você encontrou o número de faces?

E quantos vértices?

- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 5
- ☐ Outra:

Como você encontrou o número de vértices?

Quantas arestas o sólido possui?

- ☐ 6
☐ 7
☐ 8
☐ 9
☐ Outra:

Como você encontrou o número de arestas?

De cada vértice saem quantas arestas?

Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
☐ 26-50%
☐ 51-75%
☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

19) Das alternativas a seguir sobre os poliedros, assinale aquela que for correta:

- ☐ Um poliedro é um sólido geométrico limitado por qualquer tipo de superfície.
☐ Os elementos dos poliedros são os mesmos elementos dos polígonos, uma vez que ambos possuem vértices.

- ☐ Prismas são poliedros que possuem duas bases poligonais e todas as faces laterais com formato de paralelogramo.
- ☐ Prismas e pirâmides são os únicos exemplos de poliedros existentes.
- ☐ As esferas são poliedros.

Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

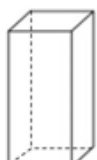
- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

20) Dentre as figuras abaixo circule as que são classificadas como prisma.



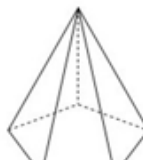
Opção 1



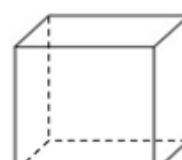
Opção 2



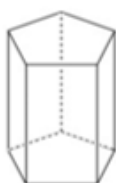
Opção 3



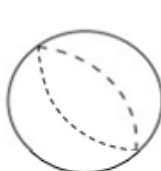
Opção 4



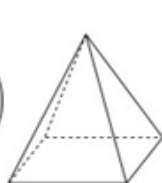
Opção 5



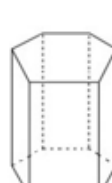
Opção 6



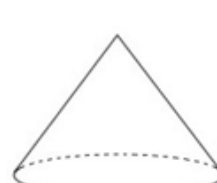
Opção 7



Opção 8



Opção 9



Opção 10

Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

21) Em relação aos prismas é correto afirmar que:

- f) O prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares em relação a base.
- g) Prisma regular são prismas de arestas oblíquas as suas bases
- h) A superfície lateral de um prisma é a soma da área de suas faces laterais e suas bases.
- i) A superfície total de um prisma refere-se a soma da área de todas as faces laterais.
- j) Os prismas são poliedros que possuem apenas uma base poligonal.

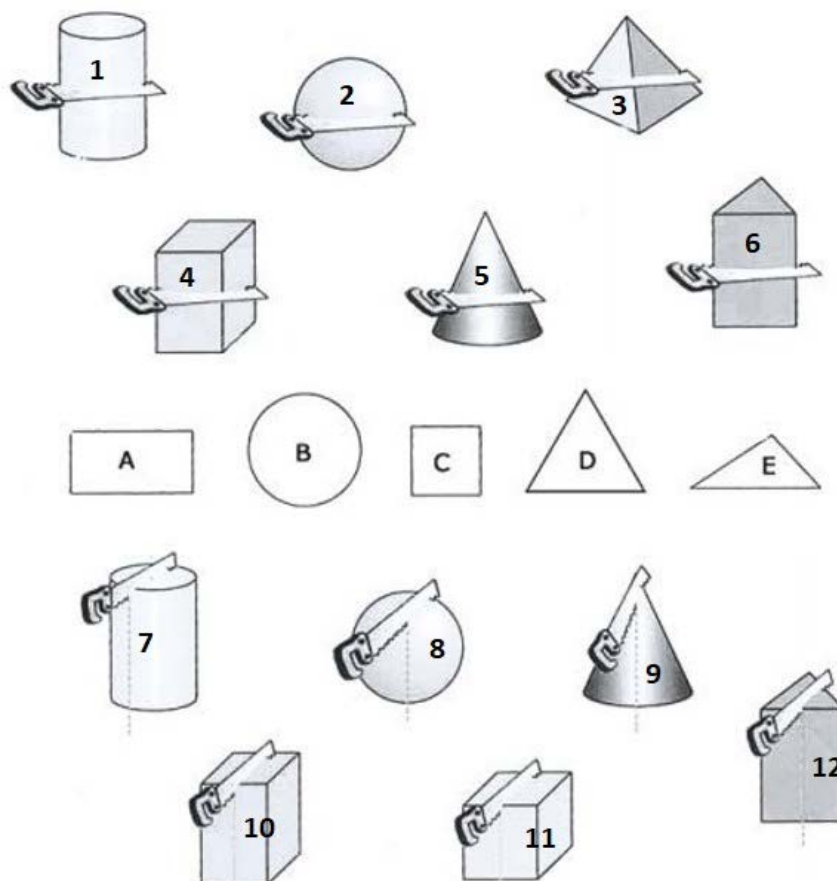
Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

22) Imagine que vamos serrar esses três sólidos da maneira indicada. Ligue cada um dos sólidos à figura que pode aparecer no corte.



Com relação às figuras acima, assinale o item correto:

- ☐ Em relação ao Retângulo A teríamos as figuras de números 4, 7, 10 e 12.
- ☐ Em relação ao Círculo B teríamos as figuras de números 1, 2, 7 e 8.
- ☐ Em relação ao Quadrado C teríamos as figuras de números 4, 6 e 11.
- ☐ Em relação ao Triângulo Equilátero D teríamos as figuras de números 3, 5 e 9.
- ☐ Em relação ao Triângulo Escaleno E teríamos as figuras de números 5, 6 e 9.

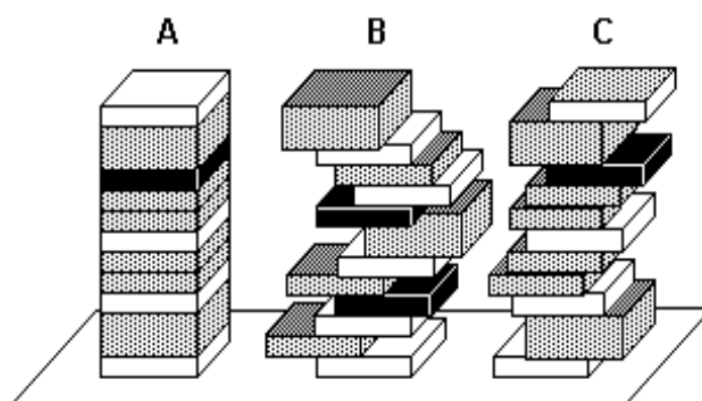
Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

23) Três crianças estavam brincando na biblioteca da escola e resolveram fazer pilhas de mesma altura, com livros, conforme a figura. A mais organizada fez a pilha A, e as outras duas fizeram as pilhas B e C. Considerando-se que todos os livros têm a mesma área de capa e que as pilhas têm a mesma altura, pode-se afirmar que:



- ☐ o volume da pilha A é maior do que o volume da pilha C.
- ☐ os volumes das pilhas B e C são iguais e maiores do que o volume da pilha A.
- ☐ o volume da pilha A é menor do que o volume da pilha B que é menor do que o volume da pilha C.
- ☐ os volumes das três pilhas são iguais.
- ☐ não existem dados suficientes no problema para decidir sobre os volumes e compará-los.

Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

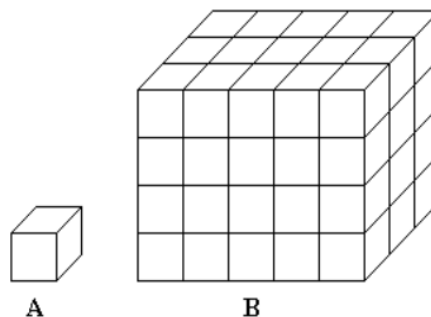
Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

24) Quantos cubos A precisa-se empilhar para formar o paralelepípedo B?

- ☐ 60
- ☐ 47
- ☐ 94
- ☐ 39
- ☐ 48



Qual/Quais conceito(s) matemático(s) estão envolvidos nessa questão?

Em relação ao nível de dificuldade da turma ao respondê-la. Quantos alunos a acertariam:

- ☐ 0-25%
- ☐ 26-50%
- ☐ 51-75%
- ☐ 76-100%

Como minimizar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nessa questão?

ANEXO C – PRODUÇÃO DOS QUEBRA-CABEÇAS: 2º ATIVIDADE (KALEFF, 2003, p. 98)



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DO CEARÁ - IFCE PRÓ-
REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
GRUPO DE PESQUISA E PRODUÇÃO DE AMBIENTES INTERATIVOS E OBJETOS DE APRENDIZAGEM -
PROATIVA

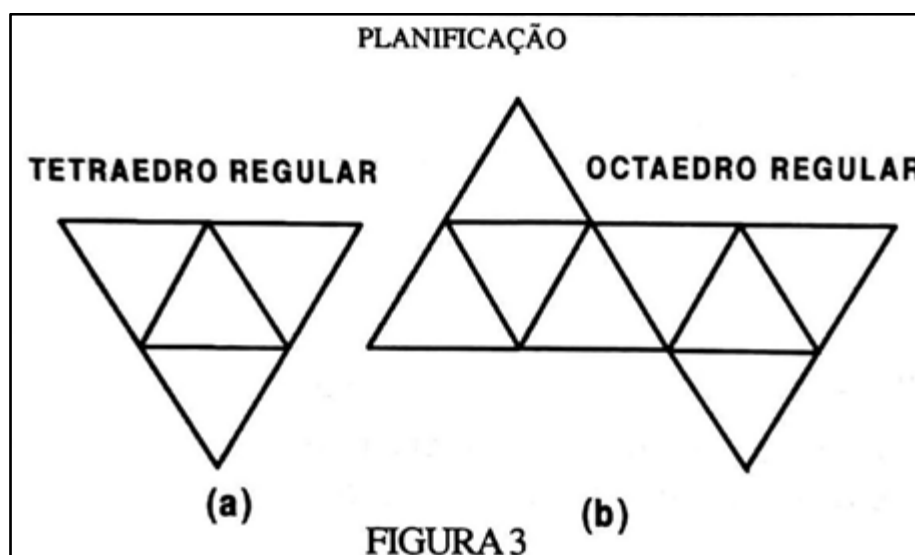
2º ATIVIDADE
QUEBRA-CABEÇA Nº 3: TETROCTA

Objetivo:

Construção de um tetraedro regular, utilizando o GeoGebra, a partir de quatro tetraedros regulares e um octaedro regular.

Composição:

Este jogo é formado por quatro peças de mesma cor, cuja planificação está desenhada na Figura 3 (a), e por uma figura de outra cor, conforme a Figura 3 (b).



ANEXO D – PRODUÇÃO DOS QUEBRA-CABEÇAS: 3ª ATIVIDADE (KALEFF, 2003, p. 98)



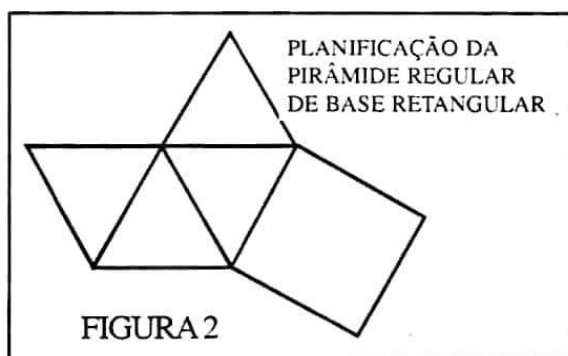
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DO CEARÁ - IFCE PRÓ-
REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PGECM
GRUPO DE PESQUISA E PRODUÇÃO DE AMBIENTES INTERATIVOS E OBJETOS DE APRENDIZAGEM -
PROATIVA

3ª ATIVIDADE

**CRIANDO QUEBRA-CABEÇAS A PARTIR DE SEÇÕES PLANAS DOS
POLIEDROS**

Objetivo: Observando esse corte que divide o octaedro em duas pirâmides (Figura 2), você é capaz de construir um outro quebra-cabeça para o tetraedro que seja formado somente de duas peças? E por quatro? E por seis? Construa as peças no GeoGebra.

• Quebra-cabeça nº 2: octapi



Objetivo

Construção de um octaedro regular a partir de duas pirâmides regulares de base quadrada.

Composição

Este jogo é formado por duas peças de mesma cor, confeccionadas a partir da planificação desenhada na Figura 2.