

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
CEARÁ – IFCE
PROGRAMA DE PÓS- GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

EUGENIANO BRITO MARTINS

**CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS MOBILIZADOS NA MANIPULAÇÃO
DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER DESCRITAS NO
TRATADO *RABDOLOGIAE* DE 1617**

FORTALEZA

2019

EUGENIANO BRITO MARTINS

CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS MOBILIZADOS NA MANIPULAÇÃO DAS
BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER DESCRITAS NO TRATADO
RABDOLOGIAE DE 1617

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) - Campus Fortaleza, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira

Área de Concentração: Ensino de Matemática.

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal do Ceará - IFCE
Sistema de Bibliotecas - SIBI
Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M379c Martins, Eugeniano Brito.

CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS MOBILIZADOS NA MANIPULAÇÃO DAS BARRAS DE
CALCULAR DE JOHN NAPIER DESCRITAS NO TRATADO RABDOLOGIAE DE 1617 / Eugeniano
Brito Martins. -
2019. 104 f. : il.
color.

Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e
Matemática, Campus Fortaleza, 2019.

Orientação: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira .

1. Barras de calcular de Napier. 2. Mobilização de conhecimentos matemáticos. 3. Formação
continuada de professores. I. Título.

CDD 510.07

EUGENIANO BRITO MARTINS

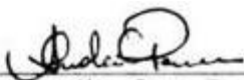
CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS MOBILIZADOS NA MANIPULAÇÃO DAS
BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER DESCRITAS NO TRATADO
RABDOLOGIAE DE 1617

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) - Campus Fortaleza, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira

Aprovada em: 28/06/2019.

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira (Orientadora)

Universidade Estadual do Ceará (UECE)



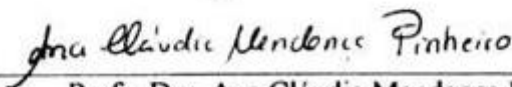
Prof. Dr. Raphael Alves Feitosa

Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Dr. Fumikazu Saito

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP)



Profa. Dra. Ana Cláudia Mendonça Pinheiro

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE)

Aos meus pais,
Francisco Martins de Menezes e
Josira Martins de Menezes
In memoriam

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, Jesus Cristo e a Virgem Maria que sempre são meus suportes espirituais, mesmo quando os esqueço, não sou jamais esquecido e sei que sempre serão meu esteio.

A minha família, minhas tias e meus irmãos pela presença, apoio e incentivo para que esta etapa fosse vencida. Não esquecendo dos meus pais, que na minha mais tenra idade, respeitaram minha curiosidade e o fato de ser canhoto, para me ensinarem as primeiras letras.

A minha orientadora professora doutora Ana Carolina Costa Pereira, pela paciência, apoio e incentivo na superação de todas as dificuldades existentes ao longo do caminhar desta pesquisa. Não apenas como orientadora, mas também pela amiga de longa data, colega de tantos eventos e tantas trocas de ideias.

Aos professores doutores Fumikazu Saito e Raphael Alves Feitosa e a professora doutora Ana Cláudia Mendonça Pinheiro pelas contribuições e sugestões que permitiram a concretização desta dissertação.

A todos professores e professoras, na pessoa da tia Zilda, minha primeira professora na alfabetização, que o tempo se encarregou de apagar a sua imagem de minha memória, porém, não me fez esquecer os ensinamentos aprendidos. Pois, eles contribuíram para a formação da pessoa e do profissional que sou. Mesmo sendo, um ser em construção, fruto de um coletivo formador.

Ao Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática – GPEHM, na pessoa de todos os seus membros que permitiram, não apenas, um espaço de debate e trocas de ideias, mas também, um local de construção e prática de saberes docentes.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE, pela liberação das atividades profissionais para poder dedicar aos estudos e a escrita dessa dissertação e todas as atividades envolvida no programa de Pós-graduação.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, pelos momentos de aprendizagem e conhecimentos proporcionados, com destaque para os professores que compartilharam seus saberes conosco.

A todos os colegas de mestrado que, de alguma forma, contribuíram para esse momento, em especial as minhas irmãzinhas Antonia Naiara de Sousa Batista e Isabelle Coelho da Silva, pelos momentos de aprendizagens vividos e compartilhados.

A amiga Verusca Batista Alves pela atenção, conversa e ajuda nos momentos mais difíceis deste trabalho. Uma dívida que não tendo preço nunca terá como ser paga e que muito agradeço.

A Suziê Maria de Albuquerque, por toda a paciência e dedicação nos momentos de planejamento, detalhamento e execução do curso de extensão universitária, troca de ideias, sugestões e apoio nos mais variados momentos.

Não temos como lembrar de todos que, direta e indiretamente, contribuíram para a concretização deste momento porém, se não os cito nominalmente, os faço de coração e memória, sendo eles alunos e ex-alunos, amigos de convivência diária ou casual pois sou o resultado de muitos e a todos agradeço.

“[...] as barras de calcular são varetas quadradas, móveis, escrita com os múltiplos simples, para realizar facilmente e sem empecilhos as difíceis operações aritméticas de todos os dias”.

John Napier (1550-1617)

RESUMO

O ensino de matemática deveria fornecer um conjunto de conhecimentos que possibilitassem a mobilização da teoria e de situações práticas. A história da matemática, é um dos recursos didáticos, que possibilita a movimentação destes conhecimentos associando situações históricas com sua instrução. Uma das formas de obter essa mobilização é com instrumentos históricos. Assim, escolhemos para esta pesquisa as barras de calcular de Napier, conforme a descrição da construção e manipulação contido no tratado *Rabdologiae* (1617) escrito por John Napier (1550-1617). Desta forma, questionamos quais os conhecimentos matemáticos podem ser mobilizados quando da manipulação das barras de calcular de Napier, presente naquele tratado, para lecionar a multiplicação. Respondemos nossa pergunta com o objetivo geral conhecer a articulação entre história e ensino da matemática presente nas barras de calcular de Napier, conforme a obra *Rabdologiae* (1617). Composto por três objetivos específicos: 1) identificar aspectos contextuais, históricos e epistemológicos da obra *Rabdologiae* (1617); 2) conhecer o uso das barras de calcular de Napier como recurso didático para a formação continuada de professor de matemática; 3) descrever aspectos metodológicos da sistematização do uso das barras de calcular de Napier na prática docente. Iniciamos o estudo identificando alguns aspectos contextuais, históricos e epistemológicos do século XVII que levaram a escrita da obra *Rabdologiae* (1617). Com o tratado em mãos, realizamos uma análise longitudinal da obra e seu conteúdo e escolhemos as barras de calcular de Napier e exploramos a sua construção e manipulação. Em seguida, apontamos os conhecimentos matemáticos presentes no instrumento, possíveis de articular história e ensino de matemática. Para conhecer as potencialidades didáticas do instrumento na formação de professores, elaboramos atividade didáticas que dialogam entre o tratado e o ensino de matemática. Realizamos o planejamento de um curso de extensão universitário, para a identificação delas possibilitando a mobilização de conhecimentos aritméticos quando da manipulação das barras de calcular de Napier. A pesquisa foi qualitativa, historiográfica e descritiva. Ao analisarmos as as potencialidades didáticas, segundo as percepções dos participantes do curso de extensão, observamos várias situações de resignificação dos conhecimentos de multiplicação dos participantes, provocados pela manipulação das barras de calcular de Napier. Assim, pudemos mostrar que o tratado possibilita a mobilização dos conhecimentos de multiplicação através de atividade didáticas.

Palavras-chave: Barras de calcular de Napier. Mobilização de conhecimentos matemáticos. Formação continuada de professores.

ABSTRACT

Mathematics teaching should provide a set of knowledge that would enable the mobilization of theory and practical situations. The history of mathematics is one of the didactic resources that enables the movement of this knowledge by associating historical situations with its instruction. One way to achieve this mobilization is with historical instruments. Thus, we chose for this research Napier's calculation bars, as described in the construction and manipulation contained in the treatise *Rabdologiae* (1617) written by John Napier (1550-1617). Therefore, we question what mathematical knowledge can be mobilized when manipulating Napier's calculation bars, present in that treatise, to teach multiplication. We answer our question with the general objective to know the articulation between history and teaching of mathematics present in Napier's calculating bars, according to the work *Rabdologiae* (1617). Composed of three specific objectives: 1) to identify contextual, historical and epistemological aspects of the work *Rabdologiae* (1617); 2) to know the use of Napier's calculating bars as a didactic resource for the continuous formation of mathematics teacher; 3) describe methodological aspects of the systematization of the use of Napier's calculating bars in teaching practice. We started a study identifying some contextual aspects, historical and epistemological seventeenth century that led to writing *Rabdologiae* work (1617). With the treatise in hand, we performed a longitudinal analysis of the work and its content, chose Napier's calculating bars, and explored its construction and manipulation. Then we point out the mathematical knowledge present in the instrument, possible to articulate history and teaching of mathematics. To know the didactic potentialities of the instrument in teacher training, we elaborated didactic activities that dialogue between the treatise and the mathematics teaching. We carried out the planning of a university extension course to identify them enabling the mobilization of arithmetic knowledge when manipulating Napier's calculation bars. The research was qualitative, historiographic and descriptive. When analyzing the didactic potentialities, according to the perceptions of the participants of the extension course, we observed several situations of resignification of the participants' knowledge of multiplication, caused by the manipulation of Napier's calculation bars. Thus, we could show that the treaty enables the mobilization of knowledge of multiplication through didactic activity.

Keywords: Napier's Calculating Bars. Mobilization of mathematical knowledge. Continuing teacher training.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – John Napier, o 8º Senhor de Merchiston.....	22
Figura 2 – Frontispício da edição de 1617 do <i>Rabdologiae</i>	25
Figura 3 –Representação das Barra de calcular de Napier.....	28
Figura 4 – Representação do tabuleiro mecânico	28
Figura 5 – Representação do Ábaco de Napier	29
Figura 6 – Um conjunto de 10 barras de calcular de Napier	34
Figura 7 – Barra de calcular de Napier com nomenclatura	35
Figura 8 – Exemplo de uma planificação das barras de calcular.....	37
Figura 9 – O número 1615 formado com as barras de calcular.....	40
Figura 10 – Representação do número 1615	42
Figura 11 – Representação das duas formas de realizar a multiplicação de 1615 por 365	43
Figura 12 – Representação do número 365	44
Figura 13 – Segunda representação da multiplicação de 1615 por 365	45
Figura 14 – Barras de calcular de Napier representando o número 1615 e o seu oposto.....	45
Figura 15 – A multiplicação de 1615 por 365 pela inversão da barra de calcular	46
Figura 16 – O Laboratório de Matemática	56
Figura 17 – Participantes do curso de extensão universitária	57
Figura 18 – Os participantes do curso de extensão em suas equipes de trabalho.....	62
Figura 19 – Participantes manuseando as barras de calcular Napier.....	63
Figura 20 – Primeira disposição das barras de calcular de Napier.....	65
Figura 21 – Registro da frequência dos algarismos nas barras de calcular de Napier.....	66
Figura 22 – Os participantes na Prática 2, Atividade 1 com as barras de calcular de Napier....	67
Figura 23 – Realizando a mudança de ordem com as barras de calcular de Napier.....	68
Figura 24 – A manipulação das barras de calcular para realizar a multiplicação.....	71

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Descrição da Obra <i>Rabdologiae</i> , 1617	29
Quadro 2 – Conteúdos abordados no curso de extensão universitária	54

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	13
2.	JOHN NAPIER E SEU RABDOLOGIAE (1617) UMA VISÃO HISTÓRICA	21
2.1.	John Napier e o contexto do século XVI- XVII	21
2.2.	A obra <i>Rabdologiae</i> (1617).....	25
3.	MANIPULANDO AS BARRAS DE CALCULAR PARA A IDENTIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS	32
3.1.	Dialogando com o texto sobre o processo de fabricação das barras de calcular	32
3.2.	Dialogando com o texto sobre o preenchimento das barras de calcular	35
3.3.	Dialogando com o texto sobre como manipular as barras de calcular de Napier	39
3.4.	Dialogando com o texto sobre a manipulação das barras de calcular na multiplicação	41
3.5.	Algumas potencialidades observadas na barra de calcular.....	47
4.	O CAMINHAR METODOLÓGICO DA PESQUISA.....	49
4.1.	Descrição da pesquisa	49
4.2.	As etapas da pesquisa	51
4.3.	Descrição do curso de extensão universitária	54
4.4.	Conhecendo o <i>lócus</i> e os sujeitos da pesquisa	55
4.5.	O curso sobre a manipulação das barras de calcular de Napier.....	58
5.	MANIPULANDO AS BARRAS DE CALCULAR PARA A MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS	61
5.1.	Descrevendo a Prática 1: Compreendendo a construção das barras de calcular.....	61
5.1.1.	<i>Apresentando a Prática 1</i>	62
5.1.2.	<i>Discutindo a Prática 1</i>	64
5.2.	Descrevendo a Prática 2: Compreendendo a representação dos números com as barras de calcular	66
5.2.1.	<i>Apresentando a Atividade 1</i>	67
5.2.2.	<i>Discutindo a Atividade 1</i>	67
5.2.3.	<i>Apresentando a Atividade 2</i>	69
5.2.4.	<i>Discutindo a Atividade 2</i>	69
5.3.	Descrevendo a Prática 3: Realizando a multiplicação com as barras de calcular.....	70
5.3.1.	<i>Apresentando a Atividade 1</i>	71
5.3.2.	<i>Discutindo a Atividade 1</i>	71

5.3.3.	<i>Apresentando a Atividade 2</i>	73
5.3.4.	<i>Discutindo a Atividade 2</i>	73
5.3.5.	<i>Apresentando a Atividade 3</i>	74
5.3.6.	<i>Discutindo a Atividade 3</i>	74
5.4.	Potencialidades didáticas observadas durante o curso	75
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS	80
	APÊNDICE A – PROGRAMA DO CURSO DE EXTENSÃO UNIVSERTÁRIA ...	84
	APÊNDICE B – PRÁTICA I	87
	APÊNDICE C – CARTÃO DA ATIVIDADE 01 DA PRÁTICA I	89
	APÊNDICE D – PRÁTICA II	90
	APÊNDICE E – CARTÃO DE ATIVIDADE 01 DA PRÁTICA II	91
	APÊNDICE F – CARTÃO DE ATIVIDADE 02 DA PRÁTICA II	92
	APÊNDICE G – PRÁTICA III	93
	APÊNDICE H – CARTÃO DE RECURSOS 01 - PRÁTICA III	94
	APÊNDICE I – CARTÃO DE ATIVIDADES 01 - PRÁTICA III	96
	APÊNDICE J – CARTÃO DE RECURSOS 02 – PRÁTICA III	97
	APÊNDICE K – CARTÃO DE ATIVIDADES 02 – PRÁTICA III	98
	APÊNDICE L – CARTÃO DE RECURSOS 03 – PRÁTICA III	99
	APÊNDICE M – CARTÃO DE ATIVIDADES 03 – PRÁTICA III	100
	APÊNDICE N – CARTÃO DE HIPÓTESES	101
	APÊNDICE O – TERMO DE LIVRE CONSENTIMENTO ESCLARECIDO	103

INTRODUÇÃO

Para ensinar matemática, sabemos que não basta apenas o domínio dos conceitos formais desta ciência. Além disso, são necessários conhecimentos referentes à didática, pedagogia, filosofia, epistemologia, dentre outros, possibilitando, assim, relacionar a realidade social dos alunos e professores com os conteúdos ensinados.

Em estudos recentes como os de Pereira e Saito (2018, 2019), uma abordagem que articula as áreas de história da matemática e a educação matemática vem sendo discutida, em específico na formação de docentes, com visto a associar conceitos formais a outros didáticos e pedagógicos (PEREIRA; SAITO, 2019). Mesmo sabendo que a história da matemática não é um recurso didático que seja aplicado em todas as situações e que o docente tem um currículo a lecionar (FRIED, 2001), compreendemos que sua inserção tem muito a contribuir para o ensino desta área.

Atinente a isso, nossa pesquisa enfoca uma tentativa de articulação da história da matemática com o ensino, possibilitando o reconhecimento da matemática como uma criação humana, proveniente de resultados de necessidades práticas de comunidades (D'AMBROSIO, 2000; MIGUEL; MIORIM, 2004).

Porém, para que haja a integração da história da matemática com o ensino dos diferentes conteúdos, o docente que leciona matemática necessita que sua formação, inicial ou continuada, o tenha preparado para articular essas duas áreas de conhecimentos (BARONI; TEXEIRA; NOBRE, 2009).

Ao passo que essa formação possibilita ao docente de matemática conhecimento para articular a história com o ensino, essa conexão é realizada de diversas maneiras, por meio de recursos que a própria história fornece, como por exemplo, as histórias em quadrinhos (HQs), pesquisa historiográfica, a modelagem, a simulação, as encenações teatrais, a unidade básica problematizadora (UBP), museus, documentos históricos. Todos eles com o intuito de promover uma melhor aprendizagem.¹

Ainda como recurso para uma interação entre a história e o ensino da matemática, temos a construção e/ou a manipulação de instrumentos históricos. Para a utilização desses recursos, alguns estudos o associam com a escolha de um texto em que a sua construção e utilização é descrito (PEREIRA; SAITO, 2018, 2019).

¹ Para maiores informações, veja: Mendes (2009); Saito e Dias (2011); Silva (2013); Pereira e Pereira (2015); Saito (2015); Chaquiam (2017).

Para tanto o docente escolhe aquele que melhor se adeque aos conceitos matemáticos que deseja mobilizar e que de alguma forma resultaram em dificuldade de aprendizagem. Além disso, não podemos esquecer que a função do docente é ensinar matemática (FRIED, 2001), então, a procura por um instrumento, deve refletir a possibilidade de sua utilização didática ou pedagógica, caracterizando o que Saito (2016) denomina de intencionalidade do educador matemático ao escolher a obra ou o instrumento que será utilizado para o ensino.

Uma forma de inserir a história da matemática em sala de aula está nas pesquisas que buscam a articulação desta com o ensino da matemática, criando-se, assim, interfaces que conectam as duas áreas. Desde a década de 1980, diversos autores brasileiros tais como Mendes (2009), Silva (2013), Pereira e Pereira (2015), Chaquiam (2017), dentre outros, desenvolveram pesquisas e publicaram livros com essa abordagem. No entanto, esses estudos diferenciam-se pelo contexto historiográfico tradicional².

Diferentemente, nesta pesquisa, realizamos uma tentativa de articular a história com o ensino de matemática baseada numa historiografia atualizada³, mobilizando conhecimentos de uma época passada para que a compreensão da forma como foram elaborados possam estabelecer um diálogo com conhecimentos do presente, e assim, superar as dificuldades conceituais por meio da construção de interfaces. A proposta que adotamos, segue as ideias de Saito (2014, 2015, 2016) e Pereira e Saito (2018, 2019) quando da realização de diálogos entre as duas áreas de conhecimento.

A proposta de Saito (2015) consiste na compreensão do objeto matemático histórico com base nos conhecimentos da época de sua produção, evitando-se assim, que os conceitos matemáticos identificados sejam descaracterizados do real contexto em que foram concebidos descrevendo-os de forma anacrônica e progressista.

Para tanto, compreendemos a construção de interface como o conjunto de ações e produções destinadas a promover a reflexão sobre o percurso histórico na elaboração do pensamento matemático, baseando-se na epistemologia de sua concepção. (SAITO; DIAS, 2013)

Além disso, é necessário considerar que as duas áreas de conhecimentos, história da matemática e educação matemática, estão sendo considerados com o intuito de produzir uma

² “Na historiografia tradicional o passado é visto com os olhos de hoje. Admite-se que a ciência teria se desenvolvido progressiva e linearmente. Nessa perspectiva, a História da Ciência representaria o progresso do espírito humano e da sociedade” (SAITO, 2014, p. 20)

³ “A Historiografia atualizada procura partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente e não o contrário.” (SAITO, 2015, p 27)

atividade que possa ser aplicada no ensino. Entretanto, é necessário que os pesquisadores interessados estabeleçam um diálogo entre elas tomando como base algo que lhes seja comum.

Esse diálogo pode emergir de um documento histórico, ou de um fragmento deste, de um instrumento, de um monumento, de uma foto, de uma imagem, entre outros (PEREIRA; SAITO, 2018). Isto é, aquilo que o historiador identifica como fonte histórica e o educador matemático, por sua vez, identifica neles um objeto matemático.

Nota-se que a forma como ocorre a construção da interface propõe que a concepção historiográfica utilizada seja a atualizada, pois ela possibilita a compressão da elaboração do conhecimento matemático sob a análise da epistemologia disponível na época de sua concepção e a percepção dos fatores contextuais que influenciaram no desenvolvimento dela.

Com base nisso, a escolha do documento que será utilizado na construção da interface deve ser criteriosa, pois dificilmente ele poderá ser inserido em uma atividade didática sem que as barreiras da língua em que foi escrito, da época de sua elaboração e de sua finalidade passem inicialmente por um tratamento que propicie sua adequação.

Assim, essa adequação é o resultado do diálogo existente entre o educador matemático e o historiador da matemática, evitando que as diversas particularidades que caracterizam o documento em utilização, torne-se uma barreira que atrapalhe a mobilização dos conhecimentos, quando da aplicação docente.

Sendo esta uma razão para que a escolha do documento a ser utilizado apresente conhecimentos matemáticos, que possibilite o desenvolvimento dos conceitos relacionados ao nível de ensino onde será aplicado e permita a sua compreensão da forma como foi a produção do conhecimento sintetizado no documento (SAITO; DIAS, 2013)

Desta forma, amenizando as questões de linguagem, o documento que será utilizado para estabelecer o diálogo que inicia a construção da interface, motivará a realização de dois movimentos. Estes, são independentes em sua finalidade, ocorrendo de forma simultânea, assim, eles se sucedem em qualquer ordem e ao mesmo tempo. Os denominamos de “movimento do pensamento na formação do conceito matemático” e “o contexto no qual o conhecimento é desenvolvido” (PEREIRA; SAITO, 2018)

Estes dois movimentos são definidos por Pereira e Saito (2018) como:

O primeiro está relacionado com o pensamento na formação do conceito matemático. Trata-se de buscar no processo histórico o movimento do pensamento da apreensão do objeto e, portanto, do desenvolvimento do conceito. Esse movimento, que tem por pressuposto o objeto matemático em formação, permite que a formação de ideias componha a lógica do movimento do pensamento. Contudo, para que o lógico não prevaleça sobre o epistemológico e os fundamentos da matemática sobre a própria matemática e suas aplicações, prima-se na construção da interface a busca pelo

contexto de formação desses objetos, evitando-se anacronismos e a sobreposição de temas históricas aos propósitos do ensino.

Assim, o segundo movimento se refere ao contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos, isto é, procura observar agora o conteúdo matemático, método e os motivos por trás da escrita do documento, contextualizando na época em que foi elaborado e, portanto, considerando todas as características de ordem matemática, técnica e epistemológica como propõe uma historiografia contemporânea (PEREIRA; SAITO, 2018, p. 4).

Ao conhecer os trabalhos de Saito (2015) e Saito e Dias (2011, 2013) durante os estudos no Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática – GPEHM, percebemos a possibilitada de realizarmos um estudo sobre um dos tratados matemáticos já conhecidos dos membros deste grupo.

Assim, escolhemos para esta pesquisa o tratado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus*⁴, de 1617, escrita pelo escocês John Napier (1550-1617). Esta edição foi impressa em latim medieval, por Andreas Hart, tipógrafo que já tinha publicado outras obras do autor.

Nele o autor apresenta alguns instrumentos que tem a finalidade de facilitar a realização dos cálculos aritméticos de diversas operações básicas, tais como a multiplicação, divisão, a extração de raízes e a potenciação. aritméticos. Nesta pesquisa, demos um enfoque principalmente nos conteúdos relacionados à multiplicação.

Para tanto, o instrumento conhecido como barras de calcular de Napier, descritas por John Napier (1550-1617) no documento *Rabdologiae* (1617), foi por nós o escolhido para ser estudado, buscando a compreensão da forma como a mobilização dos conceitos matemáticos ocorreram no início do século XVII. Sendo uma obra escrita e impressa na primeira metade de 1.600, antecedendo-se o início do processo de organização das ciências modernas.

O primeiro contato que tivemos com essa obra ocorreu durante o período que lecionávamos no Colégio Militar do Corpo de Bombeiros (CMCB-CE) do Estado do Ceará. Neste colégio, de 2007 até 2014. Nele tínhamos um programa de Iniciação Científica Junior (IC-Jr), nos moldes do CNPq, e orientávamos os alunos do Ensino Médio, que integravam um grupo que pesquisavam sobre aplicações em matemática.

Associado a isso, em 2013, a partir da criação do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), na Universidade Estadual do Ceará (UECE), pela docente doutora Ana Carolina Costa Pereira, foi estabelecida uma parceria entre os componentes do dois grupos, de modo que o projeto de IC-Jr pôde obter contribuições a partir da relação com o

⁴ Ao longo do texto o nome completo da obra será referenciado como *Rabdologiae* (1617)

grupo, em uma das linhas de pesquisa investigadas pelo GPEHM – o estudo de temáticas voltadas a história da matemática e os instrumentos históricos.

Com isso, estabelecemos no CMBC-CE, junto com estudantes, um grupo composto com aqueles que se interessavam em estudar nessa linha de pesquisa e propomos que pesquisassem sobre um instrumento histórico matemático conhecido até então como as barras de calcular de Napier. Com o resultado da pesquisa bibliográfica, obtivemos a obra *Rabdologiae* (1617). A partir disso, pudemos iniciar outros processos investigativos sobre o instrumento, agora tendo em posse a obra no qual ele foi divulgado.

Para isso, quando da execução desta pesquisa, realizamos durante o primeiro semestre de 2018, uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES⁵, para a identificação de pesquisas que utilizaram o instrumento barras de calcular de Napier e a forma como foi realizada a conexão com docentes. Assim, empregamos como termos de busca: barras de Napier, instrumentos históricos da matemática, formação de professores.

Com relação aos estudos que relacionam as barras de Napier com o ensino da matemática, encontramos nove trabalhos, no qual, após uma leitura de seus resumos selecionamos três por estarem mais próximos ao que desenvolvemos. Nesses aspectos, no primeiro estudo selecionado, Ferreira (2011) relaciona o ensino com a utilização das barras de calcular e discute os resultados da realização de oficinas de formação para docentes sob diferentes formas históricas de realizar a multiplicação, entre estas, estão as barras de calcular de Napier. Além disso, ela faz uma descrição histórica sobre John Napier, apresentando a construção das barras e a forma como elas devem ser utilizadas para a obtenção do resultado de uma multiplicação. A autora apresenta falas dos participantes sobre facilidade de realizar a operação citada com a utilização do instrumento e a possibilidade destas serem utilizadas no ensino da matemática.

Outro estudo foi o de Soares (2011) no qual ele apresenta as barras como uma melhoria do método da gelósia, que segundo o autor, possibilitou um aumento significativo na velocidade de realização dos cálculos de multiplicações no século XVII, que já eram constituídas de grandes fatores que levavam tempo para obtenção do produto. Ao final ele apresenta uma atividade a ser aplicada, com a finalidade de ensinar a utilização das barras para a multiplicação.

Já na pesquisa de Haddad (2015) as barras são apresentadas para a realização da divisão de dois números, em que é exibida uma descrição do processo de divisão com elas. O aspecto

⁵ <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

histórico foi inserido em uma revisão dos diferentes métodos de divisão utilizados por variadas culturas humanas, sua aplicação é realizada em uma turma de formação de docentes.

Quando realizamos a busca relacionada aos instrumentos históricos da matemática, encontramos doze pesquisas, em que também efetuamos uma leitura de seus resumos para identificar aqueles que pudessem contribuir mais proximamente a nossa pesquisa. Entre eles, temos a pesquisa de Di Beo (2015), na qual foi realizada uma análise da obra *Trattato del Radio Latino*, publicada no século XVI e escrito por Latino Orsini (1517-1586).

Di Beo (2015) analisa a construção do instrumento *Radio Latino*, atentando-se para os conhecimentos matemáticos da época e como se daria a mobilização destes através da construção do mesmo, pois ele representa um momento da história que privilegia o saber fazer. Para tanto, a autora propõe duas atividades orientadoras de ensino, com a proposta de formalizar interface entre a história e o ensino de matemática, conforme as etapas propostas por Saito e Dais (2013).

Já com relação aos estudos que buscam a formação docente, foram encontradas 35 pesquisas, em que, também após a leitura de seus resumos, sendo selecionadas cinco. Destas, temos Batista (2018) que estudou a construção da balestilha na obra de *Chronographia, Reportorio dos Tempos... (1603)*, de Manoel de Figueiredo. A autora utiliza a descrição contida no tratado para elaborar atividades que mobilizem os conceitos matemáticos presentes no instrumento, com a finalidade de estabelecer uma relação entre o contexto histórico em que a obra foi escrita e o ensino de matemática. Com estas atividades, a autora propõe um curso de extensão universitária para um grupo de docentes em formação, buscando estabelecer uma interação entre a história e o ensino de matemática. Em seus resultados, ela apresenta situações em que os participantes identificaram diferentes conteúdos matemáticos que estavam contidos no processo de construção e uso do instrumento.

Outra autora que pesquisa o contexto histórico, contextual e epistemológico presente em um instrumento matemático é Castillo (2016). Sua pesquisa consistiu na mobilização de conhecimentos matemáticos presentes na construção do instrumento matemático conhecido como báculo (*cross-staff*). Assim, identificando potencialidades didáticas existentes quando da construção e manipulação do instrumento, para a elaboração da interface entre história e ensino de matemática.

No entanto, embora alguns estudos já tenham sido desenvolvidos partindo de uma tentativa da construção de uma interface entre a história e o ensino de matemática, nenhum deles se propôs, até então, a elaboração de uma que mobilize os conhecimentos matemáticos

que possivelmente emergem da manipulação do instrumento matemático conhecido por barras de calcular de Napier.

Desse modo, nossa pesquisa busca responder à pergunta: Quais conhecimentos matemáticos são mobilizados na manipulação das barras de calcular de Napier, presente na obra *Rabdologiae* (1617), para o ensino de multiplicação?

Na tentativa de responder o questionamento, delineamos como objetivo geral do estudo conhecer a articulação entre história e ensino da matemática presente nas barras de calcular de Napier com base na obra *Rabdologiae* (1617).

Para isso, temos como objetivos específicos: 1) identificar aspectos contextuais, históricos e epistemológicos da obra *Rabdologiae* (1617); 2) conhecer o uso das barras de calcular de Napier como recurso didático para a formação continuada de professor de matemática; 3) descrever aspectos metodológicos da sistematização do uso das barras de calcular do Napier na prática docente.

Para o desenvolvimento do estudo, nos pautamos na metodologia de cunho qualitativa, histórico documental e descritivo, de forma a apresentar os conteúdos contidos nos processos de descrição e construção das barras, para então partimos para a manipulação do instrumento. Feito isso, realizamos a aplicação de um curso de formação docente, no qual adotamos postura de uma pesquisa participante, em que primamos pela descrição das falas dos participantes e nos significados das suas colocações. A partir disso, estruturamos nosso estudo em cinco capítulos.

No capítulo um, apresentamos as primeiras ideias da pesquisa desenvolvida, em particular, sua problemática, justificativa, pergunta diretriz, objetivo geral, objetivos específicos. Também, um primeiro contato com o estudo que foi desenvolvido a respeito da manipulação do instrumento barras de calcular de Napier.

No segundo capítulo, buscamos apresentar um breve contexto dos séculos XVI e XVII, período em que John Napier (1550-1617) viveu, destacando algumas informações sobre as influências dele e sua relação com os estudos nas matemáticas. A partir disso, adentramos na obra *Rabdologiae* (1617), de modo a fornecer uma síntese que serviu de base para a manipulação das barras de calcular de Napier, descrito neste tratado.

No terceiro capítulo, abordamos os processos descritos por Napier (1617) para a confecção e manipulação das barras de calcular de Napier. Assim, ao descrever o processo que permite elaborar e manipular o instrumento de Napier (1617), buscamos estabelecer um diálogo com o texto original, na tentativa de compreender as questões matemáticas e epistemológicas presentes. Também, estando atento para a necessidade de adequar o que foram escritos na época para a linguagem atual, de modo a possibilitar a sua aplicação no ensino de matemática na busca

da construção de interfaces, a esta maneira de lidar com o texto denominamos de tratamento didático.

O capítulo quatro aborda o caminho metodológico adotado no processo desse estudo, em que destacamos o tipo de pesquisa e o percurso desenvolvido. Também apresentando um curso de extensão universitária, intitulado “Os conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das Barras de Calcular de John Napier descritas na obra *Rabdologiae* (1617)”, assim como seu planejamento, desenvolvimento e os instrumentos adotados para a coleta de dados.

No quinto capítulo, é apresentado uma descrição das potencialidades didáticas emergidas ao longo do curso de extensão universitária realizado, como também é descrito alguns dos conhecimentos matemáticos que foram mobilizados pelos participantes. Não nos restringindo somente a elas, buscamos compreender situações apresentadas e como os participantes estavam mobilizando seus conhecimentos para realizar a manipulação do instrumento.

As considerações finais desta pesquisa são resultado de uma inquietação que acompanha não apenas o docente que leciona matemática, mas também, o aprendiz que não se satisfaz em obter conhecimentos que não possuem uma finalidade prática, que não são utilizados para a solução de alguma situação- problema presente na sociedade circunvizinha. Como toda pesquisa, esta não está finalizada, pelo contrário, desdobra-se em novos questionamentos que se abrem em novas buscas.

Desse modo, no capítulo seguinte, iremos abordar sobre o contexto de desenvolvimento dos séculos XVI-XVII, época em que John Napier (1550-1617) viveu, relacionando algumas informações sobre seus estudos e o seu instrumento. Também, adentraremos no documento *Rabdologiae* (1617), buscando sintetizar os principais conhecimentos que subsidiaram a manipulação das barras de calcular de Napier.

2. JOHN NAPIER E SEU RABDOLOGIAE (1617): UMA VISÃO HISTÓRICA

Os instrumentos matemáticos⁶, tais como: a balhestilha, o quadrante náutico e as réguas de cálculo, assim definidos, fazem parte de um momento histórico em que emergiu um grande desenvolvimento social, político e econômico em países europeus, como a Inglaterra, Portugal, Escócia e outros. Eles faziam parte da necessidade de uma maior precisão na obtenção medidas e cálculos e a descrição de suas construções encontram-se presentes em tratados elaborados para atender a um público específico.

Entre estes tratados temos o *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus* (1617) escrito por John Napier (1550-1617), um proprietário de terras que dedicou parte da sua vida ao estudo das matemáticas. Sua obra aborda um instrumento conhecido como as barras de calcular de Napier, explicando como construir e manusear tal objeto para a realização de algumas operações, tais como, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Neste capítulo, iremos apresentar um breve contexto dos séculos XVI e XVII, período em que John Napier viveu, destacando algumas informações a respeito das suas principais influências para o estudo das matemáticas. A partir disso, iremos adentrar na obra citada, principal fonte desse estudo, de modo a fornecer um resumo que serviu de base para a manipulação das barras de calcular, de acordo com as explicações de Napier (1617).

2.1 John Napier e o contexto do século XVI - XVII

A Europa dos séculos XVI e XVII foi o ambiente do final do Renascimento e do início da Idade Moderna. Esses momentos históricos não ocorrem de forma igual para todos os países. Enquanto uns estão iniciando nas ideias iluministas da renascença, outros, como Portugal e Espanha, já se aventuravam para além do continente, explorando o mar Tenebroso, descobrindo as Américas, aventurando-se pela África e estabelecendo a rota marítima até a Ásia. Como resultado deste processo de navegação, a Europa passou a receber uma quantidade muito grande de produtos orientais e de especiarias.

⁶ Ver Saito (2015).

A partir disso, o comércio sofreu uma expansão significativa e a agricultura passou a não ser mais a única forma de vida para o cidadão, surgindo novas oportunidades junto aos estaleiros na construção de navios e nas tripulações para realizar as viagens comerciais.

Além disso, estas mudanças impactaram a sociedade, que passou a buscar novos conhecimentos, provocando uma maior demanda por publicações de tratados que trouxessem esses novos saberes, como por exemplo, os números hindu-arábicos e a forma como se deviam realizar as operações conhecidas.

Neste momento, a demanda comercial apresentou um aumento da quantidade de cálculos necessários para juros e seguros, viagens e impostos a serem coletados e aqueles que tinham conhecimentos matemáticos, buscaram formas de agilizar a rapidez na realização das contas. Entre estes, temos John Napier (1550-1617), com seu estudo para elaboração dos logaritmos, em que, ele os descreveu em suas obras, além do documento aqui estudado. O tratado *Rabdologiae* (1617) apresenta alguns instrumentos que foram desenvolvidos pelo autor, para facilitar os cálculos de construção dos logaritmos. Assim, vamos conhecer um pouco sobre este matemático e depois suas obras.

John Napier (Figura 1) nasceu em 1550, em Merchiston, próximo a Edinburgh, na Escócia. Filho de uma família nobre, com diversas propriedades, influentes na administração escocesa, destacando-se como juízes e, até mesmo, como administradores do tesouro nacional. Segundo Napier (1834) e Steward e Minto (1787), aos 13 anos de idade, após estudos domésticos, ele ingressou na faculdade de Teologia do S^t Salvador College, que fazia parte da S^t Andrews University no ano de 1563.

Figura 1 - John Napier, o 8º Senhor de Merchiston.



Fonte: Rice, González-Velasco (2017, p. ii).

A decisão de Napier de ingressar na faculdade de Teologia teria provocado a primeira discussão com seu pai, que desejava que seu filho cursasse Engenharia. Durante seu primeiro ano na Universidade, ele resolveu abandonar os estudos, seguindo a orientação de seu tio Adam Bothwell (1527-1593), Bispo de Orkney, ele viajou para a Europa continental para continuar sua formação (MAOR, 2006).

Steward e Minto (1787) afirmam que Napier esteve na Europa continental de 1566 até 1571, não sabendo ao certo em que países ou universidades ele esteve. Tanto Steward e Minto (1787), como Maor (2006), afirmam que ao retornar para a Escócia ele era estava fluente nas línguas clássicas (latim e o grego clássico) e com profundos conhecimentos sobre as matemáticas.

Embora seu tio fora o motivador de sua ida ao continente europeu, quando Napier retornou a Escócia, o fez como um ferrenho defensor da reforma religiosa, tendo como seu primeiro livro o *A Plaine Discovery of the Whole Revelation of St. John*⁷, publicado em 1593, em que apresenta a sua interpretação para o Apocalipse de São João.

Nesse retorno Napier, não voltou a viver na casa paterna, indo fixar residência em Gartness próximo ao rio Endrick. Somente após a morte de seu pai é que ele retornou ao Castelo de Merchiston, para assumir as propriedades da família como o 8º Laird⁸.

É neste período que Napier escreveu seus diversos tratados voltados para a utilização da aritmética, algumas deles publicadas em vida, outras *pós-mortem*. Estes tratados são voltadas para auxiliar na realização de cálculos, sendo conhecidos: *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (1614); *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus* (1617); *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* (1619) e *De Arte Logistica* (1839).

Em 1614, Napier publicou o *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (A Descrição das Maravilhosas Regras dos Logaritmos), no entanto, em uma carta de 1597, endereçada a Antony Bacon (1558-1601), primeiro ministro da Inglaterra, ele já apresenta obra. Ela possui 172 páginas, distribuídas em dois livros, no qual o primeiro tem 5 capítulos e o segundo tem 6 capítulos. Nesta obra John Napier preocupa-se em apresentar a utilização dos logaritmos, de base $10^7 = 10.000.000$, para a simplificação dos cálculos.

⁷ Uma descoberta do plano de toda a revelação de São João.

⁸ O título de Laird é equivalente ao de Lord no que diz respeito as prerrogativas, porém com uma posição hierárquica inferior a este.

Após a sua morte, é publicado, em 1619, o tratado *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* (A construção das Maravilhosas Regras dos Logaritmos). Neste livro são apresentadas proposições matemáticas para a validação dos logaritmos, com 52 páginas, divididas em quatro partes. O autor argumenta logicamente a construção matemática deles. Essas divisões são apresentadas a seguir: A construção do maravilhoso cânone dos logaritmos, ou, a tabela artificial e sua relação com os números naturais: composta de 60 proposições. Nele é apresentado a contribuição de Henry Briggs (1561-1630), para a utilização do logaritmo na base 10.

O último tratado conhecido de Napier foi publicado em 1839, graças ao empenho de Mark Napier, seu sobrinho neto e um de seus biógrafos. O tratado *De Arte Logistica* (Da ciência de calcular) expõe a preocupação de Napier com a realização de cálculos. Além disso, ele destaca sua preocupação com a forma como esses cálculos devem ser realizados, na abertura do capítulo um, quando ele escreve “A logística é a ciência de calcular melhor” (*Logistica est ars bene computandi*) (NAPIER, 1839, p. 3). A obra possui 158 páginas, ao longo das quais o autor descreve detalhadamente a maneira correta para a realização das operações matemáticas de somar, subtrair, multiplicar, dividir, potenciação e radiciação, além do cálculo das regras de três simples e composta.

No tratado *Rabdologiae* (1617), Napier apresenta três instrumentos que auxiliam no cálculo das operações aritméticas. Na ordem que aparecem, temos as barras de calcular de Napier e o tabuleiro mecânico, que são destinados para as multiplicações, divisões, potenciações e extração de raízes. Enquanto o ábaco de Napier realiza, além destas operações já citadas, a soma e a subtração. No tópico 2.2, adiante, faremos uma descrição mais detalhada desta obra.

Mesmo com a produção destes tratados, Napier não tinha pares com quem conversar, pois a sua sociedade era caracterizada por “[...] orgulhosos barões, de uma hospitalidade bárbara, onde as caçadas, a arte militar e a controvérsia religiosa ocupavam o tempo e a atenção de seus contemporâneos e, onde a sociedade não tinha sido instruída para afrontá-lo em suas pesquisas” (STEWART; MINTO, 1787, p. 9)⁹. Temos, em pleno século XVII, uma pessoa extremamente culta e interessada em contribuir com a melhoria da sociedade, propondo formas mais eficazes de produção agrícola e de máquinas de guerras para a Grã-Bretanha.

O falecimento de Napier ocorreu em 4 de abril de 1617, data esta assumida por Stewart e Minto (1787) e Napier (1834). Mesmo com toda a contribuição a sociedade escocesa e

⁹ No original, lemos: “[...] proud Barons, where barbarous hospitality, hunting, the military art, and religious controversy, occupied the time and attention of his contemporaries, and where he had no learned society to affit him in his reserarches.” (STEWART; MINTO, 1787, p. 9).

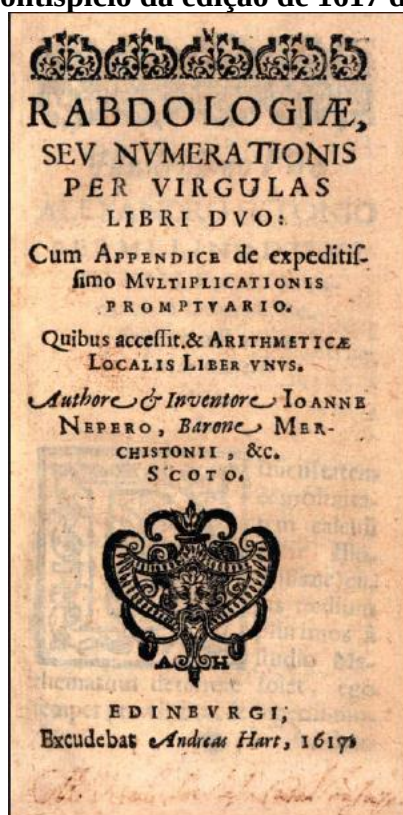
britânica, que ultrapassou ao tempo até nossa época, ele é quase um esquecido, a tal ponto de seu túmulo, na Igreja de Saint Cuthbert, Edinburgo, ser de difícil localização (MAOR, 2006).

2.2 A obra *Rabdologiae* (1617)

O tratado que foi analisado nesta pesquisa foi escrito em 1615. Percebemos ao longo do texto que o autor cita este ano em diversos exemplos, porém ele só foi publicado em 1617. Como muitas das obras da época, seu título apresenta os conteúdos que o leitor encontrará em seu interior, assim temos “Os dois livros de calcular com pequenas varetas (*Rabdologiae, seu numerationis per virgulas libri duo*).

Observando o frontispício (Figura 2), a seguir, logo após o título há uma frase no qual o autor explica que o tratado contém “um apêndice do método de multiplicação muito rápido através do qual acessa-se um livro de matemática local” (*Cum appendice de expeditissimo multiplicationis promptuario. Quibus accessit & Arithmeticae localis liber unus*).

Figura 2 – Frontispício da edição de 1617 do *Rabdologiae*.



Fonte: Napier (1617, frontispício).

Após o título do tratado temos a identificação do autor *Ioannes Neperus*, antecedida da afirmação que ele foi inventor (*Inventore*) dos instrumentos descritos. A impressão ficou sob a

responsabilidade de Andreas Hart (f. 1621), um escocês conhecido por seu comércio de livros. Notamos, ainda, que a data de publicação está grafada em algarismo hindu-arábicos, o que não era habitual na época.

Neste período, o título de um tratado apresentava uma descrição dos conteúdos presente em suas páginas. Napier (1617) não foge à regra e apresenta no título que a obra apresenta forma de realizar cálculos com menos tempo. Porém, a invenção destes instrumentos não foi com esta finalidade, com apresentado por Rice e Gonzáles-Velasco (2017, p. 49, tradução nossa):

Como parte do cálculo de suas tabelas logarítmicas, Napier inventou uma série de ferramentas de cálculo que ele descreveu na *Rabdologia*. Inicialmente Napier não considerou nenhum deles digno de ser publicado, mas tendo compartilhado suas invenções com seus amigos, eles estavam se tornando conhecidos na Escócia e no exterior e corriam o risco de serem apropriados por outros.¹⁰

Desta forma, dentre os motivos da escrita do tratado, não era interesse do autor a divulgação dos instrumentos por ele desenvolvido, como fica claro, ao dedicá-la a seu amigo Sir Alexander Seton¹¹:

Realizar cálculos (Noble Sir) é um difícil e demorado processo, cujo tédio impede muitos do estudo da Matemática. Eu sempre tentei, com tanta força e talento quanto possuo, agilizar o processo. Foi com este fim em vista que produzi nos anos anteriores meu cânon de Logaritmos, no qual eu havia trabalhado por um longo período. Nisso eu abandonei números naturais e as operações mais difíceis que são realizadas por meio deles e substituímos outros que alcançam o mesmo resultado pela simples adição, subtração e divisão por dois ou três. (NAPIER, 1617, f. 1, tradução nossa)¹²

Observamos pelo trecho da dedicatória que o objetivo de Napier era substituir os cálculos com números naturais, que ele considerava complicados e difíceis de serem realizados, e passar a utilizar os logaritmos. Assim, ele criou alguns instrumentos que facilitaram os cálculos para a construção das tabelas logarítmicas. Napier (1617) cita as duas razões principais da publicação deste tratado:

¹⁰ No original, lemos: As part of the computation of his logarithmic tables, Napier invented a number of calculating tools which he described in the *Rabdologiae*. Initially Napier had not considered any of them worth publishing but having shared his inventions with his friends, they were becoming known both in Scotland and abroad and were in danger of being appropriated by others. (RICE; GONZÁLES-VELASCO, 2017, p. 49).

¹¹ Alexander Seton, 1º Conde de Dunfermline (1555–1622) foi um advogado, juiz e político escocês. Ele serviu como Senhor Presidente do Tribunal de Sessão de 1598 a 1604, Lorde Chanceler da Escócia de 1604 a 1622 e Alto Comissário do Parlamento da Escócia.

¹² No original, lemos: Difficultatem & prolixitatem calculi (vir illustrissime) cujus ttaedium plurimos astudio Mathematicum deterrere folet, ego semper pro viribus, & ingenii modulo conatus sum e medium tolere. Atque hoc mihi sine proposito Logarithmorum canonem a me longo tempore elaboratum superioribus annis edendum curavi, qui rejectis naturalibus numeris, & operationibus quae per eos siunt, difficilioribus, alios substituit idem praestantes per faciles additiones, subtractiones, bipartiones, & tripartiones. (NAPIER, 1617, f.1)

Eu tinha duas razões para fazer o meu livro, sobre a fabricação e uso das barras de calcular, disponíveis ao público. A primeira foi a de que as barras foram bem aceitas por tantas pessoas que quase se podia dizer que já eram de uso comum, tanto na Escócia, como no exterior. A outra razão, foi o fato de teres chamado à minha atenção e que gentilmente aconselhou-me a publicá-los, para que não sejam publicados sob o nome de outra pessoa (NAPIER, 1617, f. 3, tradução nossa)¹³

Aparentemente, Napier não iria divulgar seus inventos que fizera para facilitar os cálculos dos logaritmos, só o fazendo por insistência do amigo Alexander Seton e para assegurar que seu nome estaria ligado às invenções que realizara. Assim, que instrumentos são estes, segundo Napier (1617, f. 3, tradução nossa)

Nesse meio tempo, no entanto, para o benefício daqueles que prefiro operar com os números naturais como eles são, eu trabalhei três outros métodos curtos de cálculo. O primeiro deles, que chamo de Rabdologia, usa bastões com números neles. O segundo, que para multiplicação é o mais rápido de todos, usa tiras dispostas em uma caixa; para isso, o nome do prontuário para Multiplicação não será inapropriado. O terceiro e último usa localização aritmética e é realizada em um tabuleiro de xadrez.¹⁴

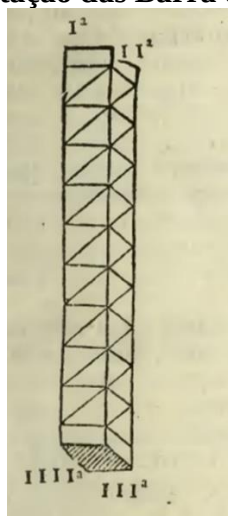
Observamos que os instrumentos de Napier são para uso com os números naturais, objetivando facilitar o enfadonho processo de realização dos cálculos (NAPIER, 1617). Então, a partir da preocupação com a necessidade de realizar cálculos mais rápidos e com precisão, o tratado apresenta a construção e a utilização dos três instrumentos de cálculos (Figura 3, 4 e 5).

O primeiro instrumento apresentado no tratado, são as barras de calcular de Napier (Figura 3). Seu formato físico corresponde ao que atualmente denominamos prisma de base quadrada, contendo em suas faces quadrados divididos pela diagonal, nos quais serão inseridos números, de modo a permitir a realização de multiplicações, divisões, potenciações e radiciações.

¹³ No original, lemos: Ut autem libellum de Fabrica & vsus virgularum publici juris facerem, hoc imprimis impulit, quod eas non folum viderem permultis ita placuiffe, ut jam fere fint vulgares, & in exteris etiam regiones deferantur : fed perlatum quoque fit ad aures meas humanitatem tuam mihi confuluiffé utid ipfum facerem. (NAPIER, 1617, f. 3)

¹⁴ No original, lemos: Interea tamen in gratiam eorum qui per ipsos números naturales ooblatos operari maluerint, tria alia calculi compedia excogitavimus: quórum primum est per virgulas numeratrices, quod Rabdologiam vocamus: alterum vero quod omnium pro multiplicatione expeditissimum est, per lamelas i pyxide dispositas, quam obid, Multiplicationis promptuarium non immerito appellabimus. Tertium denique per Arithmetice localem, quae in Scacchiae abaco exercetur. (NAPIER, 1617, f. 3)

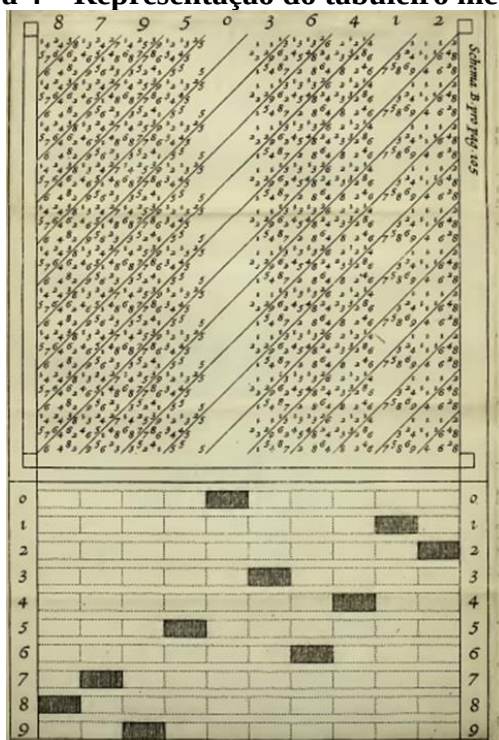
Figura 3 – Representação das Barra de calcular de Napier



Fonte: Napier (1617, f.3).

O segundo instrumento descrito é o tabuleiro mecânico (Figura 4), é um aperfeiçoamento das barras de calcular. Trata-se de uma mesa, contendo em suas laterais gavetas, onde são guardadas tábuas com números dispostos. Ao dispor as tábuas sobre a mesa, é possível obter o produto de multiplicação.

Figura 4 – Representação do tabuleiro mecânico.

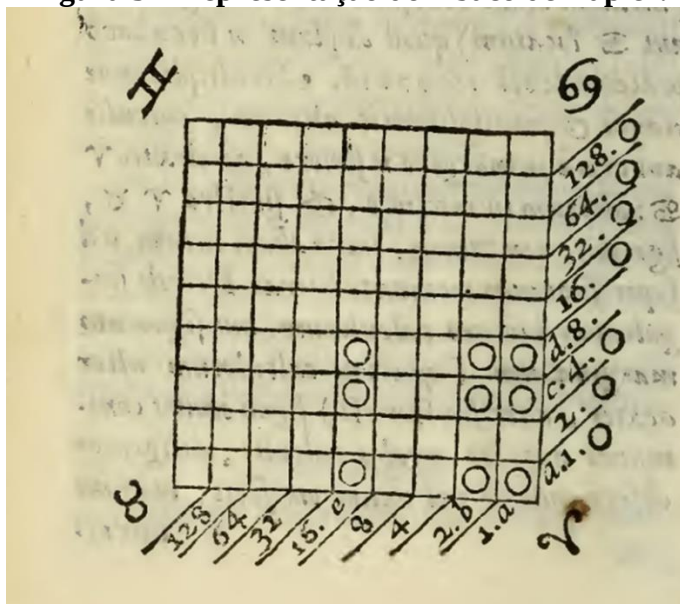


Fonte: Napier (1617, f. 104).

O terceiro instrumento, conhecido por ábaco de Napier (Figura 5), possibilita a realização das quatro operações aritméticas básicas, como também, a potenciação e a

radiciação. Ele consiste em um tabuleiro, semelhante ao de xadrez, no qual os números, após serem decompostos na base 2, são dispostos em colunas para a realização da operação desejada.

Figura 5 – Representação do Ábaco de Napier.



Fonte: Napier (1617, f. 138).

Os instrumentos que Napier apresenta na obra, seguem a tendência da época em incorporar um conhecimento matemático que traga um resultado ao ser utilizado, sem que para tanto, o usuário tenha que mobilizar tais conhecimentos.

A explicação sobre a manipulação desses instrumentos, Napier (1617) o fez dividindo o tratado em quatro partes denominadas, respectivamente, de Livro Primeiro, Livro Segundo, Apêndice e Aritmética Local. Cada uma destas partes trata de um assunto diferente, como observado no Quadro 1, a seguir.

Quadro 1 – Descrição da Obra *Rabdologiae*, 1617.

LIVRO PRIMEIRO	CAP. I - Da fabricação e inscrição na barra; CAP. II - Aplicação das Barras aos números e o contrário; CAP. III - A multiplicação; CAP. IV - A divisão; CAP. V - Extração de raízes por varetas; CAP. VI - A extração de raiz quadrada; CAP. VII - A extração de raiz cubica; CAP. VIII - Um livro para extrair cubo; CAP. IX - Regra de três direta e inversa.
-----------------------	---

LIVRO SEGUNDO	CAP. I - Tabelas de descrição de frequências. CAP. II – A invenção de tijolos de polígonos <i>quadratrice</i> , os quatro problemas. CAP. III - A descoberta do <i>quadratrice</i> , a partir dos diâmetros do polígono, os quatro problemas. CAP. IV - Da determinação dos diâmetros de fora dos lados de um polígono, os quatro problemas. CAP. V – Achando o volume de corpos regulares, os quatro problemas. CAP. VI – A invenção do diâmetro e do volume da esfera, os quatro problemas. CAP. VII – A partir dos lados das figuras regulares, os quatro problemas. CAP. VIII – Como descobrir pedras da magnitude dos pesos, os quatro problemas.
APÊNDICE	CAP. I – Como fabricar os Prontuários de placas. CAP. II – Placas para preservar as estruturas do Prontuário. CAP. III – O prontuário para facilitar a multiplicação CAP. IV – A divisão pelo prontuário e as tabelas.
ARITMÉTICA LOCAL	CAP. I – Descrição das praticas lineares locais. CAP. II – Das transações com números do povo local. CAP. III – Da redução numérica do povo local. CAP. IV – Uma versão resumida. CAP. V – Da adição e subtração e da transferência dos ganhos da redução. CAP. VI - A descrição do ábaco, ou canais, em vez de deixar solto. CAP. VII – O movimento dos números na tabela. CAP. VIII – Axioma e conjectura do movimento na tabela. CAP. IX – Da multiplicação. CAP. X – Da divisão. CAP. XI – Da extração da raiz quadrada.

Fonte: Adaptado de Napier (1617).

Observamos no Quadro 1, que o tratado foi dividido em quatro partes, sendo duas delas chamadas de livro, uma de apêndice e a última denominada de Aritmética Local. Os instrumentos que estão na obra possuem sua descrição, juntamente, com as orientações da fabricação e utilização na realização dos cálculos, no livro Primeiro, no Apêndice e na Aritmética Local. Enquanto, no Segundo livro, são apresentadas a forma de resolver problemas envolvendo figuras geométricas.

As barras de calcular de Napier, estão apresentadas ao longo de 42 fólios, divididos em nove capítulos no Livro Primeiro (Quadro 1), no qual em dois capítulos são descritos sua fabricação e preenchimentos e nos sete seguintes sua utilização para a multiplicação, divisão, extração de raízes quadradas e cúbicas e na resolução de regras de três simples e compostas.

No Livro Segundo, são apresentadas algumas tabelas (*lattice* e *quadratrice*) para auxiliar a realização de cálculos de área e volume, de objetos regulares e circulares, distribuídos em oito capítulos que totalizam 48 fólios.

O segundo instrumento de cálculo é apresentado no Apêndice do tratado. Ele é uma mesa onde as tábuas com números previamente escritos são dispostas e com uma máscara vazada, obtém-se o resultado da operação de dois números. Sua apresentação é descrita em quatro capítulos totalizando 22 fólios.

A última parte do tratado é denominada de Aritmética Local, está dividida em onze capítulos distribuídos ao longo de 42 fólios. Napier (1550-1617) aborda a forma popular de realização de operações com números e apresenta um ábaco para realizar de cálculos aritméticos. A peculiaridade deste ábaco é a decomposição dos números em potência de base 2, para a realização da operação.

Os conhecimentos matemáticos presentes neste tratado do século XVII nos possibilita compreender o processo pelo qual eles são mobilizados para aplicações em situações do cotidiano. Como essas aplicações estão presentes no ensino da matemática, procuramos a criação de diálogos entre o tratado e o ensino de forma a construir interfaces entre eles.

A esta forma como estavam representados os conhecimentos matemáticos, existia na época uma preocupação com a prática que Saito (2015) denomina de saber fazer, na qual o foco era a aplicação dos conceitos matemáticos sem descuidar-se dos aspectos formais. O tratado *Rabdologiae* (1617) é uma das obras que se enquadra nestes aspectos, ao mobilizar conceitos matemáticos para instrumentos que auxiliavam nos cálculos aritméticos.

Assim, as barras de calcular Napier, na qual trataremos com mais detalhes no capítulo 3, devem incluir em sua construção e na manipulação conhecimentos matemáticos que facilite a realização das operações de multiplicações e divisão, razão pelo qual, Maor (2006, p. 15), desta:

Percebendo que não há nada mais trabalhoso na prática matemática, nem que mais prejudique e atrapalhe os calculadores, do que as multiplicações, as divisões, as extrações do quadrado e do cubo dos números muito grandes ... comecei a considerar em minha mente através de que tipo de arte certa e rápida poderia remover essas dificuldades.

O fato de Napier (1617) ter especial atenção a aplicabilidade da matemática foi o que motivou a articulação entre as barras de calcular e o ensino de Aritmética, buscando identificar potencialidades didáticas presentes na obra *Rabdologiae* (1617), que descreveremos no próximo capítulo.

3. MANIPULANDO AS BARRAS DE CALCULAR PARA A IDENTIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

No período entre os séculos XVI e XVII muitos instrumentos matemáticos foram criados, ou aperfeiçoados, para uso na astronomia, topologia, arquitetura, guerra, navegação, traçados de desenhos e realização de cálculos (BENNETT, 2003). Dentre eles, podemos citar as barras de calcular de John Napier (1550-1617), em que o seu primeiro livro do tratado *Rabdologiae* (1617), contém um capítulo sobre sua descrição, sua construção e seu preenchimento. Além disso, trata também de como manusear as barras para cálculos relativos à multiplicação. Especificamente sobre o instrumento, Napier (1617) o desenvolveu no século XVII, no entanto, sua utilização perdurou até meados do século XIX e tratam-se de “[...] varetas quadradas, móveis, escrita com os múltiplos simples, para realizar facilmente e sem empecilhos as difíceis operações aritméticas de todos os dias”.¹⁵ (NAPIER, 1617, f. 1, tradução nossa).

Neste capítulo, iremos abordar os processos descritos por Napier (1617) para a confecção e manipulação das barras de calcular. Assim, ao descrever o método que permite elaborar e manipular o instrumento, buscamos estabelecer um diálogo com o texto original para a identificação dos conhecimentos matemáticos presente no instrumento. Entretanto, atentamos para a necessidade de adequar o que foi escrito na época para a linguagem atual, de modo a possibilitar a sua aplicação no ensino de matemática na busca da construção de interfaces.

3.1 Dialogando com o texto sobre o processo de fabricação das barras de calcular

A construção e preparação das barras podem ser visualizadas no Livro Primeiro, capítulo I, denominado como Da fabricação e da inscrição na barra (*De fabrica, & infcriptione virgularum*)¹⁶ no qual são descritos o procedimento a ser utilizado para a confecção das barras de calcular e a realização das marcações em suas superfícies.

Ao escolher o material para a manufatura das barras, Napier (1617) tem uma especial preocupação com a utilização de materiais rígidos. A inquietação com a dureza assegura que as barras não flexionem durante seu uso e, assim, a questão posicional dos números durante as operações não será desrespeitada. Em seu tratado ele descreve da seguinte forma:

¹⁵ No original, lemos: “[...] sunt virgulae quadratae, mobiles, simplicium notarum multiplis inscriptae, ad difficiliore Arithmeticae vulgares operationes facile e expedite perficiendas” (NAPIER, 1617, f. 1)

¹⁶ As escrita dos títulos em latim, será realizado da forma mais fiel possível ao que consta na obra, inclusive na utilização dos sinais gráficos.

Façam-se de prata, de marfim, arbusto ou de qualquer substância sólida, dez barras quadrados, no lugar dos números I I I I I de cinco lugares: o mesmo com vinte barras, para os números I I I I I I I I I de nove lugares: o mesmo com trinta barras, para os números I I I I I I I I I I I I I de treze lugares¹⁷. (NAPIER, 1617, f. 2, tradução nossa)

Além de detalhar o material a ser utilizado, o autor estabelece uma quantidade de barras a serem construídas conforme o tamanho dos números que serão trabalhados. Desta forma, ele recomenda a manufatura de 10 barras para números com 5 lugares, ou seja, se o desejo é operar números de 5 algarismos, necessitaria de 10 barras; para 9 algarismos, precisaria de 20 barras e para 13 algarismos teria 30 barras. Nesta parte, Napier (1617) não explica o motivo de relacionar estas quantidades de barras de calcular com a quantidade de algarismos que o número possui, Napier (1617) fará essa explicação quando for marcar os números. Por enquanto, trataremos só da fabricação.

Ao sugerir um tamanho para as barras por Napier (1617), ele indica que cada barra tenha, mais ou menos, o comprimento de 3 dedos (*trium scilicet digitorum plus minus*). Em medidas atuais, elas teriam um comprimento de 5,7 centímetros, aproximadamente. Pois, o comprimento de um dedo (*digitorum*) corresponde a 3/4 de polegadas e uma polegada mede 2,54 centímetros. (RICE; GONCALEZ-VELASCO, 2017)

Desta forma, com as barras medindo 5,7 cm de comprimento, não teríamos dificuldade para transportar 10, 20 ou mesmo 30 delas. Porém, com este comprimento, cada quadrado teria 0,57 cm de lado e os números gravados em seu interior teriam que ser pequenos. Durante a pesquisa não tivemos acesso a barras construídas com estas medidas e nem se foram úteis com essas dimensões, no quesito de observação dos números no momento de realização das operações.

Já com relação à largura, Napier (1617, f. 2, tradução nossa) relata que deve ser

A décima parte do comprimento para que possa caber comodamente duas figuras aritméticas, seja também a altura igual à largura. E os ângulos retos dessas quatro faces ou lados sejam polidos, tão cuidadosamente, que colocando as barras ligadas uma a outra, pareçam todas como uma só tábua. Assim aplanada, divida o comprimento da barra em dez partes iguais: com uma condição, as nove partes intermediárias são de mesmo tamanho, a décima parte será dividida ao meio, uma metade será acrescentada na margem superior e a outra na inferior.¹⁸

¹⁷ No original, lemos: Fiant ex argento, ebore, buxo, aut simili aliqua matéria folida, virgulae quadratae decem, pro numeris infra hunc I I I I I quinque locorum: vel viginti, pro numeris I I I I I I I I I nouem locorum: vel triginta, pro numeris infra hunc I I I I I I I I I I I I I tredecim locorum. (NAPIER, 1617, f. 2)

¹⁸ No original, lemos: Decima pars longitudinis, ut commode duas figuras arithmeticas capere possit, altitudo etiam latitudini aequetur. Atque hae quatuor facies seu latera ad angulos rectos tam accurate limentur, ut quomodocunque jungantur virgulae, omnes quasi unica tabella plana videantur. His ita complanatis, dividatur earundem longitudo

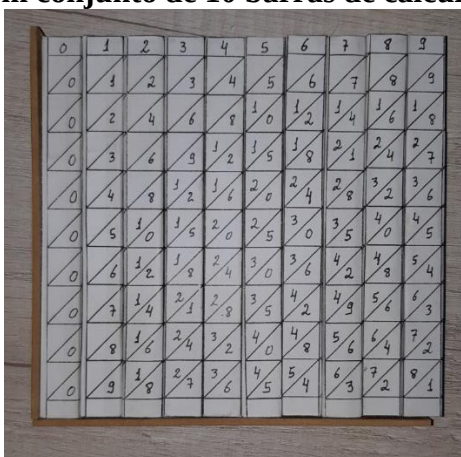
O tratado não detalha o processo como as barras serão cortadas e nem como será realizado as divisões das partes e o traço das diagonais dos novos quadrados, pressupondo, assim, que este conhecimento era comum na época e que os artífices não teriam dificuldade em realizar o processo. Entretanto, Napier (1617, f. 2, tradução nossa) ressalta que

Por cada ponto das divisões, passe linhas retas, de modo a formar nove pequenos quadrados nas faces das barras, exceto nas margens: em cada um dos quadrados, traçar diagonais, do ângulo inferior esquerdo, até o ângulo superior direito, como ser ver na figura abaixo. E assim, a barra está preparada para a inscrição dos números.¹⁹

Uma vez confeccionada as barras de calcular, observamos que Napier (1617) orienta a divisão de suas faces no intuito de obtermos dois retângulos nas suas extremidades e entre eles 9 retângulos, cada um deles divididos pela diagonal ascendente. Porém, esse processo de marcação é expresso sem maiores detalhamentos, um dos motivos para isso ocorrer, estaria no fato que estes conhecimentos são comum na época.

Observando um conjunto de 10 barras de calcular (Figura 6) elaboradas conforme as orientações de Napier (1617), podemos compreender a importância de executar sua construção como orientado. Uma vez que estejam colocadas lado a lado, devemos ter uma superfície continua, com os números distribuídos tanto na vertical, como na horizontal e, também, na diagonal.

Figura 6 – Um conjunto de 10 barras de calcular de Napier.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018).

in decem aequales partes: ita tamen, ut novem integrae partes sint intermediae, decimae autem partis dimidium superius pro superiore, et reliquum dimidium inferius pro inferiore margine constituatur.

¹⁹ No original, lemos: Per singula divisionum puncta, ducantur rectae lineae, quae distribuunt singula singularum virgularum facies, in novem areolas quadratas, praeter margines: quarum quaelibet bisecetur, ductis diagoniis, a sinistro et inferiore angulo, ad superiorem et dextrum, ut in schemate inferius posito, videre est. Et ita paratae sunt virgulae ad numerorum inscriptionem.

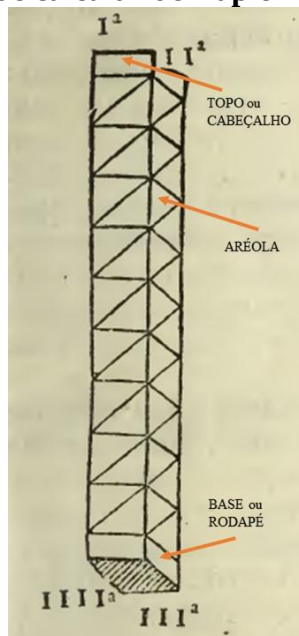
O tratado não detalha a forma como a manufatura das barras de calcular de Napier deve ser realizada, de modo que elas, ao serem colocadas lado a lado, aparentem formar uma única tábua com números. Isto pode refletir o que Saito (2015) discorre sobre o saber fazer, isto é, os conhecimentos matemáticos e técnicos necessários seriam um entendimento comum e não sendo necessário seu detalhamento.

Finalizado a construção e marcação de um conjunto de barras de calcular passaremos, no próximo tópico, como é descrito no tratado, a escrita dos números nas diversas divisões, denominadas por Napier (1617) de aréolas.

3.2 Dialogando com o texto sobre o preenchimento das barras de calcular

No que se refere ao preenchimento das lacunas (aréolas) expostas nas barras de calcular, Napier (1617), também faz essa descrição no Capítulo I, do Livro Primeiro, como já citado. Com as barras de calcular devidamente cortadas e as divisões realizadas e de tal modo que tenhamos elas como mostrada na Figura 7.

Figura 7 – Barra de calcular de Napier com nomenclatura.



Fonte: Adaptado de Napier (1617, f. 3).

As orientações para o preenchimento das barras começam com uma observação da Figura 7. Desta maneira Napier (1617, f. 3, tradução nossa) orienta que:

Primeiro, coloque a barra diante dos olhos, como marcado (graças ao ensino e a memória) as faces I^a , II^a , III^a e $IIII^a$, que são dispostas da forma: a primeira é colocada

perante os olhos do observador, a segunda é vista ao lado da mão direita, a terceira está oculta na superfície, e a quarta ao lado da mão esquerda.²⁰

Essas orientações, como ilustradas na Figura 7, Napier (1617) identifica cada um dos lados de cada barra, começando com aquela é se vê perante seus olhos como a primeira, e realiza a identificação das demais faces girando para direita (segunda face), o lado que está atrás da superfície visível é a terceira, também referida como oposta, e finalizado temos a face da esquerda que é a quarta.

As quatro laterias devidamente identificadas, com as nove divisões em formato de quadrado e com a divisão ascendente da esquerda para a direita que secciona o quadrado em dois triângulos iguais, como também, os dois retângulos que estão no topo (cabeçalho ou *in capita*) e na base (rodapé) da barra, com metade da altura do demais quadrados. Observamos que em uma maneira atual de referir-se as barras é dizermos que elas são prismas de base quadrada.

Uma vez que Napier (1617) faz a identificação das partes da barra, ele inicia as orientações sobre como deve ser realizado a marcação dos números. Começamos com a colocação dos algarismos simples, denominação para os algarismos, no retângulo topo do lado visível (I^a) da barra. O segundo número é colocado na face da esquerda (II^a) escrita no topo em relação a primeira marcação.

A marcação das faces III^a e IIII^a é realizada de forma invertidas a escrita já realizadas, ou seja, preenchidas as duas primeiras laterais, o preenchimento das demais é feita girando a barra no comprimento e não para o lado, desta forma dois lados vão ser visualidades de posição invertidas com relação as demais.

Abaixo deste número simples, serão dispostos em cada quadrado, um múltiplo correspondente, de modo que, no primeiro quadrado, seja o próprio número, o segundo será o dobro do número do topo, o terceiro será preenchido com o triplo, e assim sucessivamente, até que o nono quadrado seja preenchido com o nêuplo do número inicial.

No tratado, Napier (1617) dedica dois fôlios orientando como preencher cada face de um conjunto inicial de 10 barras, e não considerando suficiente, ele dedica três fôlios com as representações planificadas das barras preenchidas (Figura 8).

²⁰ No original, lemos: Primo itaque positis ob oculos virgulis, figmentur (memoriae et doctrinae gratia) earundem facies I^a, II^a, III^a e IIII^a, notis debilibus his aut aliis: ut prima facies dicatur, quae nunc ob oculos ponitur, secunda, quae dextram spectat, tertia quae terram, e quarta, quae laevam. (NAPIER, 1617, f. 3)

Figura 8 – Exemplo de uma planificação das barras de calcular.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2	4	6	8	1	3	5	7	9
0	3	6	9	2	5	8	1	4	7
0	4	8	1	4	7	0	3	6	9
0	5	1	5	8	2	6	0	4	8
0	6	2	6	0	4	8	2	6	0
0	7	3	7	1	5	9	3	7	1
0	8	4	8	2	6	0	4	8	2
0	9	5	9	3	7	1	5	9	3
0	0	6	0	4	8	2	6	0	4
6	8								

0	2	4	6	8	1	3	5	7	9
0	4	8	1	5	9	3	7	0	4
0	6	1	5	9	3	7	0	4	8
0	8	2	6	0	4	8	2	6	0
0	1	5	9	3	7	0	4	8	2
0	2	6	0	4	8	2	6	0	4
0	3	7	0	4	8	2	6	0	4
0	4	8	2	6	0	4	8	2	6
0	5	9	3	7	0	4	8	2	6
0	6	0	4	8	2	6	0	4	8
6	7								

Fonte: Napier (1617, f. 6).

Ao observarmos a Figura 8, verificamos que as duas colunas da direita estão invertidas com relação as duas da esquerda. Ao montar a barra de calcular, teremos os valores do lado oposto invertidos (de cabeça para baixo) em relação aos valores que estão sendo visualizados. Outra característica observada é a possibilidade de saber qual o valor do topo do lado oposto sem a necessidade de virar a barra, pois a soma dos valores dos topos de dois lados opostos resulta 9, assim, se o número do topo da face visível é 3, o valor do topo da face oculta é 6.

Ao orientar o preenchimento das barras como mostrado na Figura 7, Napier (1617, f. 8-9, tradução nossa) diz que:

Embora, pudesse ser escritos de maneiras diferentes, no entanto, não existe outra forma de ser escrito de forma tão significativa, ou que essas poucas barras possam expressar tantos números: e não apenas os números abaixo de I I I I I cinco posições (exceção do zero) que estas dez barras podem expressar, como também, números abaixo de 10 000 000 000 onze posições, exceto número, de acordo com e cujas posições, existem cinco figuras de mesma aparência: ou oito figuras de duas aparências: ou dez figuras de três [aparências]. De fato, para números abaixo de I I I I I I I I I nove posições (omisso o zero) opere como desejado; consequentemente limitado a dez barras, onde estas, construístes, para juntá-las: então, com vinte barras, não menos, cada número até I I I I I I I I I nove posições poderá ser operado, (exceto o zero) e todos os números podem ser expresso, abaixo de 100 000 000 000 000 000 vinte e uma posições, exceto números, em cujas posições, apareçam nove figuras semelhantes: ou quinze figuras duas a duas semelhantes: ou dezenove figuras três a três semelhantes. Se, deseja ir além deste ponto, por favor, adicione trinta figuras para continuar, podes adicionar mais dez barras, com as mesmas características, das anteriormente construídas. E com estas trintas barras, não menos, exprimes números de até I I I I I I I I I I I I I I I treze posições (exceto o zero) e podes expressar todos os números abaixo de 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 trinta e uma posições,

Durante a colocação dos números nas barras, quando o valor a ser colocado possui dezenas, ele não cita unidade e dezena para determinar quem vai ficar em posição dentro do quadrado. A expressão usada por Napier (1617) é a figura da esquerda (devem ser escrita) na aréola superior, quando fala das dezenas; e para as unidades, ele diz que a figura da direita na aréola da base, ou seja, o algarismo da dezena fica no triângulo superior do quadrado e a unidade no triângulo inferior.

Agora que temos um conjunto de barras de calcular com os números e seus múltiplos colocados nas aréolas, passamos para as orientações sobre como elas serão utilizadas para realizarmos as operações.

3.3 Dialogando com o texto sobre como manipular as barras de calcular de Napier

O tratamento sobre o uso das barras de calcular pode ser visualizado no Livro Primeiro, ao longo do Capítulo II denominado ‘Da aplicação dos números nas barras e o contrário’ (*De numerorum ad virgulas applicatione, et contra*), no qual são apresentados os problemas I e II e as Proposições de II até a V para explicar como se realiza a multiplicação. É interessante registrar que Napier (1617) não apresenta uma primeira proposição e nem a quarta.

Destes problemas e proposições, vamos descrever o problema I e as proposições II e III que explicam como observamos as barras quando as utilizamos para formar números compostos de mais de um algarismo. Assim, vamos ao problema I, que:

Dispondo o ano do Senhor de 1615 na mesa com seus múltiplos colocados. De todo o conjunto escolha quatro barras, de modo que, uma tenha a unidade escrita no seu topo, outra o seis, a terceira a unidade, a quarta o cinco: e posicione com a face das figuras falada para seu olhos, verás na primeira aréola das quatro barras, o número simples apresentado: na segunda aréola o dobro, na terceira aréola no terceiro intervalo linear o seu triplo, no quarto o quadruplo, no quinto o quintuplo; e sucessivamente, até o nônio, que será encontrado no nono intervalo linear. (NAPIER, 1617, f. 10, tradução nossa)²²

O problema I sugere a necessidade de formar o ano de 1615 (*annus domini 1615*) escolhendo no conjunto das 10 barras preenchidas, quatro delas como na Figura 9. No topo das

²² No original, lemos: Proponatur annus DOMINI 1615 in tabulam debite cum suis multiplis collocandus. Ex toto cumulo accipe quatuor virgulas, quarum una habeat in vertice unitatem suprascriptam, alia senarium, tertia unitatem, quarta quinarium: et positis ob oculos earundem figurarum faciebus, videbis in primis areolis quatuor virgularum, simplum numerum oblatum: in secundis areolis duplum, in tertiis areolis seu tertio linearum intervallo triplum, in quarto quadruplum, in quinto quintuplum; et ita deinceps ad noncuplum, quod in nono interstitio linearum invenies. (NAPIER, 1617, f. 10)

barras de calcular, observamos os números (simples) 1 6 1 5, e abaixo de cada um deles temos seus nove primeiros múltiplos, como descrito na citação acima.

Figura 9 – O número 1615 formado com as barras de calcular.

Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

Ao visualizar cada linha formada pelos nove quadrados seguintes, observa-se os nove múltiplos iniciais de 1615, assim, logo abaixo, na primeira linha, tem-se: 1, 6, 1 e 5, ao justapor, tem-se 1615, que é o produto de 1615 por 1.

Na segunda linha é visto 2, 12, 2 e 10. Para situações como esta, Napier (1617, f. 10-11, tradução nossa) na proposição II afirma que “Em cada barra simples uma linha diagonal separa cada números simples no seu lugar. No lugar em que duas marcas juntas formar um losango: [os números simples] são, portanto, adicionados.”²³, ou seja, para se obter o resultado de 1615 por 2, que está na segunda linha das barras, a leitura desta é realizada: 2+1, 2, 2+1, 0. Desta forma, é obtido 3, 2, 3 e 0, que resulta 3230 (Figura 9).

Para mais um exemplo vamos observar a 7ª linha da Figura 9, nela observamos os valores: 7, 42, 7, 35; em cada uma das barras. Como mostrado acima, o sétimo múltiplo será obtido da seguinte forma: 7+4, 2; 7+3, 5. O número 2 não é soma, pois a direita dele temos o número simples 7. Surge agora uma situação nova, pois $7+4 = 11$ e $7+3 = 10$.

A solução desta situação é apresentada por Napier (1617, f. 11, tradução nossa) na proposição III: “Quando a soma apresenta maior que o nove local, como partes de dinheiro, quando inferior, agarra inteiro: maior que nove o valor que acompanha tem a premissa torna-se

²³ No original, lemos: *In tabulatis singula loca singulis diagoniis distinguuntur. Unde duae notae eiusdem rhomboidis sunt eiusdem loci: atque igitur addende.* (NAPIER, 1617, f. 10-11)

conhecida”²⁴. Entendemos que para um número tornar-se conhecido significa que ele terá um lugar para ser escrito.

Assim, o valor de 1615 por 7 será 11305, pois o valor “1” da soma de $7+3 = 10$, será somado com o número simples da esquerda que é igual a 2, então $2 + 1 = 3$. Para o valor de $7+4 = 11$, escrevemos o valor 11, pois a posição a direita do “1” da dezena não tem valor diferente de zero.

Como já sabemos observar os múltiplos dos números formados ao juntar as barras de calcular, podemos então realizar a multiplicação, operação que veremos com mais detalhes a seguir.

3.4 Dialogando com o texto sobre a manipulação das barras de calcular na multiplicação

Dentre as operações matemáticas que podemos utilizar as barras de calcular, a multiplicação é ensinada inicialmente no tratado de Napier (1617). Ela aparece no Livro Primeiro, capítulo II, intitulado por livro X, capítulo 3, intitulado Da multiplicação (*De Multiplicatione*).

Ao iniciar a primeira frase, Napier (1617) informa que utilizará os termos “o que multiplica” (*Multiplicantis*), “o que deve ser multiplicado” (*Multiplicandi*) e “múltiplos” (*Multipli*), como uma forma de auxiliar a divulgação da Aritmética contida no seu tratado. Este fato transparece uma padronização na utilização dos termos relativos à multiplicação e ao resultado da operação, semelhante à denominação atual para fator e produto. Segundo o autor, esta padronização seria uma forma de contribuir na utilização das barras quando da realização destas operações.

No que se refere à multiplicação, Napier (1617) orienta como deve ser realizada a manipulação das barras. Inicialmente deve-se obter

[...] os números, como o [número] simples e assim para cada um dos múltiplos nas barras, entendendo e anotando os números semelhantes, (seja ele mesmo ou prefixado com zeros). Assim para cada número anotado a esquerda dedica-se o mesmo nível, e eles reciprocamente respondem ao mesmo nível. Respondem uns aos outros, como a direita. (NAPIER, 1617, f. 16, tradução nossa)²⁵

²⁴ No original lemos: *Quando summa praesentis loci maior est novenario, tum minuta denaria, quando minor, integra referuetur: novenarii enim ipsius valor sequente propositione innotescet.* (NAPIER, 1617, f. 11)

²⁵ No original, lemos: [...] *numerosum multiplicatione expedit, ut simplum et omnia multipla ejusdem tabulae, aequali numero notarum, (aut per se aut per praepositionem cyphrae) constent. Ita enim omnes eorum sinistimae notae aequatae dicuntur, et sibi invicem ex aequo respondebunt, prout dextimae.* (NAPIER, 1617, f. 16)

Ou seja, para a realização de uma multiplicação, deve-se obter com as barras, um dos números simples (diríamos atualmente, um dos fatores), e desse número simples, seria anotado os múltiplos contidos na barra. Utilizando o exemplo contido no tratado, o produto dos números 1615 por 365, iniciamos dispondo as barras de calcular para obter o número 1615. Para realizarmos a multiplicação Napier (1617, f. 16, tradução nossa), orienta que devemos:

[...] os números [relativos ao] triplo, sêxtuplo, e quádruplo selecionando a figura na linha, escreva no papel os números 3, 6, 5, como os números apontados. Assim o triplo do número 1615 que das Barras será transcrito como 4845: o sêxtuplo que será 9690, e o quádruplo, 8075 que será escrito sob seus números 3, 6, 5 ou embaixo do seu respectivo início, para a primeira figura, ou invertendo, para a segunda. Não a relatos de fatos, o método da figura da esquerda no mesmo nível multiplicando por dez para avançar, que diz seguir seu índice ou quota. Seus múltiplos são dispostos nesta ordem, adicionando a mesma Aritmética, e vindo para fora o número escolhido 589475, e como resultado o produto da multiplicação.²⁶

Pelo apresentado na citação, devemos identificar os múltiplos de 1615 por 3, 1615 por 5 e 1615 por 6, respectivamente nas linhas 3, 5 e 6 das barras de calcular, como destacamos na Figura 10.

Figura 10 – Representação do número 1615.

	1	6	1	5
	1	6	1	5
	2	1	2	0
3ª linha	3	1	8	5
	4	2	4	0
5ª linha	5	3	0	5
6ª linha	6	3	6	0
	7	4	2	5
	8	4	8	0
	9	5	4	5

Fonte: Elaborada pelos autores (2018).

²⁶ No original, lemos: [...]triplum, sextuplum, e quintuplum ordine sumenda esse figurae numeri in charta scripti 3, 6, 5, tanquam quotumi indicant. Triplum itaque numeri 1615 quod e Virgulis transcribitur est 4845: sextuplum quod est 9690, et quintuplum, 8075 decussatum scribantur sub <<17>> suis quotumis 3, 6, 5 sive sub eis respective in incipiendo, ut in primo schemate, sive definendo, ut in secundo. Non enim refert, modo sinistimae figurae aequatae eodem ordine decussatim progrediantur, quo dicti indices seu quotimi. His multiplis ita ordine dispositis, addentur eadem Arithmetice, et proveniet 589475 numerus optatus, et ex multiplicatione productus. (NAPIER, 1617, f. 16)

Assim os múltiplos desejados são, respectivamente, 4845, 8075 e 9690. Para obtermos o produto de 1615 por 365, devemos somar os múltiplos $4845 + 9690 + 8075$ obtendo como resultado 589475.

Para o registro dessa operação, ao escrevermos no papel, Napier (1617, f. 16) apresentou duas maneiras distintas, como observamos na Figura 11. Uma destas formas é a que utilizamos atualmente e está representada no lado direito da Figura 11. Trata-se da colocação dos múltiplos abaixo do multiplicar 365, escrevendo-os da esquerda para a direita, começando embaixo do número 5 e a cada novo múltiplo deslocando-se para a esquerda para escrevê-lo sob o algarismo que é utilizado para multiplicar por 1615.

Figura 11 – Representação das duas formas de realizar a multiplicação de 1615 por 365.

$\begin{array}{r} 365 \\ \hline 4845 \\ 9690 \\ 8075 \\ \hline 589475 \end{array}$	$\begin{array}{r} 365 \\ \hline 8075 \\ 9690 \\ 4845 \\ \hline 589475 \end{array}$
--	--

Fonte: Napier (1617, f. 16).

A segunda maneira de representar a escrita da operação é semelhante ao que utilizamos. Para tanto, invertemos a sequência de registro e a forma de dispor os múltiplos abaixo do multiplicador. Assim, o feitiço começa colocando o múltiplo de 1615 por 3, que é 4845, embaixo do 3. Na linha abaixo, colocamos o múltiplo de 1615 por 6, igual a 9690, deslocando uma posição para a direita, deste modo, como todos os múltiplos têm 4 algarismos, este valor começa a ser escrito embaixo do 8 do número da linha acima.

Na terceira linha, colocamos o terceiro múltiplo, obtido ao fazermos 1615 por 5, que é 8075. A escrita dele fica deslocado uma posição, para a direita, em relação ao valor colocado na linha acima. Ao realizarmos a soma destas três linhas com os múltiplos, colocamos o produto de 1615 por 365, como no modo atualmente utilizado, como sendo 589475.

O modo de realizar a operação de dois números com as barras, respeitam a comutatividades entre os fatores, assim, o produto de 1615 por 365, tanto podem ser realizados com as barras formando o número 1615, como também podemos formar o número 365 e com

este número realizar a multiplicação. Para a obtenção do produto desta maneira Napier (1617, f. 17, tradução nossa), diz:

O mesmo resultado virá, ao escrever 1615 em uma folha de papel, e encontrar 365 entre as barras, e 365 o múltiplo simples 365, o sêxtuplo 2190, o simples 365, e o quádruplo 1825 (exatamente como a figura 1615 exposta) faça o mesmo acrescentando a cifra [zero] para a esquerda, e incrementando de dez vezes, como está vendo, de fato seja feito o produto 589475, igual ao visto acima.²⁷

Neste caso, as barras a serem utilizadas são aquelas encabeçadas por 3, 6, e 5; colocadas desta forma, como apresentada na Figura 12, em que serão utilizados os múltiplos 365, 1825 e 2190. Para escrevermos a operação na forma atual, colocando os múltiplos abaixo do multiplicador 1615, da direita para a esquerda, podemos pegar os valores observados nas barras e escrevê-los, assim, vamos somar os valores $1825 + 365 + 2190 + 365$, obtendo o resultado já calculado anteriormente.

Figura 12 – Representação do número 365.

	3	6	5
1ª linha	3	6	5
	6	12	10
	9	18	15
	12	24	20
5ª linha	18	36	50
6ª linha	18	36	50
	24	48	60
	27	54	75

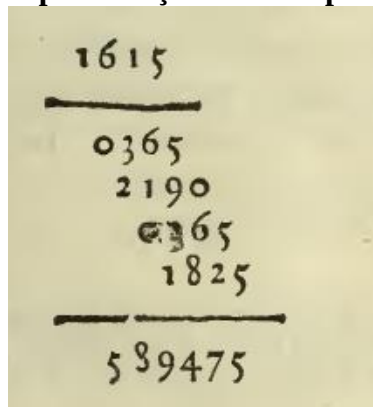
Fonte: Elaborada pelos autores (2018).

Uma outra representação da multiplicação de 1615 por 365 (Figura 13) apresentada por Napier (1617, f. 17) consiste da escrita dos múltiplos da esquerda para a direita, para

²⁷ No original, lemos: Idem proveniet ex 1615 in charta scriptis, et 365 inter Virgulas constitutis, et numeri 365 simplo 365, sextuplo 2190, simplo 365, et quintuplo 1825 (prout 1615 figurae monstrant) aequatis per cyphrae adjectionem sinistrorsum, et decussatim additis, ut hic vides; fiet enim productum 589475, idem quod supra. (NAPIER, 1617, f. 17)

realizarmos deste modo, é necessário preencher com zeros à esquerda em todos os múltiplos para que eles tenham a mesma quantidade de algarismos, como podemos observar na Figura 13. Feito isso, realizamos a escrita como já descrita anteriormente.

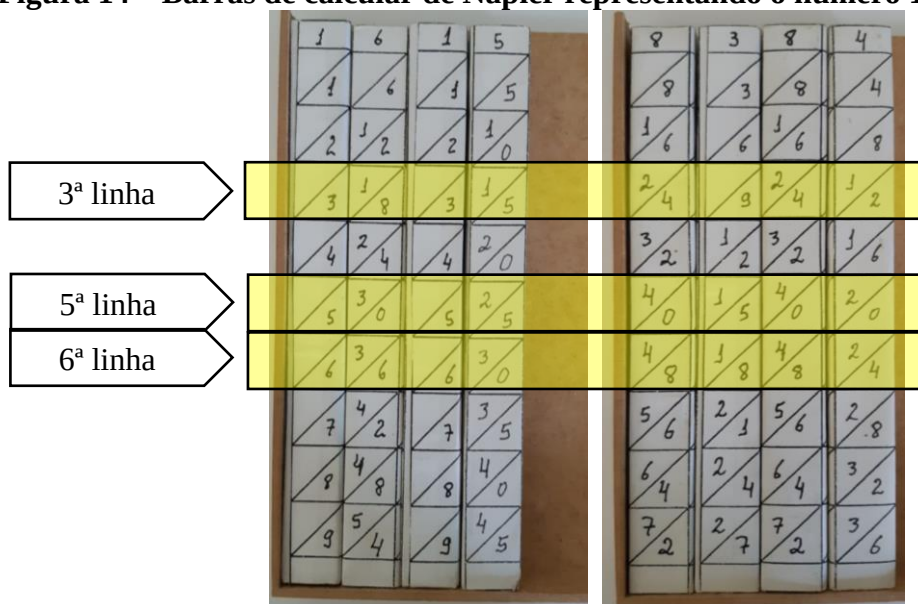
Figura 13 – Segunda representação da multiplicação de 1615 por 365.



Fonte: Napier (1617, f. 17).

Ao finalizar o capítulo, Napier (1617, f 17) apresenta uma terceira maneira de obtermos o produto de dois números. Para isso vamos utilizar o fato de que no lado oposto daquele que visualizamos, temos os valores que faltam para obtermos o nove. Assim, podemos virar as barras e observamos os números que estavam ocultos. No caso do primeiro exemplo, tínhamos visível nas barras de calcular o valor 1615, ao virá-las no sentido do comprimento, obtemos 8384 (Figura 14).

Figura 14 – Barras de calcular de Napier representando o número 1615 e o seu oposto.



Fonte: Elaborada pelos autores (2018).

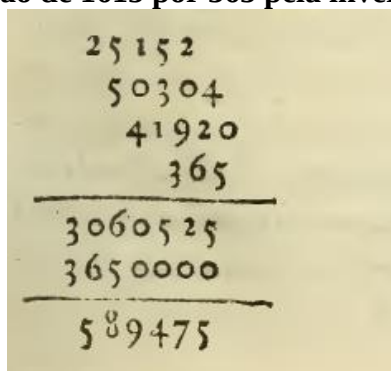
Dessa forma, para o fator 1615 apresentado nas barras, tem-se no verso delas o número 8384, que Napier (1550-1617) chama de oposto (Figura 14), com a indicações dos múltiplos de 3, 5 e 6. Porém, seja para realizar a multiplicação por esta terceira forma, ou seja, para verificar a multiplicação já realizada, não basta fazer o produto de 8384 por 365, pois como é explicado:

[...] e descobrirás no topo da tábua o primeiro número oposto 8384, que o triplo, o sêxtuplo, e o quádruplo, a saber 25152 e 50304 e 41920, escrito inclinado ou na transversal, e o multiplicando menor é 365 copiado direto, e assim escrito junto a margem, se tornará 3060525, e retire de 3650000. (NAPIER, 1617, f. 16, tradução nossa)²⁸

Napier (1617) não apresenta detalhes explicando as razões pelo qual esse processo apresenta o resultado procurado. Ele apenas o descreve com um único exemplo, utilizando para isso, a maneira de escrever da esquerda para a direita. Assim, o primeiro passo é obter o valor de: 8384 por 3, 8384 por 6 e 8384 por 5, que são, respectivamente, 25152, 50304 e 41920.

Para ao obtermos o produto, vamos somar $25152 + 50304 + 41920 + 365$ observando o valor 3060525. A este valor calculado, iremos subtrair o produto de 365 por 10000, isto é, $3060525 - 3650000$, resultando em 589475, como podemos observar na Figura 15, a seguir.

Figura 15 – A multiplicação de 1615 por 365 pela inversão das barras de calcular



Fonte: Napier (1617, f. 17)

O *Rabdologiae* (1617) é um texto voltado à aplicação prática dos instrumentos como vimos no capítulo 2. Napier (1617) não apresenta os argumentos matemáticos para justificar essa forma de realizar a multiplicação, não detalhando a razão de adicionar o valor do fator 365 e nem justifica a necessidade de subtrair 3.650.000, como é observável na Figura 15. De fato, das obras conhecidas de Napier (1550-1617), sempre observamos um foco na aplicação dos

²⁸ No original, lemos: [...] in capite tabule numerum oppositum primo 8384, cuius triplum, sextuplum, et quintuplum, scilicet 25152 et 50304 et 41920 scribuntur oblique seu decussatim, et minor multiplicandorum 365 directe scribitur, et sic scripta adduntur ut a margine, fientque 3060525, que aufer ab 3650000. (NAPIER, 1617, f. 17)

conceitos matemáticos, sem uma preocupação da formalização matemática para explicar o que está sendo realizado. Lembramos que só uma obra dele é voltada para demonstração matemática, no caso, “A maravilhosa construção dos logaritmos (1619)”.

Observamos que Napier (1617) tem, ao longo destes capítulos, uma preocupação em descrever o processo de manipulação das barras de calcular e sua utilização na multiplicação para que fique o mais claro e didático possível para obtenção dos resultados.

As barras de calcular, como observamos no contexto do tratado, mobiliza conceitos matemáticos que são utilizados na atualidade, porém, por diversas vezes, o faz com denominações e representações que diferem das que temos, possibilitando, assim, diversas potencialidades didáticas, no qual descrevemos algumas a seguir.

3.5 Algumas potencialidades observadas na barra de calcular

O tratado de Napier (1617) que estudamos, possui uma linguagem e uma forma de apresentar a construção e manipulação das barras de calcular. Isso nos permite imaginar diversas formas de transpor os excertos da obra para a formação de docentes, pois a identificação dos conhecimentos matemáticos apresentados, por estarem presentes na atualidade, permitem a compreensão de conceitos básicos aritméticos e de geometria.

Dessa forma, apresentamos algumas situações com potenciais didáticos para a elaboração de atividades destinada ao ensino de matemática sob um contexto historiográfico, na tentativa, de ser atualizado, para a realização de mobilizações dos conceitos.

Na fabricação das barras de calcular de Napier, a forma de cortá-las para terem os ângulos os mais próximos possíveis, não aparentar separações quando estão juntas, pode ser utilizada para as razões de quais ângulos possibilita essa qualidade e quais as razões dos demais não possibilitar. Também é possível explorar a definição de ângulos e suas aplicações práticas.

Ainda na fabricação das barras, a divisão de seu comprimento em nove partes intermediárias e iguais e, em duas outras, com metade da altura, que são postas nas extremidades, possibilitam a mobilização de conceitos matemáticos de divisão de segmentos, lembrando que na época não se tinha esquadros e réguas graduadas. Também que alguns segmentos são perpendiculares, outros são diagonais, estes conceitos geométricos estão presentes nas mais diversas atividades humanas.

Quando do preenchimento dos números nas barras afloram uma quantidade de conceitos aritméticos, como número simples, figura no lugar de algarismo, o número da direita para a dezena, a expressão “aquele que excede” para referenciar que temos mais do que 9 (nove)

unidade em uma determinada posição. Nesta parte as potencialidades didáticas estão relacionadas às questões dos valores posicionais do sistema decimal, possibilitando compreender na prática ações automatizadas na atualidade.

Na utilização das barras de calcular para realizar a multiplicação, podemos identificar que a multiplicação envolve a soma dos múltiplos de um dos fatores envolvidos e que são escrito abaixo deste fator. Outra possibilidade é a compreensão das razão de deslocar estes números para a esquerda, a utilização da maneira de escrever da esquerda para direita, que possibilita ver a multiplicação como diversas formas de escrita.

As diferentes maneiras que Napier (1617) utiliza para apresentar a multiplicação é uma potencialidade compreender que o conceito da operação teve diferentes formas de representações e que estas possibilitam a compreensão dos diferentes conceitos envolvidos nas etapas incluídas para obtenção do produto.

4. O CAMINHAR METODOLÓGICO DA PESQUISA

Uma das etapas mais importantes de uma pesquisa é a escolha da metodologia que irá embasar o caminho a ser trilhado para alcançar os seus objetivos propostos. Segundo Marconi e Lakatos (2003), o levantamento de dados e a coleta de materiais a serem investigados significam o primeiro passo de uma investigação, uma vez que é a partir desse material que se desenvolverá o percurso metodológico.

Desse modo, neste capítulo abordaremos o caminho metodológico adotado no processo desse estudo, destacando o tipo de pesquisa e o percurso desenvolvido. Também, apresentaremos um curso de extensão universitária, intitulado “Os conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das Barras de Calcular de John Napier descritas na obra *Rabdologiae* (1617)”, assim como seu planejamento, desenvolvimento e os instrumentos adotados para a coleta de dados.

4.1 Descrição da pesquisa

Ao estruturarmos este estudo, o fizemos fundamentado em autores como Marconi e Lakatos (2003) e Gil (2010) que nos possibilitaram realizar a descrição da classificação desta pesquisa. Assim, cada etapa deve estar bem definida para que o leitor compreenda o que é proposto, a que se destina e como é possível a aplicação dela no campo da educação matemática, tornando-a útil a quem dela desejar fazer uso.

De acordo com Gil (2010), uma pesquisa pode ser classificada de diversas formas, de acordo com seus objetivos e os procedimentos técnicos utilizados. Para tanto, esse estudo pode ser caracterizado como uma pesquisa qualitativa, uma vez que “[...] compreende atividades de investigação que podem ser denominadas específicas. E, por outro, que todas elas podem ser caracterizadas por traços comuns” (TRIVIÑOS, 1987, p. 120). Desse modo, no que concerne à análise dos dados coletados, este segue um âmbito qualitativo, já que para esse estudo optou-se por não trabalhar com questões estatísticas.

Além disso, podemos dizer ainda que, de acordo com os objetivos traçados, é uma pesquisa de cunho descritivo, uma vez que

[...] tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação sistemática. (GIL, 2010, p. 42)

Ao estabelecer o estudo como uma pesquisa descritiva, este proporcionou os marcos teóricos que sustentam a investigação, de modo a atingir os objetivos traçados. Seguindo a classificação de Gil (2010), também podemos dizer que a pesquisa é de cunho bibliográfico e documental, uma vez que caminha pelos procedimentos técnicos de ambos os métodos.

Uma pesquisa bibliográfica

[...] é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho dessa natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. (GIL, 2010, p. 4)

Seguindo essa definição, nossas principais fontes de pesquisa se constituíram de biografias de John Napier, assim como materiais já elaborados de outros estudos que serviram de apoio para o desenvolvimento desse estudo.

Com relação ao seu aspecto documental, conforme Gil (2010, p. 45), a pesquisa bibliográfica está fundamentalmente em suas fontes e “[...] vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa.” Assim, neste caso, nossa principal fonte foi o tratado *Rabdologiae* (1617), que nos levou a conhecer outros textos históricos pertinentes a esse estudo.

Com a relação entre o pesquisador e as pessoas envolvidos nas situações investigadas, decidimos realizar uma pesquisa participante, logo que as descobertas realizadas pelos membros implicam na compreensão como eles aproximam as situações investigadas e os conhecimentos que possuem.

A pesquisa participante possui um planejamento flexível, porém:

A metodologia desse tipo de pesquisa está direcionada à união entre conhecimento e ação, visto que a prática (ação) é um componente essencial também do processo de conhecimento e de intervenção na realidade. Isso porque, à medida que a ação acontece, descobrimos novos problemas antes não pensados, cuja análise e consequente resolução também sofrem modificações, dado o nível maior de experiência tanto do pesquisador quanto de seus companheiros da comunidade. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 69)

Essa flexibilidade da pesquisa participante possibilita que as atividades desenvolvidas tenham ajustes ao longo do processo de coleta de informações, adequando-se à pesquisa conforme aos questionamentos apareçam e possibilitando que novos conhecimentos sejam identificados.

Dessa forma, como instrumentos de coleta de dados, escolhemos por um questionário *online*, uma entrevista estruturada, relatórios e gravações de áudio e vídeo. Segundo Marconi e

Lakatos (2003) um questionário é “[...] constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador.” O questionário foi elaborado como forma de inscrição dos sujeitos que tiveram o desejo de participar do curso de extensão. Além disso, forneceu um perfil inicial dos participantes que se inscreveram.

Também foi aplicada uma entrevista estruturada que Marconi e Lakatos (2003, p. 197) definem como sendo “[...] aquela em que o entrevistador segue um roteiro previamente estabelecido, as perguntas feitas ao indivíduo são predeterminadas”. O objetivo era poder comparar as respostas ao final e conhecer o andamento das concepções dos participantes a respeito do que foi exposto no curso de extensão

Durante a aplicação do curso, os participantes produziram relatórios que também é classificado como um instrumento de coleta de dados, uma vez que foi a partir deles que se pôde conhecer as ideias dos sujeitos em relação a cada etapa do curso, como será detalhado mais à frente.

Todos os momentos do curso foram gravados por meio de câmeras de vídeos cedida pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) e áudios gravados por *smarthphones* que também se constituíram como instrumentos para a coleta de dados que possibilitou a ampliação dos materiais a serem analisados pós-aplicação.

Vale ressaltar que, ao participarem do curso, os sujeitos assinaram um Termo de Livre Consentimento Esclarecido (APÊNDICE O), após serem esclarecidos a respeito da pesquisa, liberaram os dados de suas participações para serem analisados e publicados no estudo.

4.2 As etapas da pesquisa

A partir da escolha do objeto de estudo – as articulações entre história e ensino da matemática presente nas barras de calcular de John Napier, contidas no tratado *Rabdologiae* (1617) – a pesquisa foi desenvolvida em três etapas que foram essenciais para alcançar os resultados desejados.

A escolha do tratado do século XVII deveu-se por fato, de que nesta época, havia um saber fazer, assim o instrumento traz na sua construção e manipulação um conjunto de saberes matemático característico da época. Além do mais, as barras podem ser consideradas como uma das calculadoras, chegando na atualidade, elas são utilizadas em diversas atividades didáticas com a finalidade de explorar o ensino da multiplicação e, em alguns casos, da divisão associados a uma inserção da história da matemática.

Como documento histórico, na definição de Saito (2015), têm-se as obras impressas, os tratados, instrumentos, prédios e locais construídos com a finalidade de aplicar algum conhecimento de época. Entre estas obras, escolheu-se o tratado *Rabdologiae* (1617), escrito pelo matemático escocês John Napier (1550-1617), para apresentar algumas de suas invenções voltadas à realização de cálculos matemáticos, em especial, as barras de calcular de Napier.

Dessa forma, na primeira etapa, fizemos um estudo bibliográfico em artigos, livros, repositório da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e sites sobre possíveis materiais que contassem um pouco sobre a biografia e as obras escritas por John Napier, assim como, outros estudos que versavam sobre a temática em questão.

Nessa procura, adquirimos uma versão digitalizada do tratado escolhido para a pesquisa, intitulada *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus*.

A versão escolhida para o estudo foi publicada em 1617, em latim, escrita por John Napier e impressa por Andreas Hart (falecido em 1621), sendo a sua última obra divulgada quando ainda vivo (RICE; GONCALEZ-VELASCO; CORRIGAN, 2017). A obra foi adquirida no serviço de digitalização de livros raros da ETH-Bibliothek (ETH Zürich), a maior biblioteca pública científica e técnica da Suíça.

Outras versões foram encontradas e obtidas para uma análise de sua estrutura, tendo seus anos de publicação distribuídos ao longo do século XVII até o início do século XIX, nos diferentes países europeus e o idioma delas tanto foi o latim como também a língua do país impressor.

As barras de calcular²⁹, assim denominadas por Napier, ficaram conhecidas como barras de calcular de Napier ou ossos de Napier, constituem-se de barras de material rígido, de modo que, no seu topo, possui os algarismos simples e abaixo os nove primeiros múltiplos deste algarismo. Ao colocar essas barras lado a lado, forma-se o topo os mais diversos números, e os seus múltiplos iniciais. O autor descreve este seu invento como uma forma de reduzir o tempo gasto, pelos calculistas, nos enfadonhos cálculos de multiplicação e divisão. (NAPIER, 1617).

No entanto, como visamos realizar uma tentativa da abordagem historiográfica atualizada, decidimos utilizar a versão mais próxima do autor, na expectativa dela preservar elementos contextuais, epistemológicos e históricos que nos possibilitasse compreender as razões da elaboração do tratado, por este motivo escolhemos a edição impressa em 1617, na cidade de Edimburgo, Escócia.

²⁹ Ao longo da pesquisa denominaremos o instrumento pelo nome que é conhecido atualmente, ou seja, barras de calcular de Napier

Na segunda etapa, realizamos um estudo longitudinal no tratado, dando ênfase às informações contidas na capa, no epítome/dedicatória e na sua estrutura. Essa etapa tinha como objetivo nos familiarizarmos com o tratado, reconhecendo alguns aspectos relacionados ao contexto e ao conteúdo matemático. Também nessa fase, iniciamos a tradução dos capítulos I, II e III, relativos à fabricação, ao preenchimento e à utilização das barras de calcular para realizar a multiplicação.

Por estar escrito em latim, necessitamos verter o texto para o português. Preferimos o termo versão, por concordarmos com Eco (2017) que diz que as palavras possuem ideias e que estas nem sempre possuem representação em outra língua. Assim, buscamos a compreensão das ideias contida nas frases do tratado e a expressamos na nossa língua.

A terceira etapa começa após a tradução dos excertos do tratado. Quando tentamos realizar o movimento do pensamento proposto na construção da interface, elencando possíveis potencialidades didáticas que poderiam ser estudadas posteriormente. Realizamos alguns minicursos, nos quais aplicamos as diferentes orientações para o preenchimento e manipulação das barras para a multiplicação, com o intuito de percebermos como os participantes mobilizavam seus conhecimentos matemáticos.

Concomitantemente a essa etapa, fizemos o planejamento do curso de extensão universitária, que envolve todo o processo de escolha de textos para o estudo, como também as atividades propostas aos participantes. Neste curso tivemos como Objetivo identificar e mobilizar conhecimentos matemáticos quando da manipulação do instrumento matemático conhecido como barras de calcular de Napier, inventadas por John Napier (1550-1617) e divulgada na obra *Rabdologiae* (1617).

A quarta etapa consistiu na realização de um curso de extensão universitária. Realizado no mês de setembro de 2018, no Laboratório de Matemática e Ensino da Universidade Estadual do Ceará - UECE para 12 cursistas, numa carga-horária total de 20 horas-aulas, para coletar dos dados empíricos da pesquisa. Essa coleta de dados começou no momento da inscrição quando realizamos, por meio de um questionário, um levantamento da formação do participante e de sua experiência no ensino da matemática.

Durante a realização do curso de extensão universitária, os participantes tiveram todos seus momentos de realização de atividades, filmados, fotografados e gravados, para o registro de suas impressões das atividades desenvolvidas. Além disso, todos os registros escritos pelos participantes foram fotografados e guardados para posterior análise. Ao final do curso, os participantes responderam a uma entrevista estruturada, que foi gravada para fins de registro.

A quinta etapa foi a análise do material coletado durante o curso, no qual buscamos descrever os processos de mobilização de conceitos matemáticos quando da manipulação das barras de calcular de Napier e que possam ser indicativos de potencialidades didáticas.

4.3 Descrição do curso de extensão universitária

Com a finalidade de verificar como professores em formação mobilizam os conhecimentos matemáticos presente no instrumento, foi ministrado o curso de extensão universitária denominado, “Os conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das Barras de Calcular de John Napier descritas na obra *Rabdologiae ...* de 1617”. Ele ocorreu entre os dias 24 e 27 de setembro de 2018, contando com uma carga horária de 20 horas aulas, sendo realizado no Laboratório de Matemática e Ensino da Universidade Estadual do Ceará (UECE), localizado na Avenida Silas Munguba, 1700, Campus Itaperi, Fortaleza - Ceará.

Durante o curso participaram 8 (oito) discentes, um docente e uma observadora. O objetivo de realizar esta formação foi articular o uso das barras de calcular Napier, como descrito no tratado, para a identificação de conhecimentos matemáticos mobilizados durante o manuseio das barras e que facilitam a sua utilização. Alguns dos conteúdos abordados durante o curso estão apresentados no Quadro 2 a seguir.

Quadro 2 – Conteúdos abordados no curso de extensão universitária.

OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CH
- Conhecer o papel da aritmética prática para o desenvolvimento da história da matemática. - Reconhecer a importância dos instrumentos matemáticos, em especial as barras de calcular, como parte integrante da matemática prática do século XVII.	UNIDADE 1: Conhecendo a história das barras de calcular e sua relação com a aritmética prática 1.1. O contexto da aritmética prática no século XVII. 1.2. Algumas considerações sobre as barras de calcular e sua história.	2h/a
- Compreender a importância de John Napier para a matemática do século XVII. - Reconhecer a obra <i>Rabdologiae ...</i> (1617) como parte integrante do diálogo da Aritmética prática no século XVII.	UNIDADE 2: John Napier e o documento, <i>Rabdologiae ...</i> (1617) 2.1 Alguns aspectos da vida e da obra de John Napier 2.2 Algumas considerações sobre a obra <i>Rabdologiae</i> (1617)	2h/a
Estudar as barras de calcular de John Napier a partir da leitura do processo de construção descrita na obra <i>Rabdologiae</i> (1617).	UNIDADE 3: A construção das barras de calcular de John Napier 3.1 Estudo as barras de calcular por meio da construção e uso em <i>Rabdologiae ...</i>	8h/a

• Elencar os princípios matemáticos implicados na construção das barras de calcular.	(1617). 3.2 Estudo de situações do uso das barras de calcular, contida no tratado.	
• Utilizar o instrumento construído para realizar operações aritméticas de multiplicação e divisão. • Compreender o processo das duas operações, partindo-se das instruções fornecidas por John Napier.	UNIDADE 4: O uso das barras de calcular de John Napier 4.1 Realização de operações aritméticas utilizando as barras de calcular, de modo a avaliar os conhecimentos matemáticos mobilizados e previamente conhecidos. 4.2 Estudo de uma aplicação das barras de calcular de John Napier.	8h/a

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O curso de extensão foi concretizado com a parceria da Pró-Reitora de Extensão da UECE, o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), o Laboratório de Matemática e Ensino da UECE e a Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECEM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE).

O curso foi inserido no Projeto Guarda Chuva³⁰, um subprojeto do Programa de Formação Docente (PFD) desenvolvido pelo GPEHM, que possui a proposta de articulações entre diferentes instrumentos matemáticos históricos, com a finalidade de elaborar atividade didático-pedagógicas que propiciem uma interação entre a história e o ensino de matemática.

Esta pesquisa é parte de um projeto de pesquisa maior denominado de “A construção de interfaces entre história e ensino da matemática por meio de antigos instrumentos matemáticos para a elaboração de uma proposta didático-pedagógica”, que se encontra aprovado pelo Conselho de Ética na pesquisa da Universidade Estadual do Ceará, sob CAAE 08268319.7.0000.5534 e parecer de número 3.285.665.

4.4 Conhecendo o *locus* e os sujeitos da pesquisa

A realização do curso de extensão universitária deu-se no Laboratório de Matemática e Ensino, localizado na UECE, Campus Itaperi. Atendendo solicitações de discentes que estão na formação inicial dentro da universidade e nas escolas públicas e privadas de Fortaleza, no Ceará, tendo o foco no Ensino Fundamental e Médio.

O Laboratório de Matemática e Ensino (LABMATEN) (Figura 16) é o resultado da preocupação de um grupo de docentes desejosos de promover uma melhoria na qualidade do

³⁰ O Projeto Guarda Chuva contempla as pesquisa sobre história da matemática com a realização de ações de extensão para a formação de professores que lecionam matemática.

ensino de Ciências e Matemática. Desta forma, este grupo criou 1989 o Programa Cearense de Educação Básica (PROCEB) com a finalidade de promover a melhoria do ensino de Ciências e Matemática no estado do Ceará³¹.

Figura 16 – O Laboratório de Matemática.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

Oficialmente denominado de Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Torres (LabMaten/UECE) só teve este reconhecimento em 1998, quando a UECE extinguiu o Curso de Licenciatura Curta em Ciências, que habilitava os discentes para lecionarem nas áreas de Matemática, Física e Química e passa a oferecer o Curso de Licenciatura em Matemática, que já contava em sua grade curricular com a disciplina de Laboratório de Matemática (PEREIRA; VASCONCELOS, 2014). Dessa forma, ele está enquadrado na descrição que Lorenzato (2012, p. 7) apresenta:

O LEM [Laboratório de Ensino de Matemática] pode ser um espaço especialmente dedicado à criação de situações pedagógicas desafiadoras e para auxiliar no equacionamento de situações previstas pelo professor em seu planejamento, mas imprevistas na prática, em virtude dos questionamentos dos alunos durante as aulas.

Ao propiciar aos docentes uma simulação de seus planejamentos, é possível desenvolver melhores abordagens para o ensino, possibilitando a contextualização dos conceitos matemáticos a situações que envolvam materiais manipulativos, modelagem matemática, história da matemática e diversas outras tendências que podem ser mobilizadas, atendendo assim as solicitações atuais inseridas na Base Nacional Curricular Comum – BNCC e nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs.

Assim, temos o Laboratório de Matemática e Ensino como um espaço para aprendizagem, ideal para a realização de atividades que promovam a formação docente para

³¹ Para mais informações vide Pereira e Vasconcelos (2014).

além do pincel e quadro branco, como por exemplo, o curso de extensão. O curso por nós desenvolvido esteve focado na formação de docentes, seja ela inicial ou continuada, assim, dos oito participantes, sete eram licenciandos de Matemática da UECE e um deles já tinha a licenciatura concluída pelo IFCE (Figura 17).

Com relação a já terem lecionado, apenas um dos participantes alegou não ter tido nenhuma prática de ensino. Dos demais, cinco deles lecionaram somente no Ensino Fundamental e os outros dois no Ensino Fundamental e no Médio. No momento da pesquisa, somente dois participantes alegaram estarem professorando no Ensino Médio.

Figura 17 – Participantes do curso de extensão universitária.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

Como durante o curso haveria o estudo envolvendo documentos históricos e um instrumento antigo, consideramos ser interessante conhecer o envolvimento dos participantes com a história da matemática, desta forma, sete participantes afirmaram já terem cursado a disciplina de história da matemática. O único participante que não a tinha, deveu-se ao fato de não estar matriculado em semestre anterior a ofertada da mesma. Além disso, tem-se que 6(seis) participantes já fizeram outros cursos de extensão universitária realizado pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM).

O fato de os sujeitos já terem participado de cursos de extensão que envolviam história da matemática, facilitou a realização deste, pois todos já conheciam diferentes formas de implementá-la no ensino, assim, os participantes compreenderam qual na apresentação uma nova forma de articular a história e o ensino da matemática, facilitando o nosso planejamento.

4.5 O curso sobre a manipulação das barras de calcular de Napier

O Curso de Extensão teve seu planejamento para ter 12 participantes. Esta limitação deveu-se ao espaço físico do Laboratório de Matemática e Ensino para que o ambiente ficasse confortável para as equipes e os docentes trabalhassem confortavelmente e pudessem circular facilmente entre todas elas. A realização do curso foi do dia 24 ao dia 27 de setembro de 2018, no horário de 8h às 12h, havendo diariamente um intervalo de 20 minutos.

Para a realização do curso foram providenciados os seguintes materiais: quatro conjuntos de 10 barras de calcular de Napier conforme descrito no tratado, seis cartões de recursos (APÊNCIDES B, D, F, H, J e L), cada um contendo um excerto da obra e destinado a uma atividade, seis cartões de atividades (APÊNCIDES C, E, G, I, K e M) que instruíam os participantes a elaborar um relatório final por cada cartão, cartão de hipóteses (APÊNCIDE N), englobando todas as conjecturas elaboradas para as atividades do curso.

No dia 24 de setembro de 2018, iniciamos o curso de extensão universitária. O fizemos às 8 horas, com uma recepção aos participantes, seguindo-se uma explanação geral sobre o século XVII e as transformações que ocorriam naquela época para que os participantes tivessem conhecimentos dos aspectos sociais, culturais, religiosos, seguindo o contexto que influenciou a criação do tratado *Rabdologiae* (1617). Ao finalizar este momento, apresentamos aos participantes a forma como iríamos trabalhar, isto é, em equipe fundamentada na definição de trabalho em grupo dado por Cohen e Lotan (2017, p. 1 - 2):

[...] alunos trabalhando juntos em grupos pequenos de modo que todos possam participar de uma atividade com tarefas claramente atribuídas. Além disso, é esperado que os alunos desempenhem suas tarefas sem supervisão direta ou imediata do professor. Trabalhando em grupo não é a mesma coisa que agrupamento por habilidade, na qual o professor divide a sala por critério acadêmico para que possa ensinar para grupos mais homogêneos.

O trabalho em equipe é apresentado pelas autoras como o trabalho de grupos pequenos, onde todos podem participar das atividades, cada um dos componentes possuindo tarefas claramente atribuídas, independente de habilidade ou homogeneidade, que facilite o acompanhamento docente, para a realização da atividade proposta.

Assim, os discentes foram distribuídos em equipes, onde duas delas tiveram 3 participantes e uma equipe ficou com 2, totalizando 3 equipes. Durante os dias dos cursos um dos participantes faltou, o que nos obrigou a reorganizar as equipes, antes de começar as atividades planejadas. Apesar de atraso dos participantes para chegar, no geral, não houve

necessidade de desfazer as equipes, ficando as 3 até o último dia. E em cada equipe os discentes receberam funções a serem desempenhadas durante a realização das práticas, como a seguir descrita, conforme Cohen e Lotan (2017):

- **Facilitador:** é o responsável em auxiliar a equipe durante os momentos que compõem as atividades, para tanto, deve realizar pesquisas para contribuir com respostas, procura interagir com as demais equipes, para compreender os passos que tiverem dificuldades, em última instância, procurar o docente para alguma consulta.
- **Relator:** é o responsável pela sistematização e escrita do relatório do grupo, e realiza a apresentação das observações para as demais equipes.
- **Cronometrizadora:** verifica se todos estão envolvidos nas atividades, realizando-as no tempo previsto, confere se os relatórios do grupo foram corretamente finalizados e se todos os participantes preencheram as suas folhas de avaliação individual.
- **Gerenciador de materiais:** deve providenciar todos os materiais necessários para que o grupo possa realizar as atividades propostas. Ao final do dia, encarrega-se de devolver todos os materiais.
- **Organizador:** é o componente do grupo que orienta os debates, a aprendizagem, assegurando que os diálogos estejam sendo dentro do objetivo estabelecido para a aula, além disso, gerencia para que todos estejam atuando em conjunto, evitando que algum membro esteja atrasado nas atividades.
- **Harmonizador:** encarrega-se de que todas as atividades realizadas no grupo sejam de forma tranquila, sem confusões e com equilíbrio para que todos opinem e contribuam para a realização das atividades.

Observamos que em todas as equipes, cada participante tem mais de uma função. Durante o curso, os participantes, uma vez cientes das funções a serem desempenhadas, passam de fato a exercer todas as funções para que as atividades ocorressem dentro do tempo previsto.

Durante o dia 24 de setembro de 2018, após a organização das equipes, iniciamos a realização da prática 1, nela foi apresentado o documento que fala sobre a construção, divisão e marcação das barras de calcular de Napier. O material apresentado foi submetido a um tratamento didático para que as línguas e expressões da época pudessem ser melhores compreendidas pelos participantes. Juntamente com o texto do documento as equipes receberam um conjunto de barras de calcular de Napier construídas e preenchidas, para que a

leitura do documento se desse com a manipulação dos instrumentos. A atividade desta prática consistia em identificar a matemática envolvida na construção das barras. Os participantes ficaram à vontade para debater em grupo que conhecimentos matemáticos estariam sendo mobilizados.

Em todos os dias do curso, as equipes recebiam a prática que deveriam desenvolver no dia, juntamente com uma atividade. Eles tinham um tempo para realizar a leitura do documento e da atividade, sob a observação do docente e da observadora, durante este momento, eles eram só observados e registrados detalhes desta observação, pois este tempo, geralmente 30 minutos, o docente e a observadora passavam a circular entre as equipes observando mais detalhadamente o que os discentes faziam e se fosse o caso lançando perguntas, conforme o cartão de hipóteses, que os orientassem a superar suas dificuldades.

Finalizando a atividade, o relator do grupo descrevia o que fora observado e o entregava ao docente ou a observadora, o organizador certificava que tudo fora guardado. Antes de finalizar o dia, todos os discentes preenchiam a ficha de avaliação relativa ao dia. Essa sequência foi realizada todos os encontros, trocando-se só as práticas e as atividades.

Para o dia 25 de setembro de 2018, o segundo dia do curso, planejamos a realização da prática 2, que compreendia duas atividades. A atividade 1 consistia na compreensão da multiplicação com orientado por Napier (1617), para compreender que conhecimentos matemáticos eram mobilizados quando da multiplicação. Essa atividade tomou mais tempo que o previsto, sendo ela a única realizada neste dia.

O terceiro dia do curso, 26 de setembro de 2018, realizamos a atividade 2 da prática 2, que consistiu em compreender as proposições que Napier apresenta para justificar a utilização das barras e suas vantagens. A finalidade desta atividade era identificar os conhecimentos matemáticos que são mobilizados para justificar a utilização do instrumento. Essa atividade desdobrou-se ao longo de todo o dia.

Ao findar o curso, no quarto dia, 28 de setembro de 2018, realizamos a prática 3, que contou de duas atividades, a primeira consistiu na realização de multiplicações como apresentado no documento escrito por Napier. Os participantes deveriam realizar a multiplicação proposta, como também, outras com números criados por eles. Para a segunda atividade, os participantes deveriam realizar multiplicação que Napier realiza ao inverter as barras, e apresentar uma formulação matemática para ela. A finalidade destas atividades foi validar a compreensão dos discentes quanto à manipulação das barras para realizar a multiplicação.

5. MANIPULANDO AS BARRAS DE CALCULAR PARA A MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

Durante a realização do Curso de Extensão Universitário denominado “Os conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das Barras de Calcular de John Napier descritas na obra *Rabdologiae ...* (1617)”, exploramos a articulação entre o instrumento barras de calcular de Napier com os textos que descrevem sua construção e manipulação. Este processo ocorreu ao longo dos quatro dias de realização de atividades, no qual o docente e os participantes atuaram em conjunto junto aos participantes e sua interação com os excertos do tratado.

Ao longo os quatro dias do curso, os participantes tiveram o apoio dos docentes e da observadora, para que pudessem realizar as atividades propostas. Esse apoio não foi somente nos aspectos técnicos, incluiu materiais, aulas com conteúdo que possibilitassem a eles inserir a obra na época da sua escrita.

Os participantes tiveram acesso aos excertos da obra que, previamente, passaram por um tratamento didático a fim de torná-las melhor compreensíveis. E receberam um cartão de atividade que os orientava sobre a realização das atividades até o momento de escrita do relatório da atividade, finalizando com uma avaliação individual sobre a atividade desenvolvida.

A seguir vamos descrever as práticas e as atividades realizadas, dando atenção para o tema principal em torno do qual foram desenvolvidas. Buscaremos apresentar os conhecimentos matemáticos percebidos na mobilização dos discentes, bem como as dificuldades e como as superaram.

5.1 Descrevendo a Prática 1: Compreendendo a construção das barras de calcular

A Prática 1 consistiu no contato inicial dos participantes com as barras de calcular de Napier, conforme descrito no tratado. O objetivo desta prática foi compreender o instrumento, sua construção e os conhecimentos matemáticos presentes na sua elaboração.

Para a realização da Prática 1 foram elaborados e disponibilizados aos participantes materiais de apoio, tais como: a reconstrução de quatro conjuntos de 10 barras de calcular de Napier, conforme descrito na obra, um cartão de recursos (APÊNDICE B) e um cartão de atividade (APÊNDICE C). Além disso, os participantes tiveram sobre suas mesas, lápis, canetas, borracha, papel ofício para uso. Dessa maneira, a Prática 1 foi composta pelo capítulo

I do livro primeiro *Rabdologiae* (1617) no qual é apresentada a construção e como preencher os números nas barras de calcular.

Este excerto do tratado recebeu o tratamento didático que consistiu na versão em língua portuguesa e na adequação dos termos e da forma de escrita para adequarmos a forma habitual como hoje são expressos alguns termos, evitando-se assim a ocorrência de dificuldades que viessem a prejudicar a realização da atividade desta prática. (SAITO; DIAS, 2013)

Antes da realização deste momento, os oito participantes foram divididos em três equipes, que receberam a denominação de Grupo 1, Grupo 3 e Grupo 4 (Figura 18). Os componentes de cada grupo foram informados sobre a dinâmica do trabalho e escolheram as suas funções como já explanado no capítulo 4.

Figura 18 – Os participantes do curso de extensão em suas equipes de trabalho.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

O cartão de recurso da Prática 1 (APÊNDICE B) teve a finalidade de proporcionar informações sobre a fabricação e preenchimento das barras de calcular de Napier, possibilitando aos participantes uma compreensão da sua confecção e da maneira como os números são inseridos no instrumento. Para proporcionar uma melhor compreensão do excerto, os participantes receberam um conjunto de 10 barras de calcular de Napier, reconstruídas e previamente preenchidas, dispostas em um estojo para realizar a manipulação delas, como descrito a seguir.

5.1.1 Apresentando a Prática 1

Após as equipes terem recebido o cartão de recurso (APÊNDICE B) para a Prática 1, concedemos 30 minutos para que os participantes conhecessem o instrumento que

trabalharíamos e como o autor orienta a fabricação e o preenchimento dele. Após esse tempo, entregamos a cada equipe o cartão de atividade 1 (APÊNDICE C).

Essa primeira atividade teve como objetivo orientar os participantes para que durante o processo de conhecimento das barras de calcular e da maneira como fabricá-la, fosse identificado os conhecimentos matemáticos presentes ao longo do texto, na fabricação no preenchimento delas.

Os participantes estiveram livres para explorar o excerto, as barras e o cartão atividade, sem a intervenção do docente e nem da observadora, por mais 45 minutos, totalizando 1h15min de exploração espontânea, como vemos na Figura 18. Durante este período eles eram observados e foi sendo registrado as suas impressões e dúvidas, tais como: a ordenação das barras de calcular de Napier com base nos números do topo delas, identificação do que Napier (1617) chama de números opostos no preenchimentos das barras, manipularam as barras de calcular para compreender sua construção, realizaram a obtenção de múltiplos nas barras utilizando soma.

Figura 19 – Participantes manuseando as barras de calcular Napier.



Fonte: Arquivos pessoal do autor (2018)

Essa atividade, ao final da manhã, contou com a confecção de um relatório final na qual foram registrados todas as observações, conclusões, inferências e conhecimentos matemáticos

que os participantes identificaram durante a realização das atividades, acrescidas de todas as impressões que eles tiveram sobre o instrumento, como discutiremos a seguir.

5.1.2 *Discutindo a Prática 1*

Nesta atividade, os participantes receberam o excerto da obra que trata sobre a construção das barras, denominado de cartão de recurso (APÊNDICE B), que continha a descrição da fabricação do instrumento. Além disso, eles tiveram acesso a uma reconstrução das barras de calcular de Napier, composta por um conjunto de 10 barras, para ilustrar a leitura.

Observamos com relação à construção das barras de calcular de Napier que os grupos associaram o fabrico com a manipulação, como percebemos no relatório do Grupo 1:

A primeira impressão que tivemos a respeito do instrumento, a fabricação dele, deu-se na dificuldade da visualização do texto no momento que procurava-se em entender o processo de construção, pois o processo citado no texto não tínhamos como imaginar a forma correta o uso da barra de Napier pois não estava muito claro (*sic*). (GRUPO 1, 2018)

Percebemos na fala do grupo a necessidade da manipulação das barras como parte do processo de construção. Assim, eles visualizam a incorporação dos conhecimentos matemáticos presentes nas faces das barras para compreender sua manipulação e só posteriormente a construção. Como observamos na fala do Grupo 4 (2018) “[...] para a construção do instrumento Napier utilizou conceitos geométricos, dentre eles ângulos, proporção, diagonais”.

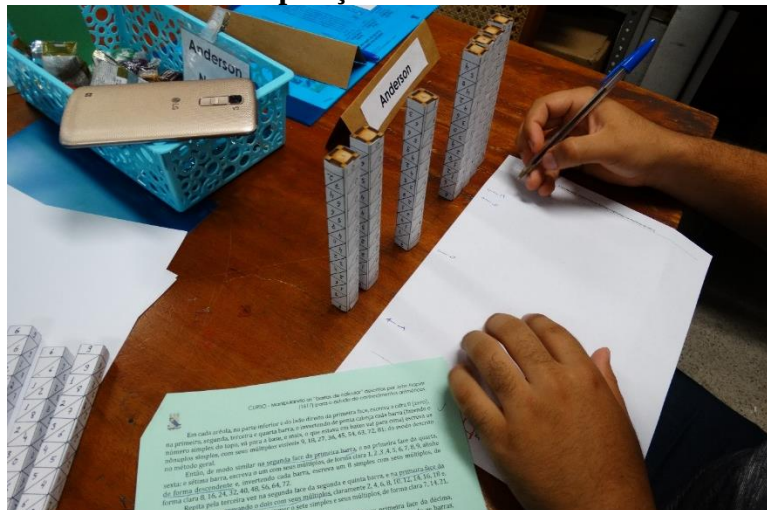
A forma de dispor as barras de calcular de Napier para os grupos participantes, neste momento do curso de extensão, também parece estar relacionado à manipulação, sendo que, para o Grupo 4 (2018) esta disposição “[...] é importante ressaltar a ordem como são dispostas as ordens das faces na barra e como os números são distribuídos entre as aréolas, sem a unidade posta na aréola inferior e a dezena na superior (*sic*)”.

O Grupo 4 conseguiu mobilizar as denominações atuais (unidade e dezena) para a descrição da fabricação das barras de calcular de Napier, quando o autor se refere ao “número simples e o que fica à esquerda” (NAPIER, 1617, f. 10). Mesmo apresentando de forma didática a ordem posicional, não são utilizadas no tratado as denominações que temos atualmente.

Ainda com relação à disposição das barras de calcular de Napier, notamos que os Grupos 3 e 4, apresentaram uma necessidade inicial de tê-las colocadas posição na vertical (Figura 20). Essa forma de manipulação das barras de calcular de Napier está relacionada à “[...] necessidade

de localização espacial e até mesmo presença de geometria e trigonometria, pois são executados giros” (*sic*). (GRUPO 3, 2018).

Figura 20 – Primeira disposição das barras de calcular de Napier.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

O Grupo 3 (2018) narra que “[...] de acordo com as diferentes disposições das barras e observações) de uso faces existem diversos padrões de adição e multiplicação” (*sic*), vemos que semelhante alegação é realizada pelo Grupo 4 (2018) que:

É interessante a ordem em que é posicionada os números, de maneira que, ao somar com o ‘seu oposto’ resultará sempre em uma múltiplo de 9, sendo a 1ª face com a 3ª e a 2ª com a 4ª, de acordo com as posições dos quadrados, o oposto é classificado na rotação da barras em um ângulo de 180° em torno do seu próprio eixo (*sic*).

Os apontamentos do Grupo 4 mostram que eles compreenderam que Napier (1617) preencheu as barras de modo a dispor os valores do topo de uma face como a diferença do resultado de 9 menos o valor do topo da face oposta. Com relação a esta disposição aos números no topo das barras, o Grupo 3 realizou um estudo estatístico verificando quantas vezes cada um dos valores ocorre nas barras, como vemos na Figura 21, a seguir.

A distribuição das frequências relatadas pelo Grupo 3 para as faces visíveis e a da esquerda de cada uma das barras de calcular de Napier, está relacionada à forma como eles dispuseram os instrumentos, percebendo que para um determinado valor, por exemplo o zero, terão quatro outros valores, no caso o um, o dois, o três e o quatro.

Figura 21 – Registro da ocorrência dos algorismos nas barras de calcular de Napier.

primeira	: 0, 1	} 4°
segunda	: 0, 2	
terceira	: 0, 3	
quarta	: 0, 4	
quinta	: 1, 2	} 3°
sexta	: 1, 3	
sétima	: 1, 4	
oitava	: 2, 3	} 2°
nona	: 2, 4	
décima	: 3, 4	} 1°

Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

Observamos na Figura 21 que esta relação é apresentada para o conjunto de barras disponíveis, indicado uma disposição dos instrumentos em ordem crescentes com os valores do topo sendo repetidos.

5.2 Descrevendo a Prática 2: Compreendendo a representação dos números com as barras de calcular

Os cartões de recursos para a realização da Prática 2 (APÊNDICES D e F) contém a descrição de como as barras de calcular são preenchidas. O fragmento foi retirado do capítulo II da obra *Rabdologiae* (1617), em que estão descritos como as barras de calcular devem ser manipuladas para representar os números e seus múltiplos, tendo como objetivo compreender a potencialidade do instrumento no auxílio dos cálculos.

Essa prática foi planejada para ser executada com três atividades, porém o tempo necessário para que os participantes realizassem as duas primeiras atividades, nos fez repensar a necessidade da terceira atividade ante a impossibilidade de não realizar a próxima prática por completa. Dessa maneira, docente e observadora em comum acordo revisaram o planejamento e preferiram descartar a terceira atividade.

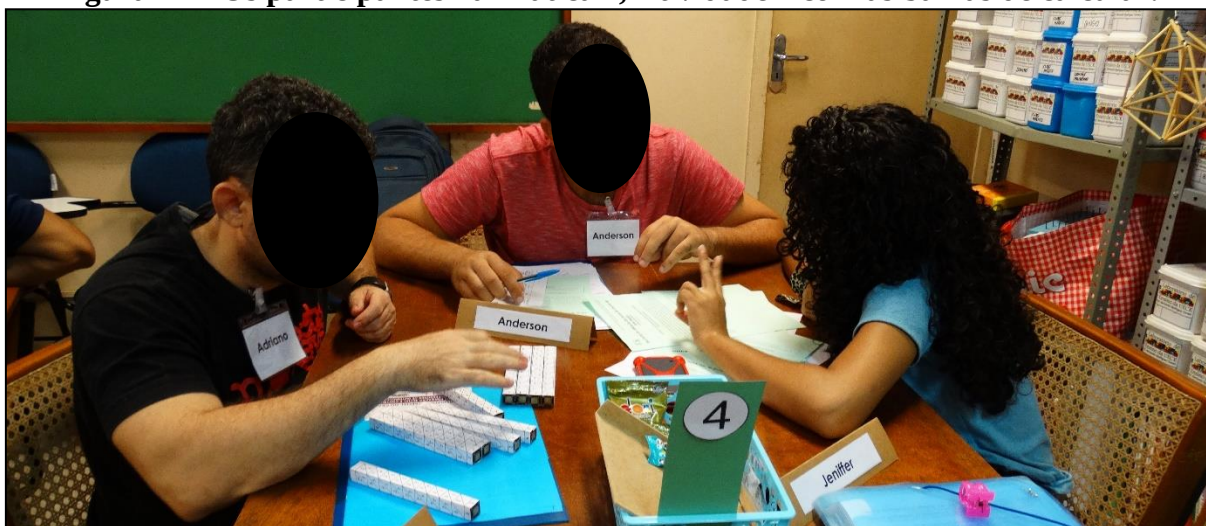
As atividades foram realizadas com os participantes mantendo as mesmas equipes do primeiro dia, mas, as funções de cada um tiveram que ser trocadas. Desse modo, iniciamos a Atividade 1 com o cartão de recurso 1 (APÊNDICE D) e com o cartão de atividade 1 (APÊNDICES E), ao finalizar esta atividade, com a entrega do relatório final por todos os grupos, passamos para a próxima etapa, no qual, foram entregues aos participantes o cartão de recursos 2 (APÊNDICE F) e o cartão de atividade 2 (APÊNDICE G).

5.2.1 Apresentando a Atividade 1

Essa atividade foi baseada no problema I apresentada no cartão de recursos da Prática 2. O problema propõe a representação do número 1615 com as barras de calcular e como o identificamos no instrumento. O tempo previsto para essa atividade era de 1h30min e durante este tempo os participantes deveriam compreender este processo de formação dos números.

Durante os 45 minutos do início da atividade, período no qual o docente e a observadora apenas examinaram as ações e expressões verbais dos participantes, fazendo o devido registro (Figura 22). Passado este tempo, começamos a circular entre os participantes, observando como estavam realizando a mobilização dos conhecimentos.

Figura 22 – Os participantes na Prática 2, Atividade 1 com as barras de calcular.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

Ao final da atividade, os participantes elaboraram um relatório em que nele foram registrados as impressões, as dificuldades e os conhecimentos matemáticos que foram observados com as primeiras impressões das barras de calcular e a sua utilização. Discutiremos a seguir esta atividade.

5.2.2 Discutindo a Atividade 1

Durante a realização da primeira atividade, alguns participantes não estiveram presentes, o que limitou a coleta de dados sem, contudo, comprometer o estudo. Nesta atividade, os participantes manipularam as barras de calcular de Napier de modo a compreender os

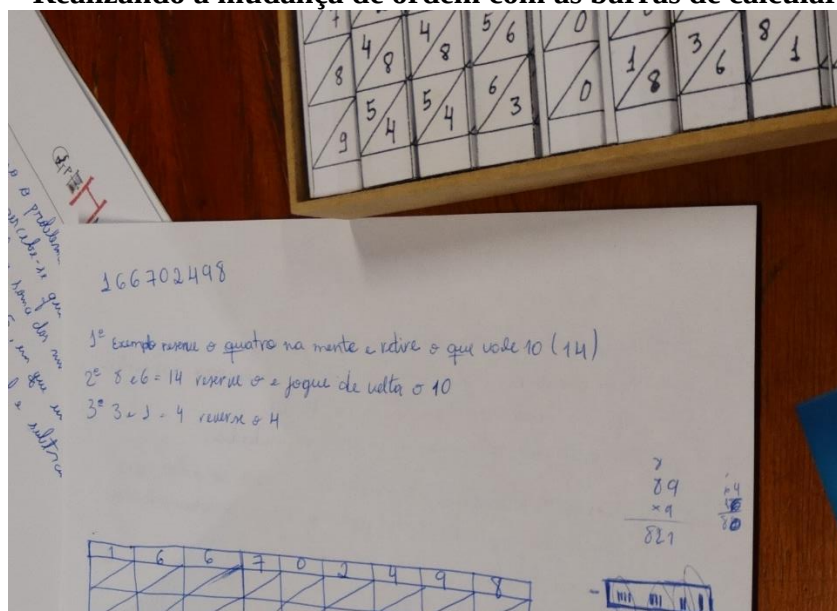
conhecimentos matemáticos mobilizados para a formação dos números e seus múltiplos, a qual percebemos na fala do Grupo 1 que diz “[...] podemos agrupar dois ou mais números que estão no ‘cabeçalho’ com o uso das barras, aplicando o princípio do dobro, triplo, quadruplo e assim sucessivamente (*sic*)” (GRUPO 1, 2018).

Percebemos que os participantes já estão mobilizando seus conhecimentos aritméticos para identificar quando da manipulação das barras de calcular de Napier, a formação de novos números e seus respectivos múltiplos. A forma como eles fazem essa constituição dos múltiplos, percebemos quando “[...] é importante destacar o uso das figuras geométricas [losango] auxiliando na operação de forma a indicar número de mesma ordem” (GRUPO 4, 2018).

O Grupo 4 (2018) demonstra perceber que os valores contidos em figuras geométricas que formam losango, estão todas na mesma ordem posicional (Figura 23) e desta forma eles destacaram que “[...] a questão da divisibilidade como uma operação inversa” e que “a ideia de que era bem definida a ideia de ‘subir um’(*sic*)”

Percebemos que a equipe mobilizou conhecimentos matemáticos relativos à divisão e identificou o movimento dos valores maiores que 9 em uma mesma ordem, para a ordem seguinte.

Figura 23 – Realizando a mudança de ordem com as barras de calcular de Napier.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

Ao realizar essa compreensão, os participantes mobilizam conhecimentos matemáticos relacionados com a ordem posicional dos números e os associaram com a disposição das barras

de calcular de Napier. A Figura 23 evidencia um pensamento focado em algoritmos que estariam representados nas figuras geométricas das barras. Ao manipular as barras, os participantes já percebem a característica posicional do sistema decimal.

5.2.3 *Apresentando a Atividade 2*

A atividade 2 foi realizada após um intervalo e com todos os relatórios anteriores entregues. As equipes apresentavam uma estrutura de funcionamento e envolvimento de todos os seus participantes, que não modificamos as funções dos componentes a realização deste exercício.

Neste momento as equipes receberam o segundo cartão de recursos (APÊNDICE F) com a proposição III e IV do capítulo II do tratado *Rabdologiae* (1617), juntamente com o segundo cartão de atividades (APÊNDICE G) com as orientações sobre a compreensão dos exemplos apresentados e sobre como preceder quando a soma dos valores do losango for maior que 9. Outra característica desta atividade é a orientação sobre como realizar a operação quando o número contiver zero.

Os participantes ao final da atividade deviam escrever um relatório final apresentando os procedimentos realizados durante a leitura e esquematizando os conhecimentos matemáticos mobilizados tanto para a leitura quanto na manipulação das barras de calcular. Dando continuidade, realizamos a discussão desta atividade.

5.2.4 *Discutindo a Atividade 2*

Durante a realização desta atividade, os participantes se defrontaram com a forma peculiar como Napier (1617) apresenta a obtenção dos múltiplos quando da utilização de números com as barras lado a lado, fazendo da esquerda para a direita. Esta forma de apresentar os múltiplos possibilitou aos participantes a ressignificar seus conhecimentos de multiplicação, como observamos na fala do Grupo 1:

Na proposição 3, como a gerar dificuldades de compreender essa multiplicação, por ser feita da esquerda para a direita. Vendo que, sempre somando os losangos, e guardando essa soma excede o número 9, esse número que somado a outro exceder o 9, deverá ser guardado para futuras manipulações. (sic) (2018)

O grupo identifica na disposição das parcelas a operação de multiplicação que estão acostumados a realizar, ocasionado uma ressignificação que é notada no texto quando afirma

que o número que é reservado se faz por tratar de uma ordem posicional diferente da que está sendo somada.

O fato de a leitura dos números ser da esquerda para a direita, forçou a mobilização de conceitos, ressignificando a forma habitual de realizar a multiplicação, de modo que durante a escrita do relatório final o Grupo 1 escreve que: “[...] esse método é semelhante ao que utilizamos atualmente para multiplicar. (sic)” (2018)

Observamos que o grupo ressignificou o conhecimento que eles tinham sobre a multiplicação, assim, eles passaram a ter um novo conceito sobre a operação de multiplicação e a forma que eles utilizam para realizá-la. (SAITO, 2016).

Os Grupos 3 e 4 apresentaram uma conclusão semelhante com relação ao que comumente dizemos “vai um”, ou seja:

Ao final, chegamos a conclusão de que Napier estava apenas querendo apresentar possíveis exemplos que podem ocorrer ao operarmos com as barras. Por exemplo, no caso em que se reserva um valor da unidade na mente e volta o que representa a dezena. Possivelmente esse fato ocorre porque aparentemente Napier realizava as operações iniciando pelos valores da esquerda (sic). (GRUPO 3, 2018)

Pelo que observamos, as equipes imaginaram já estar realizando a operação de multiplicação, porém, quando compreenderam que se tratava de exemplos sobre como manipular as barras de calcular de Napier, eles conseguiram mobilizar seus conhecimentos matemáticos relacionando os exemplos apresentados com a maneira como realizamos a multiplicação na atualidade.

5.3 Descrevendo a Prática 3: Realizando a multiplicação com as barras de calcular

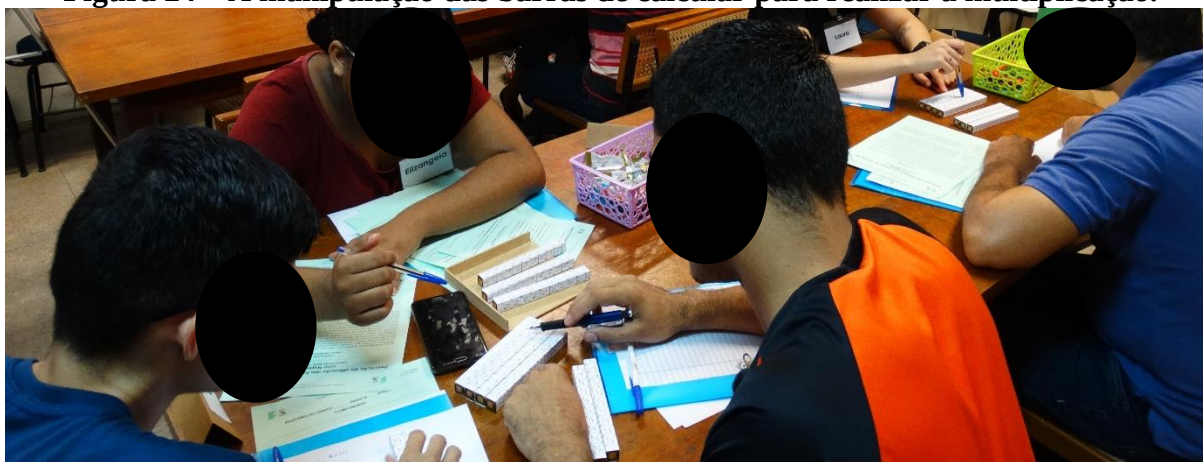
A Prática 3 consistiu na realização da operação de multiplicação manuseando as barras de calcular. Para isso, os participantes receberam o cartão de recursos (APÊNDICE H, J e L) com o excerto do capítulo III do tratado *Rabdologiae* (1617), em que este documento foi dividido em três partes e cada uma delas relacionada com uma atividade (APÊNDICE I, K e M).

O planejamento desta prática previmos três atividades, sendo que duas delas foram realizadas no terceiro dia do curso e a terceira atividade ficou reservada para o quarto dia, quando do encerramento do curso. Todas as atividades foram realizadas com as mesmas equipes, trocando-se as funções dentro da equipe entre cada atividade e ao final de cada uma delas, foi preenchido um relatório final, com a descrição das percepções que os participantes tiveram.

5.3.1 Apresentando a Atividade 1

Nesta atividade os participantes exploraram as orientações do autor do tratado sobre como proceder para realizar uma multiplicação manipulando as barras (Figura 24). São apresentadas a realização da operação de multiplicação exemplificada, construindo cada um dos dois fatores nas barras de calcular e identificando os múltiplos necessários para obter o produto.

Figura 24 – A manipulação das barras de calcular para realizar a multiplicação.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

Nesta atividade, com o instrumento, os participantes deveriam acompanhar o trecho do tratado, realizando a operação de multiplicação, reconhecendo e mapeando os diferentes conhecimentos matemáticos mobilizados para a obtenção do produto. O objetivo é a compreensão da multiplicação manipulando as barras de calcular e representando a escrita na maneira com a representamos.

Ao final da atividade, que teve a duração de 2 horas, os participantes preencheram o relatório final desta atividade, descrevendo as impressões sobre a utilização do instrumento para a realização da multiplicação. O docente e a observadora, como nas atividades anteriores, deixaram os participantes livres por 30 minutos, quando eles foram apenas observados, quando então começamos a circular entre eles, observando suas ações e falas e as registrando.

5.3.2 Discutindo a Atividade 1

Esta atividade apresentou as primeiras multiplicações com as barras de calcular de Napier, desta forma as equipes puderam colocar em prática as orientações das práticas anteriores. A forma de manipular as barras de calcular de Napier para realizar a multiplicação:

“é feita a partir de cada algarismo do primeiro número feito pelas barras em relação ao segundo, ou seja, ao multiplicar 42 por 2, pega-se o número na 2a posição nas barras formadas por 42 ou pega-se o número da 4a posição e soma-se com a da 2a posição na barra 2’ (sic). (GRUPO4, 2018)

Observamos que o Grupo 4 compreendeu a forma de olhar os valores representados nas barras para obter os múltiplos necessários para realizar a multiplicação, mas eles não demonstram a compreensão da multiplicação de 42 por 2.

Essa dificuldade pode ser resultante de não compreender a descrição no cartão de recursos como é expresso pelo Grupo 3, quando afirmam que “[...] tivemos inicialmente a dificuldade em compreender o primeiro parágrafo nela descrito, pois por se tratar de um texto mais teórico isso dificultou a abstração do procedimento de multiplicação descrito por Napier”(sic) (2018)

A dificuldade descrita pelos Grupos é solucionada quando da realização dos exemplos dados por Napier (1617) para demonstrar a multiplicação com as barras de calcular de Napier, superada essa dificuldade, os participantes reconhecem a semelhança das formas de escrever as parcelas das duas maneiras apresentadas para a realização da multiplicação apresentado no tratado, como notamos:

O processo de multiplicação de Napier se assemelha muito ao atual, já que usamos cada ‘parcela’ do multiplicador, por exemplo 212 por 39, pegamos o 9 e multiplicamos por 2, guardamos o resultante maior que 9, depois 9 por 1 e guardamos e por último 9 por 2 e guardamos esse resultado, assim em diante com o 3 (sic). (GRUPO 1, 2018)

O Grupo descreve a multiplicação com um exemplo próprio, fato realizado por todos, observamos a mobilização de conhecimentos matemáticos relacionado a multiplicação no caso de “[...] marco simples ou quociente é o retângulo do topo da barra” (sic) (GRUPO 4, 2018)

Este Grupo 4 apresenta a seguinte fala que “[...] a ideia de ‘jogar 1’, quando excedemos o valor posicional, devemos conservar a unidade no seu local e passar as dezenas para casa imediatamente à esquerda” (sic) (2018).

O grupo apresentou a mobilização do que convencionalmente se diz “vai um” como sendo a movimentação do excedente do que for maior que 9, levando este excedente para a próxima casa à esquerda, observamos que o grupo não associa esse movimento para as dezenas, e sim para a próxima casa posicional, assim temos uma mobilização dos conhecimentos matemáticos relacionados a cada posicional de cada número.

Com relação à maneira de representar as parcelas, colocando-as da esquerda para a direita os grupos apresentam a necessidade de completar todas as parcelas para que tenha a mesma quantidade de algarismo, para só então realizarem a escrita delas para procederem a soma para obterem o produto.

Na próxima atividade, os participantes serão convidados a realizar a multiplicação exemplificada por Napier (1617) com o número que foi escrito no papel.

5.3.3 Apresentando a Atividade 2

A Atividade 2 da Prática 3 explora as duas maneiras como Napier (1617) escreve no papel a multiplicação, como já detalhado no capítulo 3 anterior. Com as orientações apresentadas no tratado, os participantes foram convidados a refazer o exemplo apresentado no excerto, escrevendo as parcelas a serem somadas da esquerda para a direita. Também foram estimulados a testarem a multiplicação com outros fatores.

Como em todas as atividades os discentes tiveram 30 minutos para ler, manipular as barras e realizar multiplicações com outros valores, sendo apenas observados pelo docente e pela observadora, após este prazo é que começamos a circular entre eles observando o que eles estavam fazendo. Lembrando que todo esse processo foi registrado.

Os participantes mantiveram as mesmas equipes dos dias anteriores, apenas trocando as funções desempenhadas nas atividades. Ao final desta atividade, eles elaboraram o relatório final, descrevendo as impressões da equipe sobre as duas formas de escrever a multiplicação no papel. Debatemos no tópico seguinte as observações relativas a esta atividade.

5.3.4 Discutindo a Atividade 2

Esta atividade consiste em realizar a operação de multiplicar manipulando as barras de calcular de Napier, invertendo o número representado, ou seja, manipulamos as barras para representar o fator 365. O Grupo 1 escreve “Napier mostra que ao multiplicar 1615 por 365 e 365 por 1615, temos o mesmo resultado, com podemos notar que, não importa a ordem dos fatores o resultado será o mesmo (*sic*)” (2018).

O grupo 1 constatou a propriedade comutativa da multiplicação, porém, não a define como tal. Essa constatação é reforçada por “[...] nós vemos que, independentemente do método registrado para registrar o cálculo na folha a barra demonstra totalmente funcional” (*sic*) (GRUPO 4, 2018), o grupo reconhece nas barras de calcular a possibilidade de realizar a

multiplicação independente do fator representado nela e da maneira como as parcelas sejam escritas.

Observamos nos relatórios finais dessa atividade, que os participantes realizaram a escrita dos múltiplos do multiplicando das duas maneiras apresentadas na atividade anterior e realizam as etapas de modo a confirmar que os resultados são os mesmos. Para finalizar o processo de manipulação das barras de calcular de Napier, apresentamos a Atividade 3, a seguir explanada.

5.3.5 Apresentando a Atividade 3

A Atividade 3 foi realizada no último dia do curso. Para isso, os participantes, em suas equipes e tendo escolhidos de forma espontânea as funções de cada um, receberam o cartão de recursos 3 (APÊNDICE L) que consistia do excerto do tratado, contido no final do capítulo III da obra, no qual o autor apresenta a possibilidade de obter o produto com a utilização dos valores que estão na face oposta a aquela visível de cada barra, como já descrito no capítulo 3 deste estudo.

Após os participantes terem tido 30 minutos para lerem e debaterem sobre esta forma de realizar a multiplicação, foi entregue o cartão de atividade 3 (APÊNDICE M). Nela, era solicitado que descrevessem se os conhecimentos matemáticos estavam sendo mobilizados quando da manipulação das barras de calcular de Napier para a realização da atividade proposta, discutimos a seguir a atividade 3.

5.3.6 Discutindo a Atividade 3

Aqui é explorado a realização da multiplicação com as barras de calcular de Napier, não com os valores da face que representa um dos fatores, mas, pelos valores das faces opostas. Os Grupos realizaram a multiplicação como descrito tentaram representar o conhecimento matemático mobilizado com alguma fórmula.

Mesmo obtendo o mesmo produto para a multiplicações já realizadas, pois “[...] o método utilizado em parte é semelhante ao método 1, porém ficamos intrigados com o método utilizado para dar certo. Sabemos que está ligado a construção, pois quando viramos a somas dos números sempre resultará em 9, 99, 999, ... (sic). (GRUPO 3, 2018).

O grupo mobiliza conhecimentos matemáticos e os deixa claro ao afirmar as semelhanças dos métodos e a relação ao somar as faces opostas das barras, porém não consegue explicar o motivo desta maneira de multiplicar preservar o resultado.

Ao finalizarmos a discussão desta atividade, partimos para descrever algumas potencialidades didáticas observadas ao longo das atividades.

5.4 Potencialidades didáticas observadas durante o curso

Ao longo da realização das atividades do curso de extensão universitária foram observadas diversas potencialidades didáticas, algumas foram expressas pelos participantes, outras observadas pelo docente e pela observadora. Ao descrevê-las, desejamos expressar maneiras para o desenvolvimento de futuras atividades.

Na prática 1, os participantes disseram que as barras de calcular de Napier deixavam claro a ordem posicional dos algarismos que compõem os múltiplos. A mobilização de conceitos geométricos como de ângulos e proporção de ângulos, podem propiciar a mobilização destes conhecimentos para a construção das barras. A disposição das barras de calcular de Napier com os valores do topo em ordem crescente forma um quadro de multiplicação, podendo mobilizar os conhecimentos matemáticos de ordenação e multiplicações.

Na prática 2, dentre as potencialidades observadas, temos a possibilidade de compreender a divisibilidade presente no processo de multiplicação. Um dos participantes apresentou a possibilidade de manipular as barras para obtenção de MMC e MDC.

Com relação à prática 3, as potencialidades observadas estão na possibilidade de obtenção de MMC e MDC. A compreensão de multiplicação por 10, 100, e outras potências de 10. Diferentes maneiras de escrever as parcelas compreendendo porque elas são escritas deslocadas, quer para a esquerda quer para a direita.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As tendências metodológicas para o ensino de matemática apresenta diferentes recursos para o professor lecionar os conteúdos. Uma destas tendências é a história da matemática, que pode ser utilizada como recurso didático de diferentes formas. Uma destas formas é com a utilização de uma historiografia atualizada para promover um diálogo a história e o ensino da matemática motivou este estudo.

O fato de compreender o momento histórico e contextual e como ele influencia no aspecto epistemológico, para a mobilização de conhecimentos matemáticos de uma época, ao mesmo tempo que possibilita uma diálogo com o ensino para a identificação de potencialidades didáticas no passado que contribuam no presente, motivou nos em uma tentativa de realizar uma pesquisa em que estabelecêssemos um dialogo com a história presente no tratado *Rabdologiae* (1617) e o ensino da matemática.

Nesta forma de utilizar a história, observamos o passado desprovido das concepções atuais. Assim, ao explorar os conceitos matemáticos presentes no tratado, o fazemos respeitando a forma como o autor os aplicou. A elaboração do diálogo entre o momento histórico e o ensino, ocorre na possibilidade de mobilizamos as ideias matemáticas observadas de modo a contribuir com o ensino da matemática.

Assim, ao mobilizarmos os diferentes conhecimentos matemáticos com a construção e manipulação das barras de calcular de Napier, como descrito no tratado *Rabdologiae* (1617), durante o curso de extensão universitária, percebemos nas falas dos participantes a possibilidade de utilizar o instrumento para o ensino de matemática.

Para isso, identificamos as situações contextuais, históricas e epistemológicas presentes no tratado *Rabdologiae* (1617) que possibilitaram a realização do diálogo entre os contextos que influenciaram sua escrita e publicação e como é possível a identificação de situações didáticas que possam contribuir para o ensino.

Ao longo do capítulo 2, tecemos uma descrição sobre o momento histórico em que os calculistas estavam obrigados a realização de cálculos com grandes números para atender a demanda comercial, financeira e de navegação, de modo que estes cálculos fossem realizados de forma rápida. Napier (1550- 1617) é uma das pessoas que pesquisam formas para agilizar esses cálculos. Ele consegue estabelecer as regras de construção e utilização dos logaritmos, tendo para tanto, manufaturado alguns instrumentos que lhe auxiliaram na elaboração das tabelas de logaritmos.

Para não perder a primazia da construção dos instrumentos, ele escreve o tratado *Rabdologiae* em 1615, só sendo publicando em 1617. Nele, Napier (1550-1617) apresenta três instrumentos que auxiliam na realização de cálculos. Aqui estudamos as barras de calcular de Napier e como ela mobiliza conhecimentos matemáticos na realização da operação de multiplicação. Como observamos ao longo do capítulo 3, quando dialogamos com a obra, identificamos potencial didático na construção e na manipulação das barras.

De fato, ao lermos a descrição que Napier (1617) faz da construção, preenchimento e utilização das barras de calcular para realizarmos a multiplicação, percebemos a possibilidade de elaboração de atividades didáticas voltadas para o ensino de matemática. Temos no instrumento a inserção de conceitos geométricos e aritméticos que estão presentes em diversos conteúdos ensinados.

Conhecido o uso das barras de calcular de Napier e identificados possíveis potencialidades didáticas de sua manipulação, partimos para o planejamento de um curso de extensão universitária, destinado a professores que ensinam matemática. Para este curso, elaboramos atividades baseadas no tratado de modo a instigar os participantes a mobilizar conhecimentos matemáticos para alcançar os resultados pedidos.

As atividades e suas práticas elaboradas, como narradas no capítulo 4, são a descrição de articulações entre a história e ensino de matemática, baseado na obra *Rabdologiae* (1617). As práticas relacionaram as diversas partes da construção e manipulação das barras de calcular de Napier para a realização da operação de multiplicação.

Ao mesmo tempo que as práticas eram elaboradas, realizávamos o planejamento do curso de extensão universitária, com o objetivo de relatar a percepção dos participantes para avaliar as práticas elaboradas. Os participantes, ao longo da realização do curso, indicaram diversas potencialidades para articular a história da matemática e o ensino.

Uma vez realizado o curso de extensão, temos a descrição dos aspectos metodológicos da sistematização do uso das barras de calcular de Napier na inserção da prática docente. Isto é, como os participantes do curso de extensão tiveram suas ações observadas e descritas. Durante todas as ações foram registradas em áudio, vídeo, fotos, e registros escritos que ao serem analisados compõem os dados descritos.

Foram nestes registros que conseguimos identificar como os participantes reconhecem os conhecimentos geométricos, tais como: ângulo, paralelas, divisão proporcional de segmentos, diagonais. Além da construção de quadrados e retângulos. A mobilização destes conhecimentos foram relatados quando da construção das barras de calcular de Napier.

Com relação à manipulação do instrumento, os conceitos aritméticos identificados pelos participantes, foram: os números simples e o da esquerda, referência aos algarismos das unidades e das dezenas, a obtenção dos múltiplos dos números com apenas um algarismo, a maneira que manipulando as barras, formamos números compostos e obtemos seus respectivos múltiplos. As maneiras como a multiplicação é apresentada no tratado pode representar uma potencialidade didática para a questão do domínio dos conceitos de multiplicação e posicionamento dos algarismos.

Assim, conseguimos realizar a articulação entre a história da matemática e o ensino com a construção e manipulação das barras de calcular de Napier descritas no *Rabdologiae* (1617). Esta forma de trabalhar a história da matemática necessita da compreensão do momento histórico com todos os elementos que a ele estão associados, isto é o contextual, o historiográfico e o epistemológico. Tentamos ao longo deste estudo abordar essa historiografia atualizada, porém, a prática já exercida ao longo de tanto tempo não foi modificada tão rapidamente.

Quando da realização da multiplicação com as barras de calcular de Napier, os participantes foram apresentados as duas formas como a operação é escrita no papel (APÊNDICE H), esta forma de representação permitiu os participantes afirmarem ser possível compreender o porquê do deslocamento lateral quando se multiplica.

Desta forma, durante este estudo, conseguimos realizar diversas mobilizações de conhecimentos matemáticos presentes no tratado, em consonância aos conceitos epistemológicos da época, associando ao instrumento barras de calcular a potencialidades didáticas para o ensino de conceitos aritméticos associados à operação de multiplicação. Atingindo assim os objetivos propostos.

As potencialidades didáticas identificadas durante a realização do curso sobre a construção e manipulação do instrumento, articulado à história e o ensino da matemática, constitui-se em um possível indicador de que atividades didáticas, ao serem aplicadas no ensino, o façam dando significado aos conteúdos apresentados.

Porém, não podemos esquecer que as barras de calcular de Napier, apresentadas no tratado *Rabdologiae* (1617), podem realizar divisão, potenciação, radiciação e as regras de três simples e compostas. Um estudo sobre o instrumento mobiliza os conhecimentos matemáticos quando de sua manipulação naquelas operações é o continuar natural deste estudo.

Outras pesquisas que podem ser realizadas com o tratado, podendo ser focados nos dois outros instrumentos, que não encontramos estudos sobre eles e nem foram identificados estudos sobre a forma como Napier (1617) trabalha o cálculo de áreas e volume que consta no livro

segundo do *Rabdologiae*(1617), desta forma, o tratado tem muito o que ser explorado em novos estudos.

O tratado *Rabdologiae* (1617) apresenta também um livro sobre *Aritmetica Local* que apresenta a solução de problemas matemáticos comuns no século XVII. Eles podem proporcionar diversos diálogos entre a história e o ensino de matemática, possibilitado a construção de diversas interfaces para a formação docente.

Percebemos que este estudo apenas explora uma pequena parte do potencial presente em toda a extensão dos seus 154 fólhos, divididos em quatro livros que contém apresenta diferentes maneiras de trabalhar a matemática conhecida por Napier ao início do século XVII.

REFERÊNCIAS

- BATISTA, A. N. de S. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhastilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores.** 2018. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.
- BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** 3 ed. São Paulo: Cortez, 2009.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio. Brasília: Ministério da educação, 1998.
- CASTILLO, A. R. M. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boked Named Tectonicon de Leonard Digges.** 2016. 121 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- CHAQUIAM, M. **Ensaio temático:** História da matemática em sala de aula. Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2017. 241 p.
- COHEN, E. G.; LOTAN, R. A. **Planejando o trabalho em grupo.** 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017. Tradução de: Luís Fernando Marques Dorvillé, Mila Molina Carneiro, Paula Márcia Schmaltz Ferreira Rozin.
- D'AMBROSIO, U. A interfase entre História e Matemática: uma visão histórico-pedagógica. In: FOSSA, John A. **Ensaio sobre Educação e História da Matemática.** Rio Claro: Sbhmat, 2000. p. 241-271.
- DI BEO, N. **O estudo do Trattato del Radio Latino:** Possíveis contribuições para a articulação entre história da matemática e ensino. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.
- ECO, U. **Quase a mesma coisa: experiências de tradução.** Trad. Eliana Aguiar. São Paulo: Record, 2007, 458 pp.
- FERREIRA, L. H. B. **Ateliês de história e pedagogia da matemática:** contribuições para a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. 2011. 216 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.
- FRIED, M. N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? **Science And Education**, [s.l.], v. 10, n. 4, p.391-408, jul. 2001. Springer Nature.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2010.

HADDAD, V. R. **Materiais manipuláveis: Uma intervenção em sala de aula para a divisão euclidiana**. 2015. 51 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, Niterói, 2015.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-37. (Coleção formação de professores).

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MAOR, Ei. **e: A História de um Número**. Lisboa: Gradiva, 2006. 268 p.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2009.

MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **História na Educação Matemática: Proposta e Desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. (Coleção Tendências em Educação Matemática, n. 10).

MONGELLI, L. M. (Org.). **Trivium e Quadrivium: as artes liberais na Idade Média**. Cotia, SP: Íbis, 1999.

NAPIER, J. **Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio**. Edinburgo: Andreas Hart, 1614.

NAPIER, J. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo**: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus. Edinburgh: Andrew Hart, 1617.

NAPIER, J. **Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio**. Edinburgo e Londres: William Blackwood e Sons, 1619

NAPIER, J. **De Arte Logistica**. [s.n.] Edinburgo, 1839.

NAPIER, M. **Memoirs of John Napier of Merchiston: his Lineage, Life and Times, with a History of the Invention of Logarithms**. Edinburgo e Londres: William Blackwood e Thomas Cadell, 1834.

PEREIRA, A. C. C.; VASCONCELOS, C. B. Construindo uma proposta pedagógica por meio de materiais manipulativos: Apresentando a fatoração algébrica estudada no LABMATEN/UECE. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Educação Matemática no Ceará**. Fortaleza: Premium Editora, 2014. Cap. 1. p. 9-27.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 25, n. 13, p.342-372, Jan./Abr., 2019.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais...** . Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 12.

PEREIRA, A. C. C.; PEREIRA, D. E. Ensaio sobre o uso de fontes históricas no ensino de matemática. **Rematec: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Natal, v. 10, n. 18, p.65-78, jan/abr. de 2015.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Rio Grande do Sul: Universidade Feevale, 2013. 277 p.

RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E. e CORRIGAN, A. **The Life and Works of John Napier**. Switzerland: Springer, 2017. 994 p.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, 2016, p. 3-19.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 259 p.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de Matemática. **Rematec: História de Práticas Matemáticas**, Natal, v. 16, n. 9, p.25-47, maio/ago. 2014.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru , v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SILVA, A. P. P. do N.. **A leitura de fontes antigas como possibilidade didática: um exemplo a partir do Almagesto de Ptolomeu**. 2013. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

SOARES, E. C. **Uma investigação histórica sobre logaritmos com sugestões didáticas para sala de aula**. 2011. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

STEWART, D., and MINTO, W. **An Account of the Life, Writings and Inventions of John Napier of Merchiston**. Edinburgo:R. Morison Jr, 1787

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

APÊNDICES

APÊNDICE A – PROGRAMA DO CURSO DE EXTENSÃO UNIVSERTÁRIA



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E MATEMÁTICA
– PGECEM/IFCE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ

Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática – GPEHM/CCT-UECE

PFD - PROGRAMA DE FORMAÇÃO DOCENTE DO GPEHM/UECE

PROGRAMA DE ENSINO

CURSO: Manipulando as “barras de calcular” descritas por John Napier (1617) para o estudo de conhecimentos aritméticos

CARGA HORÁRIA: 20 h/a

HORÁRIO: 8h às 11h.

PERÍODO: 24 a 27 de setembro de 2018

LOCAL: Laboratório de Matemática e Ensino da UECE

VAGAS: 13 (12 participantes e 1 observador – Suziê Maria de Albuquerque)

DOCENTE: Eugenio Brito Martins

EMENTA

Este curso objetiva identificar e mobilizar conhecimentos matemáticos quando da manipulação do instrumento matemático conhecido como “barras de Napier”, inventadas por John Napier (1550-1617) e divulgada na obra *Rabdologiae ...*, publicado em 1617. A realização do curso será baseada em uma perspectiva historiográfica atualizada, promovendo um diálogo entre o passado e o presente, para a construção de interface entre história e ensino de matemática.

OBJETIVOS / CONTEÚDOS

OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CH
<i>Para o discente:</i> Conhecer o papel da aritmética prática para o desenvolvimento da história da matemática.	UNIDADE 1: Conhecendo a história das barras de calcular e sua relação com a aritmética	2h/a

- Reconhecer a importância dos instrumentos matemáticos, em especial as barras de calcular, como parte integrante da matemática prática do século XVII. <i>Para o docente:</i> - Apresentar aos participantes um conhecimento preliminar das barras de calcular como instrumento inserido no registro da aritmética prática a partir da articulação das esferas contextual e historiográfica.	prática 1.3. O contexto da aritmética prática no século XVII. 1.4. Algumas considerações sobre as barras de calcular e sua história.	
<i>Para o discente:</i> - Compreender a importância de John Napier para a matemática do século XVII. - Reconhecer a obra <i>Rabdologiae ...</i> (1617) como parte integrante do diálogo da Aritmética prática no século XVII. <i>Para o docente:</i> - Apresentar aos participantes o documento que será estudado, assim como, seu autor e sua importância para a disseminação da Aritmética do século XVII.	UNIDADE 2: John Napier e o documento, <i>Rabdologiae ...</i> (1617) 2.3 Alguns aspectos da vida e da obra de John Napier 2.4 Algumas considerações sobre a obra <i>Rabdologiae</i> (1617)	2h/a
<i>Para o discente:</i> - Estudar as barras de calcular de John Napier a partir da leitura do processo de construção descrita na obra <i>Rabdologiae ...</i> (1617). - Elencar os princípios matemáticos implicados na construção das barras de calcular. <i>Para o docente:</i> - Fazer com que os participantes explorem, formulem e expressem os conhecimentos matemáticos incorporados no instrumento por meio da construção das barras de calcular de John Napier, justificando seus passos. - Elencar as possíveis potencialidades didática que envolve a construção das barras de calcular.	UNIDADE 3: A construção das barras de calcular de John Napier 3.3 Estudo as barras de calcular por meio da construção e uso em <i>Rabdologiae ...</i> (1617). 3.4 Estudo de situações do uso das barras de calcular, contida no tratado.	8h/a
<i>Para o discente:</i> - Utilizar o instrumento construído para realizar operações aritméticas de multiplicação e divisão. - Compreender o processo das duas operações, partindo-se das instruções fornecidas por John Napier. <i>Para o docente:</i> - Estimular os participantes a explorarem, formularem e expressarem os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio das barras de calcular, questionando o processo de manipulação e justificando seus passos. - Elencar as possíveis potencialidades didática que envolve a manipulação das barras de calcular.	UNIDADE 4: O uso das barras de calcular de John Napier 4.3 Realização de operações aritméticas utilizando as barras de calcular, de modo a avaliar os conhecimentos matemáticos mobilizados e previamente conhecidos. 4.4 Estudo de uma aplicação das barras de calcular de John Napier.	8h/a

CRONOGRAMA DE AULAS PRESENCIAIS

Horas/aula	Data		Conteúdo – Plano de Aulas
20h/a	Seg	24/09	• Apresentação do curso de Extensão Universitária. • O contexto da aritmética (prática ou comercial) no século XVI. • Algumas considerações sobre as barras de calcular e sua história. • John Napier e sua obra <i>Rabdologiae</i> ... (1617) • Descrição da construção das barras de calcular partindo-se de sua construção e uso.
	Ter	25/09	• Orientação sobre a utilização das barras de calcular para realizar a multiplicação
	Qua	26/09	• Realização da multiplicação utilizando o exemplo contido na obra <i>Rabdologiae</i> ... (1617). • Aplicações a situações práticas.
	Qui	27/09	• Aplicação das barras para a divisão. • Aplicações a situações práticas.
	Sex	28/09	• Validação do Instrumento. Discussões gerais sobre o instrumento e sua aplicação.

METODOLOGIA

O desenvolvimento do curso utilizará metodologia colaborativa, com atividades de ensino baseadas em trabalho de grupo. Como estratégia de ensino, utilizar-se-á recursos da história da matemática, explorando a manipulação do instrumento de cálculo aritmético conhecido como Barras de Napier, cuja a construção e manipulação estão descritas na obra *Rabdologiae* de 1617, buscando a articulação entre a história e ensino de matemática, para a construção de interfaces.

AValiação

A avaliação será de caráter formativo, trabalhando em grupos, em que cada componente terá seu papel no desenvolvimento das atividades, socializando cada etapa em um relatório final.

Durante o curso serão propostas três atividades: A primeira atividade, contempla compreender a construção das barras de calcular de John Napier, baseando-se no texto dos capítulos I e II da obra *Rabdologiae*, versão traduzida e adaptada, Na segunda atividade, ser proposta a utilização das barras de calcular a partir das orientações fornecidas por John Napier, realização de operações aritméticas de multiplicação e divisão, partindo de uma situação proposta na obra de John Napier, acrescidas de exemplos atuais, E, por último, a terceira atividade, as barras serão aplicadas em situações reais. Finalizando-se, por validar o instrumento no processo de cálculo dos resultados.

Ainda para a avaliação do curso também será contabilizada a participação dos cursistas nas discussões acerca da temática estudada, a entrega das atividades e pontualidade em sala de aula.

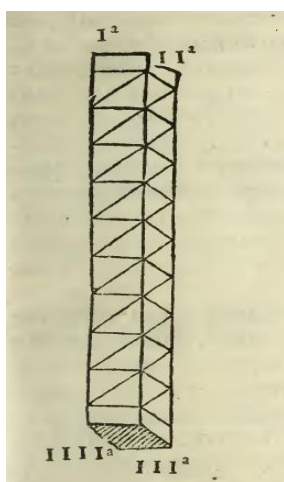
APÊNDICE B – CARTÃO DE RECURSOS – PRÁTICA I

UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER CARTÃO DE RECURSOS – PRÁTICA I

Assim será sua fabricação

Façam-se de prata, de marfim, arbusto ou de qualquer substância sólida, dez barras quadrados, no lugar dos números I I I I de cinco lugares, o mesmo com vinte barras, para os números I I I I I I I I de nove lugares, o mesmo com trinta barras, para os números I I I I I I I I I I I I I de treze lugares.

E sejam todas de mesmo tamanho, isto é, mais ou menos três dedos³². E a largura seja a décima parte do comprimento para que possa caber comodamente duas figuras aritméticas, seja também a altura igual à largura. E os ângulos retos dessas quatro faces ou lados sejam polidos, tão cuidadosamente, que colocando as barras ligadas uma a outra, pareçam todas como uma só tábua. Assim aplanada, divida o comprimento da barra em dez partes iguais: com uma condição, as nove partes intermediárias são de mesmo tamanho, a décima parte será dividida ao meio, uma metade será acrescentada na margem superior e a outra na inferior. Então, por cada ponto das divisões, passe linhas retas, de modo a formar nove pequenos quadrados nas faces das barras, exceto nas margens (superior e inferior): em cada um dos quadrados, traçar diagonais, do ângulo inferior esquerdo, até o ângulo superior direito, como se ver na figura a seguir. E assim, a barra está preparada para a inscrição dos números.



Primeiro, coloque a barra diante dos olhos, como marcado (graças à doutrina e a memória) as faces I^a, II^a, III^a e IIII^a, que são dispostas da forma: a primeira é colocada perante os olhos do observador, a segunda é vista ao lado da mão direita, a terceira está oculta na superfície, e a quarta ao lado da mão esquerda.

Em segundo observarás qual a figura está colocada no topo do primeiro quadrado da face que estás olhando, e no lado certo do quadrado esculpido (desenhado), a figura simples será colocada, e é falado que o número simples está nesta aréola, fazem a mesma coisa

³² Finger, ou dedos, é uma unidade de métrica que equivale a 3/4 da polegada, ou seja, 19 milímetros. (RICE; GONCALEZ-VELASCO, 2017)

com a figura dobrada, e o triplo no terceiro espaço, e no quarto o quadruplo, e assim, incluirás o restante dos múltiplos até o nêuplo: tal que a correspondência de cada figura é única, então serão inseridos do lado certo do quadrado: se forem duas, a da direita no lado certo, e a da esquerda na aréola composta.

Em terceiro deverás notar, sempre faça a terceira face de modo oposto a primeira, e a quarta oposta à segunda, de modo que o mesmo número simples não fique oposto, que seja alterado. o superior alterando com o outro na face inferior, ou alterando da direita como o outro da face esquerda: e alterando um do topo, com o outro da base da barra, assim estes dois números simples opostos somados resultam em nove. Desse modo, posteriormente chamo estes números de opostos, além disso a soma destas figuras resulta nove: por que eles só se opõem na barra. Com essas observações gerais, se faz inscrições particulares para um grupo de BARRAS.

Em cada aréola, na parte inferior e do lado direito da primeira face, escreva a cifra 0 (zero), na primeira, segunda, terceira e quarta barra, e invertendo de ponta cabeça cada barra (fazendo o número simples do topo, vá para a base, e mais, o que estava em baixo vai para cima) escreva os nêuplos simples, com seus múltiplos visíveis 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, do modo descrito no método geral.

Então, de modo similar na segunda face da primeira barra, e na primeira face da quarta, sexta: e sétima barra, escreva o um com seus múltiplos, de forma clara 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, alinhe de forma descendente e, invertendo cada barra, escreva um 8 simples com seus múltiplos, de forma clara 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72.

Repita pela terceira vez na segunda face da segunda e quinta barra, e na primeira face da oitava e nova barra gravando o dois com seus múltiplos, claramente 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 e, invertendo cada uma das barras, escrever o sete simples e seus múltiplos, de forma clara 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63.

Então, na segunda face da terceira, sexta e oitava barra e na primeira face da décima, escreve o três com cada múltiplo, assim 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27; e, invertendo as barras, escreva o seis simples e seus múltiplos, de forma clara 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54.

Finalmente na segunda face da quarta, sétima, nona e décima barra, escreva o quatro simples, com seus múltiplos, como se vê 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36; e, invertendo cada uma, inscrever o cinco simples com seus múltiplos, claramente 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, preservando cada uma destas orientações gerais acima.

APÊNDICE C – CARTÃO DA ATIVIDADES – PRÁTICA I**ESTUDO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER
CARTÃO DE ATIVIDADES – PRÁTICA I**

A partir do instrumento (físico) e do texto que traz a descrição do uso das barras de calcular de John Napier:

- Acompanhe e entenda no que consiste o instrumento, e procure reconhecer e mapear os diferentes conhecimentos matemáticos nele incorporado.
- Compreenda o funcionamento do instrumento.

Produto do grupo – ATIVIDADE 1

Anote suas primeiras impressões sobre as partes e o funcionamento do instrumento, a partir da **construção e manipulação.**

APÊNDICE D – CARTÃO DE RECURSOS 01 - PRÁTICA II**DESCRIÇÃO DA UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER
PRÁTICA 02 - CARTÃO DE RECURSOS 01**

**CAPÍTULO II - Da aplicação dos números na Barras e o contrário.
Primeira Proposição - Problema I**

Reduzido em uma barra, é oferecido um número com os seus múltiplos em ordem.

Dispondo o ano do Senhor de 1615 na mesa com seus múltiplos colocados. De todo o conjunto escolha quatro barras, de modo que, uma tenha a unidade escrita no seu topo, outra o seis, a terceira a unidade, a quarta o cinco: e posicione com a face das figuras faladas para seus olhos, verás na primeira aréola das quatro barras, o número simples apresentado: na segunda aréola o dobro, na terceira aréola no terceiro intervalo linear o seu triplo, no quarto o quádruplo, no quinto o quántuplo, e sucessivamente, até o nêunplo, que será encontrado no nono intervalo linear.

PROPOSIÇÃO II

Em cada barra simples uma linha diagonal separa cada número simples no seu lugar. No lugar em que duas marcas juntas formar um losango: portanto são adicionados.

Para tabular o ano do Senhor de 1615 colocamos barras com estes valores no topo (como feito antes) no segundo é apresentado o dobro do ano com quatro posições, observando o primeiro losango temos 2 e 1 (que adiciona fazendo três) e no segundo losango o 2, no terceiro 2 e 1, por sua vez, similarmente como 3. No fim o zero. De onde surge o dobro inteiro do dito ano, como 3230.

APÊNDICE E – CARTÃO DE ATIVIDADES 01 - PRÁTICA II

ESTUDO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER

PRÁTICA 2 - CARTÃO DE ATIVIDADES 01

A partir do instrumento (físico) e do texto que traz algumas *aplicações dos números as barras* das barras de calcular de John Napier:

- Acompanhe e entenda no que consiste o instrumento, e procure reconhecer e mapear os diferentes conhecimentos matemáticos nele incorporado.
- Compreenda o funcionamento do instrumento.

Produto do grupo – ATIVIDADE 1

Anote suas primeiras impressões sobre como as barras de calcular representam os números.

APÊNDICE F – CARTÃO DE RECURSOS 02 – PRÁTICA II

DESCRIÇÃO DA UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER

PRÁTICA 02 - CARTÃO DE RECURSOS 02

PROPOSIÇÃO III

Quando a soma apresenta maior que o nove local, como partes de dinheiro, maior que nove o valor que acompanha tem a premissa torna-se conhecida. Quando inferior, agarra o inteiro.

Por exemplo, coloque 166702498 na mesa e no primeiro losango da esquerda do nono intervalo apresenta 9 e 5, que somado são 14, retira-se, conseqüentemente, o que vale dez, reserve na mente o número quatro do primeiro exemplo. Então, no sétimo losango do sétimo intervalo, para um segundo exemplo, observamos 8 e 6, cuja soma é 14, reserve o quatro e jogue de volta o que vale dez. Então, estas posições maiores serão modelos, acompanha menores: de acordo com o primeiro losango do terceiro intervalo, encontramos, menor que nove, o 3 e 1, para um terceiro exemplo, cuja soma dá 4 e reserva. Assim na primeira posição vazia, a esquerda, do sexto intervalo, fica com nada: com nada na mente reservamos para o quarto exemplo. Similarmente, no sexto losango do segundo intervalo, permanece o quatro (menor que nove) reserva, então, o quatro para o quinto exemplo. Finalmente, no quinto losango do quarto intervalo, permanece com sua cifra zero: assim sendo, nada permanece reservado para o sexto exemplo. Assim, de acordo com todo o resto.

PROPOSIÇÃO IV

No primeiro losango do nono intervalo, reserva o quatro da parte superior de acordo com o primeiro exemplo, atrás deste losango segue mais à direita do losango o maior que nove, certamente 4 e 6 (que somados são 10) então reserve desta forma o quatro, sendo transferido o cinco. Da mesma forma para dentro do terceiro intervalo, para o terceiro exemplo reserva 4, cujo o losango de trás (além de nove) segue a direita do losango maior do que nove, conforme examine 8 e 2: transcreva então a soma existente consistindo de nove caminhando para o 50. Assim na esquerda do lugar vazio do sexto intervalo, no quarto exemplo reserve nada na mente: e por isto na posição mais à direita, (além dos dois que excede nove) avance para o maior que nove, 6 e 4 ou seja 10: assim sendo aumentará de uma unidade se existir nada, e com duas cifras zero, será escrito como 100. Da mesma forma na parte superior do sétimo losango do sétimo intervalo, reservamos quatro para o segundo exemplo, aquele losango que segue imediatamente a direita não é maior do que nove, a saber 3 e 5, que soma 8, portanto o quatro está completo e não necessita ser transcrito com aumento. Da mesma forma reservamos no sexto losango do segundo intervalo, acompanhe o quatro que está na parte superior do quinto exemplo (depois de dois nove) no grupo de seis (sabe-se que de forma alguma é maior que nove) portanto completo e termino a cópia do quatro com seus dois nove do seguinte modo, 499. Finalmente no quinto losango do quarto intervalo, reserve o nulo para o sexto exemplo, os losangos que seguem (depois de três nove) o grupo de dois, que (como não excedem nove) copia-se o nulo com seus três nove escrevendo o argumento se o aumento, desde modo, 0999, e assim com os similares.

APÊNDICE G – CARTÃO DE ATIVIDADES 02 - PRÁTICA II**ESTUDO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER
PRÁTICA 2 – CARTÃO DE ATIVIDADES 02**

A partir do instrumento (físico) e do texto que traz algumas *aplicações dos números as barras* das barras de calcular de John Napier:

- Acompanhe e entenda no que consiste o instrumento, e procure reconhecer e mapear os diferentes conhecimentos matemáticos nele incorporado.
- Compreenda o funcionamento do instrumento.

Produto do grupo – ATIVIDADE 2

Descreve os procedimentos realizados durante a leitura e esquematize os conhecimentos matemáticos utilizados.

APÊNDICE H – CARTÃO DE RECURSOS 01 - PRÁTICA III

DESCRIÇÃO DA UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER PRÁTICA 3 - CARTÃO DE RECURSOS 01

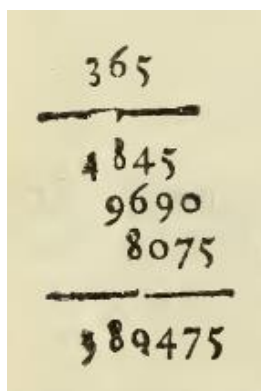
CAPÍTULO III Sobre a Multiplicação

Nomearei Multiplicando, Multiplicação e Múltiplos, ampliando a divulgação desta Aritmética. Além disso, o quociente aqui chamado, a marca simples, o que contém quantas vezes a unidade, que frequentemente resume a tabela do múltiplo dos números somados.

Existe uma mesma ordem de numeração para seu intervalo, e sua prova.

Para facilitar a multiplicação, obtenha os números, como o simples e assim para cada um dos múltiplos nas barras, entendendo e anotando os números semelhantes, (seja ele mesmo ou prefixado com zeros). Assim para cada um número anotado a esquerda dedica-se o mesmo nível, e eles reciprocamente respondem ao mesmo nível. Respondem uns aos outros, como a direita.

Assim os números, respectivamente multiplicando um pelo outro (particularmente os maiores) estabelecido entre as Barras (isto através do primeiro pelo segundo): posteriormente escrevendo para o papel, conduzindo abaixo daquela linha. Então embaixo da figura do papel escreva aqueles múltiplos descobertos entre as Barras, denomina-se aquelas figuras como um conjunto de números: assim para direita anota-se os múltiplos, ou no mesmo nível inclinado para a esquerda alterna um com o outro seguindo na mesma ordem, que a figura antiga denominamos conhecida: e assim dispomos a adição da multiplicação Aritmética, e virá existir o produto da multiplicação.



Para existir a multiplicação do ano *Domini* 1615 por 365. Aquele número escrito dentro da tábua, aqui neste papel construa na margem. Tabule os números triplo, sêxtuplo, e quádruplo selecionando a figura na linha escreva os números no papel 3, 6, 5, como os números apontados. Assim o triplo do número 1615 que das Barras será transcrito como 4845: o sêxtuplo que será 9690, e o quádruplo, 8075 que será escrito sob seus números 3, 6, 5; como apresentado a figura ao lado. Seus múltiplos

são dispostos nesta ordem, adicionando a mesma Aritmética, e vindo para fora o número escolhido 589475, e como resultado o produto da multiplicação.

$$\begin{array}{r}
 1615 \\
 \hline
 0365 \\
 2190 \\
 9690 \\
 1825 \\
 \hline
 589475
 \end{array}$$

O mesmo virá como resultado em escrever 1615 em uma folha de papel, e encontrar 365 entre as barras, e 365 o número simples 365, o sêxtuplo 2190, o simples 365, e o quádruplo 1825 (exatamente como a figura 1615 exposta) faça o mesmo acrescentando a cifra para a esquerda, e incrementando de dez vezes, como está vendo, de fato seja feito o produto 589475, igual ao visto acima.

APÊNDICE I – CARTÃO DE ATIVIDADES 01 - PRÁTICA III

ESTUDO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER PRÁTICA 3 - CARTÃO DE ATIVIDADES 01

A partir do instrumento (físico) e do texto que traz a descrição do uso das barras de calcular para a multiplicação:

- Acompanhe e entenda no que consiste a utilização do instrumento para realizar a operação aritmética, reconhecendo e mapeando os diferentes conhecimentos matemáticos mobilizados.
- Compreenda o processo de multiplicação com a manipulação do instrumento.

Produto do grupo – ATIVIDADE 1

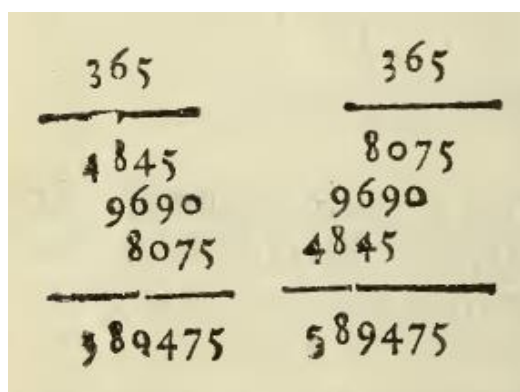
Descreva, detalhadamente, suas primeiras impressões sobre a **realização da multiplicação** com a manipulação do instrumento.

APÊNDICE J – CARTÃO DE RECURSOS 02 – PRÁTICA III

DESCRIÇÃO DA UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER

PRÁTICA 3 - CARTÃO DE RECURSOS 02

CAPÍTULO III Sobre a Multiplicação



Assim o triplo do número 1615 que das Barras será transcrito como 4845: o sêxtuplo que será 9690, e o quádruplo, 8075 que será escrito sob seus números 3, 6, 5 ou embaixo do seu respectivo início, para a primeira figura, ou invertendo, para a segunda. Não há relatos de fatos, o método da figura da esquerda no mesmo nível multiplicando por dez para avançar, que diz seguir seu índice. Seus múltiplos são dispostos nesta ordem, adicionando a mesma Aritmética, e vindo para fora o número escolhido 589475, e como resultado o produto da

multiplicação.

APÊNDICE K – CARTÃO DE ATIVIDADE 02 – PRÁTICA III**ESTUDO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER****PRÁTICA 3 - CARTÃO DE ATIVIDADES 02**

A partir do instrumento (físico) e do texto que traz a descrição do uso das barras de calcular para a multiplicação:

- Acompanhe e entenda no que consiste a utilização do instrumento para realizar a operação aritmética, reconhecendo e mapeando os diferentes conhecimentos matemáticos mobilizados.
- Compreenda os processos de multiplicação apresentados com a manipulação do instrumento.

Produto do grupo – ATIVIDADE 2

Descreva, detalhadamente, suas primeiras impressões sobre os dois métodos para a **realização da multiplicação** com a manipulação do instrumento.

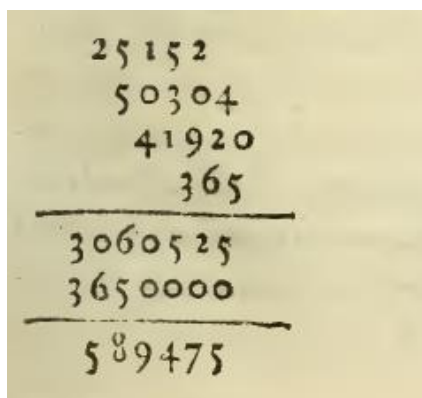
APÊNDICE L – CARTÃO DE RECURSOS 03 – PRÁTICA III

DESCRIÇÃO DA UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER

PRÁTICA 3 - CARTÃO DE RECURSOS 03

CAPÍTULO III Sobre a Multiplicação

OUTRA FORMA DE MULTIPLICAÇÃO



De outra forma, e para que se proceda o teste da multiplicação, vire de cabeça para baixo todas as barras da tábua, e descobrirás no topo da tábua o primeiro número oposto 8384, que o triplo, o sêxtuplo, e o quádruplo, a saber 25152 e 50304 e 41920 escrito inclinado ou na transversal, e o multiplicando menor é 365 copiado direto, e assim escrito junto a margem, se tornará 3060525, e retire de 3650000, por aquilo mesmo multiplicando acrescentando tanto zeros quantos espaços existirem na tábua, de acordo com a figura da última multiplicação, e o resto 589475, o mesmo que o número acima. Essas duas formas de multiplicação aderem mais firme na memória, adicionei

estes versos agradáveis.

APÊNDICE M – CARTÃO DE ATIVIDADES 03 – PRÁTICA III**ESTUDO DAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER
PRÁTICA 3 - CARTÃO DE ATIVIDADES 03**

A partir do instrumento (físico) e do texto que traz a descrição do uso das barras de calcular para a multiplicação:

- Acompanhe e entenda no que consiste a utilização do instrumento para realizar a operação aritmética, reconhecendo e mapeando os diferentes conhecimentos matemáticos mobilizados.
- Compreenda o processo de multiplicação com a manipulação do instrumento.

Produto do grupo – ATIVIDADE 3

Descreva, detalhadamente, os conhecimentos matemáticos apresentados na **outra forma de fazer a multiplicação** com a manipulação do instrumento apresentado.

APÊNDICE N – CARTÃO DE HIPÓTESES

Articulação das barras de calcular com a fabricação e preenchimento

CARTÃO DE HIPÓTESES

Após apresentar as barras de calcular prontas, será entre os participantes o capítulo II da obra *Rabdologiae* ..., que descreve a divisão das barras, a construção das aréolas e o preenchimento dos números. Após a leitura do texto, serão levantados questionamentos relativos à articulação dos conhecimentos matemáticos mobilizados.

Questionamentos

Gerais:

- A relação de tamanho entre a largura, altura e comprimento da barra?
- Como fazer a divisão das barras e dos quadrados?

Específicos:

- O que são figuras aritméticas?
- Qual a definição para aréolas?
- O que são números simples?
- Como é divisão dos números durante o preenchimento?
- Qual a razão para o número de cabeça para baixo?
- Por que uma face com sua oposta soma 9?

Articulação do instrumento físico, as barras de calcular, com a seu uso

CARTÃO DE HIPÓTESES

Os participantes receberam as barras de calcular construídas e preenchidas, juntamente com um texto contendo as orientações de John Napier, sobre a forma de dispor os números e obter seus múltiplos. Durante a realização das discussões, serão propostos diversos questionamentos relacionados à utilização das mesmas.

Questionamentos

- A ordem de dispor as barras na construção dos números respeita alguma regra numérica?
- Qual o sentido da leitura das barras ao formar um número?
- O que são os intervalos?
- Que característica os intervalos possuem?
- Qual o significado de número simples?
- Qual a importância dos losangos?
- O que é guardar de memória?
- Por que leva 10?
- As orientações servem para todo e qualquer número?
- Quais os conhecimentos matemáticos estão aplicados nas barras?
- Existe alguma propriedade básica dos números presente nas barras?

APÊNDICE O - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ



TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS

Eu (nome do participante) , CPF _____.____.____-____, RG _____ SSP CE, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimento, especificados no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), **AUTORIZO**, através do presente termo, os pesquisadores **Eugeniano Brito Martins e Ana Carolina Costa Pereira** do projeto de pesquisa intitulado “*Conhecimentos matemáticos mobilizados com as barras de calcular de John Napier descritas na obra Rabdologiae ... de 1617 para articulação entre história da matemática e o ensino na busca de construção de interfaces*” a realizar as fotos e/ou vídeos que se façam necessárias e/ou a colher meu depoimento sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes, no curso de extensão universitária intitulado “Manipulando as “barras de calcular” descritas por John Napier (1617) para o estudo de conhecimentos aritméticos” que acontecerá de 24 a 27 de setembro de 2018, nas dependências da Universidade Estadual do Ceará.

Ao mesmo tempo, **LIBERO** a utilização destas fotos e/ou vídeos (seus respectivos negativos ou cópias) e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados.

Por ser a expressão da minha vontade assino a presente autorização, cedendo, a título gratuito, todos os direitos autorais decorrentes dos depoimentos, artigos e entrevistas por mim fornecidos, abdicando do direito de reclamar de todo e qualquer direito conexo à minha imagem e/ou som da minha voz, e qualquer outro direito decorrente dos direitos abrangidos pela Lei 9160/98 (Lei dos Direitos Autorais)

Fortaleza, dia 24 de setembro de 2018

Prof. Esp. Eugeniano Brito Martins
Pesquisador responsável pela pesquisa

Participante da pesquisa
(Nome do participante)