

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ -  
IFCE CAMPUS FORTALEZA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA – PGECM**

**ITALÂNDIA FERREIRA DE AZEVEDO**

**SITUAÇÕES DIDÁTICAS PROFISSIONAIS (SDP): UMA PERSPECTIVA DE  
COMPLEMENTARIDADE ENTRE A TEORIA DAS SITUAÇÕES E A DIDÁTICA  
PROFISSIONAL NO CONTEXTO DAS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA**

**FORTALEZA  
2020**

**ITALÂNDIA FERREIRA DE AZEVEDO**

**SITUAÇÕES DIDÁTICAS PROFISSIONAIS (SDP): UMA PERSPECTIVA DE  
COMPLEMENTARIDADE ENTRE A TEORIA DAS SITUAÇÕES E A DIDÁTICA  
PROFISSIONAL NO CONTEXTO DAS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA**

Dissertação de Mestrado Acadêmico  
apresentada ao Programa de Pós-graduação em  
Ensino de Ciências e Matemática do Instituto  
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia,  
como requisito parcial para a obtenção do título  
de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira  
Alves

Coorientadora: Profa. Dra. Joyce Carneiro de  
Oliveira

Área de concentração: Ensino de Matemática

**FORTALEZA  
2020**

ITALÂNDIA FERREIRA DE AZEVEDO

SITUAÇÕES DIDÁTICAS PROFISSIONAIS (SDP): UMA PERSPECTIVA DE  
COMPLEMENTARIDADE ENTRE A TEORIA DAS SITUAÇÕES E A DIDÁTICA  
PROFISSIONAL NO CONTEXTO DAS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado Acadêmico  
apresentada ao Programa de Pós-graduação em  
Ensino de Ciências e Matemática do Instituto  
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia,  
como requisito parcial para a obtenção do título  
de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática

**Aprovada em: 03 de fevereiro de 2020**

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves (Orientador)  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE

---

Profa. Dra. Joyce Carneiro de Oliveira (Coorientadora)  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE

---

Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos  
Universidade Federal do Ceará – UFC

---

Prof. Dr. Alexsandro Coelho Alencar  
Universidade Regional do Cariri – URCA

---

Profa. Dra. Katia Vigo Ingar  
Universidad Nacional del Callo - Peru

---

Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFSE

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Instituto Federal do Ceará - IFCE

Sistema de Bibliotecas - SIBI

Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

A994s Azevedo, Italândia Ferreira de.

Situações Didáticas Profissionais (SDP) : uma perspectiva de complementaridade entre a Teoria das Situações e a Didática Profissional no contexto das olimpíadas de Matemática / Italândia Ferreira de Azevedo. - 2020.

162 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2020.

Orientação: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves.

Coorientação: Profa. Dra. Joyce Carneiro de Oliveira.

1. Problemas de olimpíadas. 2. Teoria das Situações Didáticas. 3. Engenharia Didática de Formação. 4. Didática Profissional. 5. Formação inicial de professor. I. Título.

---

CDD 510.07

A meus avós maternos (pais de criação),  
Iracema Almeida e João Lourenço (ambos *in  
memoriam*), pelo amor, carinho e educação que  
ofereceram em todos os momentos da minha  
vida.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me concedido a vida e a oportunidade de realizar mais essa conquista.

À minha família, em especial, à minha mãe/avó Iracema (*in memoriam*), por ter estimulado meus estudos, ensinado que a educação faz a diferença e é nossa maior riqueza.

Ao meu esposo, Wedson Francelino, pela paciência, compreensão e ajuda nos momentos angustiantes, inspirando-me sempre a alcançar meus sonhos.

Ao meu orientador, Dr. Francisco Régis Vieira Alves, por acreditar em mim e compartilhar seus conhecimentos e experiências, contribuindo fundamentalmente na construção deste trabalho e no meu desenvolvimento profissional.

À minha coorientadora, Dra. Joyce Carneiro de Oliveira, pela calma e incentivo que sempre demonstrou nos momentos conturbados da minha pesquisa.

Aos professores da minha banca de defesa, Dr. Alexsandro Coelho Alencar, Dra. Maria José Costa dos Santos, Dr. Laerte Fonseca e Dra. Kátia Vigo Ingar, pelas significativas contribuições na minha pesquisa e pelas palavras de motivação no final desse percurso.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE, campus Fortaleza, pelo compromisso e dedicação do seu trabalho, motivando os alunos a alcançarem um futuro promissor na sua carreira profissional.

Aos meus amigos de mestrado, em especial, à minha amiga Georgyana, com quem tive a oportunidade de aprender e trocar experiências no decorrer desses dois anos.

À minha amiga Priscila Brito, por dedicar um pouco do seu tempo para corrigir a gramática e concordância de alguns tópicos deste trabalho.

Aos meus amigos de Sobral e Graça, pela compreensão da minha ausência em momentos festivos.

Aos cinco alunos do curso de licenciatura em Matemática do IFCE, que participaram como sujeitos desta pesquisa e que foram fundamentais para a obtenção dos resultados.

A toda a equipe gestora, professores e alunos da EEEP Professora Lysia Pimentel Gomes, pelo estímulo e incentivo na busca do meu crescimento intelectual e profissional.

E, por fim, à Secretaria de Educação do Ceará (SEDUC), por proporcionar meu afastamento e dedicação exclusiva à minha pesquisa.

“Hoje, neste tempo que é seu, o futuro está sendo plantado. As escolhas que você procura, os amigos que você cultiva, as leituras que você faz, os valores que você abraça, os amores que você ama, tudo será determinante para a colheita futura”.

Padre Fábio de Melo

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa acerca do uso de problemas oriundos de olimpíadas de matemática, para fomento à formação de futuros professores de Matemática. Os problemas foram selecionados de bancos de questões e provas disponibilizadas no site oficial da Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas (OBMEP), no qual foram restringidos ao assunto de Sequências Numéricas. A Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Didática Profissional (DP), ambas de origem francesa, foram utilizadas como fundamentação teórica, fortalecendo os princípios investigativos dos fenômenos da aprendizagem do saber e da aprendizagem voltada à formação profissional. No decorrer da pesquisa, foi desenvolvida a complementaridade entre a Teoria das Situações Didáticas e a Didática Profissional, que nos permitiu revisitar as abordagens teóricas em questão e compreender, de forma mais específica, os conceitos e ideias sobre essas teorias no olhar para a formação do professor e a competência profissional do professor de Matemática. O objetivo central foi analisar Situações Didáticas Profissionais concebidas a partir de Situações Didáticas Olímpicas, com aporte da Didática Profissional e da Teoria das Situações, para formação inicial do professor de Matemática perante a resolução de problemas olímpicos. A metodologia de pesquisa foi a Engenharia Didática, dando ênfase à Engenharia Didática de Formação (EDF), devido aos investigados serem professores em formação inicial. O *software* GeoGebra contribuiu de forma significativa na modelagem matemática presente em cada problema proposto. No momento da experimentação, foi desenvolvido um curso de formação de quatro encontros de uma hora e trinta minutos no laboratório de Matemática. Os cinco participantes foram convidados seguindo alguns critérios: o primeiro deles é ser aluno do curso de Licenciatura em Matemática do IFCE, campus Fortaleza, e estar perto de concluir a graduação. Os instrumentos de coleta de dados foram: registros fotográficos, gravação de áudios e anotações das soluções. No decorrer do curso, foram trabalhadas quatro Situações Didáticas Olímpicas (SDO), como forma de observar as ações dos futuros professores no momento da resolução dos problemas, a intenção não foi identificar os conhecimentos matemáticos, mas, sim, os conceitos pragmáticos ao se depararem com situações mais complexas, gerando, com essas ações ou conjunto de interações, o que definimos como Situações Didáticas Profissionais (SDP). Nos resultados, foi observado o desenvolvimento profissional desses futuros professores ao ficarem defronte de situações mais complexas e/ou inéditas ao encontrarem problemas de olimpíadas e se sobressaírem dessas situações usando diferentes conceitos epistêmicos e pragmáticos. Esses resultados foram analisados a partir da Teoria das Situações e dos pressupostos da Didática Profissional. No final, foi observado que os participantes ampliaram seus conhecimentos epistêmicos e pragmáticos referentes ao assunto de sequências numéricas, levando-os ao desenvolvimento de competências profissionais para quando estiverem atuando na profissão. Por fim, esta investigação fez com que o futuro professor refletisse o uso da resolução de problemas olímpicos em sala de aula, tanto para sua formação, como para inseri-la na sua prática de ensino.

**Palavras-chave:** Problemas de olimpíadas. Teoria das Situações Didáticas. Engenharia Didática de Formação. Didática Profissional. Formação inicial de professor.

## ABSTRACT

This paper presents a research about problems which are from Math Olympic tests, as a way to provide Math teachers training. The problems were selected from a test question bank and some other tests which are available in the official website from Math Brazilian Olympic tests (OBMEP), in which the questions were specifically about Numbers sequence. Didactic situations theory (TSD) and professional didactic (DP), both of them are French, they were used as a theoretical study, making stronger the investigative principles from the learning phenomenal and from the learning which is focused to the professional training. Along the research, it was developed the relationship between Didactic situations theory and professional didactic, which it has enabled us to recall some theoretical approaches and comprehend, in a more specific way, the concepts and ideas about these theories which is focused on teachers training and the math teacher professional competence. The main goal was to analyze professional didactic situations which were taken from Olympic didactic situations, as a way of professional didactic and situations theory to math teacher initial training to Olympic problems solutions. The research methodology was the didactic engineering, giving an emphasis Didactic Engineering training (DET), since the researched teachers were professionals in initial training. The Geogebra software has helped out in a meaningful way in the math modeling which it was in each proposed problem. In the experimentation moment, it was developed a training course with four meeting with an hour and a half of duration in the math lab. The five participants were invited following some standards: the first one is to be a student from the teaching math course from IFCE, Fortaleza campus, and to be about to get graduated. The data gathering tools were: photographic, audio recordings and solutions notes. Along the course it was worked four didactic olympic situations (DOS), as a way to observe the actions of the future teachers in the math solving problems, the aim wasn't to identify the math knowledge, but rather the pragmatic concepts when they face more complex situations, developing with these actions or group of interaction what it is named as Professional Didactic situations (PDS). In the results, it was observed the professional development of these future teachers when they had to face more complex situations when finding olympic problems and overcoming these situations by using some pragmatic and epistemic concepts. These results were analyzed through Situations theory and concepts from professional didactic. In the end, it was noticed that the participants increased their pragmatic and epistemic knowledge related to numbers sequence content, leading them to the professional development, which it may help them when working as teachers in the future. Finally, this investigation made the teachers reflect about the use of Olympic problems in classroom, as to their training as to put into practice in their teaching career.

**Keywords:** Olympic problems. Didactic situations theory. Didactic Engineering training. Professional didactic. Teachers initial training.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                 |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1 - Relação do triângulo didático. ....                                                  | 35  |
| Figura 2 - Representação de uma situação didática.....                                          | 37  |
| Figura 3 - Influência da Didática Profissional.....                                             | 41  |
| Figura 4 - Diferença entre o aluno e o profissional mediante a aprendizagem .....               | 47  |
| Figura 5 - Relação entre o triângulo didático clássico e o tetraedro da situação de trabalho... | 52  |
| Figura 6 - Fases da Engenharia Didática .....                                                   | 62  |
| Figura 7 - Retângulos da questão 4, OBMEP 2008/nível 3 .....                                    | 78  |
| Figura 8 - Visualização do primeiro retângulo da sequência .....                                | 79  |
| Figura 9 - Visualização do segundo retângulo da sequência.....                                  | 80  |
| Figura 10 - Visualização do quarto retângulo da sequência.....                                  | 80  |
| Figura 11 - Construção no GeoGebra da SDO II .....                                              | 83  |
| Figura 12 - Construção para $k=1$ .....                                                         | 84  |
| Figura 13 - Construção para $k=2$ .....                                                         | 84  |
| Figura 14 - Construção para $k=21$ .....                                                        | 84  |
| Figura 15 - Representação do acréscimo de pontos entre figuras consecutivas.....                | 85  |
| Figura 16 - Número de pontos de cada figura de acordo com sua ordem .....                       | 86  |
| Figura 17 - Construção no GeoGebra da SDO III .....                                             | 88  |
| Figura 18 - Construção do triângulo para $n = 4$ .....                                          | 88  |
| Figura 19 - Construção do triângulo para $n = 7$ .....                                          | 89  |
| Figura 20 - Número de palitos acrescentados à figura de acordo com sua ordem .....              | 90  |
| Figura 21 - Construção do triângulo para $n = 9$ .....                                          | 91  |
| Figura 22 - Modelagem geométrica do problema .....                                              | 93  |
| Figura 23 - Construção da figura para $n = 2$ .....                                             | 93  |
| Figura 24 - Construção da figura para $n = 3$ .....                                             | 93  |
| Figura 25 - Construção da figura para $n = 50$ .....                                            | 94  |
| Figura 26 - Momento da ação da SDO I.....                                                       | 100 |
| Figura 27 - Desenvolvendo um padrão para a sequência .....                                      | 101 |
| Figura 28 - Explorando a construção no GeoGebra .....                                           | 102 |
| Figura 29 - Desenvolvendo um modelo matemático para o problema.....                             | 102 |
| Figura 30 - Solução encontrada pelo P1 .....                                                    | 103 |
| Figura 31 - Momento de validação do P1 .....                                                    | 104 |
| Figura 32 - Padrão matemático identificado pelo P3 .....                                        | 105 |
| Figura 33 - Estratégia de solução realizada pelo P3.....                                        | 106 |
| Figura 34 - Validação realizada pelo P3.....                                                    | 106 |
| Figura 35 - Momento da ação dos participantes.....                                              | 107 |
| Figura 36 - Construção no GeoGebra da SDO II .....                                              | 108 |
| Figura 37 - Explorando a construção no GeoGebra .....                                           | 109 |
| Figura 38 - Estruturando um modelo matemático .....                                             | 109 |
| Figura 39 - Observação e comparação da construção e modelo matemático.....                      | 110 |
| Figura 40 - Solução encontrada pelo P1 .....                                                    | 110 |
| Figura 41 - Sequência e razão encontrada pelo P1 .....                                          | 111 |
| Figura 42 - Solução encontrada pelo P2 .....                                                    | 112 |
| Figura 43 - Comparação do valor algébrico com o geométrico .....                                | 112 |
| Figura 44 - Modelo generalizado pelo P4 .....                                                   | 114 |

|                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 45 - Solução proposta pelo P4.....                          | 115 |
| Figura 46 - Momento da ação dos participantes P1 e P2 .....        | 117 |
| Figura 47 - Momento da ação dos participantes P4 e P5 .....        | 117 |
| Figura 48 - Início da modelização através do GeoGebra .....        | 117 |
| Figura 49 - Interação com a construção no GeoGebra .....           | 118 |
| Figura 50 - Desenvolvendo um padrão para a sequência .....         | 119 |
| Figura 51 - Utilização do controle deslizante na construção .....  | 120 |
| Figura 52 - Momento de formulação e escrita matemática do P4 ..... | 120 |
| Figura 53 - Validação da SDO III .....                             | 121 |
| Figura 54 - Conjectura realizada pelo P1 .....                     | 121 |
| Figura 55 - Estratégia de solução do P1 .....                      | 122 |
| Figura 56 - Validação apresentada pelo P1 para a SDO III.....      | 123 |
| Figura 57 - Manipulação da construção no GeoGebra pelo P3.....     | 124 |
| Figura 58 - Momento de formulação do P3.....                       | 124 |
| Figura 59 - Modelo matemático identificado pelo P3 .....           | 125 |
| Figura 60 - Verificação dos valores dos palitos pelo P3 .....      | 125 |
| Figura 61 - Formulação apresentada pelo P5 .....                   | 127 |
| Figura 62 - Momento de ação da SDO IV .....                        | 128 |
| Figura 63 - Exploração da construção no celular .....              | 128 |
| Figura 64 - Desenvolvendo um padrão para a sequência .....         | 129 |
| Figura 65 - Comparação entre a parte algébrica e geométrica .....  | 130 |
| Figura 66 - Estratégia de solução do P3 .....                      | 130 |
| Figura 67 - Estratégia de solução do P1 .....                      | 131 |
| Figura 68 - Solução encontrada pelo P4.....                        | 132 |
| Figura 69 - Identificação dos termos da PA pelo P5 .....           | 133 |
| Figura 70 - O P5 manuseando a construção no GeoGebra.....          | 133 |
| Figura 71 - Solução encontrada pelo P5.....                        | 134 |

## LISTA DE QUADROS

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Quadro 1 - Níveis de participação e fases da OBM .....                                 | 22 |
| Quadro 2 - Objetivos da OBM e OBMEP .....                                              | 23 |
| Quadro 3 - Descrição em cada fase da TSD .....                                         | 38 |
| Quadro 4 - Comparação de conceitos entre a TSD e a DP .....                            | 55 |
| Quadro 5 - Definição das Situações. ....                                               | 57 |
| Quadro 6 - Descrição das categorias de Situação Didática Profissional .....            | 59 |
| Quadro 7 - Análise de livros com foco em preparação para olimpíadas de matemática..... | 67 |
| Quadro 8 - Análise de trabalhos relacionados com a pesquisa. ....                      | 69 |
| Quadro 9 - Descrição dos encontros de formação .....                                   | 97 |
| Quadro 10 - Características dos participantes da pesquisa.....                         | 99 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|         |                                                                      |
|---------|----------------------------------------------------------------------|
| CAPES   | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior          |
| CNPq    | Conselho Nacional do Desenvolvimento Científico e Tecnológico        |
| DP      | Didática Profissional                                                |
| ED      | Engenharia Didática                                                  |
| EDF     | Engenharia Didática de Formação                                      |
| ENCIMA  | Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática |
| ENEM    | Exame Nacional do Ensino Médio                                       |
| IMO     | International Mathematics Olympiad                                   |
| IMPA    | Instituto de Matemática Pura e Aplicada                              |
| MEC     | Ministério da Educação                                               |
| OBM     | Olimpíada Brasileira de Matemática                                   |
| OBMEP   | Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas            |
| OPM     | Olimpíada Paulista de Matemática                                     |
| PO      | Problema Olímpico                                                    |
| PNLD    | Programa Nacional do Livro Didático                                  |
| Profmat | Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional     |
| PGECM   | Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática                     |
| SAEB    | Sistema de Avaliação da Educação Básica                              |
| SBM     | Sociedade Brasileira de Matemática                                   |
| SDO     | Situação Didática Olímpica                                           |
| SDP     | Situação Didática Profissional                                       |
| SEDUC   | Secretaria de Educação do Estado do Ceará                            |
| SPAECE  | Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará          |
| TSD     | Teoria das Situações Didáticas                                       |
| UT      | Unidade de Trabalho                                                  |

## Sumário

|                                                                                      |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>                                                            | <b>15</b>  |
| <b>2 HISTÓRICO SOBRE AS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA .....</b>                           | <b>21</b>  |
| 2.1 História das Olimpíadas de Matemática no contexto Nacional e Internacional ..... | 21         |
| 2.2 Materiais, programas e portais nacionais da OBMEP e OBM .....                    | 26         |
| 2.3 Formação de professores para Olimpíadas de Matemática .....                      | 29         |
| <b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA.....</b>                                   | <b>33</b>  |
| 3.1 Teoria das Situações Didáticas - TSD .....                                       | 33         |
| 3.1.1 Situação Didática Olímpica - SDO .....                                         | 39         |
| 3.2 Didática Profissional – DP .....                                                 | 40         |
| 3.2.1 Competência Profissional .....                                                 | 47         |
| 3.3 Complementaridade entre a TSD e a DP .....                                       | 52         |
| 3.4 Situação Didática Profissional - SDP .....                                       | 56         |
| 3.5 Metodologia de Pesquisa.....                                                     | 60         |
| 3.5.1 Engenharia Didática de Formação .....                                          | 60         |
| <b>4 ANÁLISES PRELIMINARES .....</b>                                                 | <b>67</b>  |
| 4.1 Análise no contexto olímpico em livros didáticos .....                           | 67         |
| 4.2 Análise de dissertações em trabalhos correlatos com a pesquisa.....              | 69         |
| <b>5 ANÁLISE A PRIORI E EXPERIMENTAÇÃO .....</b>                                     | <b>75</b>  |
| 5.1 Concepção e descrição das SDO.....                                               | 76         |
| 5.1.1 Situação Didática Olímpica I.....                                              | 77         |
| 5.1.2 Situação Didática Olímpica II.....                                             | 82         |
| 5.1.3 Situação Didática Olímpica III .....                                           | 87         |
| 5.1.4 Situação Didática Olímpica IV .....                                            | 92         |
| 5.2 Experimentação .....                                                             | 96         |
| 5.2.1 Lócus da investigação e sujeitos da pesquisa .....                             | 98         |
| <b>6 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO .....</b>                                      | <b>100</b> |
| 6.1 Análise a posteriori e validação da SDO I.....                                   | 100        |
| 6.2 Análise a posteriori e validação da SDO II .....                                 | 107        |
| 6.3 Análise a posteriori e validação da SDO III.....                                 | 116        |
| 6.4 Análise a posteriori e validação da SDO IV .....                                 | 127        |
| <b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                                                   | <b>136</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                                             | <b>142</b> |

|                                                                   |            |
|-------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>APÊNDICE A – SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS.....</b>            | <b>150</b> |
| <b>APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO .....</b>            | <b>154</b> |
| <b>ANEXO A - MATRIZ CURRICULAR DO CURSO DE LICENCIATURA.....</b>  | <b>155</b> |
| <b>ANEXO B – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA.....</b>                  | <b>157</b> |
| <b>ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO .....</b> | <b>160</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

As olimpíadas de Matemática do Brasil estão repercutindo excelentes resultados a cada ano e atraindo um número maior de participação dos alunos (IMPA, 2018), consequentemente, há um maior envolvimento de escolas e professores em suas preparações. A crescente participação dos estudantes nas competições nacionais, regionais e internacionais ocorre porque essas competições exigem estratégias de resolução cada vez mais criativas e desafiadoras, por tratarem de problemas que requerem do estudante imaginação e raciocínio (SANTOS; ALVES, 2017).

Tais problemas são apresentados de forma instigante para os alunos, abordando múltiplos aspectos matemáticos, sociais e culturais. De acordo com Carneiro (2004), muitas pessoas pensam que estudar matemática para participar de Olimpíada de Matemática exige estudar conteúdos que vão além do que é proposto na educação básica. Segundo esse autor, essa informação está totalmente errada, pois os problemas não exigem uma matemática além da educação básica, e sim muito raciocínio e criatividade. Carneiro (2004) fala, ainda, que resolver problemas de olimpíadas força o aluno a experimentar sua inteligência e que, conforme o mesmo, a maioria dos livros didáticos existentes no currículo escolar trazem problemas mecânicos.

A intenção é desmistificar essa ideia e incorporar na prática de ensino do professor de Matemática o uso de problemas de olimpíadas, ou seja, usar situações de ensino envolvendo resolução de problemas olímpicos. Porém, percebemos que existe a necessidade de uma formação específica para trabalhar com Problemas Olímpicos (PO), mesmo sabendo que os conteúdos cobrados são intrínsecos ao currículo do ensino fundamental e do ensino médio.

Segundo observações no contexto escolar realizadas por Giaretta, Oro e Rico (2014, p. 1-2), “existe uma grande parcela de professores com lacunas conceituais nos diversos componentes curriculares, o que os torna inseguros quanto à sua prática pedagógica, ou os limita ao uso do livro didático como ferramenta de ensino”.

Victor (2016) acrescenta, ainda, que o estilo de questões encontradas nas Olimpíadas de Matemática não está presente no material didático escolar, sendo assim, os professores não estão acostumados com esses problemas, isto é, a abordagem das questões presentes na maioria dos livros do PNLD difere das propostas nas olimpíadas de Matemática, podendo ser um obstáculo que atrapalhe a compreensão de tais problemas olímpicos. Esse autor discute, também, o estilo das questões presentes nas olimpíadas de Matemática, sendo elas mais

desafiadoras e instigantes, além disso, exigem do candidato/aluno uma maior capacidade de abstração, criatividade e raciocínio.

A partir das citações acima, são notórias as dificuldades enfrentadas por alguns professores de matemática quando a situação é resolver problemas de Olimpíadas, pois exige maior investimento profissional, ou seja, mais estudo e formação aprofundada nos conteúdos matemáticos. O professor precisa conhecer e trabalhar com materiais além do livro didático, passar por momentos/formações em que aconteçam discussão e análise de estratégias de ensino. Para Giaretta, Oro e Rico (2014), formações são espaços para compartilhar experiências da prática em exercício, o que possibilita uma reflexão e (re)elaboração de estratégias de ensino, estudo dos conteúdos matemáticos envolvidos, adequação destes ao currículo vigente, abordagem em consonância com a proposta pedagógica e diferentes formas de resolução das questões. Assim, o professor poderá se sentir mais seguro e, quem sabe, passe adotar, em sua prática de ensino, os problemas de olimpíadas.

Tais estratégias corroboram com Alves (2010, p. 13), ao afirmar que: “o estudo sobre a Olimpíada de Matemática (...) almeja a melhoria na qualidade de Ensino da Matemática e serve como um instrumento de estímulo à busca de novos conhecimentos”, não se restringindo somente ao aluno, mas o professor deve sempre buscar novos conhecimentos e crescimento profissional.

Diante do exposto, compreendemos a existência de problemas na formação inicial e/ou continuada dos professores de Matemática quando nos referimos ao uso de problemas de olimpíadas, seja no aspecto especificamente matemático ou no pedagógico/didático. Baseados nos autores que nos dão suporte, declaramos que a elaboração de sequências didáticas que contemplem a resolução de problemas olímpicos pode ser um caminho para amenizar essas dificuldades e uma maneira de formar o professor, contribuindo efetivamente para a melhoria do ensino de matemática.

Assim, este trabalho teve como motivação inicial a discussão de problemas olímpicos na perspectiva de formação inicial de professores de Matemática e o desenvolvimento de competências adequadas para a constituição de atividade de docência e exercício do ofício no ambiente escolar. Realizamos a coleta de dados a partir das experiências vivenciadas e compartilhadas no momento dos quatro encontros de formação, usamos como instrumentos: registros fotográficos, gravação de áudios e anotações das soluções. Convidamos cinco alunos do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação do Ceará – IFCE, campus Fortaleza; a formação aconteceu no laboratório de Matemática do curso.

Para uma melhor compreensão referente à competência do professor de Matemática, apoiamo-nos na vertente francesa Didática Profissional (DP), para entendermos o conceito no campo de trabalho dos adultos e sua formação profissional.

Em relação aos problemas de olimpíadas, vinculamos com o que chamamos de Situação Didática Olímpica (SDO), definida por Oliveira (2016) como sendo situações de ensino para resolução de problemas olímpicos segundo as fases dialéticas de Brousseau (2008), que serão apresentadas no decorrer deste trabalho. A partir da vivência e da interação no momento das SDO, observamos e coletamos as informações necessárias para descrever a Situação Didática Profissional (SDP).

Uma vez que o foco de nossa pesquisa não está no ensino de conceitos matemáticos, mas na proposta de uma formação de professores fundamentada na Engenharia Didática de Formação, articulada com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Didática Profissional (DP), em prol da elaboração de Situações Didáticas Profissionais vivenciadas nas Situações Didáticas Olímpicas, definimos como questão de pesquisa: **Como as Situações Didáticas Olímpicas, aliadas à TSD e à DP, podem contribuir na formação inicial de professores de Matemática e proporcionar a concepção da noção de Situação Didática Profissional?**

Para responder nossa questão de pesquisa, definimos como objetivo geral: analisar Situações Didáticas Profissionais concebidas a partir de Situações Didáticas Olímpicas, com aporte da Didática Profissional e da Teoria das Situações, para formação inicial do professor de Matemática perante a resolução de problemas olímpicos.

No intuito de alcançarmos esse objetivo, traçamos os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar uma perspectiva de complementaridade entre a TSD e a DP;
- Desenvolver a noção de Situação Didática Profissional no contexto das olimpíadas;
- Colaborar com a formação inicial de professores de Matemática a partir das Situações Didáticas Olímpicas;
- Identificar as concepções epistêmicas e pragmáticas dos futuros professores de Matemática mediante a análise de suas ações em resolução de problemas olímpicos manifestadas nas Situações Didáticas Profissionais.

Esta pesquisa é do tipo qualitativa e, para seguir com essa investigação, elegemos como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática, dando ênfase à Engenharia Didática de Formação (EDF), segundo a proposta de Perrin-Glorian (2009), por estar diretamente relacionada com a formação de professores. A EDF nos orientou na organização da pesquisa, porém não focamos em projetar e validar um conteúdo de ensino, propondo soluções para um problema identificado, nossa intenção foi a mesma de Chevallard (2009, p. 5): “criar um

contexto observacional propício ao estudo e compreensão do funcionamento didático, [...] onde predominou a análise interna e onde a observação, verificação, a discussão das escolhas lógicas restritas foi essencialmente testada em termos do meio para o estudo”.

Contamos, também, com a fundamentação teórica da Teoria das Situações Didáticas (TSD) e da Didática Profissional (DP) para tentarmos alcançar a Situação Didática Profissional, partindo da noção de complementaridade entre essas duas últimas e relacionando-as à formação do professor de Matemática a partir da resolução de problemas olímpicos e na coleta das concepções pragmáticas<sup>1</sup>.

Como principais referenciais teóricos do estudo, no que se refere à Olimpíada de Matemática, temos Badaró (2015), Oliveira (2016; 2017), Santos e Alves (2017; 2018), Pereira (2016) e Lima (2019). Neste trabalho, fizemos referência à Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, por ser uma olimpíada pública e com grande acervo de materiais voltados para alunos e professores. Para resolver os problemas da OBMEP, contamos com amparo do *software* GeoGebra. Esse *software* foi usado como recurso digital para possibilitar uma modelização matemática e tornar mais atrativa a visualização e compreensão da nossa aplicação. Segundo Pereira (2016, p. 3), o GeoGebra permite ao aluno: “explorar um objeto matemático visualizando simultaneamente as representações algébrica e geométrica, esboçando figuras, manipulando-as, explorando-as, e assim, possibilita que o aluno desenvolva habilidades, usando estratégias próprias”. Com isso, percebemos a importância de um recurso digital que o aluno possa manusear, despertando sua criatividade e estratégias em resolver uma situação-problema.

Para Engenharia Didática e Engenharia Didática de Formação, destacamos Artigue (1988; 1996), Perrin-Glorian (2009, 2011), Perrin-Glorian e Bellemain (2016, 2019), Almouloud (2007; 2008; 2012) e Alves (2016a; 2017; 2018a) e Alves e Catarino (2017).

Como referencial para Teoria das Situações Didáticas (TSD), utilizamos os estudos de Brousseau (1996; 2008) e Almouloud (2007). A TSD teve como intuito modelar nossa sequência didática, além disso, teve uma visão voltada para os professores que ensinam matemática, especificamente, quando realizam uma abordagem para resolução de problemas olímpicos. Segundo Brousseau (2008), a resolução de problemas envolve a tomada de decisões dos alunos e a possibilidade de conhecer diretamente as consequências de suas decisões, por isso, “a natureza específica do trabalho com resolução de problemas evidencia a caracterização de uma situação didática” (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 165).

---

<sup>1</sup> Conceitos pragmáticos são conceitos mobilizados em ação e derivados de si, servindo para guiá-lo e orientá-lo (PASTRÉ, 2011).

Já para a Didática Profissional, destacamos autores como Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), Pastré (2001; 2002; 2017), Vergnaud (2007), Mayen (2012), Alves (2018b; 2018c; 2019; 2019a), Alves e Jucá (2019) e Alves e Catarino (2019), e atentar-nos-emos à questão da análise do trabalho e ao desenvolvimento de competência profissional para seu campo de trabalho, restringindo-nos, para esta investigação, à atividade do professor de Matemática.

Quanto à estrutura lógica de nossa investigação, este trabalho está organizado em sete capítulos.

No capítulo 1, trazemos a Introdução, em que apresentamos a justificativa, a problemática, os objetivos e a relevância da pesquisa. No capítulo 2, expomos o levantamento histórico das olimpíadas nacionais e internacionais, os manuais de ensino, os programas e portais nacionais voltados à preparação dos alunos e dos professores da educação básica.

O capítulo 3 traz a fundamentação teórica e metodológica, dividida em três seções de estudo, explicitadas a seguir.

Na primeira, ‘Teoria das Situações Didáticas - TSD’, apresentamos essa teoria de ensino, retratando a relação do triângulo didático (professor, aluno e saber) e o meio (*milieu*), os conceitos de situações didáticas e contrato didático. Além de um subtópico definindo o conceito de Situação Didática Olímpica (SDO).

Na segunda seção, ‘Didática Profissional - DP’, mostramos como se originou essa área de pesquisa, sua aplicação na análise do trabalho e na formação dos adultos, focando na análise da atividade e no desenvolvimento de competência profissional, no nosso caso, direcionada ao papel da atividade do professor de Matemática. Ainda, nessa seção, realizamos uma dialética entre a TSD e a DP como forma de fortalecer nossa pesquisa e definirmos a noção de Situação Didática Profissional (SDP).

Na seção terceira, ‘Metodologia de pesquisa’, delineamos o caminho percorrido no decorrer da pesquisa e destacamos a Engenharia Didática e sua abordagem para formação de professores.

No capítulo 4, ‘Análise preliminar’, apresentamos um levantamento dos trabalhos relacionados ao tema e uma análise epistemológica do ensino atual sobre olimpíadas de matemática e os obstáculos epistemológicos enfrentados pelos professores.

No capítulo 5, ‘Análise *a priori* e Experimentação’, apresentamos a concepção e descrição das SDO’s a partir da visão dos futuros professores de Matemática. Na Experimentação, descrevemos o lócus, os participantes e como ocorreu a coleta de dados.

No capítulo 6, expomos as ‘Análises a *posteriori* e validação’ das sequências didáticas vivenciadas no curso de formação, fazendo o confronto da análise a priori e a análise a posteriori de cada situação.

Por fim, no capítulo 7, são apresentadas as considerações finais, nas quais expomos os resultados mais relevantes desta investigação e apontamos pesquisas futuras na área.

## 2 HISTÓRICO SOBRE AS OLIMPIÁDAS DE MATEMÁTICA

As Olimpíadas de Matemática, no formato que conhecemos hoje, existem desde 1894 (KENDEROV, 2009), quando foi aplicada, na Hungria, a primeira competição de matemática contendo apenas três questões, conhecida como Eötvös<sup>2</sup>, sendo direcionada para alunos que concluíram o Ensino Médio (BADARÓ, 2015). Desde então, surgiram várias competições pelo mundo, sendo inviável abordarmos o aspecto histórico de todas. Abordamos, a seguir, as duas principais olimpíadas do Brasil (OBMEP e OBM) e a *International Mathematics Olympiad* (IMO), considerada a mais importante no âmbito internacional.

### 2.1 História das Olimpíadas de Matemática no contexto Nacional e Internacional

Segundo Oliveira (2016), a primeira Olimpíada de Matemática, realizada no Brasil, aconteceu no estado de São Paulo, em 1967, sendo organizada pelo GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática), porém houve apenas duas edições: 1967 e 1969. Passando-se oito anos, em 1977, a Academia Paulista de Ciências organizou a Olimpíada Paulista de Matemática (OPM), voltando, assim, as competições no formato de olimpíadas no Brasil (BADORÓ, 2015).

Em 1979, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) organizou a primeira edição da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM). A OBM é uma competição direcionada para alunos dos ensinos fundamental (a partir do 6º ano), médio e Universitário das instituições públicas e privadas do Brasil. Atualmente, é organizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e pela SBM, tendo uma coordenação selecionada pela Comissão Nacional de Olimpíadas de Matemática da SBM (OBM, 2018).

A OBM, ao longo dos anos, passou por várias mudanças em seu formato, porém manteve seus objetivos, dos quais falaremos mais adiante. Sua última mudança aconteceu no ano de 2017, garantindo seus quatro níveis de participação (veja Quadro 1), no entanto, alterando a quantidade de fases para os níveis 1, 2 e 3. Já para o nível Universitário, teve apenas a mudança relacionada à sua inscrição, ficando agora de responsabilidade do próprio graduando.

---

<sup>2</sup> Recebeu esse nome em homenagem ao fundador da Sociedade Húngara de Matemática e Física, Barão Roland Eötvös, que, no referido ano, havia sido eleito Ministro da Educação.

Quadro 1 - Níveis de participação e fases da OBM.

| Níveis        | Descrição dos participantes                                                                                                                                                                         | Número de fases |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1             | Alunos matriculados no 6º ou 7º ano do ensino fundamental.                                                                                                                                          | 1               |
| 2             | Alunos matriculados no 8º ou 9º ano do ensino fundamental, ou aqueles que já concluíram o ensino fundamental há menos de um ano, mas que não tenha ingressado no ensino médio até a data da prova.  | 1               |
| 3             | Alunos matriculados em qualquer série do ensino médio, ou aqueles que já concluíram o ensino médio há menos de um ano, mas que não tenha ingressado em curso de nível superior até a data da prova. | 1               |
| Universitário | Estudantes universitários, de qualquer curso e período.                                                                                                                                             | 2               |

Fonte: Adaptado de OBM (2018).

Após essas mudanças, apenas alunos convidados pela comissão poderão participar dessa olimpíada, pois antes era aberta para todos os interessados e agora apenas para alunos que demonstrarem, em casos excepcionais, méritos acadêmicos em olimpíadas regionais e/ou na OBMEP, sendo esses os 300 alunos, de cada nível, com maiores pontuações na segunda fase do ano corrente.

Já a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional, que foi criado em 2005, para estimular o estudo da matemática e identificar talentos. Segundo Barbosa (2005), essa olimpíada foi criada a partir do sucesso obtido pelas olimpíadas promovidas pelo Ceará, sendo experiências do Numeratizar e das Olimpíadas de Fortaleza. De acordo com a revista em homenagem aos 12 anos da OBMEP, “o projeto Numeratizar foi criado e realizado no Ceará pelo professor João Lucas Barbosa (UFC), do qual a OBMEP pode ser considerada uma expansão nacional” (OBMEP, 2017, p. 12). Logo, a OBMEP foi inspirada na experiência cearense.

A OBMEP, inicialmente, era dirigida somente às escolas públicas brasileiras, mas, em 2017, foram incluídas as escolas privadas, isso ocorreu como forma de ampliar para um maior número de alunos. Ela é realizada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC. A prova da OBMEP é direcionada aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio das escolas públicas e privadas nas esferas municipal, estadual e federal, sendo realizada em três níveis: nível 1 (alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental), nível 2 (alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental) e nível 3 (alunos da 1º, 2º e 3º anos do

Ensino Médio). As provas dos três níveis são constituídas de duas fases. Na primeira fase, todos os alunos participam e fazem uma prova contendo 20 questões objetivas. Já para a segunda fase, são selecionados os 5% (cinco por cento) de melhores pontuações do total de alunos inscritos em cada escola para responderem 6 questões subjetivas. Para os alunos medalhistas (ouro, prata ou bronze), são oferecidas bolsas<sup>3</sup> dos programas do Conselho Nacional do Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e prêmios aos professores, escolas e secretarias de educação.

A OBM e a OBMEP são as principais Olimpíadas de Matemática do Brasil, ambas são organizadas pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).

No Quadro abaixo, temos os principais objetivos dessas duas olimpíadas para, assim, compararmos suas propostas e intenções para o ensino de matemática e a formação de professores.

Quadro 2 - Objetivos da OBM e OBMEP.

| OBM                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | OBMEP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interferir decisivamente em prol da melhoria do ensino de Matemática no Brasil, estimulando alunos e professores a um aprimoramento maior propiciado pela participação em olimpíadas;</li> <li>- Descobrir jovens com talentos matemáticos excepcionais e colocá-los com matemáticos profissionais e instituições de pesquisa de alto nível, propiciando condições favoráveis para a formação e o desenvolvimento de uma carreira de pesquisa;</li> <li>- Selecionar os estudantes que representarão o Brasil em competições internacionais de Matemática a partir do seu desempenho na OBM, realizando o seu devido treinamento;</li> <li>- Apoiar as competições regionais de Matemática em todo o Brasil;</li> <li>- Organizar as diversas competições internacionais de Matemática, quando realizadas no Brasil.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimular e promover o estudo da Matemática;</li> <li>- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;</li> <li>- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;</li> <li>- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;</li> <li>- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;</li> <li>- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.</li> </ul> |

Fonte: Informações extraídas da OBM (2018) e OBMEP (2018).

<sup>3</sup> Para a bolsa do PIC, alunos que foram menção honrosa e ainda estarão matriculados na rede pública no ano seguinte, podem ocupar a vaga dos medalhistas que desistiram ou não se inscreveram para participar do programa.

As informações expostas, no Quadro 2, denotam a preocupação de ambas as olimpíadas pela melhoria no estudo e ensino da matemática no Brasil, contribuindo com a qualidade de ensino, com o estímulo dos alunos pela participação em olimpíadas e com a formação de professores. Cabendo a esses últimos o aprimoramento e o aperfeiçoamento em resolução de problemas de certos conteúdos matemáticos, além da valorização e reconhecimento profissional. Para OBMEP (2017, p. 16), “sempre foi claro para toda a equipe da OBMEP que não seria possível melhorar a qualidade do ensino da matemática sem envolver o professor”.

De acordo com OBMEP (2017, p. 5), “fica evidente que a Olimpíada não apenas detecta talentos, mas também identifica e motiva grupos organizados de professores e alunos, que mostram ser possível, com estudo e dedicação, alcançar as mais elevadas posições nessa competição nacional”. Claro que não é um trabalho fácil, pois o professor tem a difícil missão de tentar nivelar o ensino a alunos com diferentes formações e níveis de conhecimento, por isso que, muitas vezes, as aulas voltadas para as olimpíadas acontecem em horários que vão além da carga horária da disciplina de Matemática, ou seja, acontecem no contraturno, no horário do almoço e até aos sábados.

Com isso, percebemos, que antes de tudo, é fundamental o engajamento do professor de Matemática e parceria da escola para que esse trabalho de preparação para as olimpíadas possa acontecer de forma positiva. De acordo com Santos e Abreu (2011):

[...] o professor tem um papel importantíssimo na mobilização dos alunos para participarem da Olimpíada e no fornecimento de subsídios em sala de aula, sobretudo no decorrer de sua intervenção pedagógica, para que seus alunos se interessem em participar da olimpíada com engajamento e de forma consistente. Diante desse quadro, considerando o papel crucial do professor de matemática no processo como um todo, e absolutamente pertinente revelar ações docentes na mobilização bem sucedida de seus alunos para participarem da OBMEP. (SANTOS, ABREU, 2011, p. 50).

A partir do exposto, percebemos a participação do professor no sucesso do aluno ao participar e se tornar um medalhista em uma olimpíada de Matemática. Ainda segundo Santos e Abreu (2011), o sucesso em matemática conduziu grande parte dos alunos a seguirem uma área de conhecimento no campo das engenharias.

Já Soares, Leo e Soares (2014) encontraram, na sua investigação, que alunos de escolas muito envolvidas com a OBMEP têm um aproveitamento melhor na Prova Brasil, no ENEM e no PISA do que os de escolas pouco envolvidas, tendo uma evolução dessa diferença com o passar dos anos.

Os alunos que mais se destacarem nos resultados da OBM ou OBMEP, nas provas de seleção e nas listas de treinamentos são convidados a participarem de um curso específico para Olimpíadas Internacionais (BADORÓ, 2015; OLIVEIRA, 2016). Durante esse curso, os alunos têm aulas de técnicas de resolução de problemas, além de realizar simulados das provas internacionais, sendo o mesmo organizado pelo IMPA e instituições privadas. Já os professores com alunos premiados chegam a ganhar algumas premiações como certificado de homenagem e material de formação.

Quanto à olimpíada de Matemática mais conhecida do mundo, a Olimpíada Internacional de Matemática (*International Mathematics Olympiad* - IMO), ela é considerada a olimpíada mais importante a nível internacional, tendo como objetivo incentivar o desenvolvimento da matemática pela disputa e pela troca de experiências entre representantes de culturas distintas (IMPA, 2017). Teve sua primeira edição em 1959, na Romênia, com a participação de apenas sete países do Leste Europeu, com um total de somente 52 pessoas. Porém, com o passar dos anos, o número de países e de participantes sofreu um aumento considerável, hoje em dia, participam dessa competição, em média, 100 países e 600 pessoas, sendo que cada país é representado por equipes de até seis estudantes (com idade inferior a 20 anos), que não tenham ingressado na Universidade até a data da prova e por dois líderes, observadores (BADORÓ, 2015).

A prova dessa olimpíada é composta por seis problemas, dividida em dois dias, com três problemas cada. As premiações são medalhas de ouro, prata e bronze, além de certificados de menção honrosa. De acordo com Maciel e Basso (2009), a premiação segue uma distribuição de forma proporcional, diferentemente do que acontece nas olimpíadas brasileiras.

A distribuição dos prêmios é realizada de tal forma que as medalhas sejam entregues à metade dos estudantes participantes. As medalhas de ouro, prata e bronze são distribuídas na proporção 1:2:3, respeitado o limite de que não mais que  $\frac{1}{12}$  dos estudantes sejam premiados com a medalha de ouro, não mais que  $\frac{1}{4}$  com a medalha de prata e não mais que  $\frac{1}{2}$  com algum tipo de medalha. Os certificados de menção honrosa são entregues ao estudante que, não tendo recebido qualquer tipo de medalha, tenha resolvido corretamente algum dos seis problemas propostos na competição (MACIEL; BASSO, 2009, p. 4).

O Brasil iniciou sua participação na IMO em 1979, sediada em Londres. Já conquistou um total de 10 medalhas de ouro, 43 medalhas de prata, 77 de bronze e 33 menções honrosas (até 2018). Em 2016, ano em que o Brasil atingiu seu melhor resultado nessa competição, conquistou cinco medalhas de prata e uma de bronze, ficando na 15ª colocação na classificação por equipe, entre os 109 países que participaram naquele ano (IMPA, 2017).

Em 2017, a 58ª IMO aconteceu no Rio de Janeiro, pela primeira vez em solo brasileiro, tendo um recorde de participantes, totalizando 623 estudantes de 111 países. A equipe brasileira, selecionada pelo IMPA e pela SBM, conquistou duas medalhas de prata, uma de bronze e três menções honrosas, ficando no 37º lugar e, infelizmente, atingiu um resultado bem inferior ao ano de 2016, mas, mesmo assim, manteve-se em melhor posição do que as nações desenvolvidas, como a França, que acabou em 39º lugar e a Suécia, em 51º.

Para o diretor adjunto do IMPA, Claudio Landim, esse resultado insatisfatório foi em consequência dessa competição ter acontecido no Brasil<sup>4</sup>, segundo ele: “a pressão de jogar em casa provavelmente afetou. Nossa meta é ficar entre os 15 primeiros, e, nesse sentido, o resultado foi decepcionante. Mas nosso objetivo não é construir campeões na olimpíada, e sim formar matemáticos”.

De acordo com Badoró (2015), uma motivação em participar dessa competição é que os medalhistas têm entrada facilitada, e com bolsas, nas universidades mais conceituadas do mundo, porém essa oportunidade não se restringe somente para medalhistas na IMO, pois temos conhecimento de que medalhistas na OBMEP e na OBM, também, são aceitos em universidades de renome nacional e internacional.

## 2.2 Materiais, programas e portais nacionais da OBMEP e OBM

Nesse tópico, apresentamos sugestões de materiais, programas e portais que podem ser utilizados pelos alunos na sua preparação e, principalmente, pelo professor no momento do seu plano de aula e estudos mais aprofundados referentes à resolução de problemas olímpicos, pois entendemos que é necessário que o professor se prepare para melhor transmitir os conteúdos abordados nas provas, sendo umas das nossas intenções nesse estudo.

Segundo Carneiro (2004; 2018), os assuntos mais abordados nas Olimpíadas estão divididos em quadro temas: Teoria dos Números, Álgebra, Geometria e Combinatória. Inicialmente, vamos descrever alguns materiais como: livros, revistas e apostilas, que estão disponíveis na *internet* para alunos e professores que buscam estudar esses assuntos. Em seguida, apresentamos alguns programas dos quais os medalhistas podem participar e, por fim, uma breve descrição de dois portais com acervos de materiais para estudo e preparação.

- Banco de questões da OBMEP

---

<sup>4</sup> Informação disponível em: <<https://oglobo.globo.com/sociedade/brasil-lamenta-pior-resultado-recente-na-olimpiada-de-matematica-21621855>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

- Apostilas do Programa de Iniciação Científica - PIC
- Revista Eureka!
- PIC e PICME
- Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo - POTI
- Portal da Matemática

Os bancos de questões da OBMEP são problemas divididos em três níveis (1, 2 e 3), contendo questões propostas em olimpíadas ou elaboradas por professores de Matemática da educação básica ou da Universidade. Podemos citar que o objetivo é serem usados em estudos com colegas ou individuais, além de serem trabalhados em sala pelos professores. No site da OBMEP, encontramos a primeira edição, datada de 2006, até o ano de 2019, sendo disponibilizados de forma eletrônica ou enviados para as escolas no formato de livros.

As apostilas do PIC, também, estão disponíveis no site da OBMEP e contêm 11 volumes, contemplando os tópicos mais abordados nas Olimpíadas. Nessas apostilas, encontramos conceitos matemáticos através de axiomas, teoremas e até de aplicações práticas, sendo apresentados de forma clara e de fácil compreensão para os professores e alunos. No decorrer da apostila, o aluno se depara com problemas em que precisa mais do que de conceitos matemáticos, sendo cobradas sua criatividade e sua estratégia em resolver problemas.

A Revista Eureka existe desde 1998, após algumas mudanças na estruturação da prova da OBM. Nela, encontramos artigos relevantes na preparação dos estudantes para a OBM e para as Olimpíadas de caráter internacional, tendo como um de seus objetivos principais o treinamento dos alunos para as Olimpíadas. Essa revista está disponível no site da OBM, sendo possível encontrar sua primeira edição até o ano de 2016. Além dessas sugestões, lembramos que, no site da OBM e da OBMEP, ainda, existem materiais de estudo, como as provas já aplicadas e suas soluções em PDF ou em vídeos, no caso da OBMEP.

O Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) é destinado, inicialmente, para alunos medalhistas da OBMEP, mas, tendo vagas ociosas, estas podem ser ocupadas pelos alunos premiados com certificado de menção honrosa. É realizado por meio de uma rede nacional de professores universitários em vários polos espalhados pelo Brasil. Sendo alguns de seus objetivos: despertar, nos alunos, o gosto pela Matemática e pela ciência em geral; motivar os alunos na escolha profissional pelas carreiras científicas e tecnológicas; aprofundar o conhecimento matemático dos alunos, por meio de resolução e redação de soluções de problemas, leitura e interpretação de textos matemáticos e estudo de temas de modo mais aprofundado e com maior rigor matemático; desenvolver, nos alunos, algumas habilidades, tais

como: sistematização, generalização, analogia e capacidade de aprender por conta própria ou em colaboração com os demais colegas; incentivar o aprimoramento matemático dos professores, em especial, dos professores dos alunos bolsistas; estimular uma articulação entre as escolas e as universidades. O aluno recebe um incentivo financeiro mensal concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e as aulas acontecem em “salas universitárias, o que oferece uma convivência natural do aluno da escola pública com a universidade” (OBMEP, 2017, p. 9).

Já o Programa de Iniciação Científica e Mestrado – PICME é um programa que oferece, aos estudantes universitários, “a oportunidade de realizar estudos avançados em Matemática simultaneamente com sua graduação” (PICME, 2018, on-line); para participar, o estudante precisa ter apresentado destaque nas Olimpíadas de Matemática, ou seja, ter conquistado uma medalha na OBMEP ou na OBM. Esse programa é coordenado pelo IMPA e ofertado por Programas de Pós-Graduação em Matemática de diversas universidades espalhadas pelo país. Os participantes recebem as bolsas através de uma parceria com o CNPq (Iniciação Científica) e com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) para Mestrado ou Doutorado.

Os Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo – POTI são centros de treinamento, espalhados por todo o Brasil, que oferecem cursos gratuitos de matemática para estudantes interessados em participar da OBMEP ou OBM. Os polos são montados a partir de um processo seletivo lançado em edital. Os interessados (professores) terão que escrever um projeto e submeter à seleção. Todo o trabalho é voluntário. Para participar do POTI, os alunos precisam estar matriculados, no mínimo, no Ensino Fundamental II (8º ou 9º ano) ou Ensino Médio. Existe, também, o POTI Virtual<sup>5</sup>, em que os alunos que apresentam interesse e que, por algum motivo, não possam fazer presencial têm acesso a matérias e orientação para sua capacitação. O POTI Virtual atende os seguintes interessados: “alunos de estados ou municípios onde não existam polos presenciais; alunos não selecionados para o POTI Presencial; alunos que não possam comparecer aos encontros presenciais” (POTI, 2018, on-line). O professor pode participar e desenvolver atividades com seus alunos.

E, por fim, o Portal da Matemática<sup>6</sup>, que é um ambiente muito rico em conteúdos e materiais direcionados para a preparação da OBMEP, podendo ser acessado tanto por alunos ou por professores. Esses materiais são organizados em módulos e seguem a grade curricular do 6º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio. Esses materiais têm, como

<sup>5</sup> Disponível em: <<http://poti.impa.br/index.php/site/virtual>>. Acesso em: 18 mai. 2018.

<sup>6</sup> Disponível em: <<https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/sobre>>. Acesso em: 18 mai. 2018.

intenção complementar, o ensino e aprendizagem da Matemática, através de videoaulas, cadernos de exercícios, listas de exercícios resolvidos, material teórico e simulados. Existe, também, uma grande quantidade de testes com perguntas dissertativas e de múltipla escolha, “para que exercite seu conhecimento quantas vezes desejar. Além disto, é possível fazer uma avaliação geral do módulo e obter o certificado on-line” (PORTAL DA MATEMATICA, 2018, on-line). Nesse portal, ainda, é possível o professor formar sua turma e acompanhar o andamento de seus alunos, mas, para isso, ele precisa gerar um Código de Orientador e formalizar o convite com seus alunos para ter acesso ao portal.

### **2.3 Formação de professores para Olimpíadas de Matemática**

Até o ano de 2014, não existia nenhum programa nacional voltado, especificamente, para a formação de professores que trabalhassem com Olimpíadas de Matemática, cabendo ao professor buscar e capacitar-se de forma autônoma. Porém, ocasionando, muitas vezes, a desistência e desmotivação por uma grande parte dos professores, além de outros fatores, como, por exemplo, uma lotação máxima do professor na escola, impossibilitando estudar os problemas de olimpíadas e mudanças na sua prática pedagógica (CALDAS; VIANA, 2013).

Mesmo não tendo uma formação definida para a OBMEP ou OBM, sempre houve essa preocupação, por isso que foram surgindo muitos trabalhos acadêmicos e de pós-graduação apresentando propostas de formação e aperfeiçoamento para o professor de Matemática, seja na proposta de criar um curso de preparação ou de escrever roteiro de quais materiais devem ser utilizados e como. Entendemos que, no momento em que o professor planeja sua aula e inclui a resolução de problemas de nível de olimpíada, ele já está estudando e aprofundando seus conhecimentos.

Nos trabalhos de Carneiro (2004; 2018) e Badoró (2015), são apresentadas orientações, para os professores e escolas, de como preparar seus alunos para as Olimpíadas de Matemática, sugerindo livros, sites e aulas a partir de resolução de problemas.

No caso de Carneiro (2004; 2018), apresenta dicas de como montar um projeto de Olimpíadas em sua escola e 50 problemas de treinamento para iniciantes. Apresenta, também, sugestões de livros, selecionados por temas mais abordados nas Olimpíadas de Matemática, podendo ser usados por professores na preparação de seus alunos ou até mesmo na sua capacitação profissional. Já Badoró (2015) mostra informações que ajudam o professor e os gestores escolares a organizarem um curso preparatório para alunos que desejam participar de

competições olímpicas. No decorrer do seu trabalho, ele monta um roteiro de estudo para o professor se preparar para o curso com plano de aula, lista de exercícios e indicação bibliográfica, para que, dessa forma, o professor se sinta preparado e qualificado para essas aulas.

Como foi comentando anteriormente, em 2014, foi lançado o primeiro programa direcionado à formação de professores que trabalham com Olimpíadas, chamado de OBMEP na Escola, organizado pelo IMPA e com apoio do Itaú Social e da Capes. Esse programa tem como objetivos: contribuir para a formação de professores em Matemática, estimulando estudos mais aprofundados e a adoção de novas práticas didáticas em suas salas de aula; estimular atividades extraclasse com o uso dos materiais da OBMEP e melhorar a formação do professor de Matemática, cujo êxito será avaliado pelo desempenho dos respectivos alunos na Olimpíada (OBMEP, 2017).

O programa OBMEP na Escola é direcionado para professores de Matemática das escolas públicas municipais e estaduais de todo o país. A quantidade de vagas varia de acordo com a região. Na ocasião, eles participam de uma prova de habilitação contendo seis questões subjetivas de Matemática para serem resolvidas em 3 horas, sendo selecionados os que obtiverem as maiores notas em cada Estado. Até o momento, ocorreram três edições: a primeira em 2014, a segunda em 2016 e a terceira em 2019. Veja, na Tabela 1, a distribuição de vagas para o Brasil e para o Estado do Ceará.

Tabela 1 – Vagas no programa OBMEP na escola no Brasil e no Ceará.

| Ano  | Brasil         | Ceará                                        |                                     |       |
|------|----------------|----------------------------------------------|-------------------------------------|-------|
|      |                | Atuação com alunos do Ensino Fundamental II. | Atuação com alunos do Ensino Médio. | Total |
| 2014 | * <sup>7</sup> | *                                            | *                                   |       |
| 2016 | 501            | 8                                            | 4                                   | 12    |
| 2019 | 816            | 12                                           | 8                                   | 20    |

Fonte: Construção dos autores.

Após essa seleção, os professores habilitados são preparados e orientados no desenvolvimento de conteúdos programáticos, seguindo a metodologia de resolução de problemas, com grupos de alunos selecionados em suas escolas ou em escolas vizinhas. Outras atribuições do professor habilitado são: incentivar a inscrição da escola na OBMEP; preparar

<sup>7</sup> As informações das vagas, referentes ao ano de 2014, não estão disponíveis no site do programa OBMEP na escola.

os alunos para a prova de primeira e de segunda fase; divulgar o material didático da OBMEP, em particular, o Banco de Questões; e estimular e facilitar a participação dos alunos na segunda fase. Os professores habilitados e que realizassem as atribuições propostas recebiam uma bolsa<sup>8</sup> da CAPES de Docente do Ensino Básico, no valor mensal de R\$ 765,00.

Em relação à formação dos habilitados, de acordo com uma entrevista com a Coordenadora Orientadora do PIC-CE03 - Ceará 03<sup>9</sup>, professora Elaine Sampaio, é realizado um encontro por mês com os professores do programa, em que são discutidos os conteúdos de Matemática e suas abordagens a partir da metodologia de resolução de problemas.

Outro programa, que surgiu para contribuir com a formação de professores que trabalham ou se identificam com as olimpíadas de Matemática, é o Programa de Aperfeiçoamento de Professores Olímpicos – PROLÍMPICO<sup>10</sup>. Esse programa visa oferecer treinamento gratuito para professores de matemática de todo o Brasil, abordando assuntos relativos às olimpíadas de matemática do ensino básico. Também criado pelo IMPA, o programa acontecerá sempre durante os recessos escolares, em janeiro e julho.

De acordo com o IMPA (2020), o curso de treinamento será realizado em módulos independentes, que abordam tópicos selecionados das olimpíadas de matemática do Ensino Básico. Cada um dos módulos do programa será realizado simultaneamente no IMPA e em instituições parceiras<sup>11</sup> de todo o país. As aulas expositivas serão transmitidas ao vivo, via Internet, do IMPA para as instituições participantes em outros estados, utilizando a infraestrutura da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP). Os professores participantes poderão enviar suas perguntas durante a realização das aulas, utilizando um programa de “chat”.

O PROLÍMPICO teve sua primeira edição em Janeiro de 2020. O curso de treinamento/formação aconteceu durante quatro dias em tempo integral, das 9 às 17 horas e as atividades de cada dia consistiram em aulas expositivas pela parte da manhã e trabalhos em grupo à tarde.

Para acrescentar na formação e aperfeiçoamento do professor que se identifica com olimpíadas ou busca incluir na sua prática de ensino resolução de problemas, existem alguns livros disponíveis no site da SBM<sup>12</sup>, estes podem ser adquiridos na loja virtual por usuários ou sócios. Colocamos, em destaque, as seguintes coleções: Coleção PROFMAT, Coleção do

<sup>8</sup> O valor da bolsa está de acordo com a informação contida no edital de seleção de 2019.

<sup>9</sup> Região norte do Ceará.

<sup>10</sup> Disponível em: <<https://impa.br/ensino/programas-de-formacao/programa-de-aperfeicoamento-de-professores-olimpicos/prolimpico-janeiro-de-2020/>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

<sup>11</sup> As instituições manifestam interesse em sediar o curso na sua instituição, em seguida, fica uma pessoa responsável de abrir seleção e coordenar, de forma voluntária, todo o curso de acordo com as orientações do IMPA.

<sup>12</sup> Disponível em: <<https://loja.sbm.org.br/#&panel1-1>>. Acesso em: 10 jun. 2018.

Professor de Matemática e Coleção Olimpíadas de Matemática. Mas entendemos que todos esses materiais precisam de uma metodologia de ensino mais específica para resolução de problemas, a qual os professores possam utilizá-la para obterem um melhor resultado e atrair um maior público de alunos.

A partir do exposto, buscamos, neste trabalho, apresentar mais uma forma de trabalhar com os problemas de olimpíadas na formação do professor e, conseqüentemente, melhorar a qualidade do ensino de matemática e formação profissional.

A seguir, trazemos o capítulo 3, Fundamentação Teórica e Metodológica, que nos deu suporte teórico para fortalecer a nossa pesquisa e encerra com a descrição da metodologia.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Neste capítulo, apresentamos nossa fundamentação teórica, que consiste na Teoria das Situações Didáticas (TSD) e na Didática Profissional (DP), e metodológica, que está fundamentada na metodologia de pesquisa conhecida como Engenharia Didática de Formação (EDF).

A escolha da TSD, no estudo, surge devido à relação estabelecida entre o professor, o aluno e o saber, e a preocupação do *milieu* para que aconteça o ensino e aprendizagem, porém está direcionada, especificamente, ao discente. Por isso, usaremos, como complemento a essa teoria, as concepções de formação para os adultos, apresentadas na DP, buscando identificar as concepções acerca dos conhecimentos epistêmicos e pragmáticos sobre os problemas de olimpíadas que iremos apresentar no curso de formação, visando, também, o desenvolvimento de competência profissional do professor de matemática. A partir da articulação entre esses dois referenciais, desenvolvemos a noção de Situação Didática Profissional (SDP) no contexto das olimpíadas de Matemática.

As principais referências para a TSD foram os estudos de Brousseau (1996; 2008) e Almouloud (2007). Para a DP, destacamos autores como Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), Pastré (2002; 2012; 2017), Vergnaud (2007), Mayen (2012), Alves (2018b; 2018c; 2019; 2019a), Alves e Jucá (2019) e Alves e Catarino (2019). Já para a Engenharia Didática e para a Engenharia Didática de Formação, destacamos Artigue (1988; 1996), Perrin-Glorian (2009, 2011), Perrin-Glorian e Bellemain (2016, 2019), Almouloud (2007; 2008; 2012) e Alves (2016a; 2017; 2018a) e Alves e Catarino (2017).

#### 3.1 Teoria das Situações Didáticas - TSD

A Didática da Matemática nasceu na França, no contexto da renovação do ensino no final dos anos 60 e início dos anos 70, utilizando-se dos trabalhos de Yves Chevallard (Teoria do Antropológico da Matemática), Règine Douady (Dialética Ferramenta-Objeto), Raymond Duval (Teoria dos Registros de Representação Semiótica) e Gérard Vergnaud (Teoria dos Campos Conceituais), além de outros pesquisadores franceses, que defendiam que não se podia separar o ensino de matemática e a necessidade de estudar os fenômenos de ensino na complexidade da sala de aula. O pesquisador francês Guy Brousseau é considerado o pioneiro

da Didática da Matemática, sendo um dos pesquisadores que contribuiu para o desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas (TSD)<sup>13</sup>.

Sendo assim, buscaram reestruturar a Matemática e criaram os Institutos de Pesquisa em Educação Matemática (IREM), a fim de mudar o Movimento da Matemática Moderna<sup>14</sup>. De acordo com Pommer (2008), o IREM realizava um trabalho de complementação na formação de professores de matemática e na produção de materiais de apoio para a sala de aula. Com isso, “favoreceu a evolução para estudos do ensino da matemática que permitiram a produção de conhecimento para controlar e produzir ações sobre o ensino” (POMMER, 2008, p. 1).

Para Brousseau (1986) *apud* Teixeira e Passos (2013), a Didática da Matemática:

[...] estuda atividades didáticas que têm como objetivo o ensino da parte específica dos saberes matemáticos, propiciando explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise; incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos, além dos tipos de situações utilizadas e os fenômenos de comunicação do saber (BROUSSEAU, 1986 *apud* TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 157).

Segundo Alves (2016), a Didática da Matemática é um corpus teórico, cuja principal preocupação reside nas interações entre aluno e professor. Enquanto Almouloud (2007) nos apresenta que o objetivo primordial da Didática da Matemática é a caracterização de um processo de aprendizagem por meio de uma série de situações reprodutíveis, denominadas de situações didáticas. Ainda, conforme esse autor:

[...] o objetivo da teoria das situações é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa (ALMOULOU, 2007, p. 31-32).

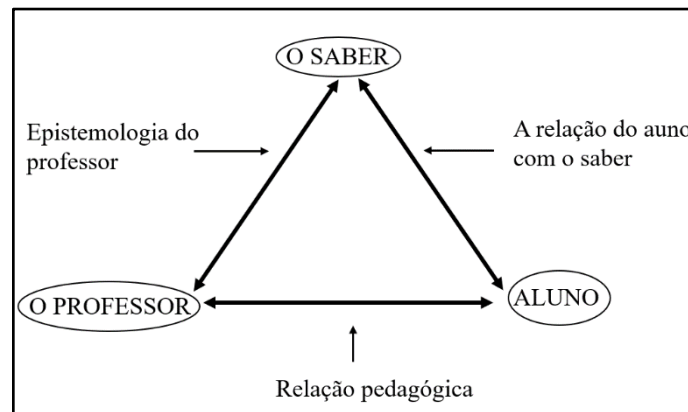
A partir disso, a Teoria das Situações tem, como escopo de estudo, a situação didática e não o sujeito cognitivo, fazendo uma relação entre três elementos fundamentais: professor, aluno e saber. Esses elementos têm como intenção modelar a TSD em um sistema didático, isto é, em um triângulo didático, como está representado na Figura 1.

---

<sup>13</sup> Essa teoria está sendo usada como modelo teórico para novos trabalhos em didática e prática de professores de matemática.

<sup>14</sup> Surgiu na década de 1960. Foi um movimento internacional do ensino de matemática. Indico a leitura de Burigo (2006).

Figura 1 - Relação do triângulo didático.



Fonte: Almouloud (2007, p. 32) adaptado de Brousseau (2008).

As relações entre professor-saber, saber-aluno e aluno-professor são definidas como dinâmicas e complexas, ficando a relação entre professor-aluno ou aluno-professor sendo considerada uma relação assimétrica quando relacionada ao saber.

Almouloud (2007) apresenta que os docentes e discentes são personagens indispensáveis na relação de ensino e aprendizagem, bem como o meio (*milieu*<sup>15</sup>) em que a situação didática se faz presente.

Ainda, segundo Almouloud (2007, p. 32-33), a teoria das situações se apoia em três hipóteses, as quais esclarecemos a seguir:

1. O aluno aprende adaptando-se a um *milieu*, que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio. Esse conhecimento, fruto da adaptação dos alunos, manifesta-se pelas novas descobertas, que são a prova da aprendizagem.
2. O professor deve criar e organizar um *milieu* que seja suficiente para desenvolver situações suscetíveis de promover uma aprendizagem mais significativa.
3. O *milieu*, juntamente com as situações didáticas, deve engajar os conhecimentos matemáticos envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem.

Um fato muito importante, que deve ser observado na TSD, é a questão da escolha ou elaboração de uma situação didática, seja ela na forma de resolução de problema ou jogos, ela deve ser bem escolhida e sempre com a intencionalidade de ensino e aprendizagem não revelada pelo professor. Desse modo, as situações propostas podem provocar o aparecimento dos

<sup>15</sup> O *milieu* pode ser considerado como sendo um ambiente criado pelo professor, de modo que ele tenha controle para produzir uma aprendizagem ou, ainda, todos os ambientes que produzem essa aprendizagem. Para maiores esclarecimentos sobre esse termo, consultar Carmo e Fonseca (2016) e Margolinas (2002).

conhecimentos prévios dos alunos em suas respostas, sendo corretas ou não, porém sem declarar para o aluno a intenção didática, pois “o aluno traz para sala de aula certos conhecimentos que ele utiliza para construir o saber” (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 162), conhecimentos esses que podem vir com obstáculos, que, pela herança bachelariana<sup>16</sup>, chamamos de obstáculos epistemológicos.

Alves e Cavalcante (2017) indicam o caráter de imprescindibilidade da noção de obstáculos como sendo:

elemento que pode retardar, e mesmo impedir um processo de entendimento do estudante submetido a uma ação intencional de ensino. O caráter visível de sua ação pode ser registrado, de uma forma extrema, por intermédio da manifestação do erro, fruto de uma incompreensão (ALVES; CAVALCANTE, 2017, p. 259).

A partir da citação acima, percebemos a importância da função do professor, seu papel na identificação e na atenção constante à manifestação do erro de seus alunos. Com isso, cabe ao professor elaborar situações didáticas que provoquem essa manifestação, aprofundando a compreensão intuitiva dos alunos acerca de vários conceitos.

Assim, partindo de respostas dos alunos, identificando seu sentido e sua validade, sendo reconhecido um conhecimento, mas não necessariamente um saber matemático, uma vez que esse saber vai sendo construído durante todo o desenvolvimento da situação (TEIXEIRA; PASSOS, 2013), dá-se o nome de sequência didática a esse processo de desenvolvimento de situações.

Teixeira e Passos (2013) definem que sequência didática é:

uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas. Devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo tornar possível a aquisição de saberes bastante claros, sem esgotar o assunto trabalhado. Desse modo, uma sequência didática não pode, *a priori*, ter seu tempo de duração estipulado de acordo com o programado, pois o seu cumprimento leva em conta as necessidades e as dificuldades dos alunos durante o processo (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 162).

Sendo assim, uma sequência didática precisa ser bem planejada, abordando conteúdos matemáticos que serão investigados pelos alunos, observando seus conhecimentos prévios e os obstáculos epistemológicos<sup>17</sup>. Partindo desse plano, surge o contrato didático<sup>18</sup>, ou seja, uma série de acordos entre o professor e a turma, alguns explícitos e outros não, que determinam a

<sup>16</sup> Termo usado em homenagem às ideias de Gaston Bachelard.

<sup>17</sup> Para Brousseau (2008, p. 49), “um obstáculo se manifesta pelos erros, os quais, em que um sujeito, estão unidos por uma fonte comum: uma maneira de conhecer; uma concepção característica, coerente, embora incorreta; um conhecimento anterior bem-sucedido na totalidade de um domínio de ações”.

<sup>18</sup> Para maiores esclarecimentos, sugiro a leitura de Brousseau (2008) e Almouloud (2007) sobre contrato didático.

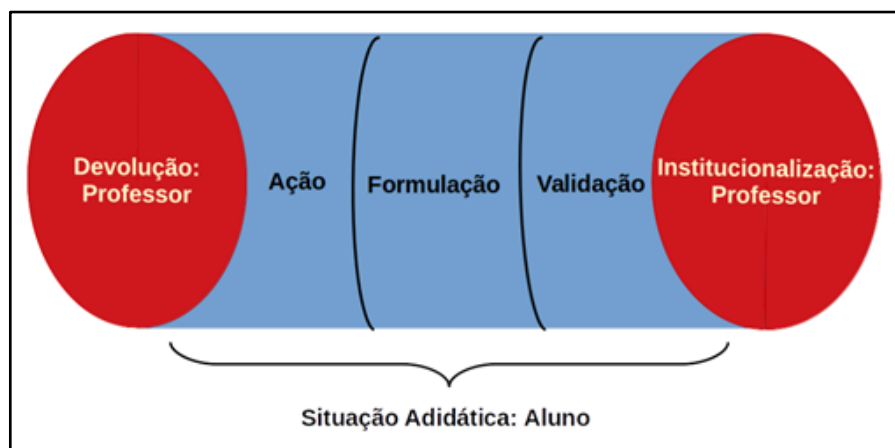
relação didática entre eles, permitindo, não necessariamente, condições favoráveis para que aconteça a aprendizagem.

Então, nesse momento inicial, “cabe ao professor a responsabilidade de apresentar um ‘bom problema’, que seria o desencadeador para a busca de um novo saber; e, ao aluno, aceitar o desafio da resolução do problema, dando início ao processo de aprendizagem” (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 164). É justamente, nesse momento, que acontece a situação de devolução, que, para Brousseau (2008, p. 91), “é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência”. Essa situação se encontra em todas as situações didáticas aplicadas neste trabalho, visto que procuramos despertar esse interesse pelas novas descobertas matemáticas (novo conhecimento) ao se resolver um problema de olimpíadas. Para Almouloud (2007, p. 33), uma situação adidática é “uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar”.

Já a situação didática, para Brousseau (1996), tem como ideia tornar o aluno um pesquisador, testando conjecturas, formando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados, cabendo uma grande responsabilidade do professor em promover situações favoráveis, para que o aluno transforme essa sabedoria em conhecimento. Para que tudo isso aconteça, a situação adidática precisa acontecer de forma satisfatória e, que fique claro, que ela é uma parte essencial da situação didática.

A TSD decompõe o processo de aprendizagem em quatro etapas, sendo que, nessas etapas, o aluno apresenta relações diferenciadas com o saber. A TSD pode ser modelada nas situações de: ação, formulação, validação e institucionalização.

Figura 2 - Modelagem de uma situação didática.



Fonte: Construção nossa.

Observe que, na Figura 2, encontramos a situação de devolução, sendo ela de fundamental importância em uma situação didática e presente em todas as fases da TSD, além disso, precisa ser abordada pelo professor da melhor forma possível<sup>19</sup>, como já descrita anteriormente.

No Quadro 3, segue a descrição das fases da TSD, segundo as ideias de Brousseau (2008).

Quadro 3 - Descrição em cada fase da TSD.

| FASE                | DESCRIÇÃO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ação                | O primeiro contato dos alunos com a situação proposta pelo professor. Neste momento, o professor deve estimular tentativas de solução experimentais, sem preocupação com formalizações ou coerência em escrita. A comunicação entre pares deve ocorrer em linguagem coloquial, diária. Espera-se o aparecimento de tentativas de soluções de natureza puramente intuitiva e empírica.                                                                                                           |
| Formulação          | Nesta etapa, o professor deve estimular uma maior troca de informações e colaboração entre os alunos, permitindo a comparação das soluções parciais e oportunizando a percepção de padrões. É natural que surja a necessidade de uma comunicação um pouco mais sistemática para permitir a troca de informações e comparações bem-sucedidas, mas sem exacerbada preocupação com linguagem matemática formal.                                                                                    |
| Validação           | Neste momento, faz-se necessário o uso de uma linguagem matemática mais cuidadosa, pois é aqui que os alunos devem apresentar, individualmente ou em grupo, suas soluções. Deve existir cuidado na comunicação, para que ela seja suficientemente clara para o restante da turma, já que são eles, seus pares, que irão julgar a certeza/pertinência/precisão das afirmações feitas.                                                                                                            |
| Institucionalização | Etapa final para a realização da situação didática. Aqui, o professor volta a ser o ator principal da aula. Ele deve agora fazer uma análise e síntese das respostas e soluções dos alunos, apresentando a formalização matemática esperada para o assunto escolhido, levando em conta as soluções e concepções apresentadas pelos alunos, situando-as dentro da teoria matemática que se deseja abordar, discutindo os conceitos convergentes e aproveitando os erros para explorar o assunto. |

Fonte: Adaptado das ideias de Brousseau (2008).

As três primeiras fases caracterizam a situação adidática, que, segundo Brousseau (1986) *apud* Teixeira e Passos (2013), é representada pelo esforço independente do aluno, em certos momentos de aprendizagem. Já para o professor, cabe a função somente de mediador. Porém, quando o aluno apresenta dificuldade na resolução da situação adidática, “o professor deve expressar intenção de orientá-lo no encaminhamento da resolução, caracterizando, assim,

<sup>19</sup> Para complementar seu entendimento, leia: Os diferentes papéis do professor (BROUSSEAU, 1996b).

uma situação didática. Portanto, toda situação adidática pode tornar-se um tipo de situação didática” (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p.164).

Na última fase, Brousseau (2008, p. 21) pondera que o papel da institucionalização é “prover sentido de um saber”. Seguindo essas quatro fases, o professor não fornece a resposta ao aluno, fazendo com que o educando participe efetivamente da construção do seu saber, com base em suas experiências e em sua interação com o meio.

A seção seguinte apresenta uma definição de Situação Didática Olímpica, exposta por alguns autores da área da Educação Matemática, como Oliveira e Alves (2017) e Santos e Alves (2017).

### *3.1.1 Situação Didática Olímpica - SDO*

A Situação Didática Olímpica (SDO) está fundamentada a partir da noção de situação didática de Brousseau (2008). Entretanto, ele não utilizava problemas de olimpíadas para o ensino de Matemática, voltava sua investigação, especificamente, para os fenômenos de ensino e aprendizagem da matemática para os anos iniciais. Contudo, nesta pesquisa, chamamos esses “problemas” de Problema Olímpico (PO), em que o mesmo apresenta uma abordagem diferenciada dos demais problemas encontrados nos livros didáticos ou avaliações externas, como: SPAECE, SAEB ou ENEM, seja pelas múltiplas habilidades exigidas em uma única questão ou pela forma em que é apresentada/contextualizada a situação-problema, tornando, assim, o problema desafiador e instigante.

Partindo dessa ideia, surge a proposta de usar os problemas de olimpíadas nas situações didáticas, pois, de acordo com Oliveira e Alves (2017, p. 251), a situação didática olímpica “servirá de apoio às atividades olímpicas ministradas pelo professor”, provocando os conhecimentos prévios dos alunos e estimulando o processo de aquisição do conhecimento matemático.

Santos e Alves (2017) nos apresentam uma definição para SDO, sendo:

Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos de um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição e problemas ou um conjunto de problemas característicos das olimpíadas (SANTOS; ALVES, 2017, p. 285).

Assim, entendemos que uma SDO pode ser considerada uma proposta de uma sequência didática capaz de estabelecer relações de ensino-aprendizagem em matemática, a

partir de situações de ensino, com base na convivência com problemas que possuem características de olimpíadas, ou seja, problemas encontrados em provas de competição. Então, podemos expressar uma SDO pela seguinte relação:

$$\text{SDO} = \text{PO} + \text{TSD}$$

Sendo especificados:

SDO = Situação Didática Olímpica

PO = Problema Olímpico

TSD = Teoria das Situações Didáticas

A SDO inicia com uma situação adidática, isto é, uma situação em que a intenção de ensinar não é revelada para o aluno e se encerra com a reorganização, por parte do professor, do saber produzido pelos alunos, ou seja, seguindo as dialéticas (ação, formulação, validação e institucionalização) apresentadas por Brousseau (2008).

### 3.2 Didática Profissional – DP

A Didática Profissional (DP) é uma vertente francesa, que teve seu início em meados dos anos de 1990 e recebeu contribuições de pesquisadores, como Pastré, Mayen, Vergnaud, dentre outros. A DP tem como objetivo desenvolver a aprendizagem nos adultos e a formação das competências profissionais a partir da análise do trabalho. Além disso, ela busca “um equilíbrio entre duas perspectivas: uma reflexão teórica e epistemológica sobre os fundamentos das aprendizagens humanas; bem como uma preocupação em operacionalizar seus métodos de análise para que possam servir à engenharia educacional” (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 145).

As primeiras pesquisas em DP foram feitas no setor industrial, depois se expandiu para outras áreas, como, por exemplo, a educação. Pastré (2001) enfatiza que, durante a década de 1970, no setor industrial, o modelo de competência estava atrelado ao saber fazer, ou seja, as habilidades eram geradas de *modus operandi* perante a efetuação de uma tarefa. Contudo, essa concepção foi mudada devido à atenção voltada para alguns paradigmas sociais, de modo específico, no campo do trabalho, movidos do plano individual para o coletivo. Após o marco de mudanças e rompimento do período behaviorista, a Didática Profissional passou a investigar a aprendizagem e a formação dos adultos no trabalho.

Nessa perspectiva, Pierre Pastré apresenta, na sua tese de doutorado, a preocupação em analisar o trabalho dos adultos, tendo como orientador Gérard Vergnaud, que atende aos conceitos neopiagetianos da aprendizagem humana através da cognição. Para Pastré, Mayen, Vergnaud (2006, p. 162), “ao fazer a análise de situações de trabalho na indústria, o interesse focou-se principalmente nas situações-problemas”. Para esses autores, atividades de resolução de problema são sempre onerosos e aleatórios, ou seja, situações que saem sempre da rotina e que não têm uma padronização para solucionar, mas que são fundamentais para instigar a aprendizagem. Eles afirmam ainda:

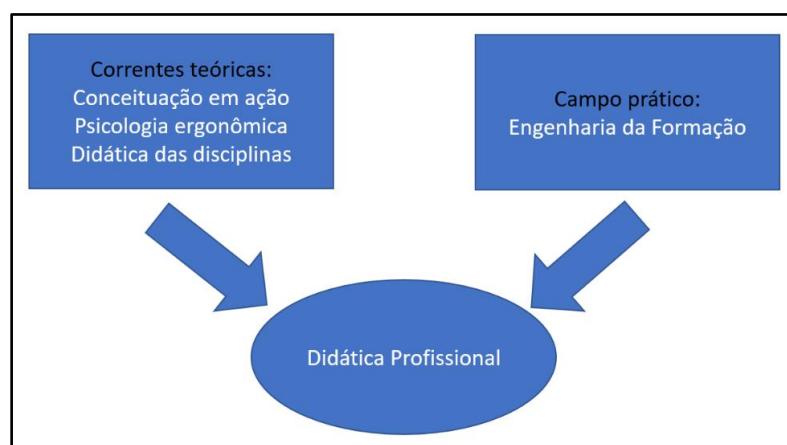
Ora, existe uma ligação muito forte entre a resolução de problemas e a aprendizagem: quando não se tem o procedimento para alcançar uma solução, é preciso construí-lo. Então, quando está resolvendo um problema, um operador percebe que é capaz de criar para si mesmo recursos novos, por exemplo ao reorganizar de outra maneira os recursos dos quais já dispõe (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 162).

Com isso, percebemos uma relação de resolução de problemas e formação profissional, com a questão de manifestar a competência profissional do sujeito. Logo, mais adiante, trataremos com detalhes dessa temática.

Indo para o âmbito educacional, observamos uma forte tendência da Didática da Matemática, especialmente, na parte da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, sendo esta teoria originada pela investigação sobre a aprendizagem dos alunos, mas a DP traz o olhar voltado para a formação do profissional, sendo mais específica para nossa pesquisa, a formação do professor de Matemática.

A DP surgiu a partir da influência de três correntes teóricas e de um campo prático. Para um melhor esclarecimento sobre as correntes, veja a Figura 3.

Figura 3 - Influência da Didática Profissional.



Fonte: Construção nossa.

A seguir, fundamentamos as três correntes teóricas e o campo prático como forma de fortalecer a Didática Profissional.

**Conceituação em ação:** é uma das fontes teórica e metodológica da DP, baseada em dois grandes psicólogos do desenvolvimento, Piaget e Vygotsk, pois eles colocaram, em evidência, ideias de atividade e de conceituação em suas pesquisas, sendo essas essenciais para a Didática Profissional.

Nas pesquisas de Piaget, segue uma orientação fundamentada por uma teoria da ação e do conhecimento vindo da ação, mas seu maior interesse era o aprendizado da criança, porém insuficiente para a formação do adulto. Por isso que foi “preciso recorrer a outros autores, como Bachelard em filosofia das ciências e Brousseau, Douady ou Chevallard, em didática da matemática” (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 148).

Por meio de alguns conceitos do construtivismo, Vergnaud<sup>20</sup> foi adaptando essa teoria para a formação dos adultos. Podemos citar os esquemas cognitivos para a formação dos invariantes operatórios do trabalhador. Assim, temos que a atividade humana é organizada na forma de esquemas, cujo núcleo central é composto pelos conceitos pragmáticos. Segundo Pastré, Mayen e Vergnaud (2006, p. 149), “o esquema é de fato o meio de assimilar novos objetos e de acomodar-se às propriedades novas que eles apresentam em relação aos objetos anteriormente assimilados. Ele tem uma dupla função, de ação sobre o real e de exploração das propriedades do real”.

Então, as contribuições das teorias de Piaget, Vygotsky e Vergnaud para a Didática Profissional têm o objetivo de compreender como desenvolvem os esquemas cognitivos e os invariantes operatórios dos adultos nas situações de trabalho. Para Pastré, Mayen e Vergnaud (2006, p. 148), “os adultos se desenvolvem no decorrer de sua experiência profissional, e ao longo das formações iniciais e continuadas que recebem”. É, com esse olhar, que utilizamos essa teoria no nosso trabalho, pois compreendemos que um professor de Matemática desenvolve suas competências a partir da ação em sala de aula e/ou no ambiente de trabalho com suporte das formações iniciais e/ou continuadas que passa no decorrer da sua jornada acadêmica ou profissional. Para fundamentar a análise do trabalho nos adultos, a DP busca relacionar a Conceituação da Ação com a Psicologia Ergonômica francesa.

**Psicologia ergonômica:** no que concerne à análise cognitiva das atividades profissionais, a Psicologia Ergonômica, advinda da psicologia do trabalho, visa à tarefa e aprendizagem do operador no trabalho. Apoiamo-nos nos trabalhos de Leplat (1985; 2004; 2008) para interpretar a atividade do sujeito e a sua aprendizagem mediante as situações profissionais. Para Leplat, há sempre mais no trabalho real do que na tarefa prescrita.

---

<sup>20</sup> Esse pesquisador foi orientado por Piaget na sua tese de doutorado.

De acordo com Gruber, Allain e Wollinger (2017), a ergonomia trouxe algumas contribuições relevantes para a Didática Profissional, sendo elas:

- i) Distinção entre a tarefa prescrita e o trabalho real;
- ii) Dimensão cognitiva presente em toda atividade de trabalho;
- iii) Divergência entre as imagens, tanto a cognitiva quanto a operativa;
- iv) Diversidade e dinamicidade evolutiva das situações.

A psicologia do trabalho introduziu técnicas e métodos para a análise do trabalho. A análise de trabalho está referenciada na ergonomia que é tida como a ciência do trabalho, em que reproduz uma organização na gestão da produção. Então, para Pastré (2002, p. 11), “o mais importante, é que esta análise do trabalho forneceu para a didática profissional um estudo da dimensão profissional para a atividade profissional”.

Mas, para que isso aconteça de forma eficiente, a noção de situação se torna relevante na atividade. Leplat (1985) define que as representações da atividade dependem da situação do trabalho a qual o trabalhador se depara, encontrando, então, a representação funcional. O caráter funcional da representação está no fato de organizar a ação cognitiva na atividade laboral.

A representação funcional está relacionada perante a execução da tarefa, retendo o sistema no qual a atividade está inserida nas propriedades importantes para a realização da atividade. Na ocasião, o trabalhador irá adaptar os conceitos de representação mental, ligando a representação à ação na realidade. Essas ações visam transformar o real ou indagá-lo e, assim, levar à evolução adaptativa do sistema de representação do invariante construtivo.

Outro aporte para a Didática Profissional, que não podemos deixar de referenciar, veio do psicólogo russo Ochanine (1981), ele traz uma representação funcional que implica na imagem operativa. Ochanine distinguiu duas classes perante as representações mentais e as classificou como imagem cognitiva e imagem operativa. Na imagem cognitiva, descreve um objeto listando suas principais propriedades, encontra-se essa distinção em trabalhadores iniciantes. A imagem operativa descreve o mesmo objeto, no entanto, mantêm-se as propriedades usadas na ação que o trabalhador quer realizar no objeto, o qual é visto em trabalhadores experientes. Neste trabalho, iremos usar essas duas imagens (cognitiva e operativa) direcionadas a professores iniciantes e a professores experientes de Matemática.

Ochanine (1981) desenvolveu o conceito para essas duas imagens (cognitiva e operativa), verificando duas classes de médicos. Então, Ochanine observou como iria medir a capacidade profissional dos médicos cirurgiões. No grupo de participantes da pesquisa, havia médicos experientes em realizar cirurgias de tireoide e outros não, ou seja, sem experiência

nesse procedimento cirúrgico, mas com conhecimento teórico sobre o assunto. Assim, ele propôs a todos que fizessem uma representação (desenho) de tireoides doentes. Com isso, foi observado que os médicos inexperientes demonstraram uma imagem exata do objeto, já os experientes desenvolveram uma imagem distorcida, porém mais adequada aos casos reais que acompanharam nos procedimentos médicos. Portanto, esse pesquisador chegou à conclusão de que são notáveis as abordagens distintas do diagnóstico em ambas as classes médicas, experientes e inexperientes.

Logo, nos modelos de Ochanine (1981), entende-se que o modelo cognitivo implica na representação de um sujeito que domina os termos de objetos, propriedades e relações, independentemente de qualquer processamento de ação. E o modelo operativo está na representação que o sujeito realiza na situação que ele decide transformar.

A partir do exposto, evidenciamos uma distinção entre os profissionais inexperientes e os profissionais experientes. Concluímos que os profissionais experientes extraem poucas informações sobre determinada situação e se atêm aos detalhes da situação real (registros pragmáticos) e os profissionais inexperientes não possuem essa capacidade, atendo-se à parte teórica tal qual estão nos livros (registros epistêmicos). Por isso, podemos dizer que é assim que movem as representações da situação no campo do trabalho, baseando-se nos registros epistêmicos e pragmáticos.

Nesse caso, no campo pragmático, vamos levar em consideração o ponto de vista da tarefa e da atividade. Na tarefa, é necessário levar em conta a ação para que se alcance o sucesso, ou seja, “ao dirigir uma máquina, avião, manutenção ou classe, todas essas ações exigem que certas características para ser eficaz, não importa como o assunto manipula a realização da sua ação” (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 13).

Já na atividade, podemos descrever que, para realizar a tarefa, existem muitos modos de fazer. Assim, para a tarefa sob viés pragmático e para uma certa situação, falaremos de estrutura conceitual da situação, na qual se trata do conjunto dos conceitos que organizam a ação e servem para guiá-la. Desse modo, os conceitos organizam a ação e os orientam, permitindo, de modo singular, o diagnóstico de situação. Pastré (2002) identificou que os conceitos pragmáticos são de extrema relevância para a atividade no trabalho e que, se observarmos, estamos vivendo sempre com a influência do pragmatismo nas situações do cotidiano, ou seja, nas nossas decisões imediatas, deparamo-nos com registros pragmáticos.

Na Didática Profissional, a distinção entre as imagens resulta em características específicas, que diferenciam as representações mentais simples das ações. Ou seja, é na ação que o operário experimenta as suas representações e suas concepções. E no mesmo momento

em que a representação e a concepção são responsáveis pelo modo de como ele age e regula a ação. Para tanto, a ação tem um papel fundamental perante a elaboração da representação, pois é através das ações e expectativas que o operário elabora e corrige a representação. Em meio ao seu papel funcional, colocar a representação para funcionar é essencial no treinamento para modelar a situação profissional mediante as habilidades no trabalho.

**Didática das disciplinas:** para encerrar o campo teórico da DP, tem-se a Didática das Disciplinas. Temos que esse campo está amparado e fundamentado na Didática da Matemática, quando nos referimos a conceitos como situação didática, transposição didática, contrato, esquema e campo conceitual.

A ideia de situação, dada nos trabalhos de Guy Brousseau e Régine Douady, trouxe um significado particular e um peso teórico novo (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006). Brousseau (2008) traz a distinção de situação de ação, de formulação e de validação, mesmo que esses momentos nem sempre estejam separados no decorrer da atividade, pois, de acordo com ele, sempre existe um progresso na conceituação de um tipo para outro.

A transposição segue duas ideias distintas: a proposta por Chevallard e outra que segue uma extensão do sentido da palavra “transposição”. Para Chevallard (1991), o conteúdo do Ensino da Matemática é o resultado de dois processos de transformação: a transposição do saber sábio em saber a ensinar e a transformação do saber a ensinar em saber efetivamente ensinando. Agora, sobre a segunda ideia, percebemos que se encaixa na proposta da DP, porque a mudança de sentido da palavra transposição implica, conforme Pastré, Mayen e Vergnaud (2006, p. 150), em “toda situação de referência, científica ou profissional, transformações quando a utilizamos como situação de ensino e de aprendizagem”.

Quando entramos na ideia de contrato, segue além do que é proposto no processo de ensino, pois sabemos que existe uma relação entre o professor e o aluno e, quando o contrato é quebrado, pode ocasionar razões para o mal-entendido e os fracassos da comunicação (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006), mas, quando trazemos para a DP, encontramos o termo contrato profissional, que estudaremos com mais detalhes no decorrer desse trabalho.

Já a ideia de esquema, de acordo com Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), refere-se à organização da atividade para uma certa classe de situações, sendo, também, considerada a pedra fundamental da análise da atividade. Esses autores apresentam a seguinte definição para esquema:

[...] um esquema é uma totalidade dinâmica funcional, e uma organização invariante da atividade para uma classe definida de situações. Um esquema comporta quatro categorias distintas de componentes:

- um objetivo (ou vários), subobjetivos e antecipações;
- regras de ação, de busca de informações e de controle;

- invariantes operatórios (conceitos-em-ato e teoremas-em-ato);
- possibilidades de inferência (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 152).

Com isso, temos que um esquema se refere a uma classe de situações e com função adaptativa. Então, se “o conhecimento é adaptação, é preciso apreciar que o que se adapta são esquemas e que eles se adaptam a situações; o par esquema/situação é o par teórico fundamental para pensar a aprendizagem e a experiência” (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 153). Ainda, segundo esses autores, o conceito de esquema faz referência a duas formas do conhecimento, operatória e predicativa, com principal interesse no fato de que serve para repassar o conhecimento entre um registro pragmático e um registro epistêmico. Nesse sentido, o termo conceito faz parte do registro pragmático, permitindo evidenciar uma dimensão de conceituação na organização da atividade nas situações de trabalho. “Eis porque o conceito de esquema permite compreender em que sentido a atividade humana é organizada, eficaz, reproduzível e analisável” (idem).

Por fim, a ideia de campo conceitual segue a proposta de que o conceito não se forma de modo solitário, mas, sim, “em relação com outros conceitos, com os quais ele forma um sistema; além disso, ele se forma no decorrer de uma atividade e de uma experiência, no encontro com uma variedade de situações, cujas propriedades são diferentes” (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 150).

**Engenharia da Formação:** é caracterizada como um campo de práticas que consistem em construir dispositivos de formação correspondentes a necessidades identificadas para um dado público em seu ambiente de trabalho, ou seja, busca efetuar a aprendizagem de adultos em formação a partir da necessidade do operador. Conforme Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), a formação escolar não era suficiente para fazer essa relação ou suprir a necessidade prática de formação, isto é, descontextualizava as aprendizagens.

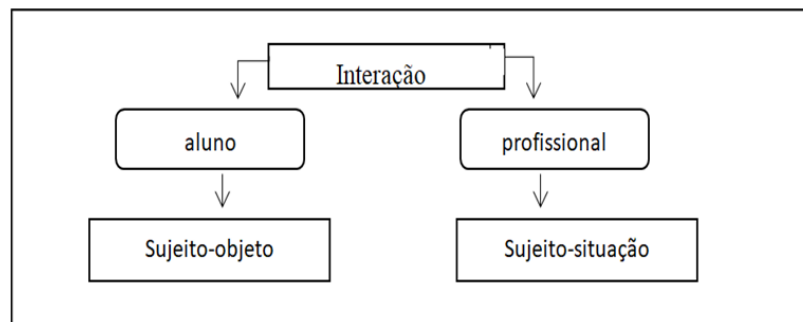
Portanto, a engenharia de formação vem para completar essa formação afirmando que deve existir uma formação específica para o adulto em determinado ambiente de trabalho. “Pois estes adultos são antes de mais nada pessoas que trabalham e, quando resolvem fazer uma formação, esta é habitualmente concebida com base no seu trabalho, e não a partir de recortes disciplinares, os quais geralmente fazem pouco sentido para eles” (PASTRÉ; MAYEN; VERGNAUD, 2006, p. 146-147).

Sendo assim, esse campo se concretiza em duas práticas: a análise das necessidades e a construção de dispositivos de formação. A primeira é a porta de entrada para a DP, devido à análise das necessidades ser a responsável por tratar as necessidades pelas empresas a partir dos objetivos propostos. A segunda busca preparar o profissional para as situações de trabalho.

### 3.2.1 Competência Profissional

A Didática Profissional é caracterizada pelas situações profissionais que um sujeito demonstra nas habilidades do trabalho. O construtivismo de Piaget auxilia a DP e o sujeito passa a aprender no trabalho de forma inteligente, ampliando para a experiência no trabalho e atendendo esse requisito no ensino profissional, na atividade do sujeito em formação e no grupo de formação. O desafio da formação é facilitar aos profissionais a modelagem de suas situações para adaptação. Assim, a abordagem de habilidades adaptativas e de desenvolvimento são abordadas de forma diferente como é proposta por Piaget, pois o aluno e o profissional passam a interagir de forma ambígua, conforme trazemos na Figura 4.

Figura 4 - Diferença entre o aluno e o profissional mediante a aprendizagem.



Fonte: Construção nossa.

Trazemos, no lado esquerdo da figura, uma relação do aluno com o sujeito-objeto, sendo voltada mais para um componente epistêmico, ou seja, está mais direcionada à Didática da Matemática. Já no lado direito, profissional e sujeito-situação, observamos que está contido no campo pragmático, envolvendo, assim, a noção de competência profissional do professor.

Logo, a aprendizagem, para o aluno, é diferente da aprendizagem para o profissional. Recordamos que a Didática da Matemática trabalha com a aprendizagem do aluno perante as situações didáticas, porém, para avaliar a ação do professor, ela se mostra insuficiente. Portanto, a DP proporciona a racionalização do adulto no trabalho, modificando os padrões mediante as situações de trabalho. O profissional que lida com uma situação de trabalho usa suas habilidades como recurso para atender aos requisitos da tarefa e sua atividade pessoal em situação para construir sua experiência e habilidades em meio à competência profissional. Então, percebemos que a Didática Profissional procura identificar a competência do trabalhador a partir do seu desenvolvimento no trabalho, isto é, certas habilidades surgem a partir da ação no trabalho.

Contudo, para falarmos de competência, retornaremos aos seus primórdios, visto que se trata de um conceito bastante amplo e difícil de definir, além de possuir um peso comparativo, no qual classificamos um sujeito em “ser competente” ou “não competente”. Para Pastré, Mayen, Vergnaud (2006, p. 151), “o conceito de competência é pragmático, no sentido em que permite entender-se razoavelmente bem, que numa dada comunidade, a respeito do domínio desigual de sua profissão por diferentes profissionais”. Logo, se for para operacionalizar esse conceito, é preciso definir seu sentido em certas situações, pois, sem isso, ficaria um conceito confuso/vago.

Para um melhor esclarecimento, basear-nos-emos em quatro definições apresentadas no trabalho de Pastré, Mayen, Vergnaud (2006, p. 151, tradução nossa) e Vergnaud (2007, p. 1-2, tradução nossa), quando nos referirmos a um profissional competente.

- 1: A é mais competente que B, se ele souber fazer algo que B não sabe fazer;
- 2: A é mais competente se ele agir de uma maneira melhor: mais rápida, por exemplo, mais confiável ou, ainda, mais compatível com o modo de fazer dos outros...;
- 3: A é mais competente se dispuser de um repertório de recursos alternativos que lhe permitem adaptar sua conduta aos diferentes casos que podem se apresentar;
- 4: A é mais competente se for menos despreparado diante de uma nova situação, nunca encontrada antes.

Essas concepções sobre um trabalhador ser competente, mencionadas anteriormente, serviram de base para compreendermos a proposta de competência profissional trazida pela DP. Assim, percebemos que a definição 1 é a mais aplicada para classificar o termo de competência, pois reduz a competência a uma performance, podendo ser julgada somente pelo resultado da atividade do trabalho em prol do saber fazer. As demais definições (2, 3 e 4) remetem à ideia de que a competência não deve estar centrada somente no resultado da atividade, mas deve estar inserida na própria atividade de trabalho. Esta pesquisa está fundamentada nas definições 3 e 4, porque atingem outras definições para esse termo e relacionamos diretamente com a atividade do professor, que sempre vivencia situações inesperadas em sala de aula ou no ambiente educacional.

De fato, como os demais operários, o professor mobiliza seus esquemas cognitivos perante as situações, visando suas habilidades profissionais. Nesse caso, é necessário observar as habilidades movidas em meio às situações complexas e, de modo pormenorizado, as situações inesperadas e erráticas, que se mostram desafiantes para a atividade do professor (ALVES, 2018b).

Para identificar as competências de um profissional até chegarmos, especificamente, às competências do professor de Matemática, usamos as definições dos pesquisadores Le Boterf (2006), Pastré (2001), Alves (2019, 2019a) e Alves e Jucá (2019).

Le Boterf (2006) traz que toda pessoa exige ser atendida por profissionais competentes, alguém em quem se possa confiar, como um médico, advogado ou professor. Ele coloca que essas pessoas precisam ser capazes de encarar situações inesperadas, enfrentar o inédito, tomar iniciativas pertinentes e sempre inovar em uma situação de trabalho, ou seja, saber agir em momentos ou com problemas mais complexos.

De acordo com Le Boterf (2006, p. 61), “saber agir não pressupõe o domínio de aspectos isolados, implica, sim, ser capaz de combinar diferentes operações. O profissional competente sabe articular as sequências de ações, tendo em vista alcançar um objetivo que faça sentido”. Para esse autor, o profissional que age com competência ativa três dimensões: recursos disponíveis, ação e resultados que ela produz e, por último, a dimensão da reflexividade, isto é,

[...] primeiro, a dimensão dos recursos disponíveis (conhecimentos, saber-fazer, **capacidades cognitivas**, competências comportamentais...) que ele pode mobilizar para agir; depois, surge a dimensão da ação e dos resultados que ela produz, isto é, a das **práticas profissionais** e do desempenho. Finalmente, há a dimensão da **reflexividade**, que é a do distanciamento em relação às duas dimensões anteriores (LE BOTERF, 2006, p. 61, grifo nosso).

Assim, percebemos que essas dimensões apresentam algumas características semelhantes à proposta de competência profissional exposta por Pastré (2001), na qual ele coloca que:

[...] para melhorar o profissionalismo desses atores, é necessário que seja capaz de analisar como sua ação é organizada, que conhecimento, quais estratégias eles mobilizam, que obstáculos eles envolvem. Em suma, devemos ser capazes de uma análise cognitiva de habilidades mobilizadas e seu desenvolvimento (PASTRÉ, 2001, p. 5, tradução nossa).

Dessa maneira, poderemos vislumbrar a competência de um indivíduo em um certo domínio profissional, seguindo um modelo de avaliação própria a partir das ações desse sujeito em uma situação profissional ou ambiente de trabalho. Pastré (2001, p. 5, tradução nossa) afirma, ainda, que, com a “evolução da noção de competência, em relação às transformações do trabalho há menos ênfase na aplicação de procedimentos, e mais em a inteligência da tarefa e a resolução de problemas com múltiplas dimensões”, ou seja, como esse profissional usa sua capacidade mental para desenvolver estratégias para resolver problemas inesperados.

Pastré (2001) traz, também, que, mesmo com as mudanças profundas na noção de competência, ela pode ser pensada e utilizada para cobrir outros setores além da indústria, como

a área da educação, por exemplo. Ele apresenta uma análise de competência inspirada na teoria construtivista de Piaget (1974), somada com as ideias de Vergnaud (1996) sobre Didática e Leplat (1985, 2008) com a psicologia ocupacional, como apresentamos anteriormente na descrição das correntes teóricas que influenciaram o surgimento da Didática Profissional.

Para Pastré (2001), a ação humana está sempre organizada e relacionada com a adaptação às situações inesperadas surgidas a partir de situações profissionais, ou seja,

[...] a ação humana é organizada, pelo menos quando é eficaz. Esta organização de ação é caracterizada pelo fato de encontrar um equilíbrio dinâmico entre estabilidade e adaptação às circunstâncias: uma ação efetiva é baseada na invariância, que lhe dá sua espinha dorsal. Mas ela é capaz de se adaptar às variações do meio. Esse jogo dialético entre invariância e adaptação resulta no fato de que quanto mais o sujeito consegue encontrar invariância em um alto nível de abstração, mais sua habilidade de adaptação a situações de mudança aumentará (PASTRÉ, 2001, p. 5-6, tradução nossa).

Esse equilíbrio entre a invariância e a adaptação a certas circunstâncias inesperadas se torna o fio condutor para a análise do que é competência profissional (PASTRÉ, 2001), ou seja, ir além do desenvolvimento genético da criança para o desenvolvimento de habilidades do adulto. Pois, de acordo com esse autor:

A habilidade de um operador, seja ele um operador de máquina ou um enólogo, obviamente não é reduzida a dominar a estrutura conceitual da situação. Mas esta é a pedra angular da competência, em torno da qual serão organizados hierarquicamente habilidades, procedimentos, gestão recursos, etc. A identificação da estrutura conceitual de uma classe de situações profissionais corresponde a dimensão cognitiva das habilidades. É isso que permite o diagnóstico de situações (PASTRÉ, 2001, p. 6, tradução nossa).

Já Alves e Jucá (2019) relacionam essa questão diretamente à formação do professor de Matemática, colocando que:

A partir de um modelo metafórico de automatização do trabalho, podemos compreender que, atualmente, a eficiência ou competência do professor se origina de uma capacidade, cada vez mais tácita e maior, de agir e reagir aos incidentes e situações (problemas) escolares erráticas e inéditas (ALVES; JUCÁ, 2019, p. 109).

Esses autores acrescentam, ainda, sobre a competência na atividade do professor ou futuro professor de Matemática, visto que, segundo esses autores:

[...] a competência do professor de Matemática se consubstancia pela capacidade de dominar e lidar (gerenciar) com os problemas reais, até mesmo os problemas/entraves não previstos ou indicados formalmente/explicitamente pelo sistema de ensino e suas regras e normas rígidas e resilientes à mudança (ALVES; JUCÁ, 2019, p. 112).

Acrescentamos que a competência voltada para o professor, de acordo com Alves (2019a, p. 271), é avaliada a partir de circunstâncias e situações profissionais, sendo características para cada ofício, proporcionando “um movimento gradativo, todavia, nem sempre naturalmente evolutivo, e que requerem o reinvestimento necessário para qualquer esfera laboral e, de modo particular, imprescindível para o caso do professor de Matemática”.

Com isso, entendemos que ser competente significa adquirir a capacidade de conduzir situações cada vez mais complexas apresentadas na sala de aula, “recorrentes e invariantes no sistema escolar e, de modo particularmente importante, no interior da sala de aula de Matemática” (ALVES; JUCÁ, 2019, p. 109).

Mas como medir, observar ou compreender a competência do professor de Matemática? Nos trabalhos de Alves (2019), Alves e Catarino (2019) e Alves e Jucá (2019), encontramos uma proposta de organização para analisar a competência do professor de Matemática, sendo dispostas em três níveis:

- (i) o plano da sala de aula;
- (ii) o plano do posto de trabalho;
- (iii) o plano geral da instituição de ensino ou instituição escolar.

Esses níveis estão organizados em binômios característicos acerca da execução das atividades em sala de aula (binômio: professor - aluno), no posto de trabalho, ou seja, relação com os colegas de trabalho (binômio: professor – professor), e do sistema de ensino (binômio: professor – instituição de ensino). A descrição e a aplicação desses planos serão apresentados mais adiante. Com base nessa ideia de competência e na definição de DP apresentada por Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), na qual afirmam que DP “é um campo de prática que consiste em construir dispositivos de treinamento correspondentes às necessidades identificadas para um determinado público no contexto de seu local de trabalho” (PASTRÉ, MAYEN; VERGNAUD, 2006, p.146-147), buscamos analisar como a competência do futuro professor de Matemática deve se manifestar a partir de suas concepções epistêmicas e pragmáticas.

Por fim, a Didática Profissional tem uma objetivação em torno da formação profissional e sobre o desenvolvimento de competências a começar da análise da atividade e aprendizagens profissionais. Relacionando com a pesquisa em estudo, observamos as ações dos futuros professores, seus conceitos epistêmicos e pragmáticos, a contar das situações didáticas olímpicas apresentadas no curso de formação de resoluções de problemas olímpicos. Tudo isso com o intuito de verificar o desenvolvimento de competências profissionais no plano de sala de aula e suas vivências escolares. A partir das observações, verificaremos as Situações Didáticas Profissionais geradas com as situações de ação no momento da formação.

A seguir, apresentamos uma relação entre essas duas abordagens teóricas, Teoria das Situações Didáticas (TSD) e Didática Profissional (DP), com o propósito de revisitar seus conceitos e compreender, com maior profundidade, suas ideias e pressupostos, para, assim, criar a noção de Situação Didática Profissional.

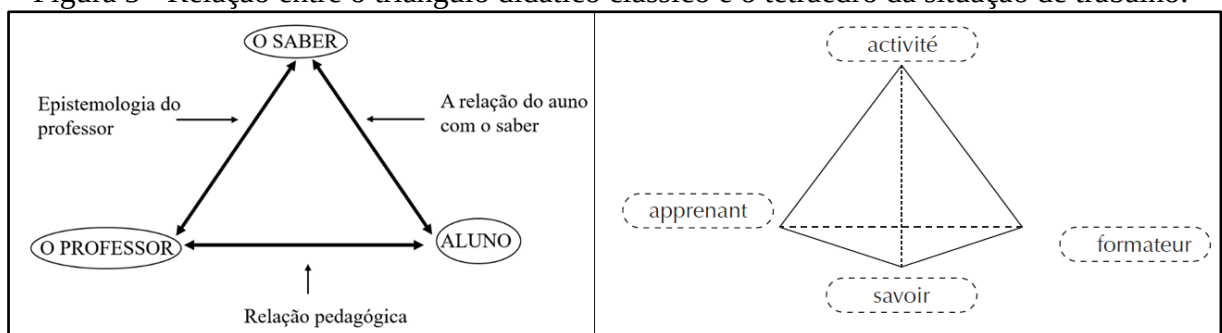
### 3.3 Complementaridade entre a TSD e a DP

Nesta seção, apresentamos uma visão comparativa entre duas abordagens teóricas (ALVES, 2018c), Teoria das Situações Didáticas (TSD) e Didática Profissional (DP), ambas de vertentes francesas e já definidas anteriormente, como forma de fundamentar e fortalecer nossa pesquisa perante o uso de situações de aprendizagem e análise do trabalho em prol da formação de adultos, ou melhor, na formação do futuro professor de Matemática.

Tanto a TSD como a DP têm como base ideias construtivistas, sendo que a TSD, em especial, apoia-se à ideia do construtivismo didático, que, segundo Almouloud (2007), é uma proposta da Psicologia Cognitiva fundamentada em alguns conceitos de Piaget, como desequilíbrio, adaptação e acomodação, rejeitando, porém, as fases de desenvolvimento infantil. Já a DP abrange um número maior de bases construtivistas, em especial, aos enfoques: conceituação na ação, proposta por Piaget e Vergnaud, na qual analisa a atividade usando os conceitos de esquemas e invariantes operatórios; psicologia ergonômica, partindo de estudos da psicologia do trabalho e visando a aprendizagem e formação dos adultos segundo a proposta de Leplat; e, por fim, didática das disciplinas, centrando-se nas ideias trazidas por Guy Brousseau e Chevallard nas suas teorias focadas na aprendizagem.

A convergência da TSD e da DP, em relação à ideia de interação entre os diferentes atores do sistema, quando nos referimos a situações de aprendizagem e à formação de adultos, pode ser esquematizada por um triângulo e um tetraedro, conforme mostra a Figura 5.

Figura 5 - Relação entre o triângulo didático clássico e o tetraedro da situação de trabalho.



Fonte: Almouloud (2007, p. 32) e Baudouin (1999, p. 152).

Na figura do lado esquerdo, encontramos o tão conhecido e, já citado, triângulo didático, no qual representa a interação entre os atores do sistema educativo (professor - aluno - saber). Nele, é possível vermos a relação de aprendizagem entre o aluno e o saber, a relação pedagógica entre o professor e o aluno e a epistemologia exigida entre o professor e o saber. Entretanto, não é suficiente para caracterizarmos, de maneira satisfatória, a situação de

aprendizagem para a formação de adultos. Por isso, de acordo com Baudouin (1999), é necessário integrar a dimensão ‘atividade’ e transformar o famoso triângulo em uma figura piramidal que redistribui as estruturas padrão da análise didática.

Sendo assim, na Figura 5 do lado direito, visualizamos a proposta de Baudouin (1999), na qual explora, de forma sistemática, uma estrutura de análise para situações de trabalho e formação do adulto, a partir da relação entre: formador – aprendiz – saber – atividade. Fazendo uma comparação da relação apresentada por Baudouin com a proposta de Brousseau, podemos relacionar o papel do professor com o do formador, o aluno com o aprendiz, o saber com o saber, sobrando, então, a dimensão atividade, que está fundamentada na Ergonomia e que difere de trabalho prescrito e trabalho real entre tarefa e atividade real<sup>21</sup>.

A análise da atividade nessa perspectiva tenta identificar melhor a contribuição real dos sujeitos, o que permite a obtenção ou a produção do desempenho esperado. Não exclui que essa obtenção seja possível pela mobilização de recursos não protocolizados ou não prevista pelo esquema de planejamento ou pela sequência de tarefas. Convida uma abordagem sempre situada e contextualizada ao curso de atividade, integrando as características locais dos ambientes técnico e relacional, cujo processamento ajuda a determinar as operações implementadas (BAUDOUIN, 1999, p. 153, tradução nossa).

A partir do exposto, fazemos uma relação com nossa pesquisa, pois busca analisar a atividade do trabalho em sala de aula do futuro profissional, com foco nas suas experiências profissionais<sup>22</sup> (trabalho real), em prol do seu desenvolvimento e da aquisição de competências profissionais.

Outro aspecto sobre a TSD e a DP é a importância dada ao termo situação. Na TSD, estudamos a situação didática e situação adidática, que são fundamentais para que aconteça aprendizagem, pois, sem situações, não há situações de aprendizagem (BROUSSEAU, 1996), sendo elas geradas a partir da noção de situação fundamental. De acordo com Almouloud (2007, p. 34), “uma situação fundamental constitui um grupo restrito de situações adidáticas cuja noção a ensinar é a resposta considerada a mais adequada/indicada, situações que permitem introduzir os conhecimentos em sala de aula numa epistemologia propriamente científica”. Sendo assim, percebemos que a noção de situação está direcionada para o ensino.

Já na DP, Mayen (2012) traz a noção de situações profissionais que, ao mesmo tempo, têm o mesmo sentido para situações de trabalho, podendo ser relacionadas com situações vivenciadas na vida social e/ou profissional, ou seja,

<sup>21</sup> Para maiores esclarecimentos sobre esses termos, consulte Pastré (2017).

<sup>22</sup> Lembramos que os participantes dessa pesquisa já possuem experiência em sala de aula.

[...] Muitas situações da vida social podem ser equiparadas às situações de trabalho, dependendo da idéia de que o trabalho é uma atividade forçada: situações sociais impostas, como, por exemplo, aquelas que constituem a parte obrigatória da atividade dos "candidatos" de trabalho", situações domésticas e, finalmente, situações escolares ou situações periféricas ao treinamento, nas quais muitas tarefas devem ser realizadas em sistemas com restrições significativas, como situações de integração profissional, recrutamento, validação de aprendizagens anteriores experiência ou desenvolvimento profissional contínuo. Todas essas situações podem ser analisadas como situações de trabalho, embora não sejam profissionais (MAYEN, 2012, p. 62, tradução nossa).

Sendo assim, Mayen (2012) expõe que situações profissionais são as situações com que os profissionais ou futuros profissionais estão lidando ou lidarão, ou seja, a execução de tarefas no ambiente de trabalho, isto é,

[...] eles têm que fazer, no sentido de que eles têm, de certa forma, combinar seus esforços, cooperar: fazer com a situação, em outras palavras, coopere com ele. Finalmente, eles têm que agir sobre a situação, em dois objetivos: transformá-la na direção de objetivos, mas também redefinir, modificar, ajustar, criar ou ajustar condições para simplesmente realizar as tarefas esperadas, em suma, ser capaz de ter sucesso no trabalho (MAYEN, 2012, p. 62, tradução nossa).

Por fim, a DP propõe o sentido de aprender com as situações, além da situação de ação ser a grande responsável por esse acontecimento. A partir disso, Mayen (2012) apresenta um duplo significado de aprender pelas situações:

- a) É sobre situações de aprendizagem e aprender a agir com, sobre e por situações. Para ir além e concretizar o quê com o quê, o que sobre o que e por qual é a atividade do trabalho realizado e com o que, o que sobre o que e pelo que devemos aprender a agir, devemos capacidade de identificar o sistema de componentes de situações profissionais.
- b) Trata-se de aprender por meio da experiência das situações, pela atividade com, dentro e sobre as situações. Nesse sentido, a análise de situações corresponde à análise do potencial de aprendizado das situações, de cada um de seus componentes, ou configurações propostas pela articulação desses componentes, em termos de escoramento (MAYEN, 2012, p. 65, tradução nossa).

Continuando a complementariedade, temos a situação de devolução que, na DP, não há referência diretamente, mas o cerne dessa ideia está presente, uma vez que Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) argumentam que o aprendiz é confrontado com uma situação que lhe coloca um problema e, para a qual, ele terá que mobilizar conhecimento e ter o compromisso em resolvê-lo, pois o formador deve conceber a situação de tal modo que o aprendente seja levado a mobilizar saberes que permitam tratar o problema e, assim, assimilar o saber. Pois é, nesse sentido, que Almouloud (2007) traz a ideia de devolução, que já comentamos anteriormente.

A seguir, para um melhor esclarecimento sobre essas duas abordagens teóricas, expomos o Quadro 4, como forma de complementar nossa pesquisa. Ele traz um princípio de complementariedade entre a Didática da Matemática (DM) e a Didática Profissional (DP), segundo a proposta de Alves (2018c).

Quadro 4 - Comparação de conceitos entre a TSD e a DP.

| Noção         | DM                                                                                                                                                                                     | DP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Situação      | As situações devem levar em consideração organização da matemática, oportunidades para a aprendizagem dos alunos e condições de ensino para os professores.                            | Situações organizadas em torno de uma tarefa profissional e a aprendizagem resultante, determinada por um conjunto de prescrições específicas para uma estação de trabalho. Conjunto de tarefas destinadas a um contexto ou cenário destinado a treinamento planejado e aquisição de habilidades profissionais.    |
| <i>Milieu</i> | O meio é o sistema antagonista do agente. Numa situação ação, chamamos de "meio" tudo o que age no aluno e / ou o que o aluno age.                                                     | Local de trabalho: um sistema antagônico e regulador da ação do trabalhador (do professor). Um conjunto de lugares característicos das situações essenciais, fundamentais e características da profissão e não apenas condicionados pelo local de realização da aula do professor, mas em sua estação de trabalho. |
| Devolução     | Conjunto de relações e atividades do aluno diante das situações propostas pelo professor de matemática. Faz com que o aluno aceite a responsabilidade por uma situação de aprendizado. | Conjunto de relações, atividades de responsabilidade e rotinas desenvolvidas pelo professor, em sua estação de trabalho, esperadas e prescritas por sua instituição de trabalho.                                                                                                                                   |
| Obstáculo     | Obstáculo, dificuldade natural e intrínseca de resistência contrária ao próprio ato de conhecer e a apropriação e reconstrução de um conhecimento científico.                          | Situações complexas e "parasitárias", porém inesperadas, características de uma determinada profissão e até recorrente ao executar determinadas tarefas profissionais.                                                                                                                                             |
| Transposição  | Transposição didática: Conjunto de transformações, modificações e mudanças necessárias para apresentar um conhecimento matemático, do ambiente acadêmico ao contexto escolar.          | Transposição Profissional: Conjunto de fenômenos relacionados à transmissão de conhecimento profissional envolvendo profissionais inexperientes e experientes ou, se não, envolvendo educadores profissionais para transmitir conhecimento a futuros professores de matemática.                                    |
| Contrato      | Contrato didático: conjunto de comportamentos e conceitos pragmáticos mobilizados pelos alunos diante de uma tarefa proposta pelo professor.                                           | Contrato profissional: conjunto de comportamentos desejados e conceitos pragmáticos mobilizados pelo professor antes de uma tarefa proposta pelo formador ou pela necessidade da instituição.                                                                                                                      |

Fonte: Adaptação de Alves (2018c, p. 16-17, tradução nossa).

A seguir, apresentamos a noção de Situação Didática Profissional e as três categorias aplicadas nos planos: sala de aula, posto de trabalho e instituição escolar, com vista à análise da competência do professor de Matemática.

### 3.4 Situação Didática Profissional - SDP

A partir de tudo que foi explicitado neste estudo, esta seção tem como intuito desenvolver e conceber a definição para Situação Didática Profissional (SDP) e uma noção ou categorias que possibilitem a compreensão do desenvolvimento das habilidades do professor de Matemática diante de situações profissionais no contexto das olimpíadas de Matemática.

Como já foi discutido por Mayen (2012), o conceito de situação profissional e análise das situações de trabalho estão voltados para o operário, ou seja, teve sua investigação mais no campo operacional. Com isso, nossa intenção é ampliar essa visão e olhar para as situações profissionais do professor, dando ênfase ao professor de Matemática, explorando e analisando sua aprendizagem a partir de suas ações no ambiente de trabalho, especificamente, as ações dos professores que trabalham com preparação de olimpíadas de Matemática.

Assim, conhecemos que o professor se depara com variadas situações de trabalho no decorrer da sua vida profissional, que dependem da atividade executada, seja no ambiente de trabalho ou exterior a ele, em que constatamos um conjunto de invariantes ligado a uma classe de situações de trabalho, como também constatamos um conjunto de concepções pragmáticas desenvolvido ao longo da sua experiência ou tempo de trabalho, são essas concepções que irão fundamentar alguns conceitos desta seção.

Com base no argumento anterior, Alves (2019) e Alves e Catarino (2019) propõem a seguinte equação característica, para incorporar um modelo que ajude a compreender o funcionamento dos mecanismos de aprendizagem do docente diante de atividades e tarefas condicionadas na unidade de trabalho.

$$SDP = UT + DP$$

Sendo especificados:

SDP = Situação Didática Profissional

UT = Unidade de Trabalho

DP = Didática Profissional

De acordo com Alves (2019, p. 10, tradução nossa), essa equação tem como intenção “objetivar uma situação didática, modelando um conjunto de situações capazes de fornecer a gênese de concepções pragmáticas e conhecimento intimamente derivado de tarefas fundamentais e intrínsecas da profissão de professor de matemática”. Sendo assim, temos que, nesta equação, a SDP se refere ao conjunto de interações envolvendo o profissional em formação, o formador e o conhecimento pragmático a partir de situações profissionais,

invariantes e recorrentes, de uma análise profissional, ou seja, uma análise da atividade docente mediante o contexto do trabalho com problemas de olimpíadas.

A Unidade de Trabalho (UT) se refere a um conjunto de situações profissionais que definem e delimitam um cenário específico para o desenvolvimento de atividades específicas inerentes à atividade de um professor de matemática, seja na sala de aula, no posto de trabalho ou na instituição de ensino. E a DP nos oferece sua fundamentação (correntes teórica e prática) voltada para a formação do adulto e para o desenvolvimento de competências profissionais.

Já conhecemos que a noção de situação é fundamental, tanto na TSD (Situação Didática - SD) como na DP (Situação Profissional - SP). Então, exploramos a situação profissional voltada para a atividade do professor a partir da análise de suas atividades docentes no seu ambiente de trabalho, sendo mais específica, nas aulas voltadas para as olimpíadas de Matemática. No trabalho de Alves (2019), encontramos um esclarecimento entre essas duas situações (SD e SP), além disso, ele faz uma relação entre essas duas para, a partir de seus elementos, construir a noção de Situação Didática Profissional (SDP), fundamentada com os preceitos da Didática Profissional e Didática da Matemática, veja o Quadro 5.

Quadro 5 - Definição das Situações.

| Situação Didática - SP                                                                                                                               | Situação Profissional - SP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Situação Didática Profissional - SDP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Situações devem levar em conta tempos da organização da matemática, oportunidades para a aprendizagem do aluno e condições de ensino de professores. | As situações profissionais abrangem dois lados, um ligado à atividade das pessoas e com preocupação vinculada ao profissional ou futuro profissionais. E o outro se restringe à aprendizagem, em seus processos e condições. Eles não recebem de tratamento eminentemente teórico e abordagem sistemática para compreender o processo aprendizagem evolutiva do professor de matemática. | Situações organizadas, estruturadas e modeladas em torno de uma tarefa profissional resultando uma aprendizagem, determinada por um conjunto de prescrições específicas para uma posição trabalhando. Conjunto de tarefas para um contexto ou cenário para um treinamento planejado resultando uma aquisição de habilidades profissionais. Sendo desenvolvido em uma instituição de formação de professores. Eles devem levar em consideração uma unidade (UT) de trabalho fundamental derivada de uma prática ou atividade. |

Fonte: Adaptado de Alves (2019, p. 9, tradução nossa).

No quadro exposto, temos as definições para a noção de situações de acordo com a proposta requerida, seja com intenção para o ensino ou para a formação profissional, até chegarmos a uma noção que faz a ligação das duas, apresentando, assim, a noção de Situação

Didática Profissional, para modelar situações de aprendizagem para professores de Matemática em formação inicial ou continuada, a partir de certas situações características vivenciadas no seu ambiente de trabalho.

Na atividade docente, os conceitos pragmáticos fazem parte da aprendizagem no trabalho e já conhecemos que a competência não está atrelada somente aos conhecimentos epistêmicos (teóricos/científicos), mas, sim, no âmago do pragmatismo. Pastré (2002) endereça as principais características do pragmatismo no trabalho, pois, segundo ele, no trabalho, o sujeito encontra a maior parte de suas aprendizagens. Ainda, de acordo com esse autor:

Os conceitos pragmáticos possuem um duplo estatuto: eles apresentam objetos de mudança no quadro dos saberes da profissão e pertencem ao campo prescritivo, em um sentido ampliado. Eles são transmitidos dos mais velhos para os mais novos, por intermédio de uma mistura de verbalização e demonstração, de modo similar aos conceitos cotidianos de Vygotski. Mas, a transmissão não se mostra suficiente para possuir, verdadeiramente, um conceito. É necessário, ainda, que os conceitos pragmáticos sejam objeto de construção pelo sujeito. Podemos dizer que o que é transmitido é uma representação e que tal representação não se torna um conceito na condição à atividade construtiva do sujeito (PASTRÉ, 2002, p. 13, tradução nossa).

Com isso, percebemos a presença do conceito de transposição profissional dentro da definição de pragmatismo dada por Pastré. Contudo, trazendo para a classe de profissionais que nos interessa, professores de Matemática, a transmissão dos saberes profissionais (pragmáticos) acontecem entre os professores mais experientes para os menos inexperientes no ambiente de trabalho, sobre a transmissão de informações durante o exercício da atividade a partir de situações reais ou mediante situações complexas de resolução de problemas.

Assim, no momento em que interligamos esta pesquisa com a atividade docente e, em consequência, à análise de competências do professor de Matemática, com base na resolução de problemas de olimpíadas, porém direcionados para a análise das concepções epistêmicas e pragmáticas dos futuros professores, buscamos situar a atividade docente perante a Situação Didática Profissional (SDP), usando os planos de atuação propostos por Alves (2019), Alves e Catarino (2019) e Alves e Jucá (2019), que estão organizados como: (i) o plano da sala de aula; (ii) o plano do posto de trabalho; e (iii) o plano geral da instituição de ensino ou instituição escolar. Esses autores propõem que esses planos podem ser usados para analisar a competência do professor de Matemática. Esses planos estão organizados acerca da execução das atividades em sala de aula (relação: professor - aluno), no posto de trabalho, ou seja, relação com os colegas de trabalho (relação: professor – professor), e de um cenário que envolve o sistema de ensino ou plano institucional (relação: professor – instituição de ensino).

A seguir, apresentamos, no Quadro 6, como as categorias se adequam perante a Situação Didática Profissional do professor de Matemática, de acordo com a proposta de Alves (2019) e Alves e Catarino (2019), a qual utilizaremos como fonte para analisar nossos dados mediante as situações coletadas na experimentação e para compreendermos os fenômenos derivados das situações de aprendizagem vivenciadas pelos profissionais pesquisados, isto é, a interação entre o professor em formação, os problemas de olimpíadas e seus conhecimentos epistêmicos e pragmáticos, pois acreditamos que essas categorias correspondem ao processo evolutivo do profissional, sendo mais específica, do professor de Matemática.

Quadro 6 - Descrição das categorias de Situação Didática Profissional.

| <b>Situação Didática Profissional</b>                                                                                                                    | <b>Descrição e campo de aplicação</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Determinada pelo plano da sala de aula<br><b>(Binômio: professor – estudantes)</b>                                                                       | Conjunto de situações profissionais características, fundamentais e determinantes para a aquisição de um conhecimento profissional pragmático e circunstanciado, e que proporciona, ainda, a compreensão e a modelização de esquemas de ação e de antecipação do professor mobilizado em sala de aula.                                                                                                                         |
| Determinada pelo plano do posto de trabalho do professor de Matemática.<br><b>(Binômio: professor – professores, colegas do <i>métier</i>)</b>           | Conjunto de situações profissionais características, fundamentais e determinantes para a aquisição de um conhecimento situado e circunstanciado no posto de trabalho, cujo núcleo estruturante envolve um conhecimento pragmático de ordem deodôntica, essencialmente compartilhado pelos seus pares e regras (explícitas ou não explícitas) definidas pelo grupo, condicionadas por documentos físicos oficiais e normativos. |
| Determinada pelo plano da instituição escolar e função executada pelo professor.<br><b>(Binômio: professor – instituição escola e sistema de ensino)</b> | Conjunto de situações profissionais características, fundamentais e determinantes para a aquisição de um conhecimento técnico situado no plano de atuação institucional (e escolar), diante de tarefas oficiais, exigências de documentos normativos, regras e determinantes do seu ofício e que deriva de um perfil de docente requerido pela sociedade.                                                                      |

Fonte: Alves e Catarino (2019, p. 118-119).

De acordo com o quadro, percebemos que essas categorias estão inseridas na atividade-aprendizagem do professor de Matemática presentes no trabalho real (atividade docente) e na proposta da SDP, ou seja, é percebido o conjunto de interações envolvendo o aluno (aprendiz), o professor (formador), o saber (conhecimento pragmático) e a atividade, todos condicionados por uma unidade de trabalho. A seguir, apresentamos a metodologia adotada nesta investigação, isto é, como ela surgiu e como está organizada.

### 3.5 Metodologia de Pesquisa

Visando responder nossa questão de pesquisa e alcançar nossos objetivos, escolhemos a Engenharia Didática (ED) como metodologia de pesquisa, dando ênfase à Engenharia Didática de Segunda Geração ou Engenharia Didática de Formação (EDF), sendo ela uma generalização da Engenharia Didática clássica, porém voltada, especificamente, para formação de professores e produção de material didático. Essa metodologia está presente na elaboração das situações didáticas e na execução do curso de formação, realizado durante uma das etapas deste presente estudo e que foi o principal meio de coleta de dados referentes às percepções dos professores em formação inicial.

Buscamos apoio nas contribuições de Artigue (1988; 1996), Perrin-Glorian (2009, 2011), Perrin-Glorian e Bellemain (2016, 2019), Almouloud (2007; 2008; 2012) e Alves (2016a; 2017; 2018a) e Alves e Catarino (2017) para construir um ambiente de formação e investigação com professores em formação inicial. Nesta seção, apresentamos as fases de uma Engenharia Didática e sua aplicação na formação de professores.

#### 3.5.1 Engenharia Didática de Formação

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa que surgiu na França, nos anos de 1980, com o movimento da Didática da Matemática, em que apareceram diversas investigações sobre o interesse pelos fenômenos de ensino e aprendizagem da Matemática e pelas sequências didáticas em sala de aula. Essas investigações começaram a ser sistematizadas e exploradas por pesquisadores franceses, como Guy Brousseau, Yves Chevallard e Régine Douady, ganhando contorno de metodologia em educação matemática com a sistematização dada por Michèle Artigue, no final dessa década.

A partir disso, em 1990, Michèle Artigue publica o artigo intitulado: “Recherches em Didactiques de Mathématiques<sup>23</sup>”, apresentando uma descrição sistematizada dessa investigação, permitindo compartilhar essa metodologia de pesquisa na França e no exterior, demarcando um novo campo de estudo em ensino de Matemática.

Segundo Alves (2017), esse campo possibilitou uma evolução no design de investigação científica da educação matemática, em que o professor/pesquisador pode executar ações similares as de um engenheiro, combinando conhecimentos de diferentes ciências em realizações práticas e planejamentos experimentais precisos e bem projetadas, ou melhor,

---

<sup>23</sup> Esse artigo tem uma versão em português que pode ser encontrada em: Artigue, 1996.

formulando hipóteses e conjecturas para construir ou despertar uma aprendizagem em seus alunos. A partir disso, a Engenharia Didática possibilita, ao professor, um aprofundamento dos conceitos teóricos, criando um elo entre a teoria e a prática em sala de aula.

Uma característica marcante a respeito dessa metodologia está relacionada ao esquema experimental apoiado em um conjunto de experimentações e realizações didáticas em sala de aula. Almouloud e Coutinho (2008) acrescentam que:

A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 66).

A partir do exposto acima, percebemos que essa metodologia pode ser utilizada em estudos referentes ao ensino e à aprendizagem de um dado conceito, não se restringindo somente ao ensino de certo objeto matemático (ALMOULOU; COUTINHO, 2008), mas, sim, estendendo-se a outras áreas de ensino e formação de professores.

A Engenharia Didática apresenta dois níveis de organização da pesquisa, em termos de variáveis didáticas, microengenharia e macroengenharia. Seguindo as seguintes especificações:

Microengenharia: está relacionada com os fenômenos que acontecem em sala de aula, ocasionando uma investigação mais limitada ou restrita. Segundo Alves (2016a, p. 70), “neste nível, podemos estudar determinado assunto no âmbito da complexidade da classe”.

Macroengenharia: busca uma investigação mais ampla, deparando-se com dificuldades de ordem metodológica e/ou institucionais (ALVES, 2016a).

Nossa pesquisa é classificada em microengenharia, porque busca desenvolver uma Engenharia Didática voltada para a resolução de problemas de olimpíadas relativos ao conteúdo específico de Sequências Numéricas<sup>24</sup> na formação inicial do professor de Matemática.

A Engenharia Didática apresenta, também, variáveis macrodidáticas e variáveis microdidáticas. Conforme Almouloud (2007), as variáveis macrodidáticas (globais) dizem respeito à organização global dessa metodologia, isto é, direcionar os objetivos da pesquisa. Enquanto que as variáveis microdidáticas (locais) estão relacionadas com a descrição de cada

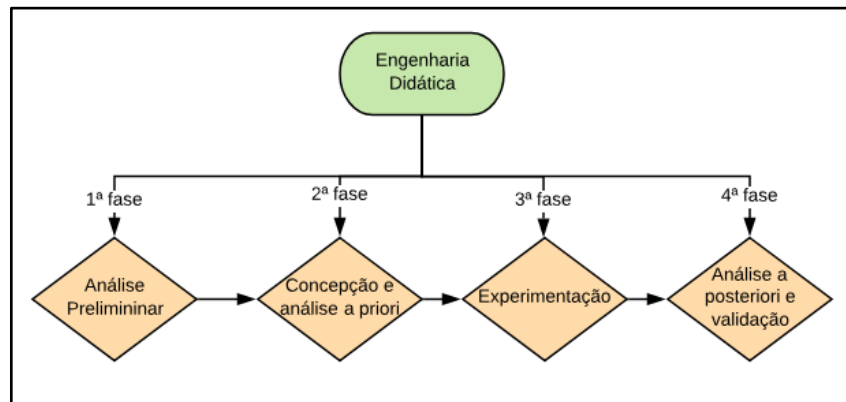
---

<sup>24</sup> O conteúdo de Sequências Numéricas foi a forma que utilizamos para selecionar os problemas de olimpíadas e nos limitar apenas em um assunto Matemático.

atividade proposta na situação didática, como, por exemplo, a previsão das ações referentes aos comportamentos e entraves dos alunos mediante as situações didáticas.

A Engenharia Didática está organizada em quatro fases, sendo elas nomeadas: Análises preliminares, Concepção e análise *a priori* das situações didáticas, Experimentação e Análise *a posteriori* e validação (Figura 6).

Figura 6 - Fases da Engenharia Didática.



Fonte: Elaboração nossa.

Artigue (1988) *apud* Almouloud e Silva (2012) nos apresenta a descrição dessas fases, seguindo os princípios de uma Engenharia Didática.

**1. Análises preliminares:** considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.

**2. Concepção e análise *a priori* das situações didáticas:** o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas).

**3. Experimentação:** consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação.

**4. Análise *a posteriori* e validação:** a análise a posteriori consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação (ARTIGUE, 1988 *apud* ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 26, grifo nosso).

Conforme Artigue (1988), cada uma dessas fases pode ser retomada conforme a necessidade do pesquisador/professor, pois ele precisa refletir sua prática em sala de aula após a aplicação das etapas e, se necessário, pode “ajustar” todo seu roteiro, tendo como base seus conhecimentos epistemológicos e didáticos.

Com o passar dos anos, a Engenharia Didática (ED) vem desenvolvendo-se (evoluindo) e ampliando sua noção de complementariedade de engenharia. Perrin-Glorian (2009) nos apresenta a noção de Engenharia Didática de Segunda Geração (Engenharia Didática de Desenvolvimento ou Engenharia Didática de Formação) a partir da necessidade de estudar o professor, visto que ele já estava envolvido nas investigações didáticas.

Então, a Engenharia Didática de Formação se originou com o propósito de ampliar a investigação didática e incluir o professor (PERRIN-GLORIAN, 2009; 2011), uma vez que a ED era vista somente de forma adidática, ou seja, as situações não tinham o envolvimento do professor, sendo ele de fundamental importância na devolução e institucionalização das situações didáticas.

A partir disso, esse tema foi apresentado e discutido por Marie- Jeanne Perrin-Glorian na Escola de Verão de Didática da Matemática, que aconteceu na França, em 2009 e no I Simpósio Latino Americano de Didática da Matemática, Brasil, 2016, em que se expandiu e gerou motivação de estudo por outros pesquisadores.

Assim, surge o trabalho de doutorado de Frédéric Tempier, intitulado: “La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource”, orientado por Catherine Houdement e Marie-Jeanne Perrin-Glorian, defendida em 2013, na Universidade de Paris – Diderot - Paris VII, URF de Matemática. De acordo com nossa busca nos bancos de teses do Brasil e da França, esse é o primeiro trabalho que traz a aplicação da Engenharia de Desenvolvimento.

Tempier (2013) apresenta uma pesquisa com professores, com no mínimo cinco anos de sala de aula, para, assim, contribuírem com suas experiências docentes na criação de recursos didáticos sobre números decimais, isto é, na criação de situações didáticas que seriam disponibilizadas em um site e acessadas por mais professores posteriormente. De acordo com esse autor, a Engenharia Didática de segunda geração foi usada no trabalho como objetivo de criar “um recurso voltado para professores e que fossem implementados nas salas de aula, bem como na contribuição matemática, epistemológica e didática” (TEMPIER, 2012, p. 901).

Segundo Perrin-Glorian, a Engenharia Didática clássica tinha como objetivo a “elaboração e o estudo de uma proposta de uma transposição didática para o ensino, sendo essa transposição didática o objetivo principal da pesquisa” (PERRIN-GLORIAN, 2009 *apud* ALMOULOU; SILVA, 2012, p.27), ou melhor, o interesse maior era direcionado para “modelização das atividades do estudante, seu progresso de aprendizagem e os elementos clássicos perspectivados no triângulo didático indicado por: estudante – professor – conhecimento”(ALVES, 2018b, p.49).

Já a Engenharia Didática de Segunda Geração tinha como objetivo:

[...] o desenvolvimento de recursos (ou objeto de aprendizagem) para o ensino regular, ou a formação de professores. O que, consequentemente, necessita de vários níveis de construção. Podem-se distinguir dois tipos de engenharias didáticas em função da pergunta inicial da investigação, sendo a Engenharia Didática para a Investigação (IDR) e a Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD). Na IDR procura-se fazer emergir fenômenos didáticos e estudá-los, com a intenção de um avanço nos resultados da investigação, por meio de experimentações montadas em função da questão de pesquisa, sem preocupação imediata de uma eventual divulgação mais ampla das situações utilizadas. Por outro lado, na IDD, o objetivo é a produção de recursos para professores ou para a formação de professores (PERRIN-GLORIAN, 2009 *apud* ALMOULOU; SILVA, 2012, p.28).

Assinalamos, entretanto, no excerto seguinte, dois níveis de escolhas que devem determinar as características visando o desenvolvimento da pesquisa. Nesse sentido, Perrin-Glorian (2011) esclarece que: planejar pelo menos dois níveis de Engenharia (talvez mais) com objetivos diferentes:

- Primeiro nível em condições experimentais "protegidas" específicas para testar a validade teórica das situações (ou seja, sua capacidade de produzir o conhecimento esperado, estamos buscando menos um teorema da existência) e identificar as escolhas fundamentais da Engenharia: o que - o que é essencial, inevitável em relação ao conhecimento almejado, o que se enquadra no contexto escolhido e pode ser alterado, adaptado, o que se resume aos detalhes em resumo?
- Segundo nível, para estudar a adaptabilidade das situações ao ensino comum, a negociação da primeira Engenharia; a diferença na implementação e as transformações realizadas são tomados como objeto de estudo por repercussões na própria engenharia didática, no conhecimento do funcionamento do conhecimento em questão no sistema escolar (professor, alunos ...). O que podemos deixar cair de lastro na negociação? O que vamos tentar salvar? Como você controla o que pode acontecer? (PERRIN-GLORIAN, 2011, p. 68, tradução nossa).

Diante disso, verificamos o potencial existente no uso da Engenharia Didática de segunda geração, possibilitando o uso de duas linhas de estudo, sendo elas: investigação e desenvolvimento. Então, focamos na Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD) ou Engenharia Didática de Formação (EDF), pois tem por um de seus objetivos a formação de professores, fortalecendo, de maneira significativa, esta pesquisa e possibilitando respostas aos questionamentos e objetivos propostos.

Daremos ênfase à formação de professores por ser nosso objeto de estudo neste trabalho. Sendo assim, “a engenharia de desenvolvimento está fortemente ligada às investigações nos saberes matemáticos necessários aos professores para ensinar a matemática. É neste sentido que ela está ligada à formação”. (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 32).

A EDF segue as mesmas fases da Engenharia Didática clássica. Para uma melhor compreensão dessa metodologia de pesquisa, apresentamos uma orientação detalhada de cada fase, relacionando-as a este estudo.

**Análises preliminares (Análises prévias):** nessa fase, realizamos, inicialmente, um estudo histórico das olimpíadas nacionais (OBMEP e OBM) e internacional (IMO), analisando como funcionam (fases, premiações, provas) e se existe uma formação específica para o professor de Matemática para trabalhar com olimpíadas de Matemática nas escolas. Investigamos, também, os programas e materiais disponíveis em acervos, que podem ser trabalhados com alunos e professores para uma melhor preparação e aprofundamento dos conteúdos matemáticos, como já foi descrito no capítulo 2 desta dissertação.

Sendo assim, o pesquisador/professor precisa ficar atento ao quadro teórico e seus efeitos, nas concepções, dificuldades e obstáculos, além de realizar uma análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática (ALMOULOU; SILVA, 2012).

Com respeito a essa fase, no capítulo 4, realizamos uma análise sobre o material didático, livros nacionais e internacionais, direcionados à preparação de alunos para as olimpíadas de matemática, com o intuito de perceber como os conteúdos matemáticos são abordados no contexto olímpico. Em seguida, analisamos dissertações que abordam a temática de olimpíadas e que usam a metodologia de pesquisa Engenharia Didática. Para que, assim, possamos compreender os entraves/obstáculos que remetem à preparação dos alunos; dando ênfase ao processo de formação do professor ao trabalhar recursos didáticos voltados para olimpíadas e suas práticas metodológicas aplicadas ao ensino desses conteúdos.

**Concepção e análise *a priori*:** consiste na etapa que segue um plano de ação, sendo definidas as escolhas das variáveis (globais e locais). No que se refere às escolhas globais, entendemos como sendo a organização da Engenharia, isto é, apresentação dos objetivos de cada situação didática. A partir dessas escolhas globais, surgem as locais, hipóteses mais específicas referentes às “previsões a respeito do comportamento dos alunos” (CARNEIRO, 2005, p. 103), que, no final, serão essenciais para a validação da Engenharia. Para Artigue (1996), problemas ou questões de controle podem ajudar a prever os comportamentos dos alunos.

Nessa fase, realizamos o planejamento das quatro situações didáticas, bem como a escolha das situações-problemas que serão empregadas no curso de formação com os futuros professores de Matemática. Foi descrita para cada Situação Didática Olímpica (SDO) uma previsão circunstanciada das atitudes que os alunos/professores possam apresentar no momento da aplicação, ou seja, buscamos formular estratégias a fim de intervir no comportamento deles no ato das resoluções dos problemas, se for necessário. Aqui, também, foram elaboradas as sequências de ensino de acordo com a Teoria das Situações Didáticas, aplicadas perante a experimentação.

Sendo assim, nessa fase (capítulo 5), apresentamos quatro problemas olímpicos que abordam assuntos referentes a Sequências Numéricas, oriundos de provas e bancos de questões da OBMEP. Nessa fase, as descrições e resoluções das Situações Didáticas Olímpicas (SDO) buscaram prever as ações e os comportamentos do professor em formação (alunos de licenciatura) ao resolverem problemas de olimpíadas, ou seja, quando são confrontados com situações que não estão acostumados ou que não fazem parte da rotina acadêmica, porém, de fundamental importância para serem trabalhadas em sala de aula na educação básica. O objetivo central dessas SDO, a serem trabalhadas, está em como os professores iniciantes utilizam o campo epistêmico e pragmático a respeito da resolução de problemas de Olimpíadas.

**Experimentação:** nessa fase, detalhamos como aconteceu o curso de formação, no qual aplicamos as Situações Didáticas Olímpicas (SDO) planejadas na fase anterior. Apresentamos o lócus da pesquisa e explicamos como foi a seleção dos participantes investigados. Aqui, determinamos o contrato didático, estabelecido entre a pesquisadora e os professores em formação (sujeitos da pesquisa). Além disso, descrevemos como aconteceu a coleta de dados e os instrumentos utilizados.

**Análise a posteriori e validação:** Etapa que se caracteriza pela descrição das observações e dos dados coletados na experimentação, para, assim, validarmos nossa pesquisa. A validação na Engenharia Didática é essencialmente interna, “fundada no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori (ARTIGUE, 1996, p. 197), ou seja, um confronto com as hipóteses propostas na análise a priori, com as que realmente foram atingidas, mostrando na prática, as possíveis distorções sofridas na execução das situações e deixando de serem válidas. Para Santos e Alves (2017, p. 450), a validação interna da engenharia é “mediante o confronto das considerações da análise a priori e das observações da experimentação, temos elementos para realizar uma análise sobre a reprodutividade ou não da engenharia proposta, além de levantarmos possíveis questionamentos, voltados a futuras pesquisas”. Desse modo, nessa fase, confrontamos os objetivos que definimos no planejamento das SDO voltadas para os professores com os dados que foram coletados na experimentação e, por fim, validamos internamente nosso estudo na perspectiva da descrição dos conceitos epistêmicos e pragmáticos dos professores iniciantes, a partir do desenvolvimento de competências profissionais do professor de Matemática, como foi proposto na Didática Profissional.

A seguir, no capítulo 4, detalhamos as análises preliminares desta pesquisa, ou melhor, um estudo bibliográfico de alguns livros direcionados à preparação para as olimpíadas de matemática, bem como a análise de trabalhos que abordam o referido tema em dissertações de vários Programas de Pós-Graduação na área de ensino de Matemática.

## 4 ANÁLISES PRELIMINARES

Neste capítulo, destacamos a primeira fase da Engenharia Didática, apresentando nossas análises preliminares (prévias), a partir dos fundamentos teóricos referentes às olimpíadas, focando em uma análise e no contexto atual sobre o ensino do objeto de estudo por professores de matemática, restringimo-nos a uma análise direcionada à dimensão didática.

### 4.1 Análise no contexto olímpico em livros didáticos

Apresentamos, no Quadro 7, o resultado da análise de cinco livros, que podem ser usados por professores durante a preparação de alunos para as olimpíadas de matemática.

Quadro 7 - Análise de livros com foco em preparação para olimpíadas de matemática

| LIVRO                                            | AUTOR/ANO                       | DESCRIÇÃO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Círculos Matemáticos: a experiência Russa</b> | Fomin, Genkin e Itenberg (2012) | Este livro é organizado em tópicos por tema/assunto, cada qual com um conjunto de problemas listados em nível crescente de dificuldade. O objetivo da obra é facilitar a preparação de “sessões” matemáticas. O livro é inspirado na experiência pedagógica russa em ensino de matemática, descrevendo os círculos matemáticos como sessões extracurriculares de estudos matemáticos. Os problemas, frequentemente, assemelham-se a jogos ou desafios de lógica, cujos problemas de nível intermediário e avançado de cada tópico, via de regra, exigem progressivos graus de habilidade e criatividade para a sua solução. |
| <b>10 matemáticos 100 problemas</b>              | Wagner (2016)                   | Este livro contém problemas de Matemática com temas diversos. Apresenta 10 renomados matemáticos de 10 distintos países, que foram convidados a escolher problemas bonitos e educativos, de qualquer origem, na esfera das Olimpíadas de Matemática. Resultando, assim, em um livro de 100 problemas. Após os enunciados, aparecem as soluções detalhadas de todos os problemas ou das soluções. Este livro exige uma base mais sofisticada sobre os conteúdos de matemática, além de trazer problemas escritos na língua original da olimpíada, ou seja, encontramos problemas em inglês e espanhol.                       |

|                                                                                                            |                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>21 Aulas de Matemática Olímpica</b>                                                                     | Shine (2009)                  | A obra está dividida em aulas. O texto é escrito em tom leve, divertido, mas sem descuidar da profundidade da apresentação. Os problemas são oferecidos, em blocos espalhados pelo texto, com questões em níveis crescentes de dificuldade, com carácter demonstrativo e problemas olímpicos de variadas origens. Quase não há exercícios de natureza meramente manipulativa.                                                                                                                                                   |
| <b>Iniciação à Matemática: um curso com problemas e soluções.</b>                                          | Oliveira e Fernández (2012)   | O texto possui a intenção de introduzir o aluno às ideias fundamentais da matemática. É dividido em capítulos, com certa dependência mútua. Os problemas são variados, mas apresentados em um estilo clássico e com progressão de nível. É possível encontrar alguns poucos problemas olímpicos nos exercícios.                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Círculos de Matemática da OBMEP – Volume 1: primeiros passos em Combinatória, Aritmética e Álgebra.</b> | Holanda e Chagas (2018)       | Este livro foi elaborado para alunos do nível 1. Foi feito a partir de materiais que fazem parte do projeto POTI. Ele está dividido em 20 capítulos, cada um apresenta uma parte teórica, em que encontramos exemplos e exercícios, e uma parte prática, em que traz alguns exercícios complementares para os alunos resolverem como tarefa de fixação. Por fim, a obra busca melhorar os conhecimentos matemáticos e que os alunos e professores aprendam novas técnicas para resolver problemas interessantes e desafiadores. |
| <b>Progressões e Matemática Financeira</b>                                                                 | Morgado, Wagner e Zani (2015) | O livro foi escrito a partir de um curso para professores de Matemática do Segundo Grau, realizado no Centro Educacional e Residencial da IBM, no Rio de Janeiro, em janeiro de 1993. Nele, encontramos teoremas e suas demonstrações, além de trazer os problemas mostrando suas aplicações. A linguagem é simples e indicada para professores de Matemática, que buscam se aperfeiçoar nos assuntos de Progressões e Matemática Financeira e para alunos do Ensino Médio, que gostam de estudar Matemática.                   |

Fonte: Elaboração nossa.

No que concerne aos livros selecionados para a análise, observamos uma grande similaridade na abordagem do conteúdo matemático, verificamos que os autores seguem a mesma sequência didática: teoria (demonstração) e proposta de problemas (exercícios), ficando uma lacuna referente à forma de resolvê-los. Gostaríamos de destacar que o último livro analisado, Progressões e Matemática Financeira, foi usado diretamente no planejamento das situações didáticas e, principalmente, no momento de algumas situações de institucionalização.

## 4.2 Análise de dissertações em trabalhos correlatos com a pesquisa

Para levantar informações relevantes sobre as Olimpíadas de Matemática, com foco na utilização de recursos didáticos nas aulas direcionadas à olimpíadas e o processo de estudo e preparação pelos professores e alunos nas escolas da educação básica, realizamos uma busca de materiais acadêmicos na plataforma Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com o intuito de identificar a existência de trabalhos acadêmicos que possuísem alguma similaridade com a temática abordada neste estudo, de forma a contribuir com o conhecimento científico trabalhado.

Nesse levantamento, utilizamos a sequência de palavras-chave: “Olimpíadas de Matemática”, “OBMEP”, “Geogebra”, “Engenharia Didática” e “Teoria das Situações Didáticas”. Para limitar nossa busca, restringimo-nos em trabalhos que abordassem Olimpíadas de Matemática e que usassem a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Então, realizamos algumas análises e selecionamos apenas oito dissertações de três programas de Pós-Graduação diferentes. Veja, no Quadro 8, os trabalhos selecionados.

Quadro 8 - Análise de trabalhos relacionados com a pesquisa.

| PROGRAMA           | AUTOR(A)/ANO                               | TÍTULO                                                                                                            |
|--------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>PROFMAT</b>     | Edgar Heliodoro Vendramelli Dias (2014)    | O estudo em grupos para a 2ª fase da OBMEP 2013 e resoluções de questões em vídeo.                                |
|                    | Fábio Pinheiro Luz (2014)                  | O uso de Equações Diofantinas Lineares na resolução de problemas de preparação olímpica.                          |
|                    | Renan Eduardo Nardelli (2015)              | O estudo de simetrias com frisos e questões da OBMEP.                                                             |
|                    | Augusto César Tiradentes Monteiro (2017)   | Introdução ao treinamento olímpico: uma proposta para os alunos da rede pública estadual.                         |
| <b>PGECEM/IFCE</b> | Ana Paula Rodrigues Alves Santos (2018)    | A teoria das situações didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: uma aplicação do Teorema de Pitot.       |
|                    | Maria Helena de Andrade Gonçalves (2018)   | Aplicação das Situações Didáticas Olímpicas com uma abordagem experimental na formação docente.                   |
| <b>ENCIMA/UFC</b>  | Cícera Carla do Nascimento Oliveira (2016) | Olimpíadas de Matemática: concepção e descrição de “Situações Olímpicas” com recurso do software Geogebra.        |
|                    | Maria Luziana Oliveira Lima (2019)         | Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) para o ensino de Sequências Numéricas: um contributo da engenharia didática. |

Fonte: Elaboração nossa.

Logo, o trabalho de Dias (2014) traz uma pesquisa, aplicada em uma escola municipal da cidade de Dois Córregos-SP, sobre a preparação dos alunos para as provas da OBMEP. Teve como objetivo melhorar a preparação dos alunos para a segunda fase da OBMEP e o desempenho dos alunos na disciplina de Matemática. Essa dissertação foi desenvolvida usando as quatro fases da Engenharia Didática e teve, como público-alvo, 12 alunos do ensino fundamental II, organizados em três grupos para facilitar a abordagem dos níveis 1 e/ou 2 da OBMEP. Os próprios alunos faziam a resolução das questões e o trabalho deles era gravado, o que possibilitou a confecção de um DVD, que ficou disponível no *blog* da escola. Além disso, possibilitou análises críticas de professores e alunos sobre as provas da OBMEP no período de 2010 a 2013, referentes ao conteúdo dos problemas e aos teoremas matemáticos. Apesar de toda essa interação professor-alunos e produção de material, observamos que esse trabalho não apresenta nenhuma teoria ou metodologia de ensino para se trabalhar com as olimpíadas, fazendo, ainda, o mesmo papel do ensino tradicional: exposição do assunto, exemplos e atividade proposta.

No trabalho de Luz (2014), o público-alvo foram os alunos recém-ingressos no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Piauí, Campus Floriano. O principal objetivo foi investigar a importância do uso de equações diofantinas lineares na resolução de problemas olímpicos. Apesar de usar a ED, o autor não detalha os princípios teóricos da metodologia de pesquisa empregada, nem faz um detalhamento sobre suas fases no trabalho, mas deixa clara a fase da experimentação, em que aconteceu uma oficina sobre equações diofantinas lineares. Esse trabalho não propôs nenhuma metodologia de ensino para trabalhar com os problemas de olimpíadas e nem utilizou recurso didático digital para abordar o seu objeto matemático. Além de deixar um pouco vaga a questão da formação inicial do professor de matemática ao se trabalhar com problemas de olimpíadas, não deixando claro como esse futuro professor pode inserir esses problemas na sua prática de ensino, pois observamos que, em nenhum momento, focou no aperfeiçoamento ou no desenvolvimento de estratégias voltadas para sala de aula.

Já o trabalho de Nardelli (2015) teve, como público-alvo, alunos do 9º ano do ensino fundamental, de uma escola do interior de São Paulo. Esse estudo aborda questões envolvendo transformações geométricas e frisos para o estudo de simetrias. Nesse trabalho, foi usada a ED como metodologia de pesquisa, porém, suas fases não foram organizadas de forma clara, ou seja, só consegue identificar a organização do trabalho seguindo essa metodologia quem a conhece, gerando um obstáculo para os leigos nesse assunto. O professor/pesquisador abordou questões que foram desenvolvidas com os alunos sobre simetria, utilizando folhas com

atividades previamente elaboradas por ele. Utilizou, também, questões da OBMEP relacionadas à simetria, pois, de acordo com esse autor, os problemas de olimpíadas são vistos pelos alunos como ‘impossíveis’ de serem resolvidas. Além disso, apresentou um vídeo chamado: “Os azulejos de Alhambra”. Esse vídeo teve como objetivo mostrar a beleza existente nos azulejos do palácio de Alhambra, focando nos padrões encontrados nos próprios azulejos, a relação entre Matemática e Arte e, ao mesmo tempo, despertar nos alunos o interesse pelo tema. Por fim, o pesquisador conclui que o trabalho apresentou uma evolução no processo de aprendizagem das transformações geométricas. Pelo que observamos no trabalho, o pesquisador não usou nenhuma teoria de ensino e nenhum recurso tecnológico para fundamentar ou abordar as construções, usando apenas papel e lápis para resolver os problemas. Compreendemos que poderia ter sido mais satisfatório se tivesse seguido uma metodologia de ensino amparada em um recurso digital para que os próprios alunos construíssem as figuras simétricas.

O trabalho de Monteiro (2017) teve, como público-alvo, 20 alunos da rede estadual do estado do Espírito Santo, localizada no município de Serra. Essa pesquisa apresentou uma proposta de treinamento olímpico, que foi desenvolvido através de sequências didáticas construídas a partir do material fornecido pela OBMEP, como: apostilas do PIC 2012, disponibilizadas no site da OBMEP; provas anteriores e livros da Coleção do Professor de Matemática da SBM. As sequências didáticas tiveram intenção de melhorar o desempenho dos alunos na Olimpíada, além de elevar o nível de ensino-aprendizagem da Matemática em sala de aula. O trabalho usou a ED, contudo, não organizou o trabalho seguindo suas quatro fases, foi possível identificar apenas as fases: Análise a priori, Experimentação e Análise a posteriori, ficando de fora a Análise prévia. Porém, deixamos claro que o autor não se aprofunda em nenhuma delas. Algo que gostaríamos de destacar foi a proposta de metodologia de resolução de problemas, na qual foi sugerido o método de Pólya, que abrange quatro etapas para resolver um problema e da participação do professor como mediador da situação, dando total espaço para o aluno buscar seu conhecimento a partir das resoluções. Por fim, o autor deixou claro que todas as sequências foram desenvolvidas de maneira progressiva e gradual, de tal forma que foi possível perceber a existência do aprendizado e a manifestação pelo gosto do ensino e aprendizagem pela Matemática.

Os trabalhos acadêmicos, que discutimos agora, seguem a mesma fundamentação teórica e metodológica da nossa pesquisa, ou seja, usam a Teoria das Situações Didáticas como teoria de ensino (considerada por alguns autores como metodologia de ensino) e a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Esses trabalhos possuem como diferença o objeto

matemático em estudo, além do público-alvo e a fonte dos problemas de olimpíadas, pois alguns estão usando problemas oriundos do banco da OBMEP e outros da OBM.

Santos (2018) teve, como público-alvo, cinco alunos dos 8º e 9º anos do ensino fundamental de uma escola privada de Fortaleza, que desejavam se preparar para a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM). Esse estudo utilizou a Engenharia Didática clássica para estruturar sua pesquisa, seguindo rigorosamente as quatro fases dessa metodologia de pesquisa. Além disso, apresenta a resolução dos problemas seguindo as sequências didáticas fundamentadas nas quatro fases da Teoria das Situações Didáticas propostas por Guy Brousseau. A autora apresentou as situações didáticas olímpicas como proposta alternativa para aulas direcionadas às olimpíadas de matemática, com intenção de ampliar a participação de mais alunos nas competições de matemática, não se restringindo apenas a um grupo de alunos que “gostam de matemática”. Por isso, utilizou o *software* GeoGebra para realizar a transposição didática de cada situação olímpica e tentar atingir a aprendizagem de todos. De acordo com a autora, “a mediação realizada pela exploração adequada de softwares possibilita ultrapassar determinadas dificuldades/entraves a um entendimento ou até mesmo, à construção conceitual em geometria” (SANTOS, 2018, p. 5). Então, esse trabalho se aproxima bastante da nossa pesquisa, pois trabalha com resolução de problemas olímpicos amparados pelo *software* GeoGebra.

Já o trabalho de Gonçalves (2018) traz, como sujeitos da pesquisa, licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC), que estivessem participando do PIBID naquele período da investigação, visto que seu objetivo geral foi conhecer as concepções dos licenciandos de um grupo do PIBID da Matemática da UFC, concernente à resolução das situações didáticas olímpicas sobre o conteúdo área de figuras planas. Sendo assim, as atividades que envolvem as construções das Situações Didáticas Olímpicas aconteceram usando papel, lápis e caneta e uso do quadro de giz, no qual os futuros professores foram solicitados a efetuar as elaborações, fazendo uso de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) sobre área de figuras planas. A metodologia de pesquisa aplicada foi a Engenharia Didática de Segunda Geração (foca na construção de materiais didáticos ou formação de professores) e fundamentada na Teoria das Situações Didáticas, com intuito de conduzir o trabalho experimental a partir de sequência de ensino. Então, esse trabalho, também, possui algumas semelhanças com nosso estudo, sendo elas: a formação inicial de professores, metodologia de pesquisa voltada para a formação de professores e a resolução de problemas da OBMEP com foco em conhecer as concepções desses futuros professores ao lidarem com problemas de olimpíadas em sala de aula.

Os trabalhos de Oliveira (2016) e Lima (2019) apresentam uma pesquisa teórica, ou seja, não aplicaram suas propostas de ensino e, por isso, não possuem dados empíricos como os trabalhos descritos anteriormente. Portanto, usaram apenas as fases Análise Preliminar e Análise a priori na parte da metodologia de pesquisa. Vale relatar que essas duas dissertações pertencem a um Programa de Pós-Graduação na modalidade profissional e que, dificilmente, o mestrando consegue afastamento para se dedicar à pesquisa e aos estudos acadêmicos, tornando (para alguns) o processo de investigação e pesquisa de campo inviável. Mesmo assim, esses dois trabalhos são importantes para este estudo.

Oliveira (2016) é a pioneira em usar a nomenclatura e apresentar uma definição para o termo ‘Situações Didáticas Olímpicas’ (SDO). O trabalho teve como objetivo geral mostrar que é possível, através do GeoGebra, propiciar ao docente um material de apoio à preparação de Olimpíadas de Matemática, fazendo uso de uma metodologia de ensino. As dez SDO foram planejadas e elaboradas na Análise a priori (segunda fase da ED), abordando assuntos que envolvessem Geometria e fundamentadas a partir das quatro dialéticas da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização). Então, esse trabalho traz a resolução de problemas olímpicos em sala com a preocupação de auxiliar o professor em seu método de ensino. Sendo assim, esse trabalho acadêmico foi de grande relevância para nossa pesquisa, pois introduziu o termo SDO e apresentou várias propostas de aplicação da TSD voltadas para problemas de olimpíadas (OBMEP e OBM) amparadas com o *software* GeoGebra.

Finalmente, o trabalho de Lima (2019) teve, como objetivo geral, estruturar e propor Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) do conteúdo Sequências Numéricas, no contexto da OBMEP, com o *software* GeoGebra como recurso auxiliar para o professor e para o aluno. O trabalho trata de uma proposta de ensino, na qual sugere que as SDO devem ser elaboradas previamente pelo professor, favorecendo a investigação e o desenvolvimento do pensamento intuitivo do estudante, de modo que ele se torne um mediador da situação didática. Logo, esse trabalho pode oferecer aos professores de Matemática do Ensino Médio uma alternativa de abordagem de problemas olímpicos em um ambiente onde se privilegie a participação ativa do educando na construção do seu conhecimento. A autora construiu para cada SDO sua representação no GeoGebra (detalhando o passo a passo da construção), como forma de facilitar a visualização da sequência numérica para os professores e/ou alunos. A partir desse trabalho, pedimos autorização à Lima para usar cinco SDO com os professores em formação inicial do curso de Licenciatura em Matemática do IFCE, campus Fortaleza, pois o nosso trabalho estava baseado nesse conteúdo de Matemática e com intenção de ser apresentado usando o *software* GeoGebra.

Todos esses trabalhos se assemelham à nossa pesquisa no quesito de metodologia de pesquisa, no caso, a Engenharia Didática, o uso da Teoria das Situações Didáticas (TSD) como teoria de ensino e a utilização de problemas de olimpíadas, mas difere nos sujeitos da pesquisa, uma vez que focamos na formação inicial do professor de Matemática e no seu desenvolvimento profissional. Por isso que utilizamos a Didática Profissional (DP) como complemento à TSD. Este estudo teve como intenção despertar o interesse do professor em formação pela resolução de problemas de olimpíadas e passar a usá-la na sua prática de ensino.

A seguir, no capítulo 5, abordamos a segunda e a terceira fase previstas na ED: Análise a priori e Experimentação. A Análise a priori consiste na elaboração das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), que, em nosso caso, selecionamos problemas de prova anteriores da OBMEP e banco de questões. Já o tópico que aborda a fase Experimentação apresenta como foi organizado o curso de formação de resolução de problemas, além de descrever os participantes da pesquisa.

## 5 ANÁLISE A PRIORI E EXPERIMENTAÇÃO

Neste capítulo, temos como intenção descrever o plano de ação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO), assim como as características do local em que o nosso estudo está se desenvolvendo, como, também, os sujeitos envolvidos na nossa pesquisa.

Destacamos que uma SDO deve ser concebida de modo a permitir ao sujeito “agir, refletir, conjecturar e evoluir com autonomia” (SANTOS, 2018, p. 61), destacando o papel do professor como sendo um mediador da situação.

As SDO têm o objetivo de mobilizar os conhecimentos prévios atinentes ao estudo, especificadamente, de Sequências Numéricas, visto que os professores em formação, ao se depararem com certos problemas olímpicos, podem não identificar conceitos matemáticos que são estudados no ensino convencional. A partir disso, a resolução de problemas olímpicos pode ajudá-los na elaboração de conjecturas, no aprofundamento dos conteúdos e no desenvolvimento de habilidade e estratégias. Com isso, buscamos, a partir das Situações Didáticas Olímpicas, observar como os professores iniciantes utilizam o campo epistêmico e pragmático a respeito da resolução de problemas de Olimpíadas.

Nesse sentido, esperamos que os professores em formação mobilizem seus conhecimentos ao desenvolver o raciocínio algébrico e geométrico exigidos em cada SDO e que consigamos desenvolver habilidades e competências profissionais a partir de um ambiente dinâmico de trocas e discussões engajadas em uma situação de investigação matemática. Para Alves (2018c), um fator determinante do caráter de competência profissional pode ser identificado à medida que o professor consegue lidar com um conjunto cada vez mais abrangente e fundamental de situações que envolvem a necessidade de resolução de um problema ou o cumprimento de uma tarefa em um intervalo de tempo cada vez mais restrito aos desafios recorrentes e invariantes do seu trabalho.

Descrevemos, neste capítulo, alguns momentos vivenciados durante a nossa pesquisa, cujo objetivo é a identificação de modo empírico das categorias intuitivas no contexto de resolução de SDO, que envolvem as Sequências Numéricas e que provoquem situações desafiadoras para os professores em formação.

Utilizamos a manipulação do *software* GeoGebra, pois, de acordo com Santos e Alves (2017), esse *software* destaca as potencialidades desse recurso como promovedor da transposição didática. A transposição didática é apresentada por Chevallard (1991), enfatizando a adaptação do saber acadêmico para o contexto escolar, ou seja, o professor transforma conhecimento científico em conhecimento pragmático, promovendo, assim, uma melhor

assimilação do conteúdo. Desse modo, baseados nos pressupostos de Chevallard, utilizamos o *software* GeoGebra para resolver problemas e auxiliar nas práticas docentes, agregando, portanto, valores ao ensino dos conceitos matemáticos a partir da visualização e manipulação das construções.

Destacamos, também, que a situação de devolução se encontra em todas as situações didáticas aplicadas neste trabalho, já que procuramos despertar esse interesse pelas novas descobertas matemáticas (novo conhecimento) ao se resolver um problema de olimpíadas.

### 5.1 Concepção e descrição das SDO

Nesta seção, apresentamos quatro Situações Didáticas Olímpicas (SDO). As situações didáticas foram propostas de forma que permitissem a mobilização de novos conhecimentos matemáticos a partir dos conhecimentos prévios, pois, para Brousseau (1996, p. 49), “o aluno aprende adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de obstáculos, de desequilíbrios. Este saber proveniente da adaptação do aluno, revela-se através de respostas novas, que representam a aprendizagem”.

Nessa fase, o(a) pesquisador(a) deve elaborar, construir e analisar uma sequência de situações problema com o objetivo de responder às questões e validar as hipóteses determinadas na fase anterior.

Mediante o estudo realizado nos livros didáticos consultados e trabalhos acadêmicos, na fase anterior, este trabalho buscou abordar o assunto de Sequências Numéricas. Sendo assim, decidimos não elaborar situações problemas, mas, sim, selecionar e/ou adaptar problemas oriundos de olimpíadas de Matemática, com ênfase no banco de questões da OBMEP e provas de edições anteriores, que abordassem assuntos que envolvessem Sequências Numéricas e que atendessem às seguintes características, segundo Brousseau (1986) *apud* Almouloud (2007):

- O problema matemático é escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria;
- O problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos, que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas.
- O professor assume o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) proposta(s). (BROUSSEAU, 1986 *apud* ALMOULOU, 2007, p. 33).

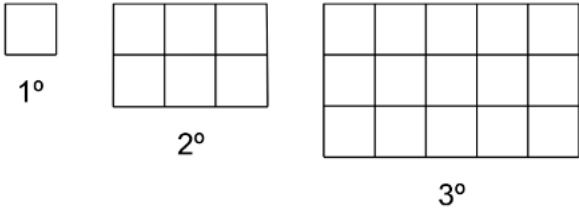
O *software* GeoGebra será proposto e utilizado em cada situação didática como ferramenta didática, com intenção de ampliar a visão espacial do futuro professor no momento de elaborar conjecturas para solucionar o problema.

A seguir, apresentamos quatro SDO, em que iremos descrevê-las, a fim de estruturar as fases dialéticas da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização) entre o professor/pesquisador e um grupo de professores em formação, a fim de despertar fenômenos que evoluam as habilidades matemáticas dos professores em formação envolvidos em um determinado problema matemático ou situação investigativa. Recordamos que essa descrição do planejamento é de grande relevância, pois descreveremos cada momento dialético da TSD, ou seja, tentaremos prever os possíveis comportamentos dos professores no momento que estiverem em ação.

### 5.1.1 Situação Didática Olímpica I

Problema da OBMEP 2008 – 1ª fase – Nível 3 – questão 04.

Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma sequência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa sequência. Qual é o perímetro do 100º retângulo dessa sequência?



The diagram illustrates the sequence of rectangles. The first rectangle (1º) is a single square. The second rectangle (2º) is composed of 4 squares arranged in a 2x2 grid. The third rectangle (3º) is composed of 12 squares arranged in a 3x4 grid. The pattern shows that each step adds one row and two columns to the previous rectangle.

O objetivo dessa situação é levar o aluno/professor a perceber a existência de um padrão matemático para o aumento dos quadradinhos de cada retângulo, sendo observado o crescimento na linha e na coluna, para, assim, encontrar o perímetro do 100º retângulo. Para esse problema, são exigidos como conhecimentos prévios: Perímetro e termo geral da Progressão Aritmética (PA).

Acreditamos que os sujeitos da pesquisa tenham conhecimento desses conteúdos matemáticos, por isso que nosso intuito será analisar as ações referentes às estratégias de resolução para encontrar a solução, além de verificar como os professores em formação se sobressairão nessa situação completamente nova, pois eles não têm o hábito de resolver

problema de olimpíada. Além disso, não informaremos que esse problema foi retirado da prova da OBMEP e nem que é direcionado para os alunos do Ensino Médio.

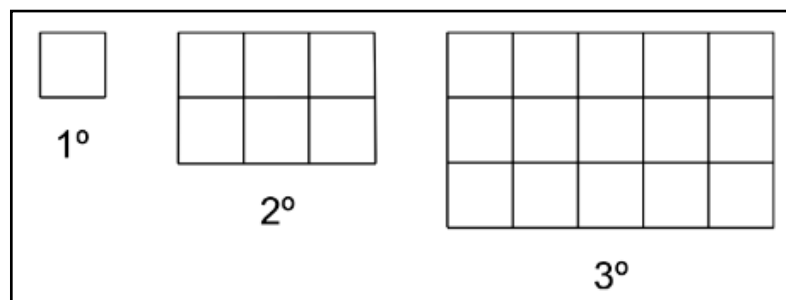
Expomos, a seguir, a resolução do problema a partir de uma previsão de ações referentes ao conhecimento do assunto e estratégias de solução. Usaremos o software Geogebra como recurso digital para uma melhor compreensão, visualização e validação do problema, no caso, se for necessário.

Para dividir as fases da solução e o acompanhamento do novo conhecimento dos sujeitos, usaremos as quatro dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização). Entendemos que, no momento da resolução do problema, essas quatro dialéticas podem acontecer simultaneamente, separadamente ou deixar de acontecer alguma fase, pois não é necessário que, em todas as situações didáticas, seja possível identificar as quatro fases da TSD. Mas, para esse problema, buscamos prever ações para cada uma delas. Como propomos a seguir:

**Dialética da Ação** – Nessa fase, esperamos que os professores, após lerem o problema, percebam que as alturas dos retângulos irão, no decorrer de cada etapa, aumentar 1 cm, visto que, no primeiro retângulo, a altura mede 1 cm, no segundo, 2 cm e, no terceiro, 3 cm e, assim, sucessivamente, já que os lados de cada quadradinho que compõem os retângulos medem 1 cm.

Em seguida, esperamos que observem que a base do primeiro retângulo é 1 cm, do segundo retângulo, 3 cm e, do terceiro retângulo, 5 cm, como já está exposto na imagem do problema (Figura 7).

Figura 7 - Retângulos da questão 4, OBMEP 2008/nível 3.



Fonte: Recorte da imagem dos retângulos do problema.

Assim, o aluno começará a observar o padrão existente para a base dos retângulos, analisando a diferença que há entre a medida das bases do primeiro e do segundo, do segundo e do terceiro retângulos, bem como em quaisquer dois retângulos consecutivos da sequência, perceberá que essa diferença é de 2 cm.

Dessa forma, os sujeitos notarão que, para a base do retângulo, há um padrão diferente do padrão da altura. Sendo assim, tomarão suas primeiras decisões acerca do problema, concordando com as ideias de Almouloud (2007, p. 38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”, ou seja, essa fase permite que o professor em formação estabeleça ações de como pode resolver esse problema.

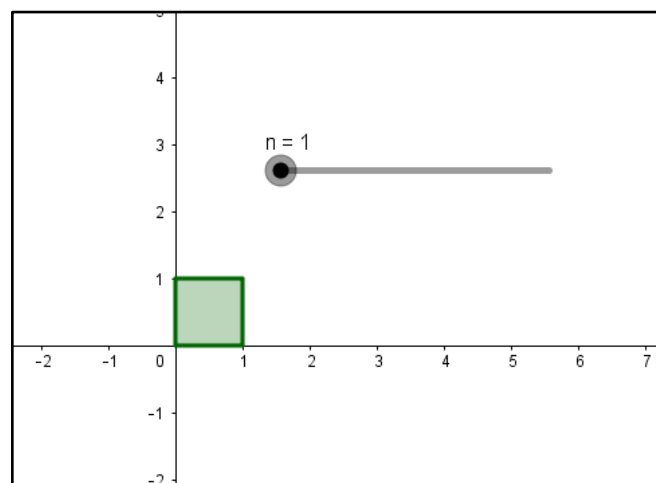
Agora, almejando o manuseio de um recurso digital que possibilite a exploração visual da sequência, apresentaremos para os professores a construção já pronta desse problema no *software* Geogebra<sup>25</sup>. A partir do *software*, será possível eles observarem o aumento da base e da altura de cada retângulo da sequência de forma mais didática e concreta.

Nas figuras 8 e 9, observamos um exemplo de como pode ser feita essa exploração e manipulação a partir da ferramenta controle deslizante. Para Friske *et al.* (2016):

O uso de um controle deslizante possibilita causar variações em objetos (manualmente ou automaticamente), podendo também assumir a função de uma variável. Esta variável pode estar associada a um objeto matemático, o que permite a transição contínua entre estados intermediários do objeto estudado, destacando os aspectos invariantes. Além disso, a possibilidade de variar objetos garante o dinamismo nas representações e a manipulação de conceitos antes abstratos (FRISKE *et al.*, 2016, p. 16).

Então, para essa construção, buscamos manipular os conceitos de sequência numérica, contidos nesse problema olímpico, usando o controle deslizante (Figura 8), pois acreditamos que, ao dinamizar a construção, facilita a transposição didática do conteúdo.

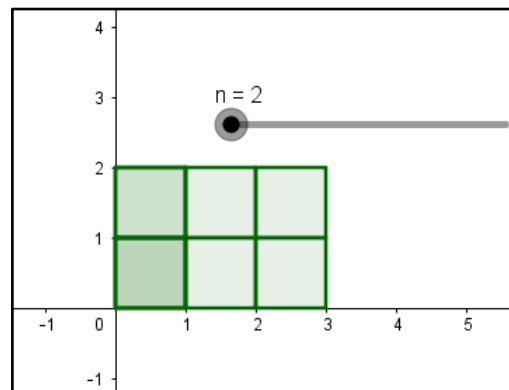
Figura 8 - Visualização do primeiro retângulo da sequência.



Fonte: Construção nossa.

<sup>25</sup> O passo a passo dessa construção se encontra em Lima (2019, p. 90) ou, para acessar a construção, clique em: <<https://www.geogebra.org/m/rggvpvpa>>.

Figura 9 - Visualização do segundo retângulo da sequência.

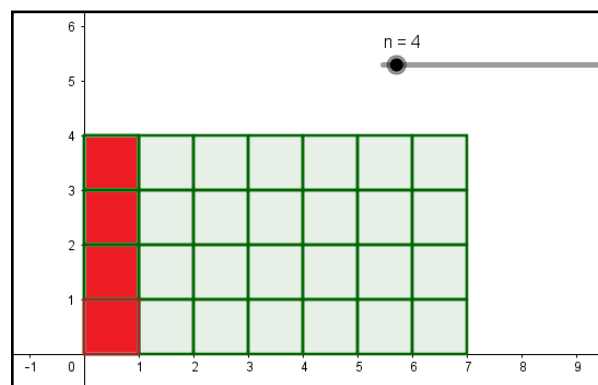


Fonte: Construção nossa.

Observe que, na Figura 8, o controle deslizante ( $n$ ) se encontra na posição 1, ao movermos para a posição 2, encontramos a Figura 9, sendo essa figura o segundo retângulo da sequência proposta nesse problema. Então, esperamos que os professores em formação manipulem essa ferramenta com o intuito de desenvolver e identificar o padrão de crescimento da figura.

Na Figura 10, por exemplo, o futuro professor se depara com o controle deslizante na posição 4 e pode perceber que a altura do retângulo (em vermelho) está relacionada com a posição de  $n$ , faltando agora ele identificar o padrão para a base do retângulo e montar a generalização.

Figura 10 - Visualização do quatro retângulo da sequência.



Fonte: Construção nossa.

**Dialética da Formulação** – Nessa fase, Almouloud (2007, p. 38) afirma que “o aluno troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais”. Sendo assim, com essa troca de informações, o professor poderá chegar à conclusão de que, como a sequência prevalecerá para o  $n$ -ésimo retângulo, essa diferença será a razão de uma Progressão Aritmética. Ainda, segundo o autor, “essa dialética

permite criar um modelo explícito que pode ser formulado com sinais e regras comuns, já conhecidas ou novas” (ALMOULOU, 2007, p. 38).

Com isso, os participantes deverão estabelecer um padrão matemático, através do qual seja possível calcular a medida da base de qualquer figura que esteja nessa sequência, para depois calcular o perímetro do 100º retângulo. A partir de seus conhecimentos prévios sobre Progressão Aritmética (PA) e compreensão do conceito e aplicação do termo geral da PA, os professores perceberão que, para calcular a medida da base do  $n$ ésimo retângulo, será válida a fórmula:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r, n \in N$$

Sabendo que o termo  $a_n$  corresponde à quantidade de quadradinhos da base do retângulo que está na posição  $n$ , o modelo matemático para a base do  $n$ ésimo retângulo será:

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 2$$

Fazendo a distributiva, esse modelo também poderá ser escrito como:  $a_n = 1 + 2n - 2$ , que resultará em  $a_n = 2n - 1$ .

Mas, de acordo com a lei de formação apresentada no problema, a sequência de retângulos, escrita como altura x base, é da forma:

$$1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 5, 4 \cdot 7, \dots, n \cdot (2n - 1),$$

Logo, o 100º retângulo, isto é, quando  $n = 100$  é da forma:

$100 \cdot (2 \cdot 100 - 1) = 100 \cdot 199$ . Isso levará os sujeitos a concluir que tem 100 quadradinhos de altura e 199 de base, com isso, o seu perímetro, é:

$$2 \cdot (100 + 199) = 598 \text{ cm}$$

**Dialética da Validação** - Nessa fase, os professores em formação deverão provar e validar suas ideias e estratégias que os levarão a chegar na solução (correta ou não). Sendo assim, podem acontecer debates, argumentações e apresentações da(s) maneira(s) que encontraram aquela resposta, pois, para um único problema, podemos encontrar diversos modos de solucioná-lo.

Para esse problema, os professores deverão apresentar, na lousa de pincel, suas soluções, explicando os caminhos que os levaram à sua resposta. Se for necessário, poderão usar o *software* GeoGebra como amparo para essa comprovação de solução. Assim, concretizaremos a validação do problema e as estratégias de soluções encontradas pelos professores, ou seja, podemos analisar as respostas que utilizaram mais raciocínios, lógicas ou exploração de conceitos matemáticos.

**Dialética da Institucionalização** – Nessa fase, a professora (pesquisadora) retomará a responsabilidade da situação e generalizará os resultados a partir das ações, formulações e validações observadas no momento da resolução. A professora pesquisadora institucionalizará a noção de progressão aritmética por meio do seguinte teorema<sup>26</sup>.

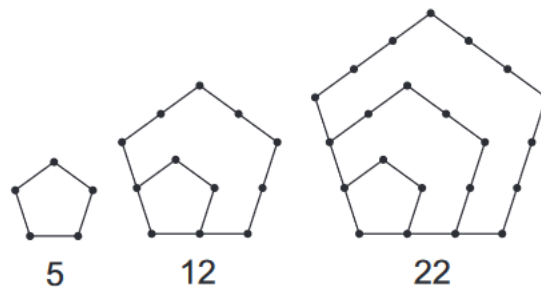
**Teorema 1.1.** Se  $(a_n)$  é uma progressão aritmética de razão  $r$ , então  

$$a_n = a_1 + (n - 1)r; \text{ para todo } n \text{ inteiro e positivo.}$$

### 5.1.2 Situação Didática Olímpica II

#### Problema da OBMEP 2015 – 1ª fase – Nível 3 – questão 14

Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?



Fonte: Prova da OBMEP 2015, nível 3.

O objetivo dessa situação é levar o aluno/professor a perceber a existência de um padrão matemático para o aumento dos pontos para cada pentágono, sendo já informado que a vigésima figura pentagonal tem 651 pontos, ele precisará fazer uma relação ou criar um padrão a partir das informações apresentadas nas figuras. Para esse problema, são exigidos como conhecimentos prévios: Noções de padrão, Progressão Aritmética de segunda ordem, equação do 1º grau e expressões numéricas.

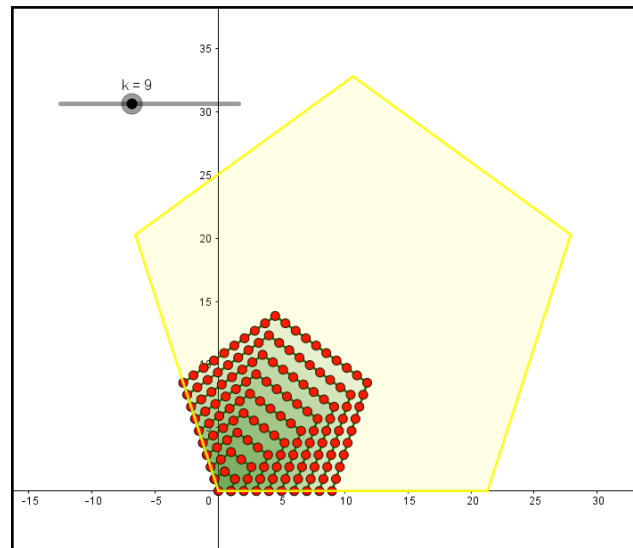
**Dialética da Ação** – Nessa etapa, os professores em formação poderão observar que a primeira figura possui 5 pontos, a segunda, 12 e a terceira, 22 pontos e começarão a buscar estabelecer

<sup>26</sup> Esse teorema foi retirado de Morgado, Wagner e Zani (2015, p. 3).

relações entre esses números, observando a diferença de pontos entre duas figuras consecutivas. Esperamos que eles percebam que o número de pontos das figuras pentagonais obedece a um padrão de crescimento.

Nesse momento, será disponibilizado um computador com a construção desse problema no *software* GeoGebra<sup>27</sup>, a qual será projetada através do Datashow, para que todos possam visualizar na lousa, tendo como intuito facilitar a compreensão e estimular a visualização da quantidade de pontos das figuras da sequência. Esperamos que os futuros professores utilizem esse recurso tecnológico para ampliarem suas estratégias. Veja, na Figura 11, essa construção.

Figura 11 - Construção no GeoGebra da SDO II.

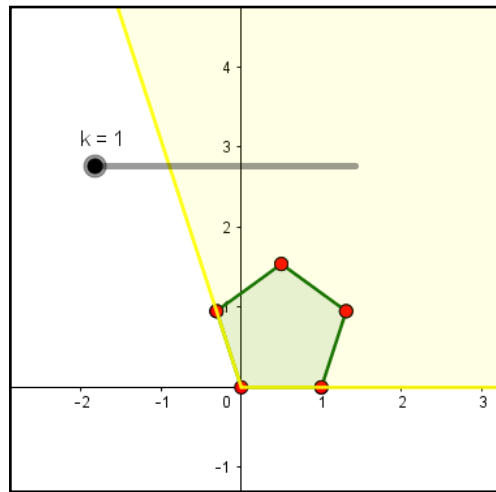


Fonte: Construção nossa.

A partir do movimento da ferramenta “controle deslizante”, que, para esse problema, nomeamos de “k”, o futuro professor poderá observar as alterações das figuras da sequência para  $k=1$ ,  $k=2$  e  $k=21$ , como apresentamos nas figuras 12, 13 e 14.

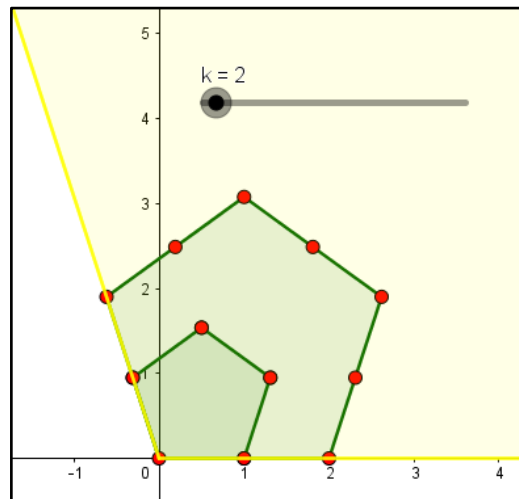
<sup>27</sup> O passo a passo dessa construção se encontra em Lima (2019, p. 67) ou, para acessar a construção, clique em: <https://www.geogebra.org/m/tqc7va87>.

Figura 12 - Construção para  $k=1$ .



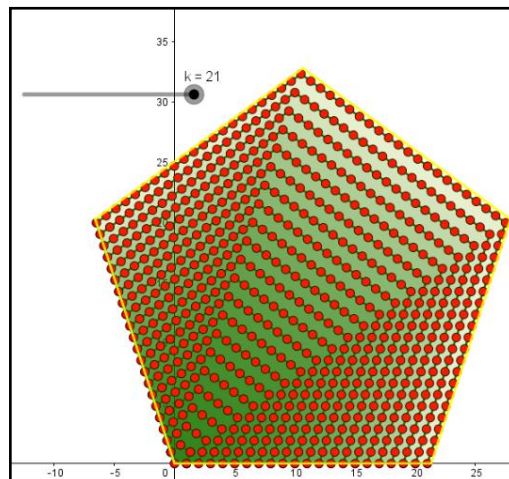
Fonte: Construção nossa.

Figura 13 - Construção para  $k=2$ .



Fonte: Construção nossa.

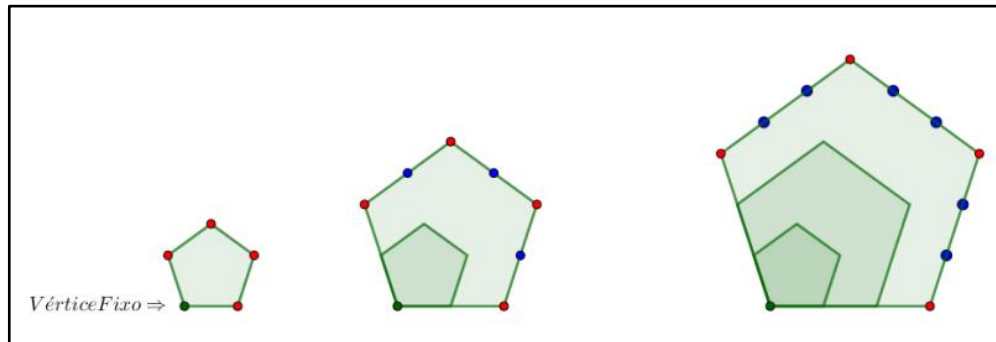
Figura 14 - Construção para  $k=21$ .



Fonte: Construção nossa.

Esperamos que os professores em formação possam perceber, a partir da manipulação do GeoGebra, que essa sequência de pentágonos está obedecendo a uma Progressão Aritmética de segunda ordem. Chegando a observar que, para a construção da segunda figura, foram acrescentados 4 pontos à primeira, que são os vértices da nova figura e 3 pontos nos lados opostos ao vértice fixo, como está representada na Figura 15.

Figura 15 - Representação do acréscimo de pontos entre figuras consecutivas.



Fonte: Lima (2019, p. 54)

Na figura 15, temos a representação construída por Lima (2019), que facilita a visualização das quantidades dos pontos das figuras através dos destaques das cores (vermelha e azul). A partir dessas cores, é possível observarmos que, para a construção da segunda figura, surge um novo pentágono, porém com um ponto em comum (vértice fixo) sempre com a primeira figura, surgem também 4 pontos (em vermelho) e 3 pontos nos lados opostos (em azul). Já em relação à segunda figura, a terceira figura não aumentou a quantidade de pontos vermelhos, mas aumentou 1 azul em cada lado. Esperamos que os professores em formação compreendam o padrão dos pontos e criem sua própria representação no decorrer da aula.

**Dialética da Formulação** – Nessa etapa, os futuros professores irão trocar informações do problema entre eles, buscando desenvolver ideias e estratégias de forma escrita ou oral sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático para solucioná-lo.

Nessas trocas de informações e com auxílio do GeoGebra, a pesquisadora deverá instigá-los, fazendo questionamentos referente à construção no GeoGebra. Além de estimulá-los a explorarem o *software* como forma de criar seu padrão.

O “n” representa a ordem da figura e  $F_n$  é a quantidade de pontos. Com base nessa informação, o futuro professor pode perceber o padrão gerado nas figuras e escrever a sequência a partir do seu entendimento. Na figura 16, apresentamos um possível modelo de representação da sequência, que pode ser pensando por um dos participantes da pesquisa.

Figura 16 - Número de pontos de cada figura de acordo com sua ordem.

| Ordem n | Figura na ordem n | Número de Pontos              |
|---------|-------------------|-------------------------------|
| 1       | $F_1$             | 5                             |
| 2       | $F_2$             | $5 + 4 + 3 \cdot 1 = 12$      |
| 3       | $F_3$             | $12 + 4 + 3 \cdot 2 = 22$     |
| ...     | ...               | ...                           |
| N       | $F_n$             | $F_{n-1} + 4 + 3 \cdot (n-1)$ |
| n + 1   | $F_{n+1}$         | $F_n + 4 + 3 \cdot n$         |

Fonte: Lima (2019, p. 55).

Com a compreensão do padrão, o futuro professor perceberá que serão  $4 + 3n$  novos pontos em cada figura. Podendo usar o GeoGebra para comprovar isso, pois ele pode ficar movimentando o controle deslizante e verificar se o modelo de crescimento obedece a esse padrão. Além de começar a estruturar uma possível solução para o problema.

**Dialética da Validação** – Nessa fase, desejamos que os professores em formação apresentem as estratégias utilizadas para resolver o problema, pois, para Almouloud (2007, p. 40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática (relativa à eficácia do texto)”.

Por isso, almejamos que comprovem a veracidade do modelo criado na etapa anterior fazendo uma exposição na lousa, como forma de validarmos o resultado encontrado. Sendo assim, esperamos que eles cheguem à seguinte conclusão:

Como a questão já informa que, na vigésima figura, existem 651 pontos, então, podemos aplicar no modelo matemático obtido na fase anterior. Logo, na vigésima primeira figura, a quantidade de pontos será:

$$F_{21} = F_{20} + 4 + 3 \cdot n$$

$$F_{21} = 651 + 4 + 3 \cdot 20$$

$$F_{21} = 651 + 64$$

$$F_{21} = 715$$

É possível que algum dos licenciandos apresente um novo modelo, ou seja, uma solução algébrica diferente, como também é possível que não compreenda o problema explicitado e não consiga chegar à solução correta ou, ainda, que surja apenas uma solução a partir do modelo computacional, ou seja, usando o GeoGebra.

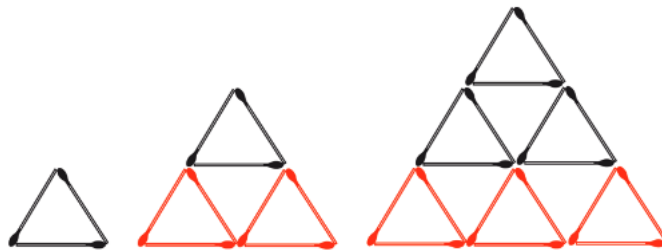
**Dialética da Institucionalização** – Nessa última fase, Almouloud (2007, p. 40) afirma que “o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”. Dessa maneira, a pesquisadora retoma o controle da formação e formaliza os conceitos matemáticos a partir das produções dos participantes, esclarecendo alguma dúvida ou acrescentando novos conhecimentos. Além de confrontar, se for necessário, o modelo matemático com o modelo computacional. A professora pesquisadora ordenará e organizará essas produções por meio da seguinte definição<sup>28</sup>:

**Uma progressão aritmética é uma sequência de números  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$  na qual é constante a diferença entre cada termo  $a_{n+1}$  e o seu antecedente  $a_n$ . Essa diferença constante é chamada de razão  $r$  é uma sequência  $(a_n)$  na qual  $a_{n+1} - a_n = r$ , para todo  $n$  natural.**

### 5.1.3 Situação Didática Olímpica III

Problema da OBMEP 2012 – 1ª fase – Níveis 2 e 3, questões respectivamente 9 e 2.

Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?



Fonte: Prova da OBMEP 2012, nível 2 e 3.

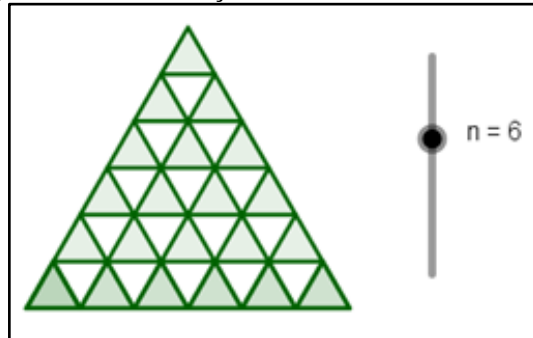
Essa situação tem por objetivo levar o futuro professor a mobilizar os conhecimentos adquiridos na situação anterior para o estudo de sequências numéricas, a encontrar o padrão agora proposto nesse novo problema, ou seja, ele precisa identificar a quantidade de palitos que formam o lado do triângulo que foi construído com 135 palitos. A situação possibilita a utilização de conhecimento prévio a respeito de sequências numéricas, soma dos “n” primeiros números naturais, progressão aritmética e equação do segundo grau.

<sup>28</sup> Essa definição foi retirada de Morgado, Wagner e Zani (2015, p. 1).

**Dialética da Ação** – Nessa primeira fase, acontece o momento de conhecimento do problema, ou seja, o sujeito deve resgatar seus conhecimentos sobre o assunto e se familiarizar com os dados, para, assim, iniciar sua tomada de decisões. Logo, esperamos que o futuro professor perceba através da análise das figuras, disponível no enunciado, que os triângulos são equiláteros e que existe um padrão na disposição em que estão organizados.

Nesse momento de ação, é possível que alguém já queira iniciar seus rascunhos, mas disponibilizaremos a construção desse problema no GeoGebra<sup>29</sup>, para que eles possam interagir e observar, de forma dinâmica, o padrão entre os triângulos da sequência. Pois, de acordo com Lima (2019), com o GeoGebra, o aluno ou o professor visualiza cada figura da sequência de forma mais dinâmica, possibilitando uma melhor compreensão do problema. Veja, na Figura 17, essa sequência de triângulos construídos no *software* GeoGebra.

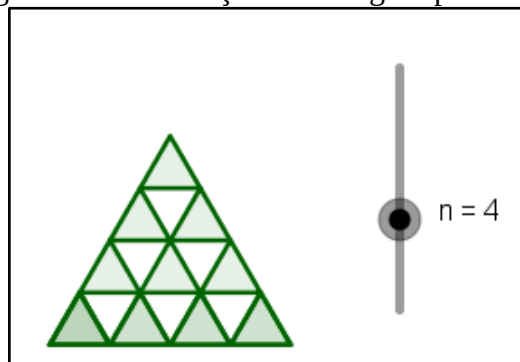
Figura 17 - Construção no GeoGebra da SDO III.



Fonte: Construção nossa.

Como na situação anterior, o futuro professor tem a opção de movimentar a ferramenta controle deslizante, para essa construção chamamos de “n”, e observar as alterações das figuras da sequência, como, por exemplo, para  $n = 4$  e  $n = 7$ , apresentados nas Figuras 18 e 19.

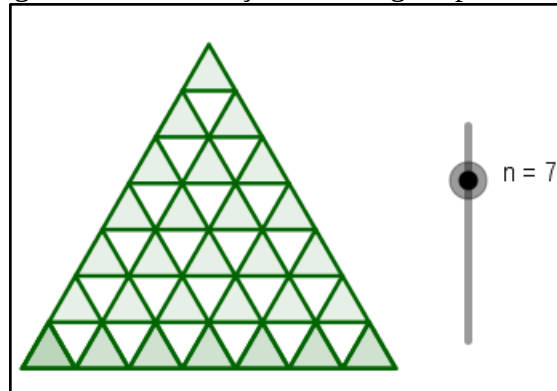
Figura 18 - Construção do triângulo para  $n = 4$ .



Fonte: Construção nossa.

<sup>29</sup> O passo a passo dessa construção se encontra em Lima (2019, p. 57) ou, para acessar a construção, clique em: <<https://www.geogebra.org/m/m7yeuxpr>>.

Figura 19 - Construção do triângulo para  $n = 7$ .



Fonte: Construção nossa.

Então, esperamos que os futuros professores possam perceber, a partir da manipulação do GeoGebra, que essa sequência de triângulos equiláteros está obedecendo a  $3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + 3 \cdot n$ . Ou seja, a quantidade de palitos será a soma dos palitos de cada triângulo da sequência, podendo ser escrito como  $3 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + n)$ .

**Dialética da Formulação** – Nesse momento, acontecerá a troca de informações (orais ou escritas) entre os participantes. Aqui, esperamos que eles discutam acerca da existência do padrão existente entre as figuras e suas ideias iniciais de como montar um modelo matemático para resolver o problema de forma ágil.

Ainda, com a ajuda da construção no GeoGebra, o futuro professor pode explorar a sequência dos triângulos variando o controle deslizante de  $n = 1$  até  $n = 9$ , assim, ele pode observar a quantidade de lados que constam em cada figura. Acreditamos que o participante, tendo a oportunidade de visualizar todas as sequências com a construção no *software*, poderá facilitar sua compreensão e despertar suas habilidades para resolver o problema.

Com isso, esperamos que o futuro professor observe que, a partir do triângulo na posição 2, são acrescentados  $n$  triângulos iguais ao primeiro na figura anterior. Na Figura 20, são apresentadas as informações que esperamos que observem, mas podem surgir outras estratégias pelos participantes.

Figura 20 - Número de palitos acrescentados à figura de acordo com sua ordem.

| Ordem da figura | Número de palitos acrescentados à figura anterior |
|-----------------|---------------------------------------------------|
| 2               | 3·2                                               |
| 3               | 3·3                                               |
| 4               | 3·4                                               |
| ...             | ...                                               |
| n               | 3·n                                               |

Fonte: Lima (2019, p. 67).

Portanto, esperamos que, ao observarem que existe um certo padrão de crescimento para cada triângulo, eles possam criar seu próprio modelo matemático para essa situação e que encontrem a quantidade de palitos de um lado do triângulo que foi construído com 135 palitos de fósforo, ou seja, partindo da ideia de que a quantidade de palitos será a soma dos palitos de cada triângulo da sequência, escrito como  $3 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + n)$ . Logo, os futuros professores poderão reconhecer que o padrão se refere à sequência numérica conhecida como Progressão Aritmética (PA). Sendo assim, a soma da PA é dada por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Dessa maneira, sabendo que a soma dos termos é multiplicada por 3 e que a quantidade total de palitos deve ser 135, esperamos que o professor em formação apresente uma solução nesse sentido:

$$135 = \frac{(1 + n) \cdot 3 \cdot n}{2}$$

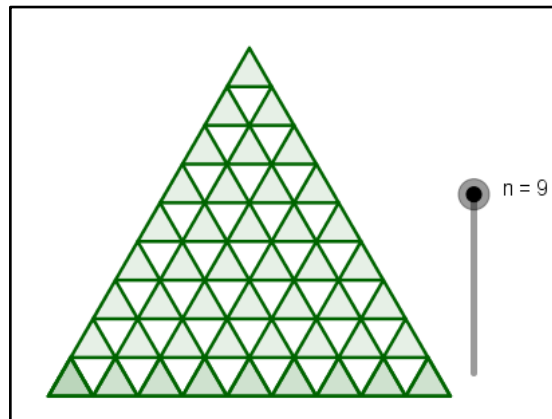
Resolvendo essa equação, encontramos a seguinte equação do segundo grau:

$$\begin{aligned} 3n^2 + 3n &= 270 \\ 3n^2 + 3n - 270 &= 0 \end{aligned}$$

E, ao calculá-la, encontramos as raízes:  $n = -10$  e  $n = 9$ . O futuro professor deverá argumentar que o número de lados não pode ser um número negativo, logo, a quantidade de palitos do lado do triângulo será igual a 9.

**Dialética da Validação** – Nessa fase, o futuro professor poderá confrontar os dados obtidos por ele com a construção no GeoGebra, como, por exemplo, para  $n = 9$  é possível comprovar que o lado do triângulo equilátero construído com 135 palitos tem 9 palitos nos seus lados. Veja, na figura 21, essa representação.

Figura 21 - Construção do triângulo para  $n = 9$ .



Fonte: Construção nossa.

Após essa demonstração de forma geométrica, ele poderá apresentar o modelo matemático para todos os presentes e validar sua estratégia de solução com todos. Sendo assim, Almouloud (2017, p. 40) diz: “uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, embora não tenha ainda o estatuto de saber social”. Mas essa estratégia pode ser aceita ou não pelos demais. Então, faz-se necessária a socialização de várias soluções, pois sabemos que podem surgir várias estratégias para resolver esse problema.

**Dialética da Institucionalização** – Nessa situação, a professora pesquisadora retoma o controle e faz um levantamento de todas as estratégias de soluções a partir das produções dos participantes. Por fim, ordenará e organizará essas produções por meio do seguinte teorema<sup>30</sup>:

**Teorema 1.2.** A soma dos  $n$  primeiros termos da progressão aritmética  $(a_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n, \dots)$  é igual a

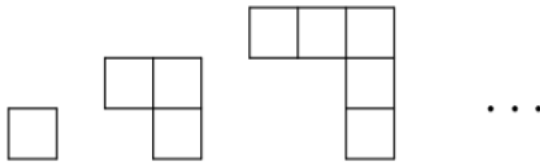
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

<sup>30</sup> Esse teorema foi retirado de Morgado, Wagner e Zani (2015, p. 5).

### 5.1.4 Situação Didática Olímpica IV

Problema Olímpico - Banco de Questões 2016 - Nível 1 - questão 16.

**Somando pecinhas** – Considere a seguinte sequência de pecinhas, em que a pecinha de número 1 é um quadradinho. Quantos quadradinhos formam a pecinha de número 50?



Fonte: Banco de Questão 2016.

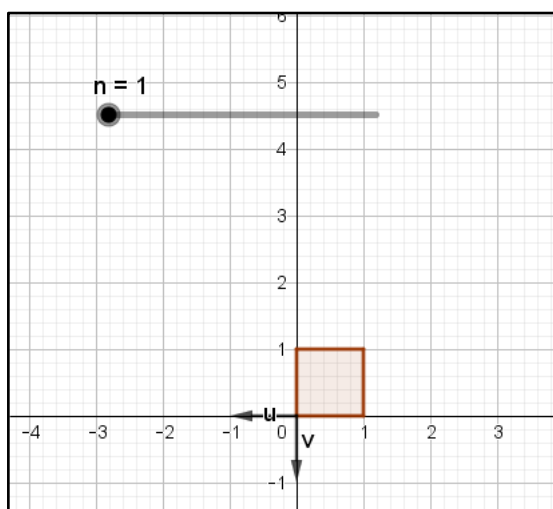
Essa situação tem por objetivo mobilizar os conhecimentos adquiridos na situação anterior para o estudo de sequências numéricas a encontrar o padrão proposto no problema, ou seja, ele precisa identificar a quantidade de quadradinhos que formam a peça de número 50. Além disso, construiremos, juntamente com os futuros docentes, a modelagem geométrica desse problema no aplicativo do GeoGebra do *smartphone*. A situação possibilita a utilização de conhecimento prévio a respeito de sequências numéricas e noção de padrão.

**Dialética da Ação** – Desejamos que os futuros docentes comecem a analisar a sequência para descobrir algum padrão entre as figuras, pois esse é o momento de pensar, agir e refletir sobre o problema. Nesse caso, esperamos que eles observem que, a cada figura da sequência, é aumentado um quadradinho à esquerda e um abaixo da figura anterior e que fundamentem essa observação com uma generalização matemática.

Após a construção da modelagem geométrica da sequência de quadradinhos no GeoGebra<sup>31</sup> (Figura 22), pediremos que os professores em formação analisem o padrão de crescimento das figuras da sequência a partir do movimento do controle deslizante como mostramos nas Figuras 23 e 24.

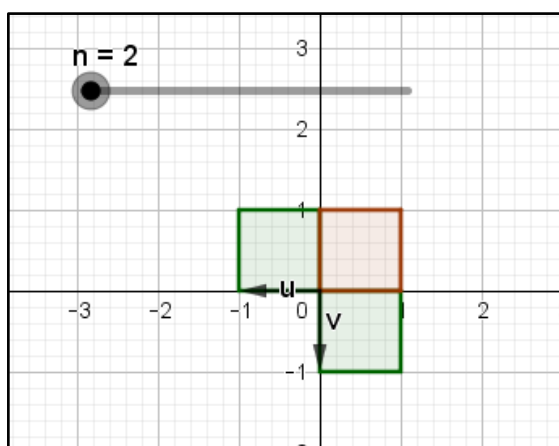
<sup>31</sup> O passo a passo dessa construção se encontra em Lima (2019, p. 97) ou, para acessar a construção, clique em: <<https://www.geogebra.org/m/vrravuhx>>.

Figura 22 - Modelagem geométrica do problema.



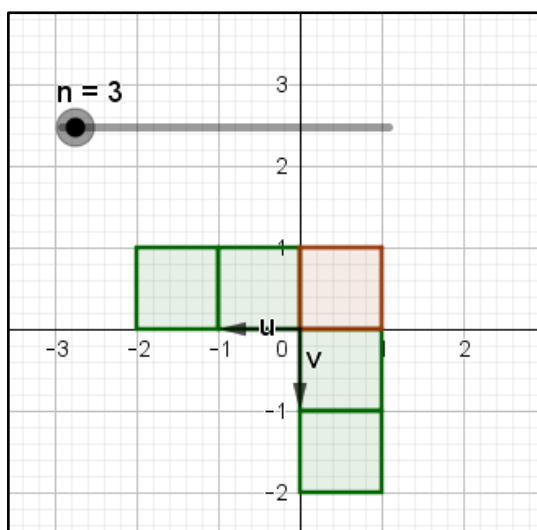
Fonte: Construção nossa.

Figura 23 - Construção da figura para  $n = 2$ .



Fonte: Construção nossa.

Figura 24 - Construção da figura para  $n = 3$ .

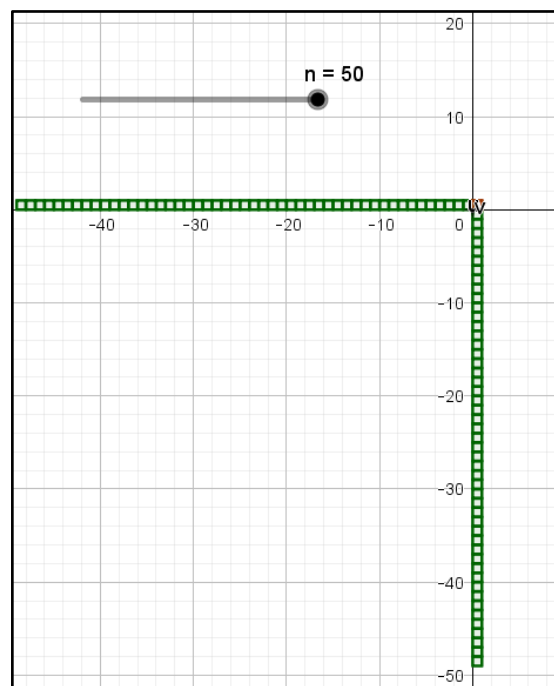


Fonte: Construção nossa.

**Dialética da Formulação** – Nesse momento, esperamos que aconteçam as trocas de informações (oral ou escrita) com os colegas e a interação com o problema no GeoGebra. O futuro docente deverá observar que, na primeira peça, existe apenas um quadradinho. Na segunda peça, são  $2 \cdot 2 - 1 = 3$  quadradinhos, ou seja, acrescentou um quadradinho à esquerda e um abaixo do primeiro quadrado da sequência (Figura 23); na terceira figura,  $2 \cdot 3 - 1 = 5$  quadradinhos, ou seja, dois quadradinhos à esquerda e dois abaixo (Figura 24) e deverá prever que, sendo assim, na  $n$ ésima figura, serão  $2 \cdot n - 1$  quadradinhos.

Então, o futuro professor poderá simular, no GeoGebra, a peça da posição 50 (Figura 25) e visualizar a quantidade de quadradinhos, porém fica muito “trabalhosa” a contagem dos quadradinhos, por isso, a importância do professor ou do aluno criar um modelo matemático para generalizar o padrão dessa sequência.

Figura 25 - Construção da figura para  $n = 50$ .



Fonte: Construção nossa.

Dessa forma, o futuro docente precisa desenvolver uma fórmula que represente esse padrão, para, assim, resolver o problema usando uma estratégia mais rápida e eficiente. Para que ele crie o modelo matemático, inicialmente, deverá perceber que o acréscimo de quadradinhos sempre é um múltiplo de 2 por estarem sendo acrescentados quadradinhos à esquerda e abaixo da figura anterior. É, nesse momento, segundo Almouloud (2007, p. 38), “que o aluno ou grupo de alunos explicita, por escrito ou oralmente, as ferramentas que utilizou e a solução encontrada”.

Então, esperamos que os futuros docentes concluam que a pecinha 50 terá  $2 \cdot 50 - 1$  quadradinhos, a partir da generalização dada por  $2n - 1$ .

**Dialética da Validação** – Nessa etapa, o futuro professor validará o modelo por ele criado. Essa mostra é para toda a turma ou colegas de formação, no nosso caso. Além disso, os colegas podem concordar com a solução apresentada ou pedir mais explicações ou, simplesmente, rejeitar o resultado, justificando sua discordância com uma nova proposta de solução. No entanto, como o público são professores, esperamos que surjam várias soluções para esse problema. Mas propomos como solução o seguinte modelo:

$$2n - 1$$

$$2 \cdot 50 - 1 = 99 \text{ quadradinhos}$$

Eles poderão voltar a manusear o *software* GeoGebra como forma de comprovar que o modelo matemático proposto serve para qualquer posição da figura, basta movimentar o controle deslizante e verificar na tela do celular as alterações sofridas nas peças, ou seja, o acréscimo de quadradinhos à esquerda e abaixo.

**Dialética da Institucionalização** – Nesse momento, a professora pesquisadora “fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber” (ALMOULOU, 2007, p. 40) a partir de todas as produções apresentadas no momento anterior e validadas pelos participantes. Com isso, a pesquisadora ordenará e organizará essas produções por meio da seguinte propriedade<sup>32</sup>.

**(P2) Determinar uma fórmula para a soma dos  $n$  primeiros números ímpares, isto é,**

$$S_i(n) := 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1.$$

Por fim, nesse momento, devemos tirar as possíveis dúvidas sobre o conteúdo matemático do problema e fazer reflexões sobre o uso de estratégias simples para os alunos da educação básica, além de discutir sobre o uso do *software* GeoGebra no *smartphone*, suas vantagens e desafios.

<sup>32</sup> Essa propriedade foi retirada de Oliveira e Fernández (2012, p. 207).

## 5.2 Experimentação

Nesta seção, apresentamos como aconteceu a aplicação, o uso do GeoGebra, as características do curso de licenciatura, a seleção dos participantes da pesquisa e como ocorreu a coleta de dados realizadas durante os encontros de formação.

Esta pesquisa está relacionada à utilização de problemas oriundos de olimpíadas na formação de futuros professores de Matemática. As formações aconteceram a partir das aplicações de situações didáticas com abordagens à resolução de Problemas Olímpicos (PO), usando as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas, como forma de organizar nossas sequências didáticas e a Didática Profissional, com o intuito de analisar a atividade dos professores em formação, mediante as SDP.

Para selecionar<sup>33</sup> o Problema Olímpico (situação didática), restringimos apenas àqueles que abordassem o tópico matemático escolhido de ‘Sequências Numéricas’, devido à sua abrangência em todos os níveis<sup>34</sup> da OBMEP e não se reter apenas em fórmulas, mas, sim, desenvolver a criatividade e o raciocínio no desenrolar da resolução dos problemas.

A partir das quatro situações propostas, acreditamos que os cinco participantes (alunos de licenciatura em Matemática) possuam conhecimentos prévios em noção de sequências numéricas, dando ênfase à Progressão Aritmética (PA) e à Progressão Geométrica (PG), sendo elas as mais conhecidas e exploradas na educação básica.

A pesquisa aconteceu durante quatro encontros, como pode ser visto no **Apêndice A**, cujo objetivo foi observar e analisar as ações dos professores, em formação inicial, ao resolverem problemas oriundos de olimpíadas de Matemática perante o tópico Sequências Numéricas, além de verificar a manifestação de seus conhecimentos pragmáticos, seus *insights* e as estratégias de resolução dos problemas, em prol de identificar e/ou desenvolver competências profissionais para o ensino voltado às olimpíadas de Matemática.

Os materiais necessários, para cada encontro, foram: lápis, papel, projetor multimídia, computador, celular e o *software* GeoGebra versão 6.0. O *software* GeoGebra foi utilizado em todos os encontros de formação, com o propósito de ajudar no processo de visualização das situações didáticas relacionadas às sequências numéricas. Antes de realizar o primeiro encontro, tivemos uma reunião com os participantes e aplicamos um questionário (**Apêndice B**) para obtermos informações sobre suas experiências em sala de aula e seus conhecimentos referentes

---

<sup>33</sup> Restringimo-nos apenas em problemas selecionados em bancos de questões e provas já aplicadas da OBMEP.

<sup>34</sup> São três níveis, que variam do sexto e sétimo ano do EF (Nível 1), oitavo e nono (Nível 2) e Ensino Médio (Nível 3).

ao *software* GeoGebra. Todos responderam que conheciam comandos básicos a partir de uma disciplina que cursaram no curso de Matemática. Nos três primeiros encontros (Situações: I, II e III), a pesquisadora levou a construção já pronta no GeoGebra, para, assim, os participantes apenas manusearem no computador, fazendo alterações, se necessário, e visualizando, de forma mais dinâmica, o problema. Para os demais encontros (Situação IV), a pesquisadora realizou as construções juntamente com os participantes, usando o *software* GeoGebra instalado no celular, devido à sua praticidade, além de oferecer a oportunidade de todos manusearem a construção e terem acesso à aprendizagem desse recurso didático digital, pois nenhum dos presentes tinha conhecimento ou usado o GeoGebra do celular como recurso para resolver problemas, principalmente, para construções de figuras que envolvessem sequências numéricas. O tempo de duração de cada situação didática foi de uma 1h30min. A organização e descrição dos encontros estão no Quadro 9.

Quadro 9 - Descrição dos encontros de formação.

| Encontros de formação | Descrição e conteúdo abordado na SDO                                                                                                                                                                                                | Nível do Problema Olímpico |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| I                     | O problema exige o conhecimento em sequências do padrão Progressão Aritmética (PA).                                                                                                                                                 | Nível 3                    |
| II                    | Nesta SDO, é preciso entender que os números de pontos de cada figura formam uma sequência chamada de números pentagonais.                                                                                                          | Nível 3                    |
| III                   | É exigida a seguinte interpretação: o triângulo que ocupa a posição $n$ na sequência é formado acrescentando $n$ triângulos iguais ao primeiro ao triângulo precedente. Depois a aplicação da fórmula da soma dos termos de uma PA. | Nível 2 e 3                |
| IV                    | Para esta SDO, é exigido apenas o conhecimento de padrão numérico.                                                                                                                                                                  | Nível 1                    |

Fonte: Elaboração nossa.

As Situações Didáticas Olímpicas foram apresentadas de maneira aleatória, devido ao assunto já ser de conhecimento dos professores em formação, conhecimentos esses adquiridos no período da educação básica e reforçado na disciplina de Matemática Elementar II, de acordo com a Matriz Curricular (**Anexo A**) do curso de Licenciatura em Matemática do IFCE, campus Fortaleza. Por isso, não sentimos a necessidade de uma explicação prévia, pois nossa intenção era levar os participantes a mobilizarem suas noções sobre o tópico Sequências Numéricas adquiridas no decorrer de sua formação profissional.

A coleta de dados aconteceu a partir de instrumentais como: registros fotográficos, gravação de áudios, produções escritas dos participantes, observações e entrevista.

Esta pesquisa tem a aprovação do Comitê de Ética, como pode ser visto no **Anexo B**.

### *5.2.1 Lócus da investigação e sujeitos da pesquisa*

A aplicação e a coleta de dados aconteceram durante os meses de abril e maio de 2019, no Laboratório de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, na cidade de Fortaleza, Brasil.

Procuramos vincular esse estudo a um grupo de alunos que estivessem em formação inicial e participando do programa da Residência Pedagógica, pois esse programa oferece a oportunidade de o aluno vivenciar a sala de aula no período da sua graduação. Com isso, este estudo pode contribuir na formação profissional a respeito da inclusão de Problemas Olímpicos na sua prática de ensino, ao mesmo tempo, no aperfeiçoamento do uso do *software* GeoGebra (no computador e celular) para resolver problemas. Além disso, contribui na visualização e modelização de problemas que abordam sequências numéricas.

Assim, os sujeitos, desta pesquisa, foram selecionados a partir de alguns critérios: ser aluno do curso de Licenciatura em Matemática, participar do programa da Residência Pedagógica e estar próximo de concluir o curso. Levando em consideração a voluntariedade e os que estavam mais próximo de concluir o curso de licenciatura, dos vinte e oito que estariam participando do programa durante o período de janeiro a junho de 2019, convidamos apenas os cinco, que estavam no semestre mais próximo para se formar, para participarem dos encontros de formação e tentar responder os objetivos levantados neste estudo, além de observar suas ações ao se depararem com situações complexas que possam surgir em sala de aula, seguindo um primórdio da Didática Profissional.

Os cinco participantes da pesquisa assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o qual esclarece a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios e garantia do anonimato, além das informações provenientes da análise dos dados poderem ser utilizadas pelos pesquisadores em publicações e/ou eventos científicos, como pode ser visto no **Anexo C**. Para garantir o anonimato dos participantes, denominamo-los de P1, P2, P3, P4 e P5. Eles tiveram acesso, para responder os problemas, aos seguintes itens: lápis, papel e calculadora do celular.

No Quadro 10, apresentamos algumas características de nossos participantes sobre o semestre que estão no curso de licenciatura, tempo de experiência em sala de aula e seus conhecimentos sobre o GeoGebra.

Quadro 10 - Características dos participantes da pesquisa.

| Professor | Gênero sexual | Semestre do curso | Experiência em sala de aula/tempo | Conhece o GeoGebra | Usou o GeoGebra para resolver problema |
|-----------|---------------|-------------------|-----------------------------------|--------------------|----------------------------------------|
| P1        | F             | 9º                | Sim, 1 ano                        | Sim                | Não                                    |
| P2        | M             | 8º                | Sim, 3 anos                       | Sim                | Sim                                    |
| P3        | M             | 7º                | Sim, 1 ano                        | Sim                | Não                                    |
| P4        | M             | 7º                | Sim, 8 meses                      | Sim                | Não                                    |
| P5        | M             | 7º                | Sim, 2 anos                       | Sim                | Sim                                    |

Fonte: Elaboração nossa.

A partir das informações do quadro, destacamos a presença de apenas uma mulher na formação, isso comprova que ainda existe um número muito maior de homens em cursos na área das exatas.

Como já foi informado, buscamos selecionar graduandos que já estivessem perto de concluir o curso de licenciatura em Matemática, por isso que nossos cinco selecionados estão em semestres mais avançados do curso, ou seja, próximos à formatura. Outro fator importante foi a experiência em sala de aula, visto que nossa intenção é que eles tragam suas visões a partir de suas realidades e possam adaptar essa experiência em resolver problemas em suas práticas de ensino. Por fim, analisamos que todos os participantes já conhecem o *software* Geogebra, mas que apenas dois já usaram para resolver problemas. Então, nosso objetivo é despertar o interesse de todos em utilizar esse recurso tecnológico para esse fim.

Ressaltamos que os professores em formação responderam às situações didáticas de forma individual, porém, teve momentos que compartilhavam suas ideias e estratégias com os demais colegas, seguindo a teoria de ensino proposta neste estudo.

Na sequência, apresentamos a quarta e última fase da Engenharia Didática, Análise a posteriori e validação, na qual trazemos os acontecimentos vivenciados com as aplicações obtidas a partir da TSD. Em seguida, serão apresentadas as observações mais relevantes coletadas com as aplicações das situações didáticas e do questionário de avaliação, com isso, fortalecendo a validação da pesquisa.

## 6 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

No presente capítulo, apresentamos a última fase da nossa metodologia de pesquisa. Ela se caracteriza na análise dos dados coletados na fase de experimentação e seu confronto é com a análise *a priori*, para que aconteça a validação interna dos objetivos propostos em cada situação didática.

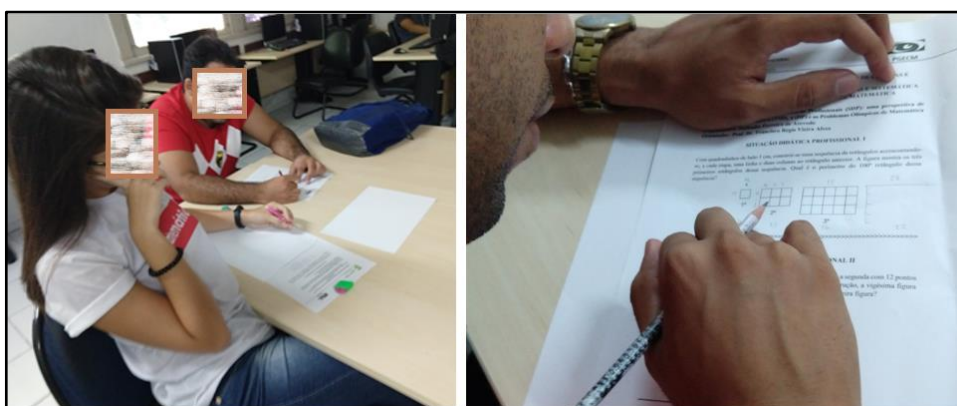
No decorrer do capítulo, explicamos o desenvolvimento do experimento e analisamos a sequência de atividade (quatro problemas de olimpíadas), segundo as fundamentações teóricas: Teoria das Situações Didáticas (TSD) e Didática Profissional (DP), para, assim, fazermos a validação das Situações Didáticas Profissionais (SDP), surgidas a partir da interação do professor em formação com seus conhecimentos pragmáticos e situações profissionais no contexto de problemas de olimpíadas de Matemática.

### 6.1 Análise *a posteriori* e validação da SDO I

Para resolver a SDO I, avisamos que os professores estavam limitados a usarem apenas assuntos da educação básica, focando em uma abordagem compreensível (didática) para o nível em que o problema está proposto, aqui, firmamos o contrato didático com os participantes da pesquisa e situamos o plano (i) professor – sala de aula, apresentado anteriormente, para analisar a competência do professor de Matemática a partir de situações de trabalho.

No início dessa situação didática olímpica, todos os sujeitos da pesquisa (professores em formação) leram o enunciado do problema e começaram a trabalhar, inicialmente, de forma individual (Figura 26), mas, após alguns minutos, começaram a trocar ideias entre si, realizando as dialéticas de ações e formulações para dar solução à situação como tínhamos previsto na análise *a priori*.

Figura 26 - Momento da ação da SDO I.



Fonte: Dados da pesquisa.

No momento da formulação, cabe a troca de informações orais ou escritas referentes ao objetivo do problema. Então, nesse momento, observamos os diálogos entre os alunos sobre o aumento de linha e coluna dos retângulos como foi previsto.

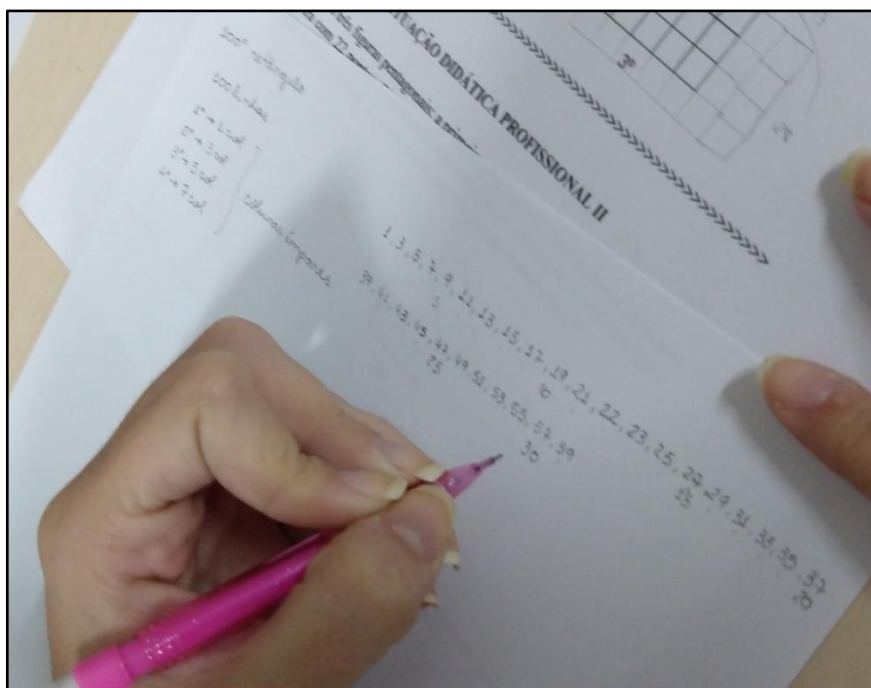
*P4: Linha sempre vai aumentar uma. Na primeira figura, tem uma coluna e uma linha. Concorda comigo? Na segunda, ele tem três colunas e duas linhas. Na terceira, cinco colunas e três linhas. Na quarta, ele vai ter dois elevado a três que dar que vai dar oito, então ele vai ter nove colunas, porque sempre tem uma base.*

*P1: Na quarta, vai ter sete colunas e quatro linhas ..., aí o problema pergunta: Qual o perímetro do 100º retângulo desta sequência? Na parte de cima, temos  $n+1$ , não,  $n+2$ , ...*

*P4: Eu errei, não vai ser potência.*

Em seguida, os futuros professores buscaram apresentar um modelo matemático para a solução. Nesse caso, recorreram à álgebra para padronizar uma fórmula (Figura 27), ao mesmo tempo, continuavam verbalizando suas estratégias e possíveis formas de solução. Aqui, observamos a troca de informação dos conhecimentos epistêmicos e pragmáticos entre os futuros professores, ao mesmo tempo, analisamos o aparecimento da transposição profissional.

Figura 27 - Desenvolvendo um padrão para a sequência.

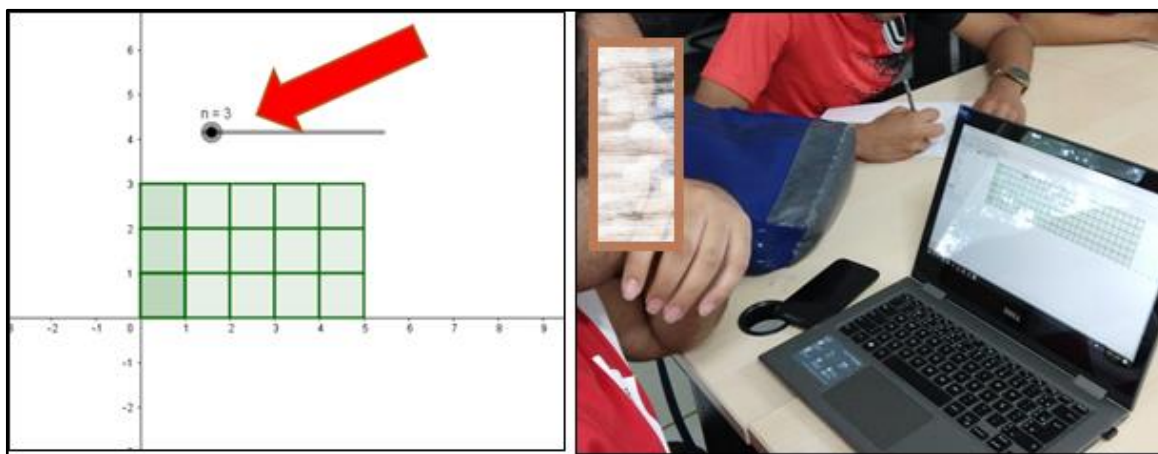


Fonte: Dados da pesquisa.

Após esse momento de troca de informações com os colegas e tentativas de estabelecer um padrão para resolver o problema, o *software* GeoGebra foi utilizado como auxílio na

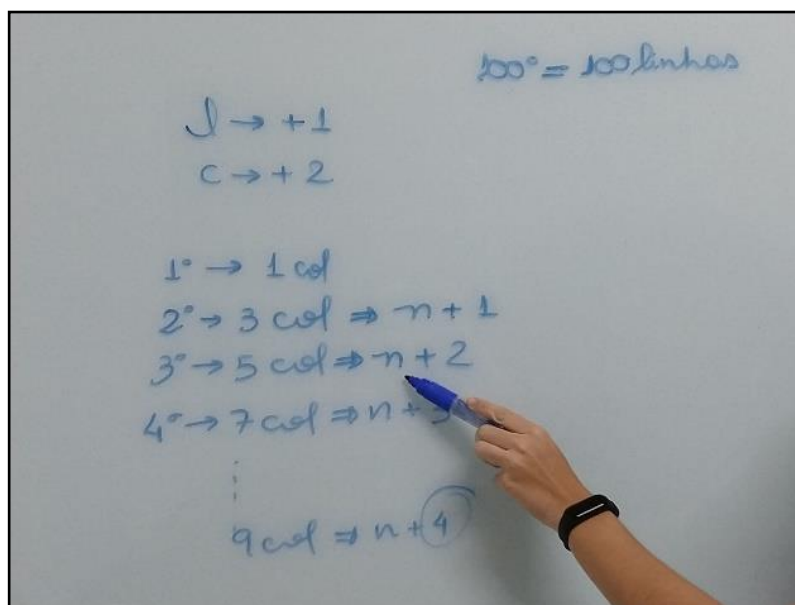
visualização do padrão de crescimento dos quadradinhos, como é pedido no problema. Com a construção no GeoGebra, eles observaram o aumento de quadradinhos na linha e na coluna dos retângulos (Figura 28) ao moverem a ferramenta controle deslizante. Em seguida, iniciaram a criação de um modelo matemático que representava aquela sequência (Figura 29).

Figura 28 - Explorando a construção no GeoGebra.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 29 - Desenvolvendo um modelo matemático para o problema.



Fonte: Dados da pesquisa.

Lembramos que a construção no GeoGebra já foi apresentada pronta, sendo assim, os futuros professores movimentaram a ferramenta ‘controle deslizante’ para observarem as mudanças na construção (aumento e/ou redução) dos quadradinhos dos retângulos, a partir da alteração do valor  $n$ . Com isso, o retângulo apresentava alterações, automaticamente, no valor

de seu perímetro quando o  $n$  era modificado, ocasionando um dinamismo no problema e proporcionando uma melhor interação entre o sujeito e o problema.

Na sequência, analisamos, com mais detalhes, as ações e estratégias de soluções encontradas pelos participantes (P1 e P3) e seus respectivos desenvolvimentos profissionais ao lidarem com essa situação nova, ou seja, resolver um problema de olimpíada. Seleccionamos os participantes P1 e P3, visto que realizaram outras ações que não tínhamos previsto na análise *a priori*.

O participante P1, na fase de formulação, apresenta-nos sua solução (Figura 30) registrada no ambiente lápis e papel. Averiguamos que esse professor realizou primeiro a organização das linhas e colunas, para, assim, identificar as quantidades de cada uma delas ou padronizar um modelo matemático da sequência.

Figura 30 - Solução encontrada pelo participante P1.

100 linhas

1<sup>o</sup> → 1 col  
 $n+1$  2<sup>o</sup> → 3 col  
 $n+2$  3<sup>o</sup> → 5 col  
 $n+3$  4<sup>o</sup> → 7 col  
 $n+4$  5<sup>o</sup> → 9 col

colunas ímpares

100 →  $n + 99$   
 199 col  
 100 linhas

100  
 + 100  
 + 199  
 + 199  
 ———  
 598 cm

progressões aritméticas, sequências numéricas

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da figura, percebemos que o participante P1 relacionou que a 100<sup>a</sup> figura teria a mesma quantidade de linhas da figura do 100<sup>o</sup> retângulo da sequência. Já as colunas foram calculadas por:  $n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4 \dots$ , identificando que o número de colunas sempre será um valor ímpar, fazendo uma relação com assuntos que envolvem a sequência numérica do tipo Progressão Aritmética. Tal fato não havia sido pressuposto na nossa análise *a priori*. Depois dessa descoberta, ele encontrou que o número de colunas é igual a 199.

Então, encerrou calculando o perímetro do 100<sup>o</sup> retângulo da sequência, isto é, fazendo apenas uma soma básica das quantidades de quadradinhos dos quatro lados do retângulo, ficando:  $100 + 100 + 199 + 199 = 598 \text{ cm}$ .

No momento da validação, esse professor expôs, para todos os presentes, seu pensamento estratégico e suas dificuldades no decorrer do processo de solução, sendo essas

dificuldades relacionadas à falta de habilidade em resolver problemas de olimpíadas, pois, de acordo com o participante P1, no curso de licenciatura em Matemática dele, não tem disciplinas ou momentos voltados para a resolução de problemas de olimpíadas. Nesse instante, percebemos um vestígio do obstáculo profissional que ele poderá vivenciar no ambiente de trabalho.

Na Figura 31, visualizamos o esboço da solução do participante P1 a partir da generalização do número de colunas da 100ª figura, nesse caso, sendo:  $n + 99$ .

Figura 31 - Momento de validação do participante P1.

Handwritten mathematical work on a whiteboard:

$$100 = 100 \text{ linhas}$$

$$100 = n + 99$$

$$100 + 99$$

$$199 \text{ col}$$

$$2 \cdot 100 + 2 \cdot 199 = 598$$

On the left side, a list of expressions is written:

$$\Rightarrow n+1$$

$$\Rightarrow n+2$$

$$\Rightarrow n+3$$

$$\Rightarrow n+4$$

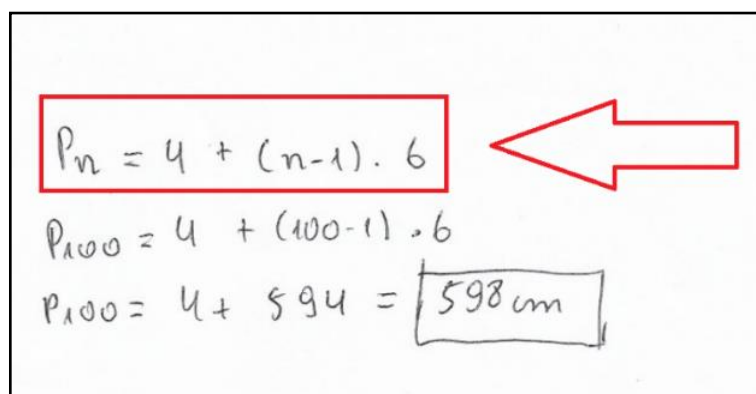
The expression  $n+4$  is circled.

Fonte: Dados da pesquisa.

A interação das fases da ação, formulação e validação (situação adidática), para o professor P1, mobilizou seus conhecimentos (epistêmico) sobre o assunto, ao mesmo tempo, ele, na posição de professor em formação, criou e/ou despertou estratégias de solução (conhecimentos pragmáticos) que pudessem ser usadas em sala de aula, contribuindo, assim, com a formação desse professor quando estiver no ambiente profissional, seguindo a proposta da DP.

Já o participante P3 realizou ações diferentes, visto que conseguiu generalizar um padrão matemático que, ao aplicar um certo valor  $n$ , seja possível encontrar diretamente o perímetro do retângulo que deseja, conforme a Figura 32. Nesse caso, verificamos claramente a manifestação dos conhecimentos epistêmicos desse futuro professor, pois, nesse momento, ele busca manifestar a matemática do saber.

Figura 32 - Padrão matemático identificado pelo participante P3.



$$P_n = 4 + (n-1) \cdot 6$$

$$P_{100} = 4 + (100-1) \cdot 6$$

$$P_{100} = 4 + 594 = 598 \text{ cm}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

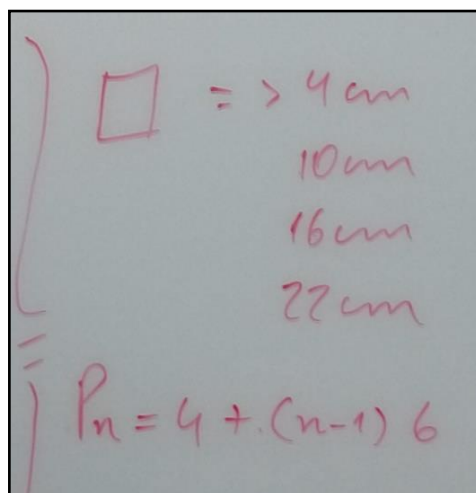
Observemos que, na representação algébrica para esse problema, a descoberta do modelo matemático, criando uma fórmula específica para calcular diretamente o valor do perímetro, é própria do participante P3. Sendo assim, identificamos que esse professor já tem uma certa habilidade nos assuntos matemáticos da educação básica ao resolver problemas de olimpíadas ou até tenha mais experiência em sala de aula com esses tipos de situações.

Ao questionarmos sobre a descoberta o participante P3, perguntamos sobre sua experiência em resolver problemas. Ele respondeu que auxilia um grupo de preparação para as olimpíadas de Matemática na instituição em que estuda<sup>35</sup>, além disso, afirmou que gosta de resolver problemas provocantes e desafiadores (devolução). Com isso, percebemos a diferença do professor que já trabalha com resolução de problemas de olimpíadas e as habilidades que são desenvolvidas no decorrer do processo de formação, pois, quanto mais resolve problemas, mais se aprende matemática.

Continuando a análise das ações do participante P3, na Figura 33, é exposto como ele apresentou seu conhecimento epistêmico e pragmático durante a dialética da validação, ou seja, como ele explorou seu conhecimento teórico e prático sobre o assunto, para, dessa maneira, desenvolver uma estratégia de solução do problema de forma didática e compreensível a todos.

<sup>35</sup> O IFCE oferece cursos em diferentes modalidades, o grupo de preparação de olimpíadas que o P3 se refere é formado por alunos do Ensino Médio.

Figura 33 - Estratégia de solução realizada pelo participante P3.



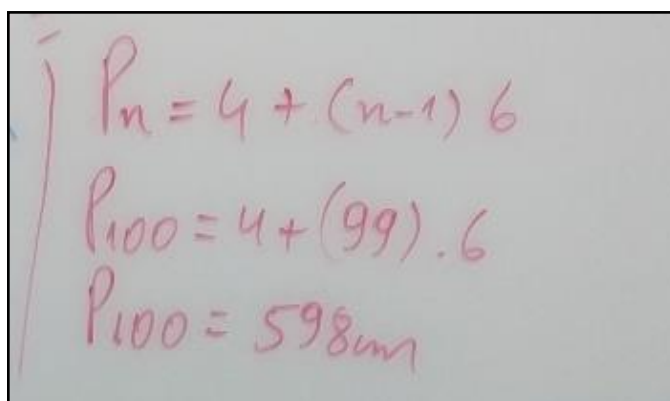
Fonte: Dados da pesquisa.

A partir do relato, em áudio, coletado no ambiente de aplicação, o participante P3 afirmou que resolveu esse problema fazendo observações nas figuras do problema. Ele disse:

*P3: Eu observei que no primeiro quadradinho como mede 1 cm de lado, então tem 4 cm de perímetro, pro segundo com seis quadradinhos, seriam 10 cm. Pro terceiro seria 16 cm, aí fui fazer o desenho do quarto só para ter certeza e cheguei a 22 cm, aí com essa observação eu cheguei a essa fórmula que seria o perímetro da primeira figura, que seria o termo inicial, mais  $n - 1$  vezes 6.*

O que foi relatado, anteriormente, dá-nos suporte na compreensão do raciocínio desenvolvido pelo futuro professor e de como ele trabalha com suas habilidades profissionais já adquiridas, mesmo com o curto tempo de experiência. Na Figura 34, trazemos a solução realizada por esse participante no momento da sua exposição/validação na lousa e deixando clara a sua resposta para os demais colegas que, ainda, apresentavam dúvida na definição da forma generalizada.

Figura 34 - Validação realizada pelo participante P3.



Fonte: Dados da pesquisa.

Assim, afirmamos que o objetivo dessa situação foi atingido, já que os participantes conseguiram resolver o problema e apresentaram diferentes estratégias de solução, enriquecendo mais ainda o ambiente de formação e preparação desses futuros professores para a sala de aula. Referente ao processo de utilização do GeoGebra como recurso didático, os participantes afirmaram que ele contribuiu na visualização de um número maior da sequência, mas que não foi fundamental para solucionar esse problema. Porém, afirmaram que, para um grupo de alunos da educação básica, esse recurso pode ser de fundamental importância no momento da solução e validação.

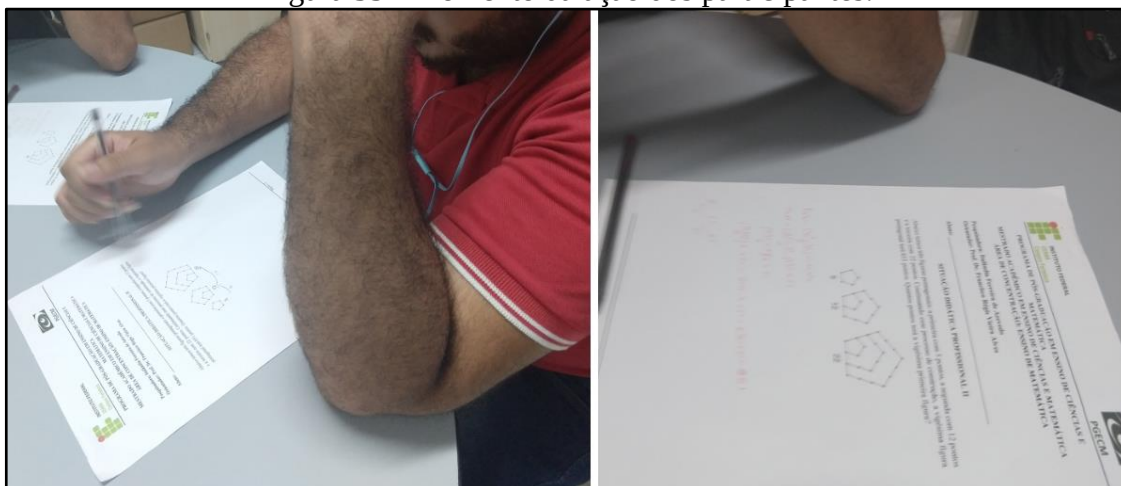
Na institucionalização, a pesquisadora fez um levantamento de todas as estratégias de solução apresentada naquele único problema, discutindo as variáveis didáticas e obstáculos que surgiram no decorrer da resolução. Além disso, questionou a importância de os professores em formação valorizarem todos os caminhos diferentes que seus alunos encontrarão nas suas respostas, pois, quando eles estiverem em sala de aula, poderão deparar-se com situações desse tipo.

## 6.2 Análise *a posteriori* e validação da SDO II

De maneira semelhante à SDO I, todos os participantes iniciaram de forma individual e depois discutiram em grupo, trocaram ideias, expuseram seus conhecimentos prévios já declarados na análise *a priori* e realizaram as ações, formulações e validações para solucionar a situação, como tínhamos pressuposto na análise *a priori*.

Sendo mais específica, no primeiro momento, os participantes leram o problema e iniciaram a tentativa de identificar uma relação entre os números, observando a diferença de pontos entre as figuras e tentando estabelecer um padrão, veja na Figura 35.

Figura 35 - Momento da ação dos participantes.



Fonte: Dados da pesquisa.

No momento da formulação, cabe a troca de informações orais ou escritas referentes ao objetivo do problema. Então, nesse momento, observamos os diálogos entre os participantes sobre o padrão de crescimento dos pontos dos pentágonos.

*P1: Isso está parecendo uma PA..... vou tentar encontrar a razão. Qual é a fórmula?*

*P3: Ahh entendi.... Olha, espera aí deixa eu ver se dar certo. Olha, eu sabia:  $3-1=2$ ,  $2 \times 3 = 6$ ,  $6+7=13$ ....  $5-1=4$ ,  $4 \times 3=12$ , ....*

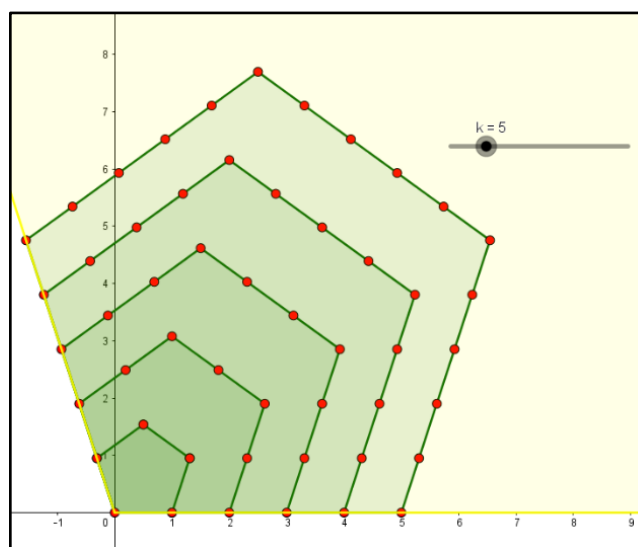
*P1: Ahh é outra estratégia, mas vou fazer a minha por tentativa mesmo.....vou escrever toda a sequência.*

*P3: Mas vai dar muito trabalho....*

*P5: Eu percebi que o próximo é sempre a soma do primeira mais o aumento que tem (Esse aumento se refere a razão)... do 5 para 12 aumenta 7, 12 para 22 aumenta 10, então vai ser sempre 5 mais 7 vai dar 12,  $5+7+10$  é 22....*

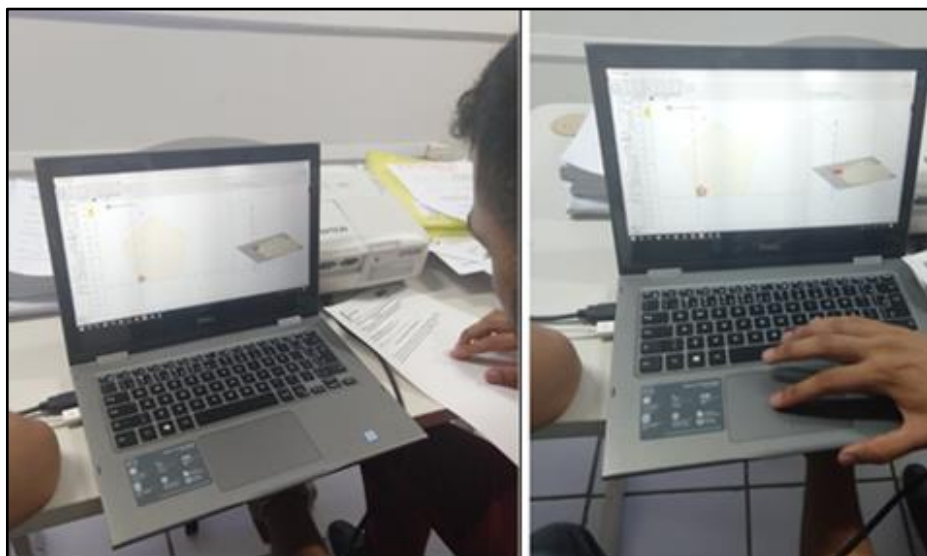
Ainda, nesse momento, os participantes foram orientados a utilizarem a construção dessa sequência no *software* Geogebra (Figura 36). Eles manipularam a construção no Geogebra (Figura 37) a partir da ferramenta ‘controle deslizante’ (k). Veja que, na figura abaixo, o k está na posição 5, representando, assim, todos os pontos que abrangem o pentágono da quinta posição da sequência. Portanto, os futuros professores tiveram a oportunidade de visualizar o dinamismo da construção, uma vez que, ao movimentarem o controle deslizante, que varia de  $k=1$  até  $k=21$ , visualizaram os outros pentágonos dessa sequência e, para alguns participantes, a percepção do padrão de crescimento dos pontos das figuras pentagonais, como já havíamos previsto na análise *a priori*.

Figura 36 - Construção no GeoGebra da SDO II.



Fonte: Dados da pesquisa.

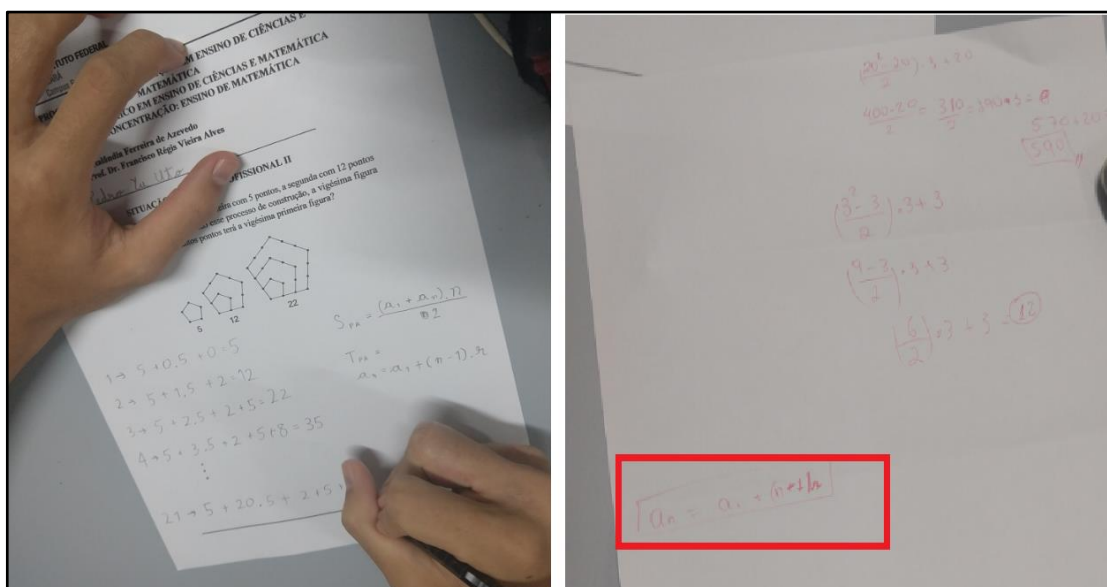
Figura 37 - Explorando a construção no GeoGebra.



Fonte: Dados da pesquisa.

Essa construção foi proposta com a finalidade de possibilitar uma melhor compreensão dos elementos matemáticos envolvidos no problema olímpico (PO) e na visualização das demais figuras pentagonais. Logo, atingimos esse resultado, pois, a partir dessa manipulação, os participantes iniciaram o momento da formulação, ou seja, iniciaram a troca de informações (orais e escritas) entre eles; começaram a anotar suas conjecturas sobre o problema, com intuito de encontrar um modelo matemático (Figura 38) para solucionar o problema, algo também já previsto. Aqui, deparamo-nos com as noções de devolução e contrato didático e profissional, por estarem motivados a resolverem o problema e aceitarem o contrato didático manifestado na situação.

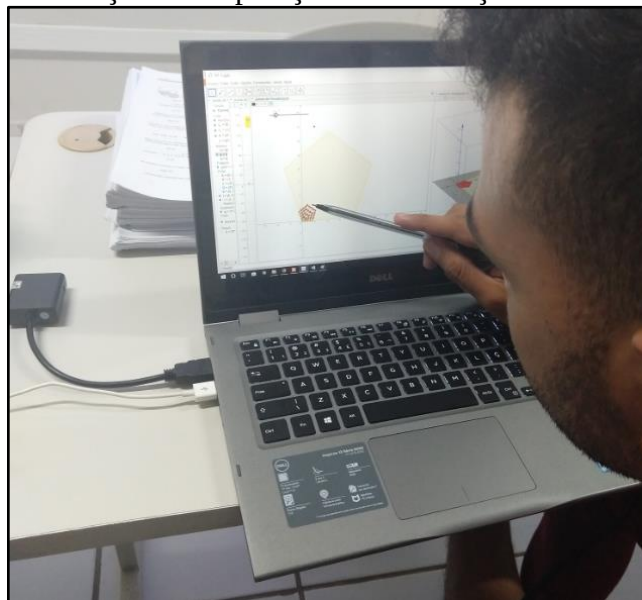
Figura 38 - Estruturando um modelo matemático.



Fonte: Dados da pesquisa.

Logo, em seguida, voltaram para a construção no GeoGebra (Figura 39) e realizaram novas observações e manipulações, mas, dessa vez, para comparar sua forma algébrica com a construção geométrica. Nesse momento, observamos a manifestação dos conhecimentos epistêmicos alinhadas às tecnologias voltadas para o ensino de Matemática.

Figura 39 - Observação e comparação da construção e modelo matemático.

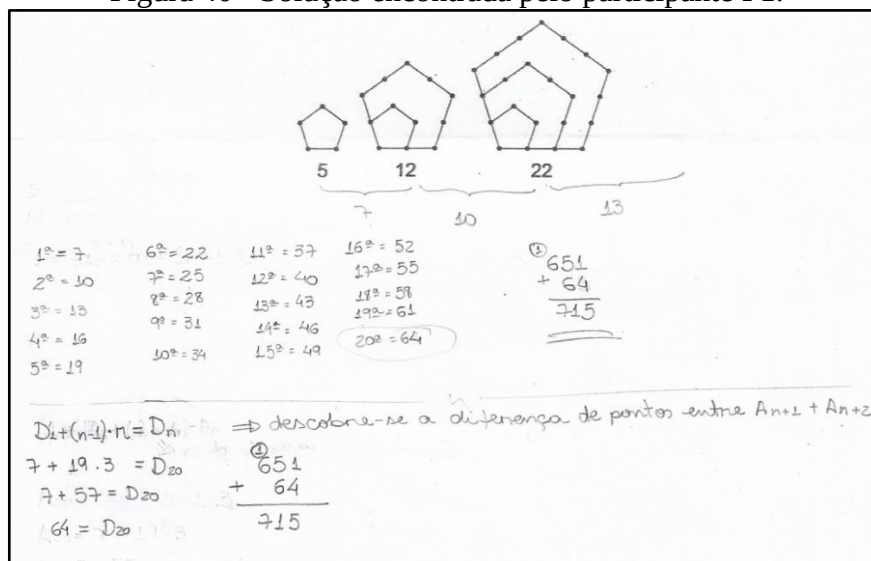


Fonte: Dados da pesquisa.

A seguir, examinamos, com mais detalhe, as ações de três participantes (P1, P2 e P4), visto que realizaram outras ações que não tínhamos pressuposto na análise *a priori*.

O participante P1, na fase de formulação, apresenta-nos sua solução registrada no ambiente lápis e papel (Figura 40). Ao analisarmos seu registro manuscrito, percebemos que respondeu ao problema de duas formas diferentes, como visualizamos na figura abaixo.

Figura 40 - Solução encontrada pelo participante P1.



Fonte: Dados da pesquisa.

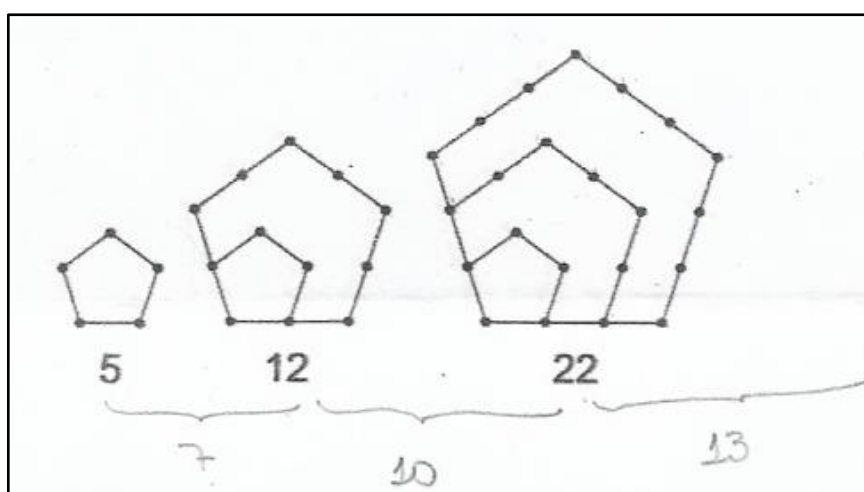
Na primeira proposta de solução, ele não estruturou nenhum modelo matemático para “facilitar” ou “agilizar” as contas, isto é, observamos que o participante P1 respondeu à SDO II escrevendo todas as sequências numéricas dos pentágonos até a vigésima figura, encontrando, assim, 64 pontos. Em seguida, somou-o com os 651 pontos já informados no enunciado do problema, chegando ao resultado de 715 pontos referentes à vigésima primeira figura pentagonal.

Já, na segunda proposta de solução, apresentou o seguinte modelo matemático, que se assemelha com a fórmula do termo geral da PA:

$$D_1 + (n - 1) \cdot r = D_n$$

Sendo  $D_1$  o valor referente à diferença dos pontos da primeira figura com a segunda, ou seja,  $12 - 5 = 7$  (primeiro termo da PA);  $r$  é a razão e vale 3, pois foi observado, pelo participante P1, que a sequência cresce 3 pontos de uma figura para outra. Então,  $10 - 7 = 3$ , assim como  $13 - 10 = 3$ , veja na Figura 41.

Figura 41 - Sequência e razão encontrada pelo participante P1.

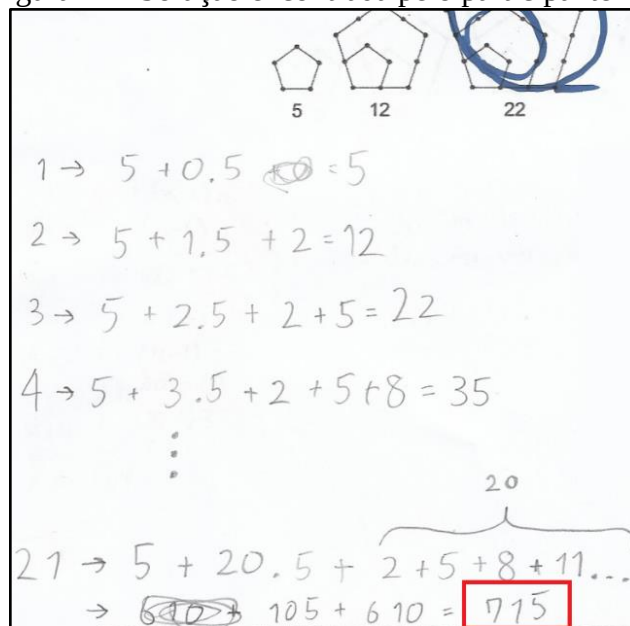


Fonte: Dados da pesquisa.

Com isso, substituiu os valores no seu modelo matemático e encontrou  $D_{20} = 64$ . Por fim, somou esse valor com 651 pontos que resultou em 715 pontos. Esse participante, no momento da validação, não quis expor sua solução na lousa, realizou apenas de forma oral para os demais colegas, os quais julgaram sua solução como válida e interessante para esse problema.

Ao analisarmos a solução do participante P2 (Figura 42), percebemos que sua estratégia de solução segue um raciocínio completamente diferente da apresentada pelo P1, veja abaixo.

Figura 42 - Solução encontrada pelo participante P2.

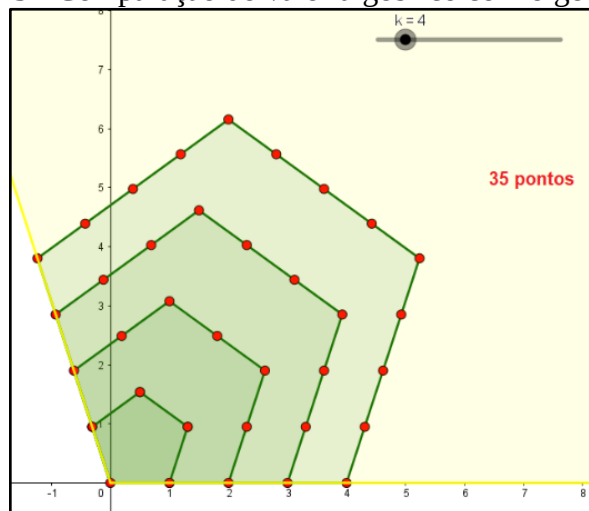


Fonte: Dados da pesquisa.

O participante P2 organizou um modelo matemático a partir da observação de crescimento dos pontos, criando, assim, uma expressão para cada figura da sequência. Observe, na Figura 42, que ele nomeia cada linha por 1, 2, 3, 4, ..., 21, sendo essa linha uma expressão para cada figura do pentágono, que renomeamos por *Fig 1*, *Fig 2*, *Fig 3*, *Fig 4*, ..., *Fig 21*. Relatamos que, quando ele escreveu a expressão da *Fig 4* na sua folha, chegou ao resultado de 35 pontos.

Em seguida, voltou a utilizar e manusear a construção no Geogebra para relacionar com sua descoberta. Ele moveu o controle deslizante para  $k = 4$  (Figura 43) e contou os pontos (em vermelho) do pentágono que se formou, chegando, assim, ao mesmo valor de seu manuscrito, 35 pontos.

Figura 43 - Comparação do valor algébrico com o geométrico.



Fonte: Dados da pesquisa.

Então, o P2 concluiu que seu modelo generalizado estava correto, seguindo agora para a aplicação final, ou seja, fazer os cálculos para a *Fig 21* e encontrar a quantidade de pontos.

Para compreender a expressão da *Fig 21* da sequência, era necessário entender que a soma de  $2 + 5 + 8 + 11 + \dots$  formava uma nova PA e que a soma desses termos dava 610 pontos. Para resolver essa soma, primeiro foi necessário calcular o valor do último termo da PA, ou seja, quando  $n = 20$ , sendo assim, temos:

$$A_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$A_{20} = 2 + (20 - 1) \cdot 3$$

$$A_{20} = 59$$

Em seguida, aplica na fórmula da soma dos termos de uma PA:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(2 + 59) \cdot 20}{2} = 610$$

Por fim, aplica no seu modelo matemático:

$$F_{21} = 5 + 20 \cdot 5 + 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 20$$

$$F_{21} = 5 + 20 \cdot 5 + 610$$

$$F_{21} = 715 \text{ pontos}$$

A partir da transcrição do áudio coletado na formação, temos a explicação da estratégia de solução desse participante no momento da validação.

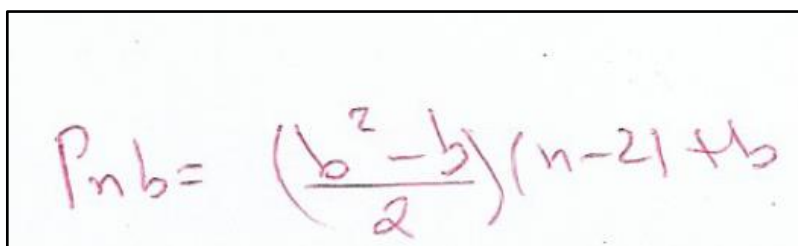
*Você pode ver que em todas as sequências (linhas), eu coloquei os cinco antes. Esse cinco representa os pontos que estão na ponta de cada pentágono, que como é sempre um pentágono, sempre vai ter cinco pontos. Depois eu somo com o número de pontos que tem cada lado. No caso da primeira figura, como não tem nenhum ponto nos lados eu coloquei zero vezes cinco. Já a partir do segundo pentágono, ... como no segundo eu tenho um ponto e são cinco lados, fica um vezes cinco. Aí no terceiro lado, são dois pontos, cinco lados, fica dois vezes cinco.... Aí essa soma que eu coloquei é para representar os pontos que estão dentro da figura, pois ao invés de colocar o número total de pontos, eu fui colocando separado, por exemplo, na segunda figura, eu tenho 2 pontos dentro da figura, então eu coloquei mais dois. Na terceira, eu tenho 7, mas ao invés de colocar sete, eu coloquei  $2 + 5$ . Na quarta, no lugar de colocar 15, eu coloquei  $2 + 5 + 8$ , para justamente poder formar essa PA.*

Um fato, que nos chamou atenção nessa solução, foi o participante não usar um recurso dado no enunciado do problema, ou seja, foi informado que, na vigésima figura pentagonal, teria 651 pontos e esse participante optou em desenvolver uma expressão que não utilizava essa informação, esse foi um fato que não tínhamos pressuposto na análise a priori e que consideramos relevante no desenvolvimento do professor de Matemática, pois, aqui, ele explorou seus conhecimentos epistêmicos e pragmáticos para modelar sua solução.

O nosso próximo participante, P4, apresenta uma solução inovadora e fascinante, porém, foi considerada por ele uma solução não didática, por ter usado habilidades que vão além dos assuntos ensinados na educação básica. Nesse caso, esse futuro professor afirma que, em sala de aula, no ensino básico, precisaria adaptar essa solução para os alunos, visto que eles não teriam os pré-requisitos para compreender sua estratégia. Essa consciência de adaptação do problema, por parte desse participante, leva-nos a compreender que ele apresenta uma característica de um profissional experiente, pois já consegue visualizar situações de atividades próprias de um professor ao se deparar com certas atividades de trabalho, além disso, identificamos a noção de transposição didática e profissional.

O participante P4, no momento da ação e formulação, realizou vários rabiscos, escreveu e interagiu com os demais colegas até estruturar o seu modelo generalizado (Figura 44) para solucionar o PO. Ele não usou o recurso tecnológico (construção no Geogebra) para ampliar sua visualização ou compreensão da sequência. Acreditamos que seja pelo fato de ele optar por usar apenas seus conhecimentos epistêmicos sobre o assunto, restringindo-se ao resultado algébrico e deixando de lado a exploração do conhecimento geométrico com amparo do recurso digital.

Figura 44 - Modelo generalizado pelo participante P4.



The image shows a handwritten mathematical formula in red ink on a white background. The formula is  $P_{nb} = \left( \frac{b^2 - b}{2} \right) (n - 2) + b$ . The handwriting is somewhat informal, with the fraction  $\frac{b^2 - b}{2}$  written as  $(\frac{b^2 - b}{2})$  and the final term as  $+b$ .

Fonte: Dados da pesquisa.

Esse professor em formação justificou que conseguiu pensar nesse modelo matemático por estar estudando várias sequências numéricas (Sequência de Fibonacci, Sequência de Pell, Sequência de Lucas, entre outras) para escrever seu trabalho de conclusão de curso e, por isso, foi “fácil”, de acordo com ele, criar a generalização para essa sequência numérica.

Continuando a análise das ações do participante P4, na Figura 45, é exposto como ele apresentou seu conhecimento epistêmico durante a dialética da validação, ou seja, como ele explorou seu conhecimento teórico sobre o assunto e tentou fazer uma transposição didática a partir da sua explicação oral, após apresentar a solução para todos os presentes.

Figura 45 - Solução proposta pelo P4.

The figure consists of two side-by-side photographs of a whiteboard. The left photograph shows a person's hand writing on the board. The right photograph shows the same calculations with the final result '715' circled in red and a red arrow pointing to it.

$$Pnb = \left(\frac{b^2 - b}{2}\right)(n-2) + b$$

$$P_{s22} = \left(\frac{22^2 - 22}{2}\right) \cdot 3 + 22$$

$$P_{s22} = \left(\frac{484 - 22}{2}\right) \cdot 3 + 22$$

$$3 \cdot \frac{462}{2} + 22$$

$$3 \cdot 231 + 22 =$$

$$= 693 + 22 =$$

$$= 715$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que, a partir da forma generalizada pelo participante P4, a resposta do problema foi encontrada em poucas linhas. Além disso, ele não fez uso de propriedades da Progressão Aritmética como o P1 e o P2; construiu algo completamente diferente das demais soluções e que não estava previsto na análise *a priori* esse tipo de estratégia.

A partir do relato em áudio coletado no ambiente de aplicação, o participante P4 afirmou que resolveu esse problema fazendo uso de conhecimentos adquiridos em estudos sobre sequências numéricas. Ele disse:

*Como eu já estou estudando esses tipos de sequência, ... eu já sabia o seguinte: (Ele escreve o modelo matemático na lousa, veja Figura 28). O que isso aqui diz: Se eu tenho um número poligonal de n lados e a base dele é b, por exemplo, nosso caso queremos saber o número pentagonal, então n é cinco, e eu quero o vigésimo primeiro só que na ponta o vigésimo primeira na verdade é como fosse o vigésimo segundo, por que a sequência já começa do cinco e nessa fórmula começa sempre do um. Então nesse caso aqui, eu tinha que calcular isso (Ele substituiu os valores no modelo matemático e encontrou 715 pontos).*

Nesse momento, a pesquisadora perguntou ao P4 se aquele modelo generalizado teria um nome específico, então, ele disse que é uma fórmula para calcular um número poligonal de um número em geral.

Visto que todos os participantes conseguiram encontrar 715 pontos na vigésima primeira figura pentagonal, afirmamos que o objetivo dessa situação foi atingido. Além disso, eles apresentaram outras habilidades de compreensão sobre o assunto e conseguiram resolver o problema apresentando diferentes estratégias de solução, enriquecendo o ambiente de formação e preparação desses futuros professores para a sala de aula.

Referente ao processo de utilização do GeoGebra como recurso didático, os professores afirmaram que, para esse problema, ele foi fundamental na visualização e compreensão do padrão da sequência.

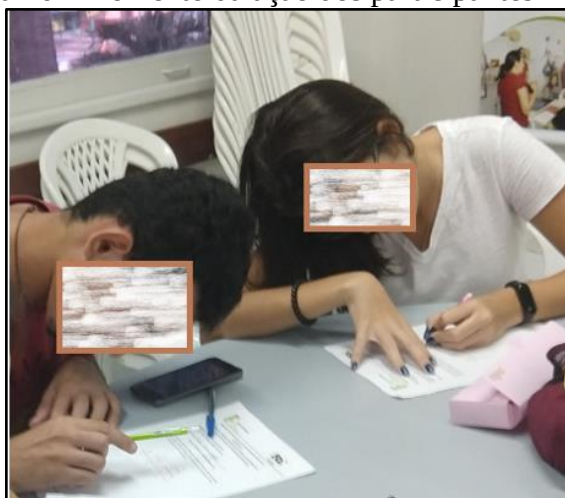
Na institucionalização, a pesquisadora fez um levantamento de todas as estratégias de solução apresentadas naquele único problema e parabenizou pela diversidade de soluções que surgiram. Em seguida, fez uma reflexão sobre as soluções mais compreensíveis e que podem ser usadas com alunos que não se enquadram no nível de competidores de olimpíadas. A reflexão teve como intuito fazer com que eles compreendam a importância de relacionar os conhecimentos epistêmicos e pragmáticos, modelando esses conhecimentos até atingir uma linguagem que possa ser entendida por todos na aula de Matemática.

### **6.3 Análise *a posteriori* e validação da SDO III**

De maneira semelhante à situação anterior, os cinco participantes leram o enunciado do problema, trocaram ideias e formularam suas estratégias de solução, como havíamos previsto na análise *a priori*.

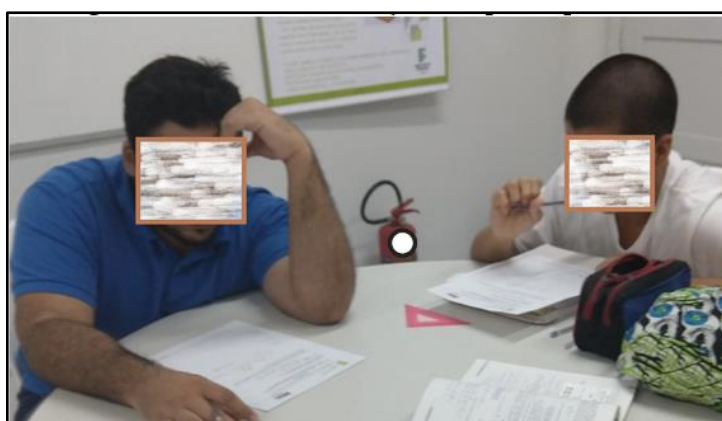
Nas figuras 46 e 47, temos os futuros professores no primeiro contato com a SDO III. Inicialmente, eles se limitaram ao uso de papel e lápis, assim, tentaram mobilizar os raciocínios matemáticos provenientes da leitura e da identificação de elementos matemáticos presentes na situação-problema.

Figura 46 - Momento da ação dos participantes P1 e P2.



Fonte: Dados da pesquisa.

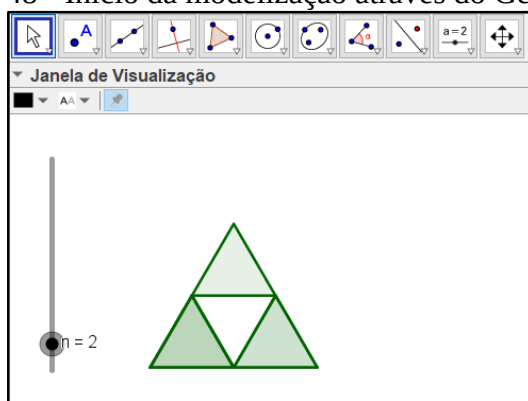
Figura 47 - Momento da ação dos participantes P4 e P5.



Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda, nesse momento de ação, a pesquisadora buscou estimular o uso da construção representada no *software* GeoGebra (Figura 48), em prol de despertar o raciocínio e criatividade do modelo matemático a partir da visualização da sequência numérica.

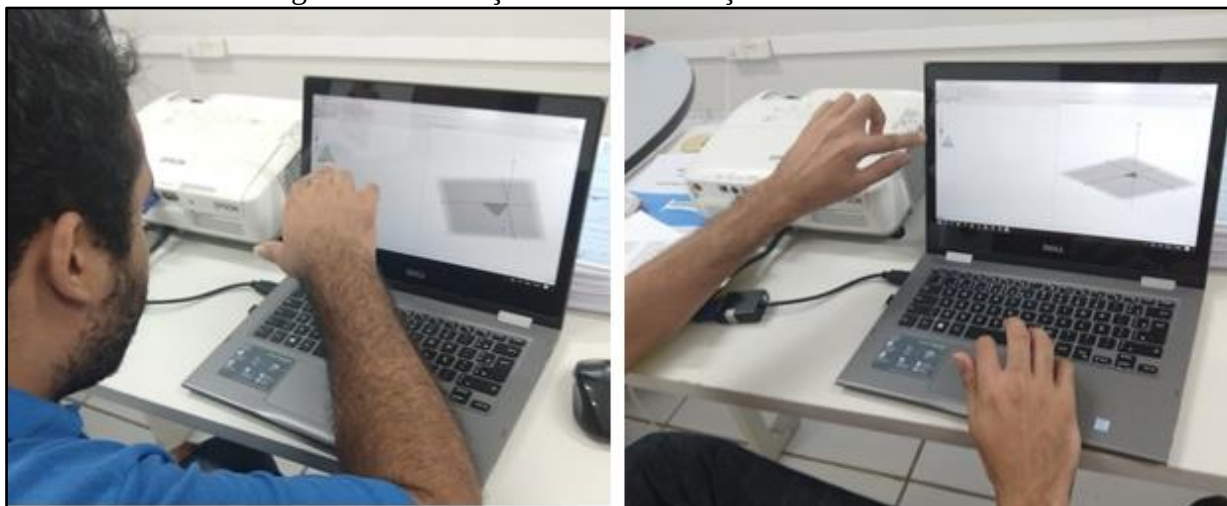
Figura 48 - Início da modelização através do GeoGebra.



Fonte: Construção da autora.

Veja, na Figura 49, os participantes manipulando a construção com finalidade de identificar o padrão da sequência e construir um modelo conjectural que possibilite a compreensão dos elementos matemáticos, como tínhamos previsto na análise *a priori*.

Figura 49 - Interação com a construção no GeoGebra.



Fonte: Dados da pesquisa.

Expomos, a seguir, os discursos coletados na dialética da ação quando manipulavam o *software* e buscavam compreender o comportamento do padrão de crescimento dos triângulos das figuras.

*P3: Estou vendo que a partir que a gente movimenta o controle deslizante, aumenta os palitos.*

*P4: Esta figura está sendo construída a partir da translação dos triângulos. Eu quero tentar visualizar a razão de crescimento.*

*P5: Estou percebendo essa variação, mas ainda não estou conseguindo representar de forma algébrica.*

Os professores em formação realizaram as simulações através da modelização da SDO III, explicitaram alguns questionamentos; observaram que, sendo uma construção dinâmica, tinham a oportunidade de variar o controle deslizante e visualizar a sequência dos triângulos, tornando, desse modo, didática e compreensível a interpretação do problema. Assim, ao movimentar o controle deslizante, os participantes visualizavam o crescimento dos palitos nos lados do triângulo e construíam suas conjecturas a respeito da padronização da sequência.

No momento da formulação, observamos a troca de informações orais e/ou escritas referentes ao objetivo do problema. Então, nesse momento, averiguamos os diálogos entre os alunos sobre o crescimento dos palitos em cada lado dos triângulos.

*P1: Ahh entendi... a sequência segue a partir dos múltiplos de 3. Pois eu estava pensando que seria o 3 exponencialmente, mas não é.*

*P3: Ehh é mesmo, múltiplos de 3.*

P4: Mas temos que pensar de uma maneira de explicar isso para os alunos da educação básica.

P1: Eu acho que é... a1 vezes n mais a razão....

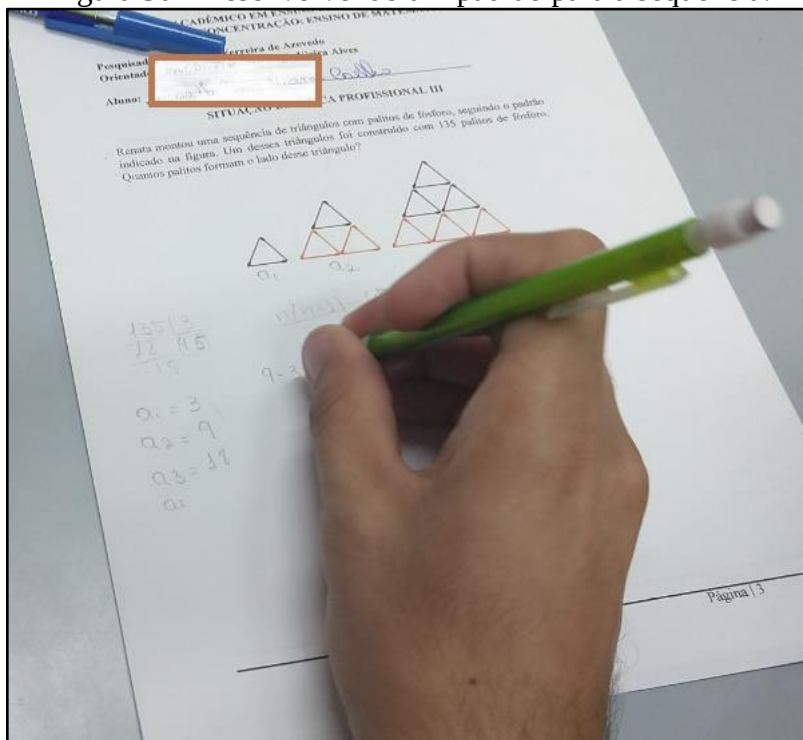
P4: Eu sei que deve ter alguma potência. Eu acho que é alguma coisa elevado a alguma coisa, vamos pensar mais...

P3: Eu estou tentando generalizar isso para uma quantidade qualquer de palitos.

P4: Nossa, encontrei uma equação do segundo grau... e vocês?

Em seguida, buscaram estruturar um modelo matemático a partir do padrão observado, nesse caso, recorreram à álgebra para padronizar uma fórmula (Figura 50), ao mesmo tempo, continuavam verbalizando suas estratégias e possíveis formas de solução. Aqui, cabe a troca de conhecimento epistêmico, pois os participantes almejam encontrar um saber matemático para definir uma fórmula para calcular essa sequência de forma mais ágil.

Figura 50 - Desenvolvendo um padrão para a sequência.



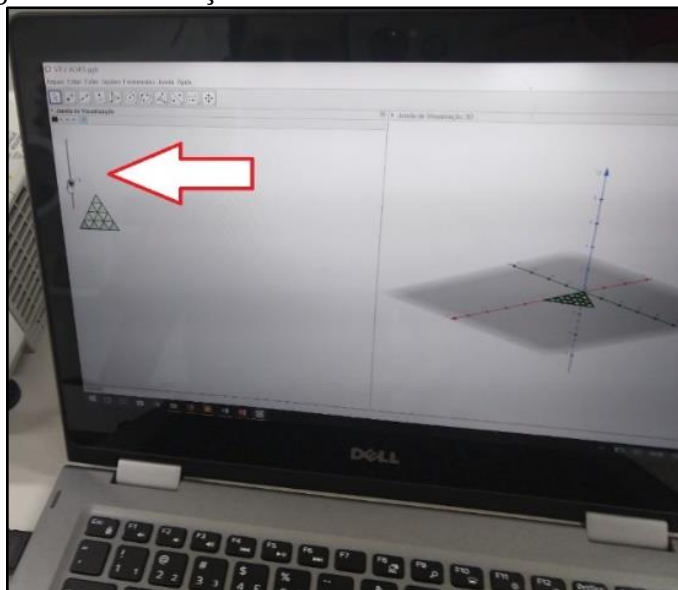
Fonte: Dados da pesquisa.

Após algumas formulações escritas no papel e já com algo parecido com um modelo matemático, um participante voltou a manusear a construção no GeoGebra para comparar sua parte algébrica com a geométrica. Com isso, ele focou em observar as alterações que aconteciam no triângulo a partir do movimento do controle deslizante (Figura 51).

Nesse momento, observando essa comparação (algébrica para geométrica), percebemos eles refletindo a melhor maneira de ser apresentada para o aluno da educação básica. Logo, situamos, aqui, o plano (i) professor-sala de aula, gerado a partir do binômio:

professor-estudante, pois, de acordo com Alves e Catarino (2019), envolve o conjunto de situações profissionais que podem ser modeladas e antecipadas pelo professor.

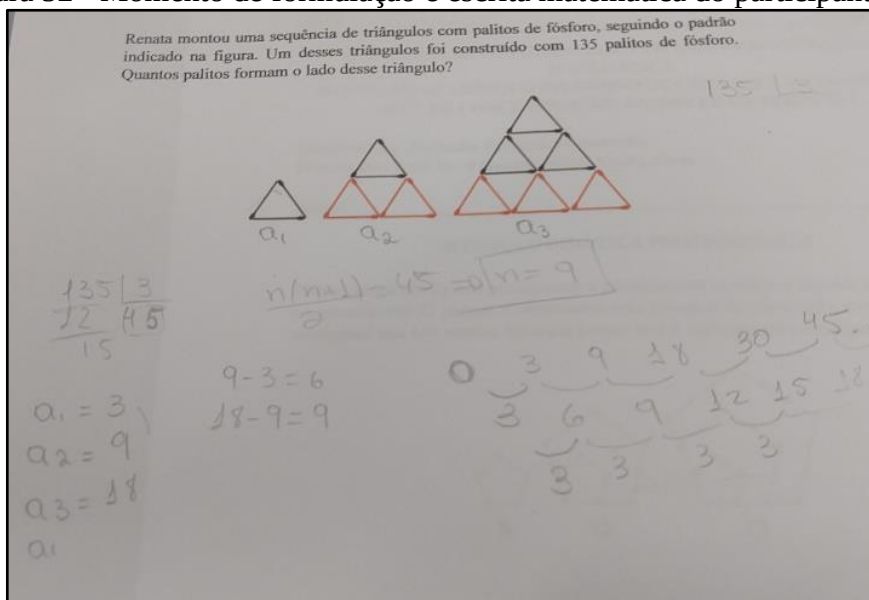
Figura 51 - Utilização do controle deslizante na construção.



Fonte: Dados da pesquisa.

Sendo assim, observou que, para  $n \geq 2$ , aumentava  $n$  triângulos iguais ao primeiro, ao triângulo precedente, conforme antecipamos na análise *a priori*. Após essa visualização, ele continuou a escrita matemática, conforme mostra a Figura 52.

Figura 52 - Momento de formulação e escrita matemática do participante P4.



Fonte: Dados da pesquisa.

Na validação, os participantes (P2 e P4) apresentaram suas soluções parecidas com a que tínhamos previsto, ou seja, usando recursos que abrangem conceitos de Progressão Aritmética e equação do segundo grau, como mostra a Figura 53.

Figura 53 - Validação da SDO III.

$$\begin{array}{cccccc}
 1 & 3 & 6 & 10 & 15 & 21 \\
 & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\
 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6
 \end{array}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 45$$

$$n^2 + n = 90$$

$$n^2 + n - 90 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot (-1) \cdot (-90)$$

$$\Delta = 3600$$

$$\sqrt{\Delta} = 60$$

$$n = \frac{-1 \pm 60}{2}$$

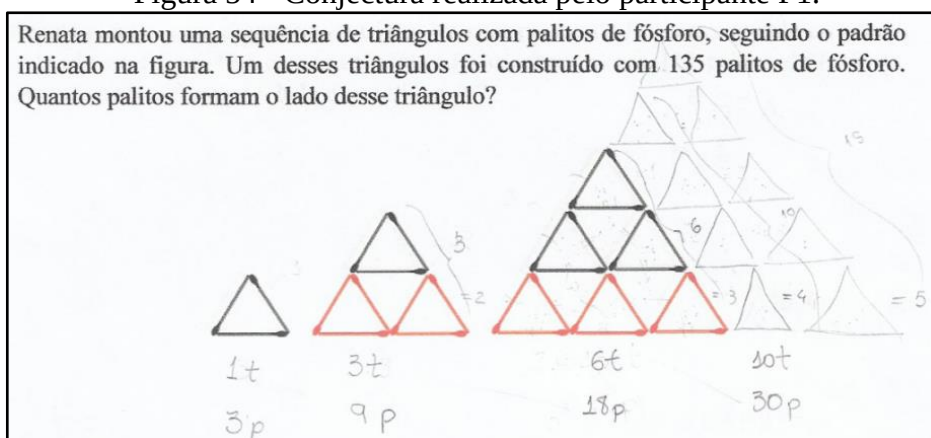
$$n = \frac{59}{2} \Rightarrow n = 9$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na sequência, analisaremos, com mais detalhe, as ações e estratégias de soluções encontradas pelos participantes (P1, P3 e P5) e seus respectivos desenvolvimentos profissionais ao resolverem o problema. Selecionamos esses participantes, visto que realizaram outras ações que não tínhamos previsto na análise *a priori*.

O participante P1, na fase de formulação, desenha, no ambiente lápis e papel (Figura 54), a complementação dos triângulos para representar a próxima figura da sequência. Isso significa que, para esse participante, o recurso digital não foi tão útil para aquele problema ou o recurso digital pode ter gerado um obstáculo, ou seja, como o futuro docente não tem o hábito de utilizar o GeoGebra, esse software pode proporcionar uma resistência contrária na construção do saber, cabendo, no entanto, a forma tradicional, que seria desenhar.

Figura 54 - Conjectura realizada pelo participante P1.



Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, o participante P1 escreveu sua observação sobre o número de triângulos em cada figura da sequência, ou seja, representou 1t para a primeira, pois só tem um triângulo; 3t para a segunda figura, contendo três triângulos; 6t para a terceira, que, no caso, tem seis

triângulos; e, por fim, completou o desenho para representar a quarta figura e verificou que ela contém dez triângulos internos. Além disso, logo abaixo dessa informação, o participante P1 especificou os números de palitos para cada triângulo, em que temos:

- 3p - 3 palitos para o primeiro triângulo;
- 9p - 9 palitos para o segundo triângulo;
- 18p - 18 palitos para o terceiro triângulo;
- 30p - 30 palitos para o quarto triângulo.

Sendo assim, ficou claro que o participante P1 identificou o padrão de crescimento para as figuras dos triângulos e números de palitos. Além disso, ele justificou seu raciocínio de forma aritmética, conforme mostra a Figura 55.

Figura 55 - Estratégia de solução do participante P1.

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. At the top, there is a division problem:  $135 \div 3 = 45$ , with the result labeled "45 triângulos". Below this, there is a list of sums of natural numbers, starting from 1 and going up to 9. The sums are:  $1 = 1$ ,  $1 + 2 = 3$ ,  $1 + 2 + 3 = 6$ ,  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ ,  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ ,  $+ 6 = 21$ ,  $+ 7 = 28$ ,  $+ 8 = 36$ , and  $+ 9 = 45$ . The final result, 45, is underlined.

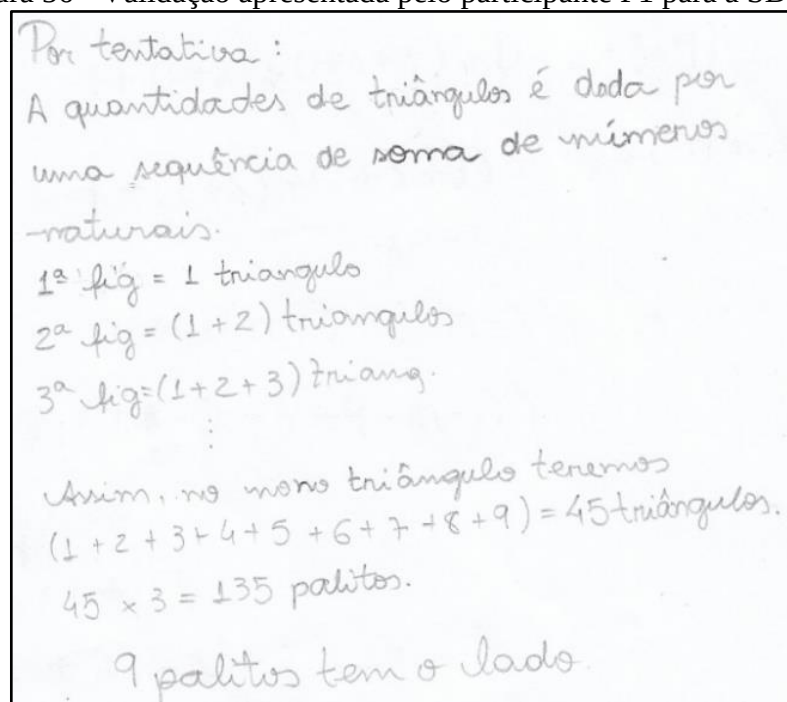
Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que esse futuro professor calculou, inicialmente, as quantidades de triângulos internos da figura fazendo a divisão de 135 por 3, resultando na quantidade de 45 triângulos internos. Ao fazer a soma dos triângulos pela ordem das figuras, esse valor 45 se encontra na nona posição da sequência, nesse caso, representa a mesma quantidade de palitos do lado do triângulo.

O participante P1 apresentou do lado da sua demonstração uma explicação de como chegou a essa conclusão (Figura 56). Diante disso, considerou essa resolução como método de tentativa. No momento da validação, não foi muito aceito pelos demais colegas, pois, para eles, daria muito trabalho e, com um modelo generalizado, seria só aplicar as informações na

fórmula. Mesmo assim, percebemos que esse futuro professor buscou desenvolver uma estratégia que seja entendida por todos os alunos. Na realidade, sabemos que existem muitos alunos que podem usar esse tipo de estratégia como melhor saída. Aqui, observamos que esse participante demonstra experiência com essa profissão e buscou apresentar uma estratégia refletindo na sua experiência de sala e aula.

Figura 56 - Validação apresentada pelo participante P1 para a SDO III.

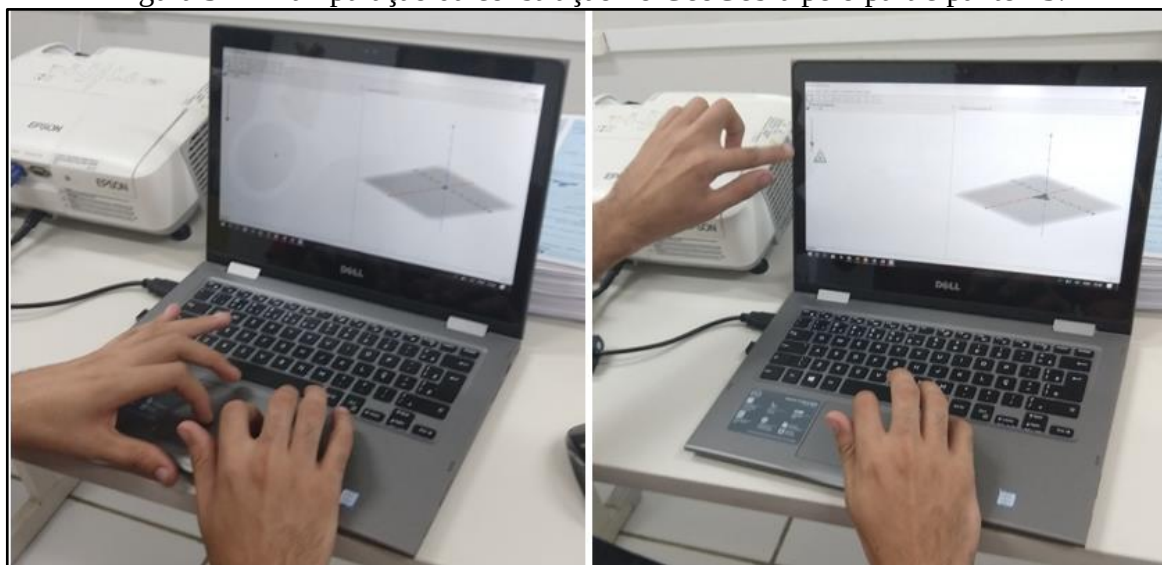


Fonte: Dados da pesquisa.

Uma crítica que fazemos, para esse participante, é o fato de não ter tentado criar seu modelo matemático para generalizar essa sequência numérica, ou seja, algebrizar o problema, ele se conteve apenas no método por tentativa, limitando-se, assim, a novas descobertas e desenvolvimento de habilidades. Apesar disso, surpreendeu-nos com sua estratégia, por não se restringir apenas aos conhecimentos de sequências numéricas do tipo PA de segunda ordem, isto é, apresentou sua solução de forma simples e prática.

O participante P3 foi um dos participantes que mais explorou a construção no *software* GeoGebra para a SDO III. Conforme a Figura 57, visualizamos ele analisando a alteração dos palitos no triângulo a partir do movimento do controle deslizante.

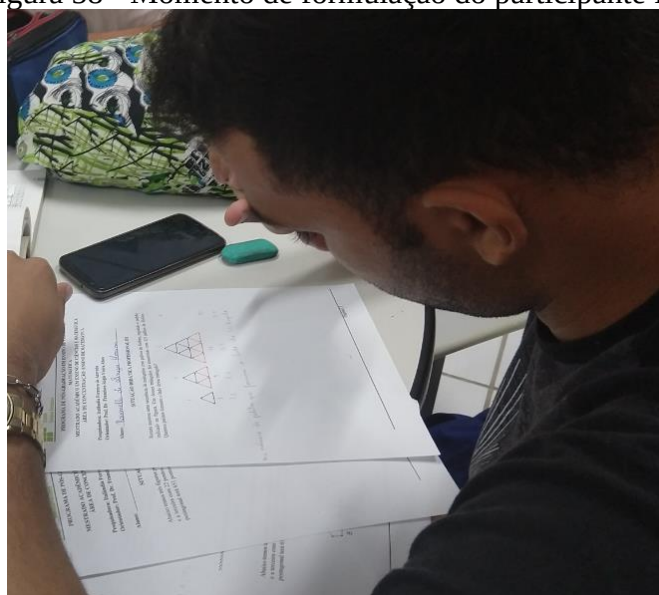
Figura 57 - Manipulação da construção no GeoGebra pelo participante P3.



Fonte: Dados da pesquisa.

Portanto, entendemos que esse recurso digital foi de fundamental importância para a construção de suas conjecturas sobre os elementos matemáticos envolvidos no problema, pois, após essas análises, o participante P3 iniciou o processo de construção de um modelo matemático para essa sequência numérica, como mostra a Figura 58.

Figura 58 - Momento de formulação do participante P3.



Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, o participante P3 analisou o crescimento dos palitos e padronizou uma fórmula para descobrir a quantidade total de palitos para qualquer triângulo da sequência, ou seja, conseguiu generalizar um modelo matemático para esse problema, de acordo com a Figura 59.

Figura 59 - Modelo matemático identificado pelo participante P3.

$$P(n) = 3n + P(n-1)$$

$n = \text{número de palitos que formam o lado do triângulo}$   
 $P(n) = \text{número do total de palitos}$

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da análise do registro, no ambiente lápis e papel, desse futuro professor, identificamos que ele não fez nenhuma representação algébrica para validar seu modelo matemático, fez apenas cálculos mentais, algo que não tínhamos previstos na análise *a priori*.

Para representar essa validação e confirmar que esse modelo matemático responde ao esperado pelo participante, temos:

$$P_n = 3n + P_{n-1}$$

Então, para  $n=1$ ,  $n=2$  e  $n=3$ , encontramos as seguintes soluções:

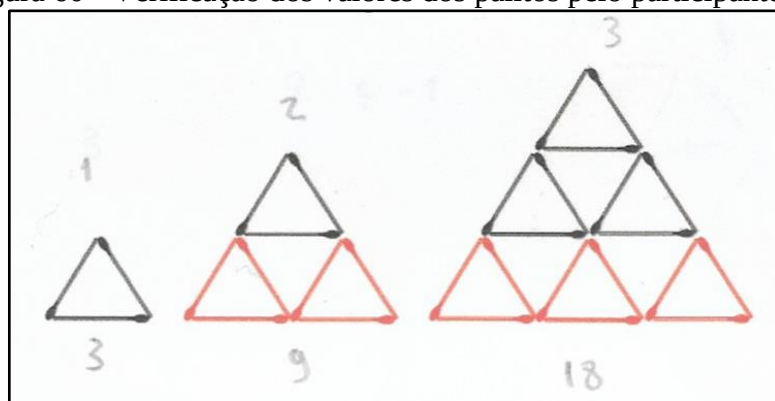
$$P_1 = 3 \cdot 1 + P_{1-1} = 3 + 0 = 3 \text{ palitos no triângulo}$$

$$P_2 = 3 \cdot 2 + P_{2-1} = 6 + P_1 = 6 + 3 = 9 \text{ palitos}$$

$$P_3 = 3 \cdot 3 + P_{3-1} = 9 + P_2 = 9 + 9 = 18 \text{ palitos}$$

Esses valores estão representados na Figura 60, na qual o participante P3 usa como maneira de testar sua fórmula e validar sua generalização para esse problema.

Figura 60 - Verificação dos valores dos palitos pelo participante P3.



Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que os mesmos valores encontrados de forma algébrica estão representados na figura acima. Com isso, acreditamos que o participante P3 comparou sua descoberta (modelo matemático) com a quantidade de palitos para cada figura da sequência e, assim, validou de forma mental sua generalização. Aqui, percebemos a manifestação do conhecimento epistêmico

e pragmático desse participante, pois ele busca relacionar seus conhecimentos matemáticos com os conhecimentos já adquiridos na prática de sala de aula.

Vamos especificar esses cálculos da forma mais detalhada. Como já conhecemos que a figura 3 possui 18 triângulos e 9 palitos de lado, então, descrevemos que:

$$P_4 = 3 \cdot 4 + P_{4-1} = 12 + P_3 = 12 + 18 = 30 \text{ palitos}$$

$$P_5 = 3 \cdot 5 + P_{5-1} = 15 + P_4 = 15 + 30 = 45 \text{ palitos}$$

$$P_6 = 3 \cdot 6 + P_{6-1} = 18 + P_5 = 18 + 45 = 63 \text{ palitos}$$

$$P_7 = 3 \cdot 7 + P_{7-1} = 21 + P_6 = 21 + 63 = 84 \text{ palitos}$$

$$P_8 = 3 \cdot 8 + P_{8-1} = 24 + P_7 = 24 + 84 = 108 \text{ palitos}$$

Como conhecemos que  $P_8 = 108 \text{ palitos}$ , podemos usar essa informação e aplicá-la diretamente na fórmula criada por esse participante. Logo, descobriremos a quantidade de palitos do triângulo composto por 135 palitos, ou seja:

$$135 = 3 \cdot n + P_8$$

$$3 \cdot n = 135 - P_8$$

$$3 \cdot n = 135 - 108$$

$$3 \cdot n = 27$$

$$n = \frac{27}{3} = 9 \text{ palitos}$$

Seguindo a análise dos registros individuais dos participantes, deparamo-nos com a solução do P5 (Figura 61), na qual verificamos que ele tentou generalizar o padrão da sequência, mas não chegou em uma definição sólida, ficando evidente que não explorou o suficiente seus conhecimentos prévios ou falta habilidade para compreender o conceito matemático estruturado nesse problema. Cabem, também, outros fatores desconhecidos pela pesquisadora, nesse caso, pode ser julgado como obstáculo epistemológico ou, até mesmo, obstáculo profissional, pois esse participante se depara com situações inesperadas ao resolver esse problema de olimpíada e que pode se deparar nas suas tarefas profissionais futuramente.

Figura 61 - Formulação apresentada pelo participante P5.

Handwritten mathematical work by participant P5. The work is organized into three columns:

- Column 1 (Left):** A sequence of numbers: 135, 15, 45, 1, 3-2, 6-3, 10-4, 15-5, 21-6, 28-7, 36-8, 45-9, 55-10.
- Column 2 (Middle):** Labeled "45 triângulos". It contains a list of numbers: 1, 1+2, 3+3, 6+4, 1, 1+2, 3+3, 6+4.
- Column 3 (Right):** Labeled "9 palitos de lado". It contains several formulas:
  - $1 + (1+2) + (1+2+3) + (1+2+3+4)$
  - $1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+\dots+n)$
  - $1 + 0 + 1 + 3 + 1 + 2$
  - $n + 2(n-1) + 3(n-2) + \dots +$
  - $n(1+2+3+4+\dots+(n-1))$
  - $9($
  - $n(1 +$
  - $n + 2n - 2 + 3n - 3$

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da figura, observamos, na parte esquerda, uma solução por tentativa, em que ele busca apresentar uma quantidade de palitos para cada triângulo, mesmo obtendo sucesso na sua solução, não fica claro se realmente ele entendeu, se compreendeu o padrão. Ele volta a analisar a construção no GeoGebra, observa o padrão de crescimento dos palitos e ainda não consegue estruturar seu modelo matemático. Porém, no momento da validação, esse participante conseguiu compreender o padrão a partir dos argumentos apresentados pelos colegas e, assim, absorver o novo conhecimento gerado a partir dessa atividade.

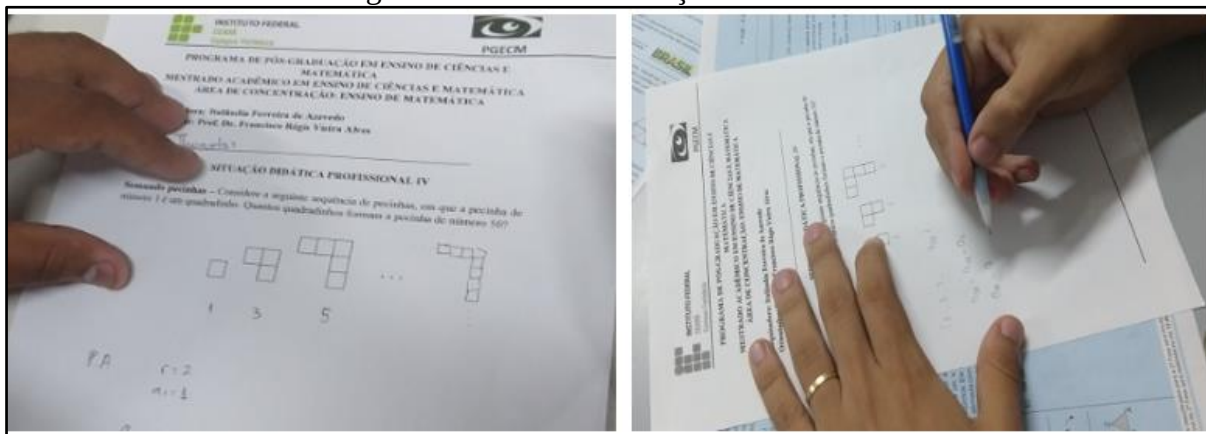
Por fim, afirmamos que o objetivo dessa SDO foi alcançado, porque, no final, todos os participantes conseguiram visualizar o padrão da sequência numérica, solucionar o problema e ainda desenvolver novas habilidades. Referente à institucionalização, retomamos os conhecimentos gerados com essa experimentação e formalizamos as conjecturas levantadas. Em seguida, apresentamos uma nova solução. Solução essa que foi proposta na análise *a priori* e que ninguém chegou a definir o mesmo modelo matemático, que, para nós também, é de extrema importância.

#### 6.4 Análise *a posteriori* e validação da SDO IV

No início dessa situação didática, todos os participantes instalaram, em seu celular, o aplicativo do GeoGebra. Logo, iniciamos com a construção da modelagem matemática do problema proposto, diferentemente das situações anteriores, pois tivemos, como intenção, fazer com que o futuro professor mobilizasse outras habilidades, como, por exemplo, as que envolvem conhecimentos tecnológicos para o ensino de Matemática.

Em seguida, foi entregue o enunciado do problema, o qual eles leram e começaram a trabalhar em duplas, trocando ideias, realizando as ações e formulações para dar solução à situação, como tínhamos pressuposto na análise *a priori*. Na Figura 62, visualizamos o momento de ação dos participantes.

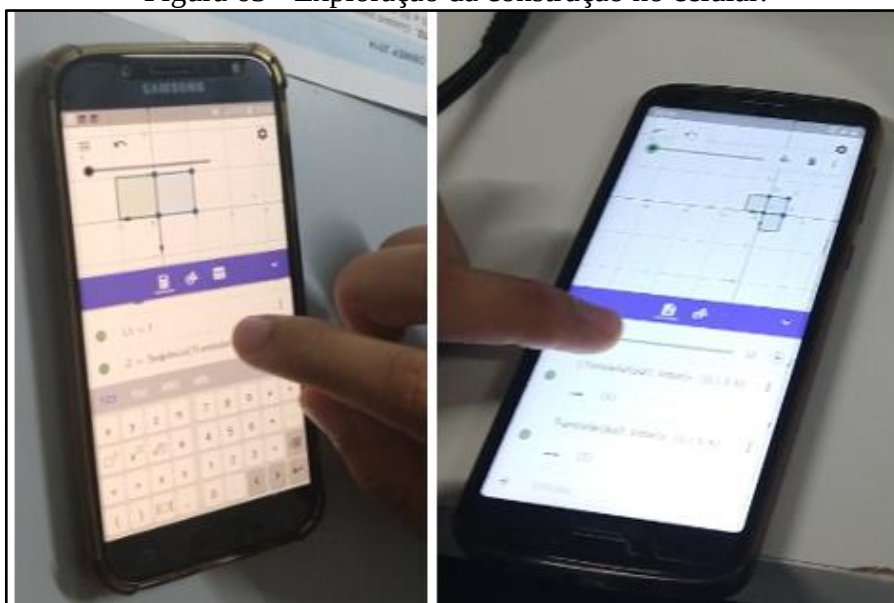
Figura 62 - Momento de ação da SDO IV.



Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda, nesse momento de ação, a pesquisadora estimulou o uso da construção, feita por eles no celular (Figura 63), com intenção que explorassem seus conhecimentos epistêmicos e pragmáticos a partir da visualização da sequência numérica fornecida pela construção.

Figura 63 - Exploração da construção no celular.



Fonte: Dados da pesquisa.

Com isso, observamos alguns participantes manipulando a construção com finalidade de identificar o padrão da sequência e construir um modelo conjectural que possibilitasse a compreensão dos elementos matemáticos, como tínhamos previsto na análise *a priori*.

No momento da formulação, observamos a troca de informações entre os participantes referentes ao objetivo do problema. Então, nesse momento, registramos os diálogos entre os alunos sobre a tentativa de padronizar uma fórmula para resolver o problema.

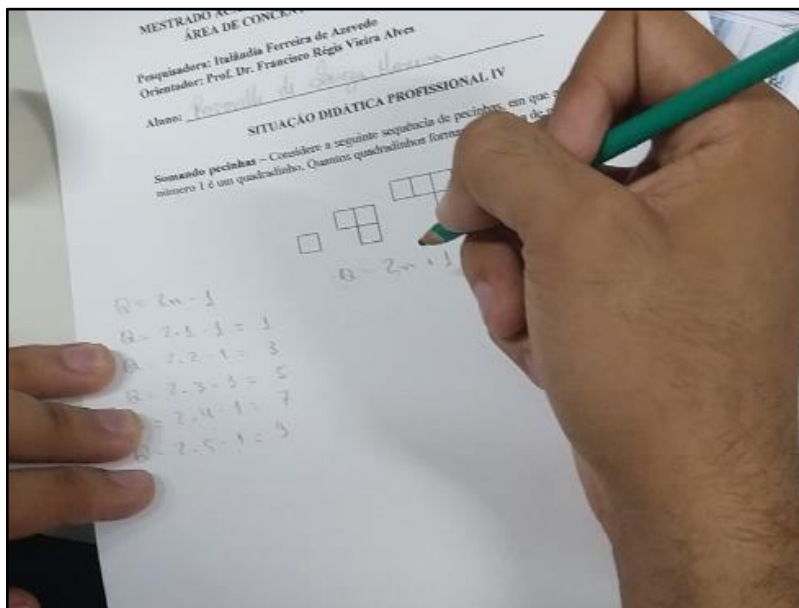
*P3: Juntando os quadradinhos anteriores vai aparecer um quadrado perfeito,  $3+1=4$ , ...*

*P2: Já eu estou percebendo uma PA. Vou tentar encontrar uma padronização.*

*P4: Esse problema é simples, mas eu quero usar uma linguagem matemática fácil para os alunos, por isso estou tentando identificar um padrão.*

Em seguida, buscaram estruturar um modelo matemático a partir do padrão observado anteriormente, recorrendo à álgebra para padronizar uma fórmula (Figura 64), como tínhamos previsto.

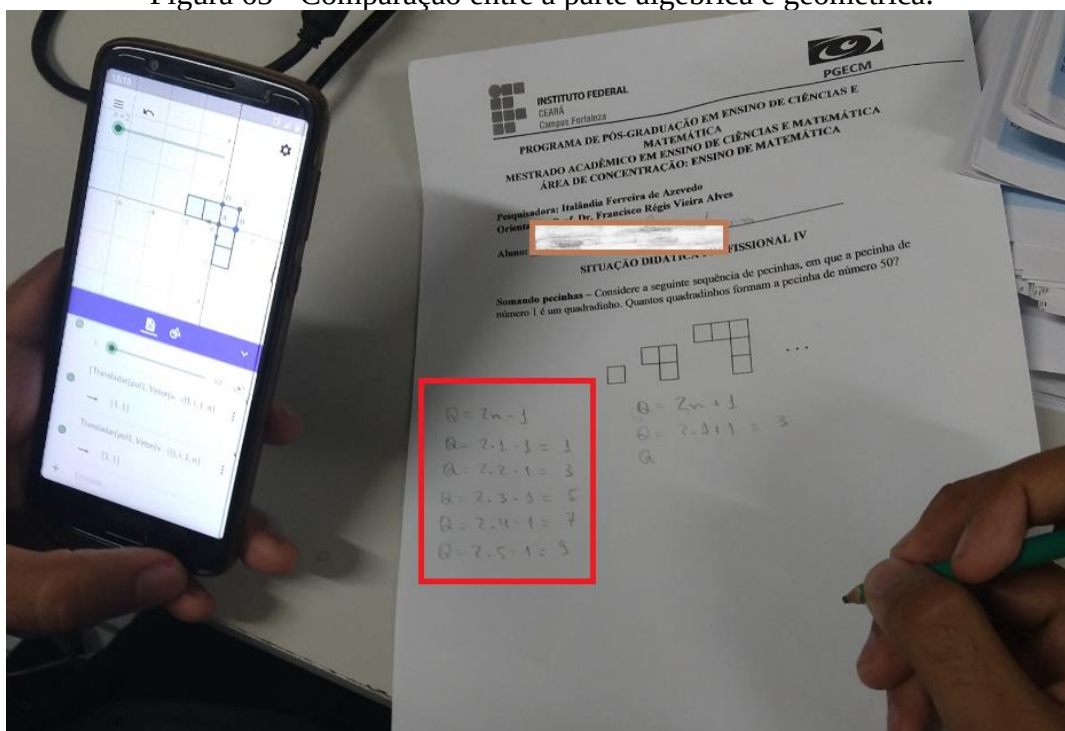
Figura 64 - Desenvolvendo um padrão para a sequência.



Fonte: Dados da pesquisa.

Após algumas formulações escritas no papel, um participante voltou a manusear a construção no GeoGebra para comparar sua parte algébrica com a geométrica. Com isso, ele focou em observar as alterações que aconteciam na sequência a partir do movimento do controle deslizante, conforme a Figura 65.

Figura 65 - Comparação entre a parte algébrica e geométrica.

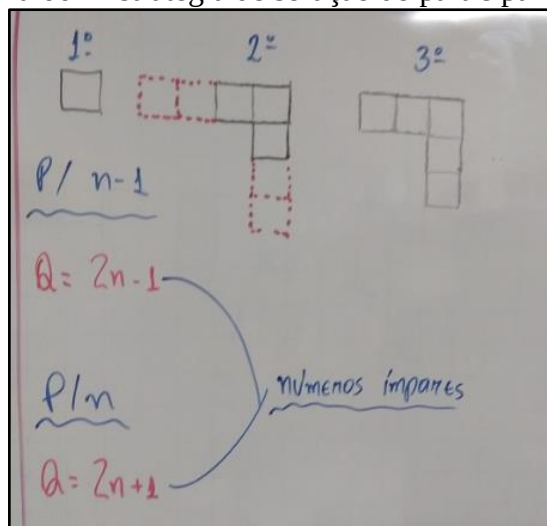


Fonte: Dados da pesquisa.

Com base na figura, percebemos que o futuro professor (P3) observou o que havíamos previsto na análise *a priori*, ou seja, que, na primeira peça, existe apenas um quadrado; na segunda peça, são  $2 \cdot 2 - 1 = 3$  quadrados, ou seja, acrescentou um quadrado à esquerda e um abaixo do primeiro quadrado da sequência, seguindo, assim, a mesma estratégia para as demais sequências das figuras a partir da generalização dada por:  $2 \cdot n - 1$ .

Na validação, os participantes (P2 e P3) apresentaram suas soluções parecidas com a que tínhamos previsto. Na Figura 66, temos uma demonstração da estratégia de solução dada pelo P3 que está de acordo com a análise *a priori*.

Figura 66 - Estratégia de solução do participante P3.

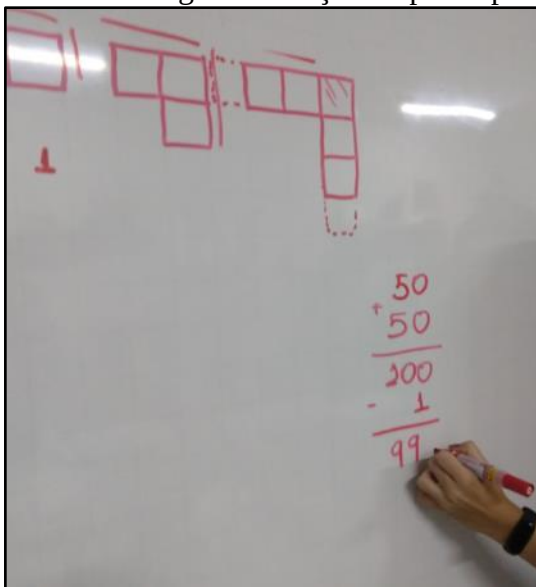


Fonte: Dados da pesquisa.

A seguir, analisaremos, com mais detalhe, as ações e conhecimentos epistêmicos e pragmáticos manifestados pelos participantes (P1, P4 e P5). Salientamos que selecionamos esses sujeitos, visto que realizaram outras ações que não tínhamos previsto na análise *a priori*.

O participante P1, na fase de validação (Figura 67), apresentou uma solução simples e direta, expondo apenas conhecimentos triviais de matemática para resolver esse problema, algo que pode ser entendido por qualquer aluno inserido no ensino fundamental II ou ensino médio.

Figura 67 - Estratégia de solução do participante P1.



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da transcrição do áudio coletado na formação, temos a explicação da estratégia de solução desse participante no momento da validação.

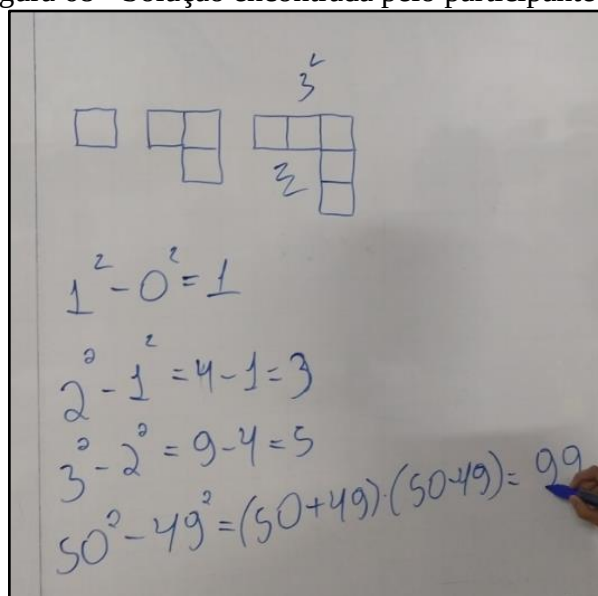
*P1: Neste problema é dito que a primeira figura é formada por um quadradinho, a segunda por três e a terceira por 5. Então, se a gente continuasse veria como fosse essa mesma (o P1 aponta para a parte com os pontos tracejados no quadro) e assim, sucessivamente. Eu pensei assim, que na figura 1 tem um quadradinho na vertical e outro na horizontal. Na figura dois, tem dois na vertical e dois na horizontal. Na três a mesma coisa e assim sucessivamente. Então, na figura 50 teria 50 na vertical e 50 na horizontal, aí somaria e daria 100. Só que esse quadradinho aqui (o P1 aponta para o quadrado que junta a parte vertical com a horizontal) é comum, então precisa ser retirado, ficando assim 99 quadradinhos.*

O que percebemos, com essa solução, é que esse futuro professor usou seus conhecimentos pragmáticos para criar a melhor estratégia, ou seja, não focou muito na parte do saber matemático, e sim em adaptar sua resposta de acordo com o nível de escolaridade do aluno. Com isso, observamos uma postura de um professor com experiência de sala de aula e que busca refletir sua prática para uma melhor aprendizagem do aluno. Nesse caso,

identificamos o nível (i) ‘plano professor – sala de aula’ para analisar a competência do professor de Matemática.

Na solução do participante P4 (Figura 68), percebemos uma estratégia de solução completamente diferente da apresentada pelo participante P1 e que não tinha sido prevista na análise *a priori*, ou seja, não fizemos uma relação que esse problema poderia ser resolvido usando conceitos de quadrado perfeito.

Figura 68 - Solução encontrada pelo participante P4.

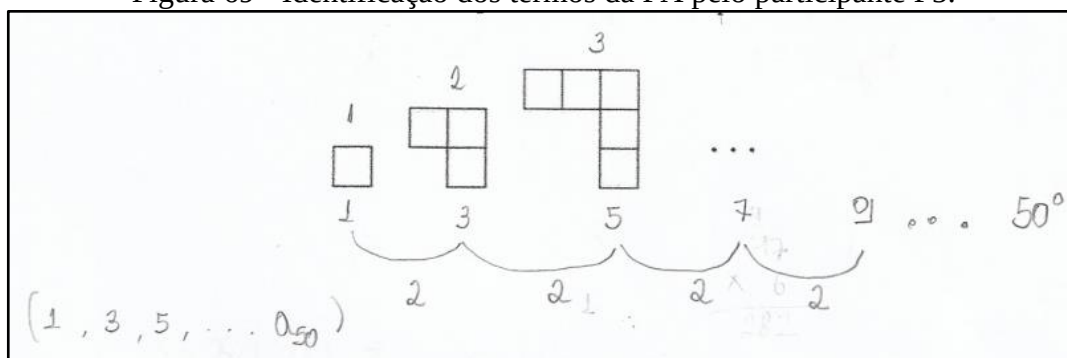


Fonte: Dados da pesquisa.

O participante P4 formalizou um modelo matemático a partir dos conceitos de quadrado perfeito. Esse professor em formação observou que, para cada figura, era possível organizar a quantidade de peças de um lado (ao quadrado) menos a quantidade do anterior dele (ao quadrado), como, por exemplo, na primeira figura, temos uma peça, então, o quadrado perfeito dela será  $1^2 - 0^2 = 1$ . Já o segundo quadrado perfeito será  $2^2 - 1^2 = 3$ , para a terceira figura, temos o seguinte quadrado perfeito:  $3^2 - 2^2 = 5$  e, assim, sucessivamente. Logo, para identificar quantas peças terá a figura de número 50, usando o conceito de quadrado perfeito, é só seguir o que já foi apresentado, ou seja,  $50^2 - 49^2 = 99$  quadradinhos.

O próximo participante, P5, apresenta uma solução usando o assunto de Progressão Aritmética (PA) que também não tinha sido prevista pela pesquisadora na análise prévia. Veja, na Figura 69, como o participante identificou os termos dessa PA.

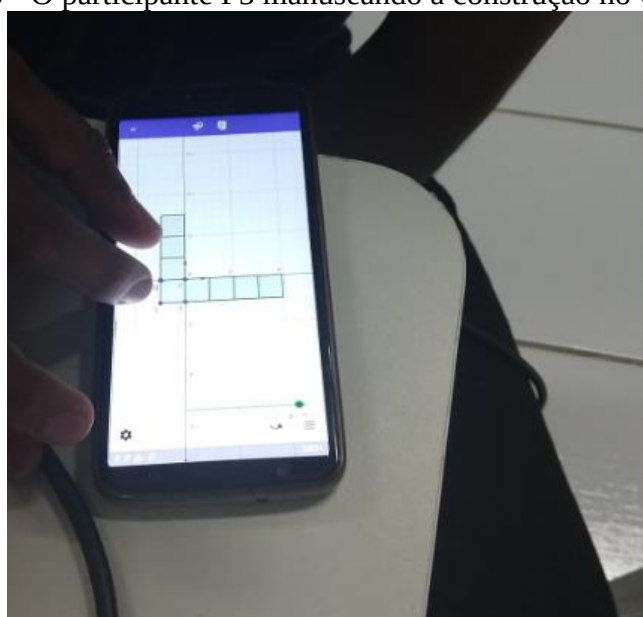
Figura 69 - Identificação dos termos da PA pelo participante P5.



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da figura acima, observamos que o participante P5 percebeu que a razão da quantidade de quadradinhos de uma figura para outra sempre era 2, ou seja,  $r = 2$ . Logo, ele escreveu alguns termos dessa PA  $(1, 3, 5, \dots, a_{50})$ . Após essa observação, esse futuro professor voltou a analisar essa sequência no GeoGebra para confirmar sua conclusão, conforme Figura 70.

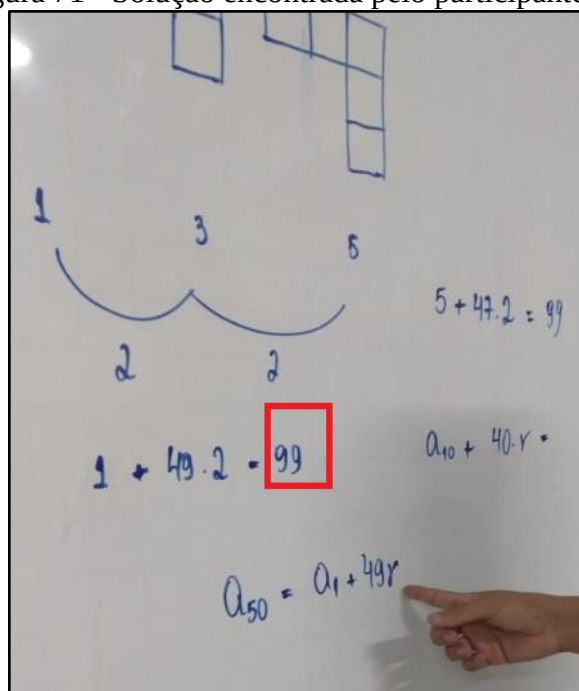
Figura 70 - O participante P5 manuseando a construção no GeoGebra.



Fonte: Dados da pesquisa.

No momento da validação, esse futuro professor apresentou seus argumentos e estratégias para convencer seus colegas que sua proposta de solução seria válida, pois já conhecemos que esse momento, de acordo com Almouloud (2007, p. 39), “é a etapa na qual o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo da situação) ao julgamento de um interlocutor”. Na Figura 71, temos o modelo da situação apresentada pelo participante P5.

Figura 71 - Solução encontrada pelo participante P5.



Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que o professor em formação identificou os termos dessa PA e aplicou na fórmula do termo geral, algo que já havíamos fundamentado em outra situação didática. Então, nesse caso, o P5 identificou que o primeiro termo seria 1 (quadrado), a razão seria 2 e o número de termos 50 (objetivo do problema). Após aplicar na fórmula do termo geral de uma PA, encontrou 99 quadrados.

Visto que todos os participantes conseguiram encontrar 99 quadrados para a figura que se encontra na posição 50, afirmamos que o objetivo dessa situação foi atingido. Além disso, foi percebido que esse problema, mesmo tendo sido considerado trivial, despertou outras habilidades de compreensão sobre o assunto e surgiram várias maneiras/estratégias de solução, enriquecendo o ambiente de formação e preparação desses futuros professores para a sala de aula.

Na institucionalização, a pesquisadora fez um levantamento das soluções apresentadas naquele único problema e parabenizou pela diversidade de soluções que surgiram. Em seguida, fez uma reflexão sobre as soluções mais compreensíveis e que podem ser adaptadas e utilizadas para alunos competidores e não competidores de olimpíadas. A reflexão teve como intuito fazer com que eles compreendam a importância de relacionar os conhecimentos epistêmicos e pragmáticos, modelando esses conhecimentos até atingir uma linguagem que possa ser compreendida por todos em sala, algo que não é fácil, exige que o professor utilize de certas habilidades que só a experiência pode oferecer.

Por fim, referente ao processo de utilização do GeoGebra como recurso didático, no final desse encontro, coletamos alguns comentários sobre a contribuição desse *software* no contexto de resolução de problema, veja abaixo os depoimentos dos participantes.

*P1: (Não estava presente nesse momento)*

*P2: Para problemas de Geometria, no caso, esse software se torna muito relevante para o aluno, pois pode fazer com que ele saia da abstração e passe a visualizar ..., seja mais concreto para ele. Para esse problema o GeoGebra foi útil pois possibilitou visualizar o padrão de crescimento dos quadradinhos. Acredito que alunos gostariam sim, de aprender usando o GeoGebra.*

*P3: Eu acho que o GeoGebra ajuda, mas depende muito da construção também. Para esse problema, eu visualizei o padrão dos números ímpares. O número ímpar a gente consegue construir ele por duas formas,  $2n-1$  e  $2n+1$ , são essas duas soluções que conseguimos ver pelo GeoGebra. E esse software ajuda a visualizar o crescimento do padrão da sequência, por isso acho que ajuda.*

*P4: O GeoGebra possibilita a visualização do problema em questão, ajuda bastante no momento da resolução e interpretação do problema.*

*P5: Eu acho que tem questões que podem ser utilizadas pelo GeoGebra e outras não. Nesse caso, por exemplo, os alunos irão tentar resolver, irão tentar encontrar o padrão. O GeoGebra ajuda na visualização, eles vão contar os quadradinhos tanto no papel como no software, mas depois irão se ater apenas a construção, pois agiliza na visualização das outras sequências, algo que desenha na mão não.*

A partir dos diálogos dos participantes, observamos que todos afirmaram que o GeoGebra se tornou muito útil no momento da visualização da sequência, tornando, assim, o problema mais compreensível e didático para qualquer nível de escolaridade. Logo, concluímos que usar recursos digitais para o ensino de Matemática pode ser um diferencial para o ensino de conteúdos e/ou estimula o interesse do aluno na busca do conhecimento.

A seguir, apresentamos o último capítulo deste trabalho, no qual trazemos os resultados mais relevantes e apontamos pesquisas futuras.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa apresentou uma abordagem acerca do uso de problemas oriundos de Olimpíadas de Matemática para fomentar a formação inicial do professor de Matemática, com o intuito de aprofundar os assuntos da Matemática Básica e motivá-lo a inserir, em sua prática docente, o uso de problemas olímpicos. Pois, ao analisarmos a matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática do IFCE, campus Fortaleza, e realizarmos algumas perguntas sobre o trabalho com olimpíadas de matemática voltadas para a formação de professores, não encontramos nenhuma resposta favorável.

Portanto, deparamo-nos com o fato de que a formação do professor que trabalha com Olimpíadas não está presente na formação acadêmica. Logo, ele busca esse aperfeiçoamento, geralmente, estudando sozinho e/ou no decorrer da sua experiência profissional. Nessa perspectiva, esta pesquisa teve uma abordagem didática para trabalhar com problemas olímpicos que envolvessem assuntos de Sequências Numéricas direcionados à formação inicial, explorando os conhecimentos epistêmicos e pragmáticos referentes ao assunto e despertando o gosto pelo trabalho voltado à preparação das olimpíadas de Matemática.

Com isso, destacamos a importância desse futuro profissional se apropriar de diversas ferramentas educacionais didáticas, que tornem possível a ação de ensinar no contexto das olimpíadas e de cativar o aluno à aprendizagem, principalmente, aquele que não tem o interesse por competições olímpicas. Portanto, apresentamos a proposta de trabalhar as situações didáticas com o auxílio de tecnologias voltadas para o ensino e a aprendizagem, como o GeoGebra, porque, hoje, a sociedade está completamente conectada, o que exige aulas cada vez mais atrativas para os alunos dessa era digital. Além disso, o professor precisa sempre estar se adaptando para efetuar uma transposição de saberes mais eficientes no seu campo de trabalho.

Visto por esse lado, percebemos que a formação do professor de Matemática, que trabalha com olimpíadas, está muito ligada ao seu local de trabalho e, a partir da bibliografia, percebemos que há poucas pesquisas relacionadas ao uso de problemas olímpicos voltados para a formação do professor de Matemática, principalmente, problemas com suporte tecnológico, que tratam da visualização como meio de compreender esses conhecimentos matemáticos. Sobre a questão de formação do profissional baseada em sequências didáticas, buscamos a Didática Profissional aliada à Teoria das Situações Didáticas, organizada segundo a proposta da Engenharia Didática de Formação, para nos dar suporte e fundamentos para uma investigação que focasse na formação do professor, dando ênfase à formação do professor de

Matemática. Foi justamente esse cenário novo de pesquisa que nos motivou a construir este trabalho.

Vimos que os futuros professores, por meio das situações propostas neste trabalho, despertaram um maior interesse em trabalhar com problemas de olimpíadas, ao mesmo tempo, um aprofundamento nos assuntos de Sequências Numéricas e no manuseio do *software* GeoGebra, pois, a partir das diversas soluções que surgiram para um único problema, foi possível identificar a curiosidade pelas soluções. Divulgaremos o resultado desta pesquisa em revista na área da Educação Matemática e Formação de professores.

O foco deste trabalho não foi ensinar assuntos da Matemática, mas, sim, identificar os conhecimentos epistêmicos e pragmáticos a partir das SDO, uma vez que suas ações, formulações e validações evidenciaram a mobilização desses conhecimentos para construir seus próprios conhecimentos e refletir sua ação docente. Cada SDO contribuiu para o amadurecimento dos participantes mediante o fazer pedagógico, que, em breve, irão vivenciar situações como essas em seus ambientes profissionais e precisam estar preparados e confiantes ao se depararem com situações totalmente inovadoras e complexas que envolvem os fenômenos da sala de aula.

O uso do GeoGebra facilitou a visualização das Sequências Numéricas, principalmente, a identificação do padrão numérico e generalização do modelo matemático de cada figura apresentada. Os participantes manusearam o GeoGebra, tanto no computador como no celular, e desenvolveram habilidade de visualização para compreender o problema proposto, colocando-se sempre na posição do aluno e defendendo a importância do uso de tecnologia na compreensão de certos conceitos matemáticos e de uma maior aproximação dos alunos que não gostam de matemática e/ou de participar de olimpíadas. Contudo, o GeoGebra pode ser de grande eficiência no auxílio das práticas pedagógicas, agregando valores ao ensino de conceitos matemáticos na elaboração e validação de conjecturas.

A presente dissertação teve como objetivo geral analisar Situações Didáticas Profissionais geradas nas Situações Didáticas Olímpicas, com aporte da Didática Profissional e da Teoria das Situações, para formação inicial do professor de Matemática perante a resolução de problemas olímpicos. No intuito de alcançar esse objetivo, traçamos os seguintes objetivos específicos:

- Descrever uma perspectiva de complementaridade entre a TSD e a DP;
- Compreender e desenvolver a noção de Situação Didática Profissional no contexto das olimpíadas;

- Colaborar com a formação inicial de professores de Matemática estruturando Situações Didáticas Olímpicas;
- Identificar as concepções epistêmicas e pragmáticas dos futuros professores de Matemática mediante a análise de suas ações em resolução de problemas olímpicos manifestadas nas Situações Didáticas Profissionais.

Assim, faremos nossas considerações finais sobre a fundamentação teórica e metodológica utilizada, sobre a parte experimental, os resultados mais relevantes e as perspectivas futuras de estudo.

O quadro teórico foi fundamentado a partir do levantamento histórico das Olimpíadas de Matemática. Em seguida, pela Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008) e pela Didática Profissional, ambas de origem francesa, cuja primeira busca investigar os fenômenos de ensino e a segunda está presente nas investigações trabalhistas.

Durante o levantamento histórico sobre as olimpíadas de Matemática com foco na OBMEP, encontramos diversos materiais gratuitos que podem dar suporte à formação de alunos e professores da Educação Básica. Esses materiais estão disponíveis no *site* da OBMEP, do Poti e no portal da Matemática. Quando focamos na formação do professor de Matemática que trabalha com olimpíadas, só encontramos apenas um programa, OBMEP na escola, que busca contribuir para a formação de professores em Matemática, estimulando estudos mais aprofundados e a adoção de novas práticas didáticas em suas salas de aula.

Já quando estudamos trabalhos de dissertações de três programas de Pós-Graduação que trabalham essa temática, encontramos uma carência de pesquisa voltada para formação do professor. Os trabalhos com os quais nos deparamos estavam direcionados à aprendizagem dos alunos e focando na resolução de exercícios, ficando apenas um direcionado à formação do professor usando a TSD e a ED, porém, com problemas do assunto de Geometria.

A TSD foi pertinente ao nosso estudo por acreditarmos que as situações propostas levaram o futuro professor de Matemática a mobilizar seus conhecimentos matemáticos (epistêmicos) e reflexivos (pragmáticos) no contexto das olimpíadas de Matemática a partir das Situações Didáticas Olímpicas (SDO). Aprofundando, também, os conceitos de Sequências Numéricas no momento das resoluções dos problemas selecionados das provas da OBMEP. A resolução das quatro SDO envolveu os conhecimentos prévios dos participantes, tais como: noção de sequências numéricas, termo geral de uma PA, soma dos termos de uma PA, PA de segunda ordem e equação do primeiro e segundo grau. Contudo, com essa teoria, foi possível organizarmos e estruturarmos a nossa sequência didática.

Em relação à DP, temos como pertinente, para este estudo, suas correntes teóricas (Conceituação em ação, Psicologia ergonômica e Didática das disciplinas) e uma prática (Engenharia de Formação) voltadas para a formação profissional do adulto, no nosso caso, para a formação inicial do professor de Matemática. Essa vertente francesa nos permitiu o entendimento teórico de como o sujeito se desenvolve no trabalho a partir das situações profissionais e como ele adquire a competência na atividade de trabalho, partindo da ideia de sobressair-se e/ou adaptar-se a certas situações complexas e improváveis presentes no trabalho real de um professor. Com isso, adotamos as categorias criadas por Alves (2018b, 2018c e 2019), como forma de analisarmos a competência do professor de Matemática, segundo os três planos: (i) professor – sala de aula, (ii) professor – posto de trabalho e (iii) professor – instituição, que estão presentes dentro dos planos da Situação Didática Profissional.

A partir do entendimento da TSD e da DP, partimos para a ideia de descrever uma complementaridade entre elas, que, no caso, é nosso primeiro objetivo específico. Essa experiência nos permitiu revisitar as abordagens teóricas em questão e compreender, de forma mais específica, como os elementos de uma teoria da aprendizagem no saber aliada a uma teoria de aprendizagem no trabalho se complementam para dar origem a fenômenos encontrados no ambiente de trabalho do professor, quando aborda problemas oriundos de olimpíadas de Matemática.

Em seguida, partindo das definições de situação didática e situação profissional, foi possível conceber a noção de Situação Didática Profissional. Nessa seção, tivemos a oportunidade de atingir nosso segundo objetivo específico. Neste trabalho, a SDP foi observada e vivenciada de forma prática, a partir da interação dos futuros professores com as SDO no curso de formação, despertando, assim, suas concepções pragmáticas sobre cada situação. Continuando, com base nos trabalhos inovadores envolvendo a formação do professor de Matemática, mediante a noção de Situação Didática Profissional, encontrados nos trabalhos de Alves (2018b, 2018c e 2019), foi possível situarmos os professores em formação perante os binômios (planos): professor – estudante, professor – professor e professor- instituição, que, em nosso caso, restringimo-nos ao primeiro, pois percebemos que, para analisar o professor, nos outros planos, exigiria uma observação mais detalhada e longa no seu ambiente de trabalho.

Por outro lado, utilizamos uma metodologia de pesquisa que se adequasse ao quadro investigativo, ou seja, que nos auxiliaria na compreensão dos fenômenos encontrados no interior da sala de aula, no estudo dos resultados após a exploração dos dados recolhidos e no fortalecimento da formação de professores. Portanto, a Engenharia Didática de Formação ou Engenharia de Segunda Geração foi iniciada por Perrin-Glorian, a partir da necessidade de

estudar o professor, sendo ele de fundamental importância na devolução e institucionalização das situações didáticas e um dos responsáveis por gerar a aprendizagem em sala. Assim, ao longo desta dissertação, desenvolvemos as quatro fases dessa metodologia.

Os principais resultados são que os participantes se envolveram com os problemas propostos nas quatro situações didáticas olímpicas, gerando, assim, as situações didáticas profissionais, visto que, a partir da interação entre esses futuros professores com os problemas, surgiram os conceitos epistêmicos e pragmáticos e, conseqüentemente, o desenvolvimento de certas habilidades profissionais. Podemos observar e analisar de maneira detalhada suas ações e formulações quando interagiram com a situação.

A validação da nossa pesquisa foi internamente, segundo a proposta da Engenharia Didática, em que é feito o confronto entre o que foi previsto na análise *a priori* e o que foi de fato obtido na análise *a posteriori*, dando ênfase aos objetivos traçados. Após a validação das formulações dos futuros professores na conclusão de cada situação, institucionalizamos de maneira local, ou seja, a partir de suas produções. Organizamos essas produções por meio de observações e propriedades, vinculando os resultados obtidos em diferentes momentos do desenvolvimento da situação didática, a fim de estabelecer relações entre as produções dos participantes, o saber matemático e suas concepções pragmáticas relacionadas ao assunto de sequências numéricas contidos em cada situação.

Analizando cada SDO, identificamos o encaixe da SDP no plano (i) professor-estudante, além disso, a especificidade da característica do professor experiente com o que não tem experiência, sendo facilmente identificado a partir dos dados, ficando os pressupostos da DP responsável para dar esse suporte de análise. Essa análise foi em cima das situações de ação vivenciadas pelos participantes nos momentos de resolução. Logo, esta pesquisa revelou que o quadro teórico da DP e da TSD permite que o professor de Matemática analise o seu local de trabalho e sua prática de ensino, gerenciando, assim, suas habilidades perante a construção do pragmatismo no seu ambiente de trabalho, como também situar a atividade real e gerar competências profissionais no decorrer da sua experiência.

Em relação às perspectivas futuras, pensamos em pesquisas que aprofundem os estudos referentes à análise da atividade do professor de Matemática com foco em identificar as competências profissionais, a começar de um acompanhamento mais de perto no seu ambiente de trabalho, usando, então, os três planos propostos neste trabalho no contexto das olimpíadas de Matemática. Além de criar categorias para fortalecer investigações voltadas à formação de professores, principalmente, aos que pretendem ou já trabalham com problemas de olimpíadas.

Por fim, as investigações acerca da EDF, SDP e DP, a partir do olhar para formação de professores de Matemática, necessitam de uma atenção importante e que devem ser usadas por um maior número de pesquisadores na área da educação matemática em prol da melhoria do ensino e formação de professores de Matemática.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Paraná: UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPED. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p22/23452>. Acesso em: 15 set. 2017.

ALVES, W. J. S. **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública**. 2010. 30f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PROFMAT) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC, 2010.

ALVES, F. R. V. Engenharia Didática para a generalização da sequência de Fibonacci: uma experiência num curso de licenciatura. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 61-93, 2016a.

ALVES, F. R. V.; CATARINO, P. M. M. C. Engenharia Didática de Formação (EDF): Repercussões para a formação do professor de matemática no Brasil. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 2, n. 18, 2017. Disponível em: [http://sbemrs.org/revista/index.php/2011\\_1/article/viewFile/304/222](http://sbemrs.org/revista/index.php/2011_1/article/viewFile/304/222). Acesso em: 01 mai. 2018.

ALVES, F. R. V. Engenharia Didática com o tema integrais de funções na variável complexa: Análises preliminares, a priori e modelização de situações. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, Santo Ângelo, v. 7, n.1, p. 21-44. jan./jun., 2017.

ALVES, F. R. V.; CAVALCANTE, M. R. Obstáculos (epistemológicos) e o Ensino de Ciências e Matemática. **Interfaces da Educação**, Paranaíba, v. 8, n. 23, p. 253-272, 2017.

ALVES, F. R. V. Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos números generalizados de Catalan (NGC). **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 47-83, 2018a.

ALVES, F. R. V. Didactique Professionnelles (DP): Une Perspective D'Application Au Travail Du Professeur De Mathématiques. **REVEMAT**, Florianópolis, v.13, n.2, p.184 - 209, 2018b.

ALVES, F. R.V. Didactique Professionnelle (DP) et la Théorie des Situations Didactiques (TSD): les cas de la notion d'obstacle et l'activité de professeur. EM TEIA: **Revista de educação matemática e tecnológica ibero-americana**, v. 09, n. 02, p. 1-25, 2018c.

ALVES, F. R. V. Didactique des Mathématique (DM) et la Didactique Professionnelles (DP): une perspective de complémentarité et la formation des enseignants au Brésil. **Revista Acta Scientiarum. Education**, Maringá, v. 41, p. 1-12, 2019.

ALVES, F. R. V. A vertente francesa de estudos da Didática Profissional: implicações para a atividade do Professor de Matemática. **VIDYA**, Santa Maria, v. 39, n. 1, p. 255-275, jan./jun., 2019a.

ALVES, F. R.V.; JUCA, S. C. S. Trabalho e Competência do Professor de Matemática: um ponto de vista a partir da Didática Profissional (DP). **EDUCA - Revista Multidisciplinar em Educação**, v. 6, n. 14, p. 104-123, abr./jun., 2019.

ALVES, F. R. V; CATARINO, P. M. M. C. Situação Didática Profissional: um exemplo de aplicação da Didática Profissional para a pesquisa objetivando a atividade do professor de Matemática no Brasil. **Indagatio Didactica**. v. 11, n. 1, p. 103-120, 2019.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. **Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions**, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

BADARÓ, R. L. **Do zero às medalhas: orientações aos professores de cursos preparatórios para olimpíadas de matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade federal da Bahia (UFBA).

BARBOSA, J. L. M. **Olimpíadas de Matemática**: uma experiência de sucesso em educação no Ceará. s.d. 2005. Disponível em: <http://www.abq.org.br/simpequi/2014/download.php?tipo=painel&arquivo=olimpiadas-de-matematica.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2018.

BAUDOUIN, J. M. La compétence et le thème de l'activité: vers une nouvelle conceptualization didactique de la formation. **Raison éducative**, v. 2, n. 2, p. 149 – 168, 1999. Disponível em: [http://www.unige.ch/fapse/publications-ssed/files/4114/1572/5507/Pages\\_de\\_149\\_ENCOED.pdf](http://www.unige.ch/fapse/publications-ssed/files/4114/1572/5507/Pages_de_149_ENCOED.pdf). Acesso em: 25 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acesso em: 25 nov. 2018.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p. 35-113.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). **Didática da Matemática**: Reflexões Psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. Cap. 4. p. 48-72.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Apresentação de Benedito Antônio da Silva. São Paulo: Ática. 2008.

BURIGO, E. Z. O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Encontro de Certezas e Ambigüidades. **Revista Diálogo Educacional/PUCPR**, Curitiba, v. 6, n. 18, p. 35-47, 2006.

CALDAS, C. C. S.; VIANA, C. S. As Olimpíadas Brasileira de Matemática das escolas públicas na formação de professores e alunos. **Revista Margens Interdisciplinar**, Abaetetuba, v. 7, n. 8, p. 325-339, 2013.

CARMO, J. L. S.; FONSECA, R.V. Conceito de Milieu: uma contribuição teórica para a Educação Matemática. **Anais...** XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo – SP, 13 a 16 de julho 2016. Disponível em: [http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6810\\_3990\\_ID.pdf](http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6810_3990_ID.pdf). Acesso em: 20 jul. 2019.

CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 13, n. 23, p. 85-118, jan./jun., 2005.

CARNEIRO, E. Olimpíada de Matemática – uma porta para o futuro. **Anais...** II Bienal da SBM, Salvador, 2004. Disponível em: [http://carneiro.impa.br/data/\\_uploaded/file/Bienal2004.pdf](http://carneiro.impa.br/data/_uploaded/file/Bienal2004.pdf). Acesso em: 02 nov. 2018.

CARNEIRO, E. **Professor: saiba como montar um projeto de olimpíada de matemática na escola**. OBM, 2018. Disponível em: <https://www.obm.org.br/2018/02/08/professor-saiba-como-montar-um-projeto-de-olimpiadas-na-escola/>. Acesso em: 02 nov. 2018.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**: Del saber sabio al saber enseñado. Traduzida por Claudia Gilman. Editora Aique: Buenos Aires. 1991.

CHEVALLARD, Y. La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses à partir de la TAD. in Margolinas et al.(org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>e</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 81-108, 2009.

DIAS, E. H. V. **O estudo em grupos para a 2ª fase da OBMEP 2013 e resoluções de questões em vídeo**. 137 f. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5959/5989.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 26 fev. 2018.

FOMIN, D.; GENKIN, S.; ITENBERG, I. **Círculos Matemáticos**: A Experiência Russa. Tradução de Valéria de Magalhães Iório. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.

FRISKE, A. L.; CRUZ, B. A.; GOMES, B. S.; DRESCH, D. C. **Minicurso de GeoGebra**. Universidade Federal de Santa Maria – RS. Grupo Pet Matemática da UFSM, 2016.

GIARETA, M. K.; ORO, N. T.; RICO, R. M. T. Formação de Professores de Matemática: um relato de experiência. **Anais...** XVII Encontro Nacional de Prática de Ensino – ENDIPE, EdUECE- Livro 2, 2014. Disponível em: <http://www.uece.br/endipe2014/ebooks/livro2/FORMA%C3%87%C3%83O%20DE%20PROFESSORES%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20UM%20RELATO%20DE%20EXPERI%C3%84NCIA.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2018.

GONCALVES, M. H. A. **Aplicação das situações didáticas olímpicas com uma abordagem experimental na formação docente**. 2018. 128 f. Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

GRUBER, C.; ALLAIN, O.; WOLLINGER, P. R. Contribuição da Didática Profissional Francesa para a Educação Profissional. **Anais...** V Seminário Nacional de Educação Profissional e Tecnológica, Belo Horizonte: SENEPT, 2017.

HOLANDA, B.; CHAGAS, E. A. **Círculos de Matemática da OBMEP – Volume 1: Primeiros passos em Combinatória, Aritmética e Álgebra**. Rio de Janeiro: IMPA, 2018.

IMPA. **OBMEP 2018 bate recorde de escolas participantes**. Disponível em: <https://impa.br/page-noticias/obmep-2018-bate-recorde-de-escolas-participantes/>. Acesso em: 09 jul. 2018.

IMPA. **Pela primeira vez no Brasil, IMO reúne 623 estudantes**. Divulgação/IMPA em 17 de julho de 2017. Disponível em: <https://impa.br/page-noticias/pela-primeira-vez-no-brasil-olimpiada-internacional-de-matematica-comeca-hoje/>. Acesso em: 09 nov. 2018.

IMPA. **Programa de Aperfeiçoamento de Professores Olímpicos**. PROLÍMPICO - Janeiro de 2020. Disponível em: <https://impa.br/ensino/programas-de-formacao/programa-de-aperfeiçoamento-de-professores-olimpicos/prolimpico-janeiro-de-2020/>. Acesso em: 20 fev. 2020.

KENDEROV, P. S. A Short History of the World Federation of National Mathematics Competitions. **Mathematics Competitions**, v. 22, n. 2, 2009. Disponível em: <http://www.wfnmc.org/history.pdf>. Acesso em 10 mai. 2018.

LE BOTERF, G. Avaliar a Competência de um Profissional: três dimensões a explorar. Reflexão RH, **Lisboa-Portugal**, v. 1, n. 1, p. 60-63, jun. 2006. Disponível em: <http://www.guyleboterf-conseil.com/Article%20evaluation%20version%20directe%20Pessoal.pdf>. Acesso em: 11 ago. 2019.

LEPLAT, J. L'analyse psychologique du travail. **Revue de Psychologie Appliquée**, v. 36, n. 1, p. 9-27, 1985. Disponível em: [http://www.guillaumegronier.com/2014\\_psychologietravail/resources/Leplat\\_2004.pdf](http://www.guillaumegronier.com/2014_psychologietravail/resources/Leplat_2004.pdf). Acesso em: 10 ago. 2019.

LEPLAT, J. Eléments pour l'étude des documents prescripteurs. **Activités**, v.1, n.2, p. 195-216, 2004.

LEPLAT, J. Les compétence dans l'activité et leur analyse. **Psychology of Human Ressource Journal**, v.2, n.4, p. 143-15, 2008.

LIMA, M. L. O. **Situações didáticas olímpicas (SDO) para o ensino de sequências numéricas**: um contributo da engenharia didática. 2019. 137f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e

Matemática (ENCIMA), Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2019. Disponível em: <[http://www.ppgencima.ufc.br/public\\_html/](http://www.ppgencima.ufc.br/public_html/)>. Acesso em: 13 abr. 2019.

LUZ, F. P. **O uso de Equações Diofantinas Lineares na resolução de problemas de preparação olímpica**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.

MACIEL, M. V. M.; BASSO, M. V. A. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): as Origens de um Projeto de Qualificação do Ensino de Matemática na Educação Básica. **Anais... X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Ijuí: EGEM, 2009.

MARGOLINAS, C. **Situations, milieux, connaissances: analyse de l'activité du professeur**. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Eds.), *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. Grenoble La Pensée Sauvage, 2002.

MAYEN, P. Les situations professionnelles: un point de vue de didactique professionnelle. **Revue Phronesis**, v. 1, n. 1, p. 59 - 67, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.7202/1006484ar>. Acesso em: 03 set. 2019.

MONTEIRO, A. C. T. **Introdução ao treinamento olímpico: uma proposta para os alunos da rede pública estadual**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional- (PROFMAT). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. C. **Progressões e Matemática Financeira**. 6 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

NARDELLI, R. E. **O estudo de simetrias com frisos e questões da obmep**. 2015. 62f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. Disponível em: <<http://www.profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/>>. Acesso em: 10 abr. 2019.

OBM: **Regulamento 2018**. Disponível em <https://www.obm.org.br/informacoes-gerais/regulamento/>>. Acesso em: 20 nov. 2018.

OBMEP: **OBMEP 12 anos**. Rio de Janeiro: IMPA, 2017. Disponível em:< [http://www.obmep.org.br/images/Revista\\_OBMEP\\_12\\_anos.pdf](http://www.obmep.org.br/images/Revista_OBMEP_12_anos.pdf)>. Acesso em: 10 out. 2018.

OBMEP: **Regulamento 2018**. Disponível em:< <http://www.obmep.org.br/regulamento.htm>>. Acesso em: 02 fev. 2018.

OCHANINE, D. **L'image opérative**, Paris: recueil de textes, doc ronéo, Laboratoire de Psychologie du Travail, 1981.

OLIVEIRA, K. I. M.; FERNANDEZ, A. J. C. **Iniciação à Matemática: um curso com problemas e soluções**. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

OLIVEIRA, C. C. N.; ALVES, F. R. V.; SILVA, R. S. Concepção e descrição de situações olímpicas com auxílio do GeoGebra. **Revista Thema**, Pelotas, v. 14, n. 3, p. 250-263, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.15536/thema.14.2017.250-263.532>. Acesso em: 10 ago. 2017.

OLIVEIRA, C. C. N. Olimpíadas de Matemática: **Concepção e descrição de “Situações Olímpicas” com recurso do software Geogebra**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2016. Disponível em: [http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/21033/1/2016\\_dis\\_ccnoliveira.pdf](http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/21033/1/2016_dis_ccnoliveira.pdf). Acesso em: 01 dez. 2016.

PASTRÉ, P. Les compétences professionnelles et leur développement. **La Revue de CFTD**, 39, 2001. Disponível em: <http://www.recherches.philippeclauzard.com/Pastre-developpementdescompetences.pdf>. Acesso: 15 jul. 2018.

PASTRÉ, P. L'analyse du travail et didactique professionnelle. **Revue Française de Pédagogie**. v.3, n.138, p. 9-17, 2002.

PASTRÉ, P.; MAYEN, P.; VERGNAUD, G. La didactique professionnelle. **Revue Française de Pédagogie**, n. 154, p.145-198, 2006. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4000/rfp.157>>. Acesso: 15 jul. 2018.

PASTRÉ, P. La Didactique Professionnelle. Un point de vue sur la formation et la professionnalisation. **Education, Sciences & Society**, v. 2, n. 1, p. 83-95, 2011. Disponível em: [https://riviste.unimc.it/index.php/es\\_s/article/view/136/65](https://riviste.unimc.it/index.php/es_s/article/view/136/65)>. Acesso em: 5 mai. 2019.

PASTRÉ, P. A análise do trabalho em didática profissional. Tradução de Olivier Allain e Crislaine Gruber. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 98, n. 250, p. 624-637, set./dez. 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbeped/v98n250/2176-6681-rbeped-98-250-624.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2018.

PEREIRA, L. A. **Geometria Dinâmica na resolução de questões da OBMEP**. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Curitiba – PR, 12 a 14 de novembro de 2016. Disponível em: [http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd6\\_lais\\_pereira.pdf](http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd6_lais_pereira.pdf)>. Acesso em: 01 mai. 2018.

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formation des enseignants. In Margolinas et al.(org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>a</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 57-78, 2009.

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Vers une ingénierie didactique de deuxième génération ? In C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Ed.), **En amont et en aval des ingénieries didactiques**, p. 57-77, 2011.

PERRIN-GLORIAN, M. J.; BELLEMAIN, P. M. B. L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres. **Anais...** I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, Bonito - Mato Grosso do Sul – Brasil, 2016.

PERRIN-GLORIAN, M. J.; BELLEMAIN, P. M. B. L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019. Disponível em: [https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos\\_da\\_educacao\\_matematica/article/view/298](https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/298). Acesso em: 15 mai. 2019.

PIAGET, J. **A tomada de consciência**. São Paulo: Edusp/Melhoramentos, 1977b. Título original: La prise de conscience, 1974.

PICME. **Programa de Iniciação Científica e Mestrado**, 2018. Disponível em: <<http://picme.obmep.org.br/>>. Acesso em: 01 dez. 2018.

POMMER, W. M. **Brousseau e a ideia de Situação Didática**. Seminários de Ensino de Matemática/ FEUSP, 2008. Disponível em: <http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2018.

PORTAL DA MATEMÁTICA. **O portal**. 2018. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/sobre>. Acesso em: 25 abr. 2018.

POTI. **O que é o POTI Virtual**. 2018. Disponível em: <https://poti.impa.br/index.php/site/virtual>. Acesso em: 10 abr. 2018.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. A teoria das situações didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma aplicação do Teorema de Pitot. **Revista Indagatio Didactica**, v.9, n.4, p. 279-296, 2017. Disponível em: <http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/view/6158/4739>. Acesso em: 02 abr. 2018.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. A Engenharia Didática para o ensino de Olimpíadas de Matemática: Situações Olímpicas com o amparo do software Geogebra. **Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, v. 13, n. 1, p. 141-154, 2018. Disponível em: <https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/GDLA/article/view/12326/pdf>. Acesso em: 02 abr. 2018.

SANTOS, A. P. R. A. **Situações Didáticas Olímpicas: um contributo da Engenharia Didática Clássica no Ensino de Olimpíadas**. 2018. 142 f. Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

SANTOS, G. L.; ABREU, P. H. **Avaliação de Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): Explicitação de Condições de Sucesso em Escolas Bem Sucedidas**. In: Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas escolas públicas (OBMEP). Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, p. 47-72, 2011.

SHINE, C. Y. **21 Aulas de Matemática Olímpica**. Coleção Olimpíadas de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2009.

SOARES, J. F.; SOARES, C. M. M.; LEO, E. **Impacto da Olimpíada Brasileira de Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho em matemática na prova brasil, ENEM e PISA.**

Disponível em: <http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/420951.o>. Acesso em 10 out. 2018.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. **Revista Zetetiké**, FE/Unicamp, v. 21, n. 39, p. 155-168, jan/jun., 2013.

TEMPIER, F. **La numération décimale de position à l'école primaire.** Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource. (Thèse de doctorat), f. 427, 2013. Paris: Université Dennis Diderot. Paris 7, 2013.

TEMPIER, F. Quelle ressource pour enseigner la numération décimale? Présentation d'un travail en cours. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21e siècle – **Actes du colloque EMF2012**, p. 892 - 907, 2012.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 155-191.

VERGNAUD, G. Les compétences en milieu professionnel. **Journée d'étude Formation de Formateurs**, Paris, p. 1-6. 2007. Disponível em: <http://doczz.fr/doc/4803365/g%C3%A9rard-vergnaud>. Acesso em: 04 set. 2019.

VICTOR, C. A. S. **Olimpíada de Matemática:** que preciosidades matemáticas envolvem os problemas desta competição e qual o seu impacto para o professor de matemática sem experiência em olimpíadas e a sua importância para o estudante? 2013. 95 f. Dissertação (Mestrado em Rede Nacional – PROFMAT) -Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, RJ, 2013.

WAGNER, E. **10 matemáticos 100 problemas.** Coleção Olimpíadas de Matemática. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

## APÊNDICE A – SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS

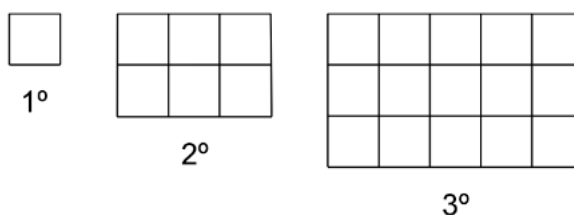
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**  
**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA**

**Pesquisadora: Italândia Ferreira de Azevedo**  
**Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves**

**Aluno:** \_\_\_\_\_

## SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA I

Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma sequência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa sequência. Qual é o perímetro do 100º retângulo dessa sequência?

[illegible]

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA**

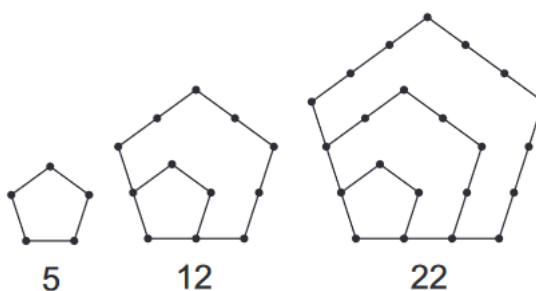
**Pesquisadora: Italândia Ferreira de Azevedo**

**Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves**

**Aluno: \_\_\_\_\_**

**SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA II**

Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA**

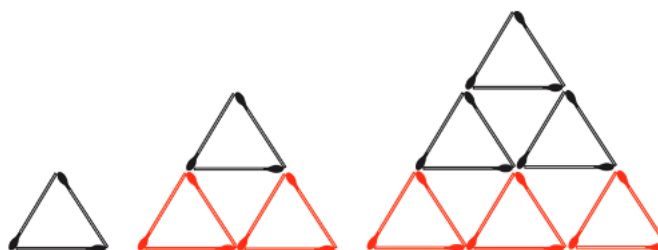
**Pesquisadora: Italândia Ferreira de Azevedo**

**Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves**

**Aluno: \_\_\_\_\_**

**SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA III**

Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA**

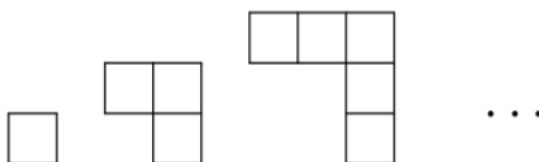
**Pesquisadora: Italândia Ferreira de Azevedo**

**Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves**

**Aluno:** \_\_\_\_\_

**SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA IV**

**Somando pecinhas** – Considere a seguinte sequência de pecinhas, em que a pecinha de número 1 é um quadradinho. Quantos quadradinhos formam a pecinha de número 50?



## APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

### PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA

#### APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

Este questionário está dividido em duas partes. Na primeira pretendemos conhecer sobre algumas questões importantes referente a sua vida acadêmica e profissional. Na segunda parte, buscamos conhecer seus conhecimentos sobre o software GeoGebra.

#### Parte I

Identificação do sujeito (o entrevistado)

Nome: \_\_\_\_\_

Idade \_\_\_\_\_ Sexo: ( ) M ( ) F M- Masculino F - Feminino

Já possui uma formação acadêmica? ( ) Não ( ) Sim

Se sim, qual curso? \_\_\_\_\_

Em qual período você está no curso de Licenciatura em Matemática?

\_\_\_\_\_

Faltam quantos períodos ou disciplinas para você se formar? \_\_\_\_\_

Você já trabalha ou trabalhou como professor(a)? ( ) Não ( ) Sim

Se sim, quanto tempo? \_\_\_\_\_

#### Parte II

Conhecimentos relacionados ao software GeoGebra

01) Você conhece o software GeoGebra? ( ) Não ( ) Sim

Se sim, continue respondendo:

02) Qual sua visão em relação ao uso do GeoGebra nas aulas de Matemática?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

03) Você já resolveu algum problema ou exercício usando o GeoGebra?

( ) Não ( ) Sim

04) Você acha que esse software é importante na resolução de problemas? Justifique.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Obrigado pela sua colaboração!**

## ANEXO A - MATRIZ CURRICULAR DO CURSO DE LICENCIATURA

|                                                                                                                                                                                                                     |               |             |                 |                     |                  |  |  |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------|-----------------|---------------------|------------------|--|--|--|--|
|  <b>INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ</b><br><b>DIRETORIA DE ENSINO</b><br><b>Matrizes Curriculares</b> |               |             |                 |                     |                  |  |  |  |  |
|                                                                                                                                                                                                                     |               |             |                 |                     |                  |  |  |  |  |
| Matriz                                                                                                                                                                                                              |               |             |                 |                     |                  |  |  |  |  |
| 3908 - Licenciatura em Matemática IV (2012/1)                                                                                                                                                                       |               |             |                 |                     |                  |  |  |  |  |
| Curso                                                                                                                                                                                                               |               |             |                 |                     |                  |  |  |  |  |
| 01402 - Licenciatura em Matemática                                                                                                                                                                                  |               |             |                 |                     |                  |  |  |  |  |
| Nível                                                                                                                                                                                                               | Periodicidade | Regime      | Situação        | Per. Letivo Inicial | C.H. Disciplinas |  |  |  |  |
| Superior                                                                                                                                                                                                            | Período       | Não-seriado | Matriz em Vigor | 2012/1              | 3000             |  |  |  |  |

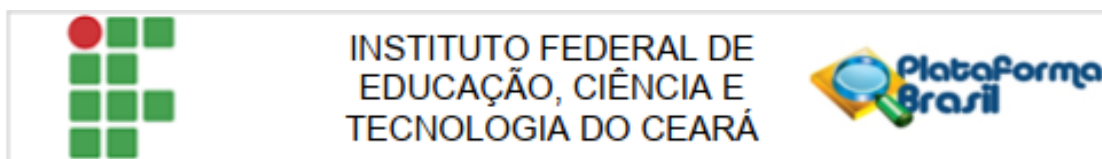
  

| Per. | Componentes Curriculares |                                              | Co-Requisitos |     |      |        |   | Carga Horária |
|------|--------------------------|----------------------------------------------|---------------|-----|------|--------|---|---------------|
|      | Código                   | Descrição                                    | Núcleo        | OPT | Hab. | Cre d. |   |               |
| 1    | 01.402.01                | GEOMETRIA PLANA E CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS    | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 1    | 01.402.02                | MATEMÁTICA DISCRETA                          | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 1    | 01.402.03                | MATEMÁTICA ELEMENTAR I                       | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 1    | 01.402.04                | HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO NO BRASIL               | COM           | N   | 57   | 2      | 0 | 40            |
| 1    | 01.402.05                | COMUNICAÇÃO E LINGUAGEM                      | COM           | N   | 57   | 3      | 0 | 60            |
| 1    | 01.402.06                | INICIAÇÃO A FILOSOFIA                        | COM           | N   | 57   | 3      | 0 | 60            |
| 2    | 01.402.07                | CÁLCULO I                                    | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 2    | 01.402.08                | LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA          | COM           | N   | 57   | 2      | 0 | 40            |
| 2    | 01.402.09                | MATEMÁTICA ELEMENTAR II                      | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 2    | 01.402.10                | FUNDAMENTOS SOCIOFILOSÓFICOS DA EDUCAÇÃO     | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 2    | 01.402.11                | PSICOLOGIA DO DESENVOLVIMENTO                | COM           | N   | 57   | 2      | 0 | 40            |
| 2    | 01.402.12                | LIBRAS                                       | COM           | N   | 57   | 2      | 0 | 40            |
| 2    | 01.402.13                | METODOLOGIA DO TRABALHO CIENTÍFICO I         | COM           | N   | 57   | 2      | 0 | 40            |
| 3    | 01.402.14                | ÁLGEBRA LINEAR                               | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 3    | 01.402.15                | CÁLCULO II                                   | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 3    | 01.402.16                | INFORMÁTICA APLICADA AO ENSINO DA MATEMÁTICA | COM           | N   | 57   | 4      | 0 | 80            |
| 3    | 01.402.17                | PROJETOS SOCIAIS                             | COM           | N   | 57   | 2      | 0 | 40            |
| 3    | 01.402.18                | POLÍTICAS EDUCACIONAIS                       | COM           | N   | 57   | 3      | 0 | 60            |
| 3    | 01.402.19                | PSICOLOGIA DA APRENDIZAGEM                   | COM           | N   | 57   | 3      | 0 | 60            |

13/01/2014 11:01

|  <b>INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ</b><br><b>DIRETORIA DE ENSINO</b><br><b>Matrizes Curriculares</b> |           |                                            |     |   |    |   |   |                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------|-----|---|----|---|---|-----------------|
| 4                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.20 | CÁLCULO III                                | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 4                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.21 | GEOMETRIA ESPACIAL E PROJETIVA             | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 4                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.22 | METODOLOGIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA        | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 4                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.23 | TEORIA DOS NÚMEROS                         | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 4                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.24 | DIDÁTICA GERAL                             | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 5                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.25 | CÁLCULO IV                                 | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 5                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.26 | ESTRUTURAS ALGÉBRICAS                      | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 5                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.27 | CURRÍCULOS E PRÁTICAS EDUCATIVAS           | COM | N | 57 | 3 | 0 | 60              |
| 5                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.28 | MECÂNICA NEWTONIANA                        | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 5                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.29 | ESTÁGIO I                                  | COM | N | 57 | 5 | 0 | 100             |
| 6                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.30 | EDO E SÉRIES                               | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 6                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.31 | HISTÓRIA DA MATEMÁTICA                     | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 6                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.32 | ELETRICIDADE E MAGNETISMO                  | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 6                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.33 | ESTÁGIO II                                 | COM | N | 57 | 8 | 0 | 160             |
| 7                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.34 | CÁLCULO NUMÉRICO                           | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 7                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.35 | FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA           | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 7                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.36 | METODOLOGIA DO TRABALHO CIENTÍFICO II      | COM | N | 57 | 2 | 0 | 40              |
| 7                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.37 | ESTÁGIO III                                | COM | N | 57 | 7 | 0 | 140             |
| 7                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.38 | OPTATIVA 71                                | COM | S | 57 | 3 | 0 | 60              |
| 8                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.39 | INTRODUÇÃO A ANÁLISE                       | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 8                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.40 | PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA                | COM | N | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 8                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.41 | PROGRESSÕES E MATEMÁTICA FINANCEIRA        | COM | N | 57 | 3 | 0 | 60              |
| 8                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.42 | OPTATIVA 81                                | COM | S | 57 | 4 | 0 | 80              |
| 8                                                                                                                                                                                                                   | 01.402.43 | TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO             | COM | N | 57 | 2 | 0 | 40              |
| <b>Código Sigla Habilitação</b>                                                                                                                                                                                     |           |                                            |     |   |    |   |   |                 |
| 57                                                                                                                                                                                                                  | 57        | DISC. BÁSICAS - LICENCIATURA EM MATEMÁTICA |     |   |    |   |   |                 |
|                                                                                                                                                                                                                     |           |                                            |     |   |    |   |   | <b>Básica O</b> |
|                                                                                                                                                                                                                     |           |                                            |     |   |    |   |   | Sim             |

## ANEXO B – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** Situações Didáticas Profissionais (SDP): uma perspectiva de complementaridade entre a (TSD), a (DP) e os Problemas Olímpicos de Matemática

**Pesquisador:** ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 08788219.0.0000.5589

**Instituição Proponente:** INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DO CEARA

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 3.200.430

#### Apresentação do Projeto:

Trata-se de uma pesquisa sobre o uso de problemas oriundos de olimpíadas de matemática para a formação de professores. Participarão da investigação alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IFCE campus Fortaleza. Serão utilizados o banco de questões e provas disponibilizadas no site oficial da Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas (OBMEP), motivando os participantes a aperfeiçoar seus conhecimentos e a inserir em sua prática docente o uso de Problemas Olímpicos.

#### Objetivo da Pesquisa:

##### Objetivo principal:

Analisar a contribuição da Engenharia Didática de Formação, aliada ao contexto da Teoria das Situações Didáticas e Didática Profissional, para o ensino de Olimpíadas e formação de professores.

##### Objetivos secundários:

- Descrever uma Engenharia Didática voltada para o ensino de Problemas de Olimpíadas;
- Estruturar Situações Didáticas Olímpicas voltadas para o professor;
- Descrever uma perspectiva e complementaridade entre a Didática Profissional e a Teoria das Situações Didáticas;
- Descrever a noção de Situação Didática Profissional.

**Endereço:** Rua Jorge Dumar, nº 1703

**Bairro:** Jardim América

**UF:** CE

**Município:** FORTALEZA

**Telefone:** (85)3401-2332

**CEP:** 60.410-426

**E-mail:** cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 3.200.430

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Segundo os pesquisadores, os riscos existentes nessa pesquisa são:

- Perda de tempo do participante;
- O participante ficar constrangido no momento das formações ou da resolução dos problemas.

Como benefícios, espera-se que a pesquisa contribua para o desenvolvimento das competências profissionais dos professores em formação, e que estimule o estudo da Matemática a partir de situações didáticas envolvendo resolução de problemas olímpicos auxiliados pelo uso de tecnologias.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

A pesquisa mostra-se relevante para a formação de professores de Matemática.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Todos os termos foram devidamente apresentados.

**Recomendações:**

Uniformizar o tamanho da amostra do estudo nos documentos que compõem o protocolo de pesquisa, pois no "Projeto detalhado" há a informação de que serão dez participantes, já em "Informações básicas do projeto", apenas cinco.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

O protocolo de pesquisa não apresenta pendências ou inadequações éticas.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Enviar ao CEP, relatório ao final da pesquisa.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

| Tipo Documento                                  | Arquivo                                       | Postagem               | Autor                               | Situação |
|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------|-------------------------------------|----------|
| Informações Básicas do Projeto                  | PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1302528.pdf | 27/02/2019<br>11:36:04 |                                     | Aceito   |
| Outros                                          | 2_Questionario.pdf                            | 27/02/2019<br>11:32:43 | ITALANDIA<br>FERREIRA DE<br>AZEVEDO | Aceito   |
| Outros                                          | 1_Questionario.pdf                            | 27/02/2019<br>11:31:49 | ITALANDIA<br>FERREIRA DE<br>AZEVEDO | Aceito   |
| Projeto Detalhado /<br>Brochura<br>Investigador | projeto.pdf                                   | 27/02/2019<br>11:24:25 | ITALANDIA<br>FERREIRA DE<br>AZEVEDO | Aceito   |

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703

Bairro: Jardim América

CEP: 60.410-426

UF: CE Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3401-2332

E-mail: cep@ifce.edu.br



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DO CEARÁ



Continuação do Parecer: 3.200.430

|                                                           |                    |                        |                               |        |
|-----------------------------------------------------------|--------------------|------------------------|-------------------------------|--------|
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TCLE.pdf           | 27/02/2019<br>11:23:49 | ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO | Aceito |
| Outros                                                    | resultados.pdf     | 24/02/2019<br>11:36:06 | ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO | Aceito |
| Outros                                                    | garantia.pdf       | 24/02/2019<br>11:35:17 | ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO | Aceito |
| Declaração de Instituição e Infraestrutura                | infraestrutura.pdf | 24/02/2019<br>11:33:33 | ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO | Aceito |
| Cronograma                                                | cronograma.pdf     | 24/02/2019<br>11:33:05 | ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO | Aceito |
| Orçamento                                                 | orcamento.pdf      | 24/02/2019<br>11:32:32 | ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO | Aceito |
| Folha de Rosto                                            | folha.pdf          | 24/02/2019<br>11:07:00 | ITALANDIA FERREIRA DE AZEVEDO | Aceito |

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

FORTALEZA, 14 de Março de 2019

Assinado por:

Arinilson Moreira Chaves Lima  
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703

Bairro: Jardim América

CEP: 60.410-426

UF: CE Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3401-2332

E-mail: cep@fcee.edu.br

## **ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

### **“Situações Didáticas Profissionais (SDP): uma perspectiva de complementaridade entre a (TSD), a (DP) e os Problemas Olímpicos de Matemática”**

**Pesquisadora: Italcndia Ferreira de Azevedo**

**Orientador: Francisco Régis Vieira Alves**

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como participante e é elaborado em duas vias, uma que deverá ficar com você e outra com o pesquisador.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com o pesquisador. Se preferir, pode levar este Termo para casa e consultar seus familiares ou outras pessoas antes de decidir participar. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se você não aceitar participar ou retirar sua autorização em qualquer momento.

#### **Justificativa e objetivos:**

Desejamos investigar, via Engenharia Didática de Segunda Geração, Teoria das Situações Didáticas e Didática Profissional, os procedimentos e desenvolvimento de competências profissionais manifestadas pelos professores em formação inicial durante os encontros de formação. Procuramos vincular nesse estudo um grupo de alunos que estivessem em formação inicial e participando do programa da Residência Pedagógica. Assim, optamos por realizar a experimentação com acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE, campus Fortaleza. Esses alunos estão frequentemente participando de formações e ao mesmo tempo, convivendo no ambiente escolar, podendo assim, contribuir a respeito da inclusão de Problemas Olímpicos na prática de ensino, ao mesmo tempo, conciliando com o uso do software GeoGebra para uma melhor representação e modelização dos problemas.

Os encontros serão focados em resolução de problemas olímpicos e na observação do comportamento dos mesmos ao tentarem resolver esses problemas, isto é, como eles irão se sobressair dessa situação totalmente nova. No entanto, acreditamos que essa situação despertará seus conhecimentos epistêmicos e pragmáticos, além de capacitar esses professores em formação para situações que podem acontecer em sala de aula. Os problemas que serão usados têm como objeto matemático “Sequência Numérica”, assunto esse muito presente no currículo da educação básica e se configura em uma ótima oportunidade para o ensino e fomento da cultura matemática em sala de aula.

Temos como objetivo geral: Analisar a contribuição da Engenharia Didática de Formação, aliada ao contexto da Teoria das Situações Didáticas e Didática Profissional, para o ensino de Olimpíadas e formação de professores.

E os objetivos específicos são os seguintes:

- Descrever uma Engenharia Didática voltada para o ensino de Problemas de Olimpíadas;
- Estruturar Situações Didáticas Olímpicas voltadas para o professor;
- Descrever uma perspectiva e complementaridade entre a Didática Profissional e a Teoria das Situações Didáticas;
- Descrever a noção de Situação Didática Profissional.

#### **Procedimentos:**

Participando do estudo você está sendo convidado a assistir e participar ativamente das formações, sendo constantemente convidado a fazer o preenchimento de questionário, participar de gravação de entrevista em áudio e responder os problemas e desafios propostos nos encontros.

Estes procedimentos descritos acima ocorrerão nas dependências do IFCE – Campus Fortaleza, durante cinco encontros que acontecerão nas terças e quintas no laboratório de informática, durante o horário de 15:00 as 16:30.

Observações:

- Solicitamos que os alunos participantes mantenham o máximo de assiduidade e pontualidade possível, pois as faltas frequentes ou atrasos podem comprometer os trabalhos, a coleta de dados ou mesmo a aprendizagem dos participantes;
- Eventualmente, sob permissão expressa dos participantes, realizaremos coleta de imagem e áudio via equipamentos eletrônico apropriado (celular, câmera fotográfica ou de vídeo, gravador de áudio), com o intuito de auxiliar e fundamentar a análise dos exercícios e problemas presentes nos questionários impressos.

Somente a pesquisadora e o orientador terão acesso ao material coletado e a identidade dos participantes será mantida em sigilo absoluto. Ao fim da pesquisa, os dados serão discutidos pelos pesquisadores envolvidos e, em seguida, o material coletado na forma de questionário, entrevistas de vídeo ou áudio serão descartadas, ficando de posse dos pesquisadores por um período máximo de 12 meses.

#### **Desconfortos e riscos:**

Você **não** deve participar deste estudo caso sentir algum tipo de desconforto dentro das dependências do laboratório de informática ou possuir impossibilidade de seguir as orientações da pesquisadora, pois essa pesquisa envolve o manuseio de um software matemático, conhecido como GeoGebra, e que exige atenção dos sujeitos da pesquisa para que o estudo proceda.

Os riscos existentes nessa pesquisa são:

- Perda de tempo do aluno;
- O aluno ficar constrangido no momento das formações ou resolução dos problemas.

#### **Benefícios:**

Esta pesquisa procura realizar uma contribuição no desenvolvimento das competências profissionais dos professores em formação de cinco alunos do curso de licenciatura em Matemática, utilizando a Didática Profissional e a Teoria das Situações Didáticas como fundamentação teórica para essa pesquisa. Temos como objeto matemático o assunto “Sequência de Numérica”, onde selecionaremos problemas de olimpíadas que trazem esse assunto. Outra contribuição dessa pesquisa, é o fato do professor em formação está se preparando para situações que podem acontecer em sua sala de aula, pois traremos, em certos momentos, problemas que eles precisam estar preparados para resolver, sendo assim irão praticar formas de resolver problemas de olimpíadas. E por fim, pretendemos instigar o estudo pela Matemática a partir de situações didáticas envolvendo resolução de problemas olímpicos auxiliados com o uso de tecnologias.

#### **Acompanhamento e assistência:**

O acompanhamento didático/pedagógico decorrente de eventuais dificuldades surgidas na aula será efetuado preferencialmente no lócus da aula e durante a mesma, se restringindo a dificuldades relativas ao processo de ensino dos assuntos que serão abordados.

#### **Sigilo e privacidade:**

Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, seu nome não será citado. Qualquer gravação (áudio e/ou vídeo) e/ou questionário aplicados durante a pesquisa será(ão) mantido(s) em posse do pesquisador responsável por um período de 12 meses. Após passado esse tempo todo o material será descartado.

#### **Ressarcimento e Indenização:**

Você terá direito ao ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa e à indenização pelos danos resultantes desta, nos termos da Lei.

**Contato:**

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores Italandia Ferreira de Azevedo ou Francisco Régis Vieira Alves, Av. Treze de Maio, 2081 - Benfica, Fortaleza - CE, 60040-531, Coordenação do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciência e Matemática (PGECM, sala 141, fone (88) 99201-3463, e-mail: italandiag@gmail.com

Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do IFCE das 08:00hs às 12:00hs e das 13:00hs às 17:00hs no IFCE Reitoria - R. Jorge Dumar, 1703 - Jardim América, Fortaleza - CE, 60410-426; fone (85) 34012332 e-mail: cep@ifce.edu.br

**Consentimento livre e esclarecido:**

Após ter recebido esclarecimentos sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, aceito participar e declaro estar recebendo uma via original deste documento assinada pelo pesquisador e por mim, tendo todas as folhas por nós rubricadas:

Nome do(a) participante:

\_\_\_\_\_

e-mail (opcional): \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(Assinatura do participante ou nome e assinatura do seu RESPONSÁVEL LEGAL)

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.

**Responsabilidade do Pesquisador:**

Asseguro ter cumprido as exigências da resolução 466/2012 CNS/MS e complementares na elaboração do protocolo e na obtenção deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Asseguro, também, ter explicado e fornecido uma via deste documento ao participante. Informo que o estudo foi aprovado pelo CEP perante o qual o projeto foi apresentado e pela CONEP, quando pertinente. Comprometo-me a utilizar o material e os dados obtidos nesta pesquisa exclusivamente para as finalidades previstas neste documento ou conforme o consentimento dado pelo participante.

Nome do(a) pesquisador(a):

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Assinatura do(a) pesquisador(a)

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.